

掃流状集合流動の抵抗則と流砂量

橋本晴行¹・平野宗夫²

1正会員 工博 九州大学助教授 工学部建設都市工学科 (〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)

2正会員 工博 九州大学教授 工学部建設都市工学科 (〒812 福岡市東区箱崎6-10-1)

掃流砂と土石流との中間的な土砂輸送形態である掃流状集合流動を上部の水流層と下部の高濃度層の2層流としてモデル化した。まず、高濃度層について流れ方向と垂直方向の力の釣り合い式より、高濃度層内の流速分布と平均濃度を求めた。高濃度層厚は実験式により評価した。上部の水流層については流れ方向の力の釣り合い式より流速分布を求めた。次に、各層について流速分布を積分し、流速係数と輸送濃度の評価式を得た。さらにその結果を基に、流砂量式を導いた。この流砂量式は緩勾配の掃流砂領域から急勾配の土石流領域まで含めた広範囲な領域における流砂量式を示すことが分かった。最後に、掃流砂から掃流状集合流動までの領域に対して、簡便な流砂量式を提案した。

Key Words : *sediment-water mixture, bedload, debris flow, two-layer flow, flow resistance, sediment discharge*

1. はじめに

比較的粗粒な砂礫粒子を河床に敷き上流より水流を供給すると、まず、2度程度の水路勾配では粒子は河床上を転動・滑動したり、跳躍したりして移動し、掃流の流砂形態を示す。次に、水路を14度程度の勾配に設定すると、粒子は水面まで高濃度に分散し土石流として移動する。一方、それらの中間的な勾配になると、流れの下層には粒子が密集して高濃度層を形成するのに対して、上層はほぼ水流のみとなり、あたかも2層流のような流況を呈す。いわゆる掃流状集合流動と呼ばれる現象がこれである。

掃流状集合流動については、従来より、その抵抗則や流砂量に関する、実験的、理論的研究が行われてきた^{1),2),3),4)}。その多くは2層流としてモデル化し、特に、下部の高濃度層においては粒子間の衝突・接触に起因した粒子間応力が発生するものとして、土石流における成果が用いられてきた。その結果、基礎式においては粒子濃度、流速、高濃度層の厚さの3個が未知数として現れることとなり、それらの評価が種々試みられてきた。

たとえば、高橋²⁾は、流れ方向と垂直方向に関する力の釣り合い式から流速分布と高濃度層厚を求めた。高濃度層の濃度については、土石流発生限界勾

配における濃度が水路勾配に無関係に一定に保持されると仮定して求め、流速係数と流砂量の評価式を得た。しかしながら、流速係数が水路勾配とともに増加し、不自然な結果となった。

橋本・椿・平野³⁾も同様に、力の釣り合い式から濃度・流速分布を求めるとともに、下部のせん断層を高濃度層、表面の一樣な流速部分を水流層とそれぞれ仮定し、その厚さの評価は流速分布から実験的に求めた。その結果、高濃度層内の濃度分布は緩勾配ほど一様化するとともに、その大きさは勾配により変化した。また、8度以上の水路勾配では流速係数と輸送濃度の計算と実験はそれぞれ一致したが、それより低い水路勾配では流速係数の計算と実験との適合性が良好ではなかった。

江頭・芦田・高濱・田野中⁴⁾は、土石流に対して得られた構成方程式を適用し、濃度・流速分布を誘導した。彼らは解析解が得られないので、数値解を示すとともに、近似解を提案した。さらにその成果は掃流砂流領域についても検討された⁵⁾。実験値との比較は、流速分布と流砂量については行われたが、流速係数については行われていない。

江頭ら⁴⁾は、近似解において、濃度分布を高濃度層内平均濃度で近似するとともに、底面で速度勾配をゼロとおき、高濃度層厚、流砂量の評価式を得て

いる。しかしながら、速度勾配をゼロとする条件は、上部の水流層が消失する土石流発生限界勾配において流速をゼロとすることになる。そのため、水路勾配が土石流発生限界勾配に近づくと、流速係数はゼロに接近していく不合理性が生じる。一方、数値解については流速係数の計算結果が示されておらず、その実験値との適合性は不明である。

このように2層流モデルに基づいた掃流状集合流動に関する研究は、2個の基礎式から3個の未知数の流速、高濃度層厚、高濃度層濃度の内いづれか2個を求め、残りの一つは何らかの仮定や実験値から評価している^{2),3)}。しかしながら、それらの評価が十分でないため、流れの抵抗と流砂量あるいは輸送濃度とを同時に説明するまでには至っていない。

本研究は橋本・椿・平野³⁾の研究の延長上にあるが、彼らの式が8度以上の水路勾配において有効であるのに対して、ここではそれ以下の勾配の掃流状集合流動および掃流砂流への適用も考える。従って、高濃度層の定義および水流層の流速分布の評価は修正される。また、高濃度層については一様な濃度分布を仮定する。まず、2層流モデルに基づく理論的考察から、高濃度層の土砂濃度、流速分布を規定する式を誘導する。その際、高濃度層厚の評価には実験式を用いる。次に、水流層について流速分布を導き、さらには、断面全体について流速係数と輸送濃度の評価式を求める。最後に、掃流状集合流動および急勾配の掃流砂流に対する簡便な流砂量式を提案する。

2. 2層流モデルによる理論的考察

図-1に示すように、流れの下部に粒子濃度の大きい高濃度層、上部には濃度の薄い水流層の2層流を考える。高濃度層においては、土石流の場合と同様に移動粒子相互の衝突・接触に起因した粒子間応力が発生するものとし、平均流方向と垂直方向の力の釣り合いから、濃度と流速分布を規定する式を導く。一方、水流層内では平均流方向について力の釣り合いを考え、流速分布の式を導く。次に、得られた濃度、流速分布の式をもとに、断面全体について流速係数と輸送濃度の評価式を求める。

(1) 高濃度層

厚さ h_d 、濃度分布 C を持つ高濃度層において、平均流の方向(x方向)には固・液両相について、垂直方向(z方向)には固相について力のつりあい式を立てると次のようになる。

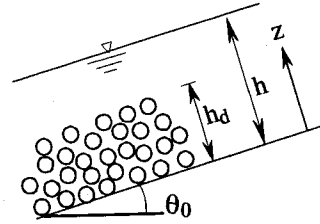


図-1 流れの模式図

$$x \text{ 方向: } \tau_{zx} + \tau_w = \int_{h_d}^h \rho g \sin \theta_0 dz + \int_z^{h_d} \{ \sigma C + \rho(1-C) \} g \sin \theta_0 dz \quad (1)$$

$$z \text{ 方向: } \tau_{zz} - p = - \int_z^{h_d} (\sigma - \rho) C g \cos \theta_0 dz \quad (2)$$

ここに σ と ρ はそれぞれ粒子と水の密度、 θ_0 は水路傾斜角、 C は粒子の体積濃度である。また τ_{zx} 、 τ_{zz} は粒子間の衝突応力、 p は接触応力で、土石流に対して与えられた式⁶⁾を拡張して使用すると、前者は $\tau_{zx}/\tau_{zz} = -\alpha$ の関係がある。ここに α は

$$\mu = 0.1, \quad \gamma = \frac{0.0762 + 0.102\mu}{0.0898 - 0.067\mu}$$

とにおいて

$$\alpha = \frac{\gamma}{1 + \rho/(2\sigma)}$$

である。さらに τ_w は間隙水の乱れによるレイノルズ応力である。

式(1),(2)において底面 $z=0$ での力の釣り合いを考え、 $p = p_0$ 、 $\tau_w = \tau_{w0}$ 、 $C_d = \left(\int_0^{h_d} C dz \right) / h_d$ とおくと

$$C_d = \frac{\tan \theta_0}{s(\alpha - \tan \theta_0)\eta_d} \left(1 - \frac{\tau_{w0}}{\rho u_*^2} + \frac{\alpha p_0}{\rho u_*^2} \right) \quad (3)$$

となる。ここに、粒子の水中比重 $s = (\sigma - \rho)/\rho$ 、 $\eta_d = h_d/h$ 、摩擦速度 $u_* = \sqrt{gh \sin \theta_0}$ である。ここで、粒子の無次元掃流力を τ_* 、無次元移動限界掃流力を τ_{*c} とし、芦田・道上⁷⁾、高橋²⁾と同様に、 $\tau_{w0}/(\rho u_*^2) \approx \tau_{*c}/\tau_*$ とおく。また、濃度分布 C は、土石流発生限界勾配から緩勾配になるにつれ高濃度層内では一様化していくことが知られているので³⁾、簡単のため、一様な分布であると仮定する。従って、

$C = C_d$, 接触応力^{3), 6)}は $\alpha\rho_0/(\rho u_*^2) = 0$ となり, 式(3)は

$$C_d = \frac{\tan \theta_0}{s(\alpha - \tan \theta_0)\eta_d} \left(1 - \frac{\tau_*c}{\tau_*}\right) \quad (4)$$

$$= \tau_* \left(1 - \frac{\tau_*c}{\tau_*}\right) \frac{1}{(\alpha - \tan \theta_0) \cos \theta_0} \frac{d}{h_d}$$

と近似される。これは、高橋²⁾によって導かれた高濃度層厚の評価式とほぼ同じ式である。高橋²⁾の研究や江頭・芦田・高濱・田野中⁴⁾の近似解は $C_d = \text{一定}$ と仮定しているが、 C_d は定数ではなく、 τ_* , θ_0 , h_d/d に依存して変化することが式(4)から考えられる。なお、この検証は3章において行う。

C_d は式(4)を用いて評価されることになるため、高濃度層厚 h_d の評価式が新たに必要である。これについては、3章において実験式が与えられる。

さて、式(1)における間隙水のレイノルズ応力 τ_w には土石流に対して与えられた式⁶⁾を用い、さらにその式に対して混合距離モデルを用いると

$$\tau_w = -\rho(1-C_d)\overline{u_w w_w} = \rho(1-C_d)l^2 \left(\frac{du}{dz}\right)^2 \quad (5)$$

となる。ここに、 $u(z)$ は、任意の点 z の局所流速をその近傍において空間平均した巨視的な速度であり、粒子も間隙水も同じ速度分布を持つと仮定している。また混合距離 l は、後述の実験から、高濃度層内ではほぼ一定で、高濃度層厚 h_d に比例することが分かる。すなわち $l = a_1 h_d$ である。一方、水流層内においては $l = \kappa(z - h_d) + a_1 h_d$ なる関係式が得られる。ここに a_1 は比例定数で $a_1 = 0.1$, κ はカルマン定数で $\kappa = 0.4$ である。

粒子間の衝突応力⁶⁾は次式により与えられる。

$$\tau_{xx} = K_{xx} \alpha d^2 F(C_d) \left(\frac{du}{dz}\right)^2 \quad (6)$$

ここに、 $\beta = 1.15$, $k_M = 5$, $\mu = 0.1$ として

$$K_{xx} = \frac{\pi}{6} (0.0762 + 0.102\mu)\beta^2 k_M \quad (7)$$

$$F(C_d) = \frac{(C_d/C_*)^2}{1 - C_d/C_*} \quad (8)$$

である。式(5),(6)を式(1)に代入し、濃度分布は一樣であると仮定しているため、高濃度層内の流速分布として

$$\frac{u}{u_*} = \frac{2}{3} \frac{h}{d} \left[K_{xx} \frac{\sigma}{\rho} F(C_d) + (1 - C_d) a_1^2 \left(\frac{h_d}{d}\right)^2 \right]^{-1/2} \frac{1}{s C_d + 1} \cdot \left[(s C_d \eta_d + 1)^{3/2} - (s C_d \eta_d + 1 - (s C_d + 1)\eta)^{3/2} \right] \quad (9)$$

が得られる。ここに $\eta = z/h$, $\eta_d = h_d/h$, $u_* = \sqrt{gh \sin \theta_0}$ である。

さらに積分すると、高濃度層内の平均流速

$$\overline{u}_d = \frac{1}{h_d} \int_0^{h_d} u dz \quad \text{は次式となる。}$$

$$\frac{\overline{u}_d}{u_*} = \frac{2}{3} \frac{h}{d} \left[K_{xx} \frac{\sigma}{\rho} F(C_d) + (1 - C_d) a_1^2 \left(\frac{h_d}{d}\right)^2 \right]^{-1/2} \frac{1}{s C_d + 1} \cdot \left[(s C_d \eta_d + 1)^{3/2} + \frac{2}{5} \frac{1}{s C_d + 1} \frac{1}{\eta_d} \cdot \left\{ (1 - \eta_d)^{5/2} - (s C_d \eta_d + 1)^{5/2} \right\} \right] \quad (10)$$

(2) 水流層

水流層内においては、流れ方向の運動方程式は

$$\rho l^2 \left(\frac{du}{dz}\right)^2 = \rho g \sin \theta_0 (h - z) \quad (11)$$

である。ここに、混合距離は水流層内では $l = \kappa(z - h_d) + a_1 h_d$ である。上式を積分し、境界条件 $z = h_d$ で $u = u_i$ を用いると、水流層内の流速分布は

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_i}{u_*} + \frac{2}{\kappa} \left((y - y_d) \cdot \frac{\sqrt{y_d^2 + a_1 \eta_d / \kappa}}{2} \right) \cdot \ln \left(\frac{\sqrt{y_d^2 + a_1 \eta_d / \kappa} + y}{\sqrt{y_d^2 + a_1 \eta_d / \kappa} - y} \cdot \frac{\sqrt{y_d^2 + a_1 \eta_d / \kappa} - y_d}{\sqrt{y_d^2 + a_1 \eta_d / \kappa} + y_d} \right) \quad (12)$$

となる。ここに $y = \sqrt{1 - \eta}$, $y_d = \sqrt{1 - \eta_d}$ である。表面流速 u_s は、上式において $\eta = 1$ で $y = 0$, $u = u_s$ とおくことにより、次式で与えられる。

$$\frac{u_s}{u_*} = \frac{u_i}{u_*} + \frac{2}{\kappa} \left(\frac{\sqrt{y_d^2 + a_1 \eta_d / \kappa}}{2} \ln \frac{\sqrt{y_d^2 + a_1 \eta_d / \kappa} + y_d}{\sqrt{y_d^2 + a_1 \eta_d / \kappa} - y_d} \right) \quad (13)$$

さらに式(12)を積分すると、水流層内の平均流速

$$\overline{u}_w = \frac{1}{h - h_d} \int_{h_d}^h u dz \quad \text{は}$$

表-1 実験条件

| | L(m) | B(cm) | d(mm) | q _{w0} (cm ² /sec) | θ ₀ |
|----------------------|------|-------|-------|--|----------------|
| Case A | 12 | 12.5 | 1.24 | 103,211,約600 | 1°~14° |
| Case B | 12 | 12.5 | 1.9 | 約100,209,600 | 1°~14° |
| Case C ³⁾ | 7 | 20 | 4.4 | 654,1098 | 2°~14° |
| Case D ³⁾ | 7 | 20 | 4.6 | 197 | 2°~14° |
| Case E | 7 | 20 | 0.8 | 200 | 2°~14° |
| Case F | 10 | 10.3 | 0.8 | 50 | 8°~14° |
| Case G | 7 | 20 | 5.3 | 93, 200 | 0.65°~10° |

$$\frac{\bar{u}_w}{u_*} = \frac{u_i}{u_*} - \frac{1}{\kappa} \left\{ \frac{8}{3} y_d + \frac{2a_1 \eta_d}{\kappa y_d} + \frac{1}{y_d^2} (y_d^2 + a_1 \eta_d / \kappa)^{3/2} \right. \\ \left. \cdot \ln \left| \frac{\sqrt{y_d^2 + a_1 \eta_d / \kappa} - y_d}{\sqrt{y_d^2 + a_1 \eta_d / \kappa} + y_d} \right| \right\} \quad (14)$$

となる。

(3) 全層

断面全体の平均流速を \bar{u} とすると、流速係数は

$$\frac{\bar{u}}{u_*} = \eta_d \frac{\bar{u}_d}{u_*} + (1 - \eta_d) \frac{\bar{u}_w}{u_*} \quad (15)$$

となる。また、輸送濃度 C_T および断面全体の平均濃度 \bar{C} はそれぞれ次式で表される。

$$C_T = C_d \eta_d \frac{\bar{u}_d}{u_*} \quad (16)$$

$$\bar{C} = C_d \eta_d = C_T \bar{u} / \bar{u}_d \quad (17)$$

3. 実験の概要

前章において誘導された流速分布の計算においては、高濃度層厚 h_d 、濃度 C_d 、混合距離 l の評価が必要である。本章では、それらについて実験を行い、濃度については式(4)の検証を行うとともに、高濃度層厚、混合距離についてはその評価式を調べる。

(1) 実験方法

使用した水路は、長さ L 、幅 B の種々異なった3台の可変勾配水路である(表-1)。水路に河床材料を敷き、所定の勾配 θ_0 に設定した後、上流端より水を供給して流れを発生させた。発生した流れには比重約1の中立粒子をトレーサーとして流し、これを側方より16mmカメラや高速度ビデオカメラを用いて撮影した。撮影された画像のうち定常な部分を解析し、時間平均水深や流速分布を求めた。表面流速 u_s は、トレーサーとして発泡スチロールを用い、

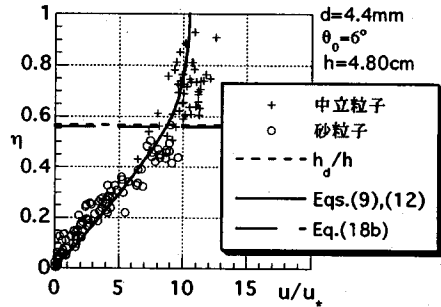
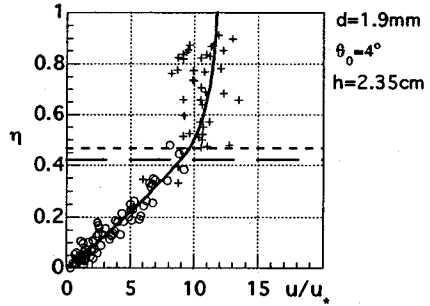
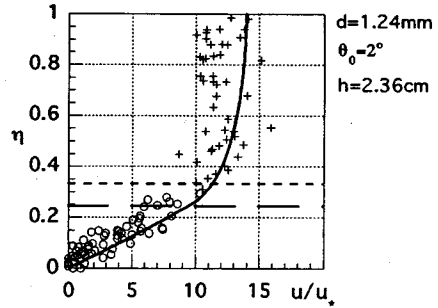


図-2 流速分布

水路中央の表面を流下させて、その移動速度を測定することで求めた。また、下流端に流下してきた土砂と水をとともに採取することにより、単位幅当りの土砂と水を合わせた全流量 q_i や土砂の輸送濃度 C_T を求めた。表-1に、用いた材料の粒径 d 、単位幅当りの供給水量 q_{w0} 、水路勾配 θ_0 などの実験条件を示す。同表には橋本・椿・平野³⁾が行った実験の条件も合わせて示す。なお、河床材料には、CaseA~Fについては比重 $\sigma/\rho = 2.59\sim 2.65$ の均一な粒径の砂・礫を、CaseGの場合には $\sigma/\rho = 1.59$ の人工軽量骨材(メサライト)をそれぞれ用いた。

(2) 実験結果

a) 流速分布と高濃度層厚

撮影された高速度ビデオなどから流れを観察すると、流れの上部は粒子濃度が薄く、追跡可能な

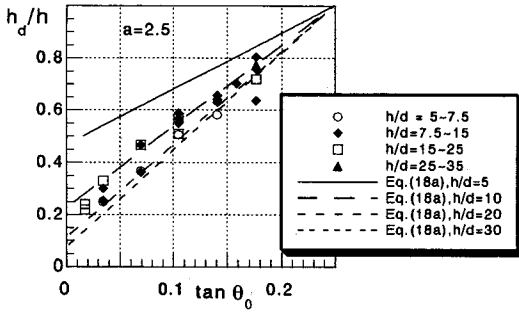


図-3 高濃度層厚と水路勾配の関係(Case A~D)

粒子は少ないのに対して、下部は比較的粒子濃度が濃く追跡も容易である。これらの粒子を追跡してみると、砂礫粒子の場合は、水路傾斜角が $\theta_0 \cong 2^\circ$ 以下の勾配では、粒子は河床と相互作用を及ぼしながら移動し掃流砂とみなされるのに対して、 $\theta_0 \cong 5^\circ \sim 10^\circ$ では水流層と高濃度層の2層に分離したような流れを呈し、掃流状集合流動の挙動を示す。

このような流れにトレーサーとして中立粒子を投入すると、大部分は高濃度の粒子層に妨げられて上部にとどまり、水流層内を移動する。図-2は、中立粒子や砂礫粒子を追跡して求めた流速分布である。ここに η は高さ z を水深 h で無次元化したもので $\eta = z/h$ である。また流速の測定値には壁面の影響の補正を行っている。補正は以下のようにして行った。

壁面で測定された粒子速度の実測値 u^m を積分して求めた単位幅流量 q^m と、下流端で実測した流量 q_i とが等しくなるように、 u^m を $\alpha^m = q_i / q^m$ 倍することで壁面補正を行った。

水流層では比較的一様な分布を示すのに対して、高濃度層では顕著な速度勾配を示す。高濃度層の厚さ h_d を高速ビデオや16mmフィルムから目視で読み取り、水深 h で無次元化した結果を図-3に示す。無次元層厚 h_d/h は勾配 θ_0 とともに直線的に増加し、土石流発生限界勾配付近の勾配 $\tan \theta_0 \cong 0.25$ では $h_d/h = 1$ となっている。一方、粒子の無次元移動限界掃流力 $\tau_{*c} = h \sin \theta_c / (s d)$ より決定される移動限界勾配 $\sin \theta_c = \tau_{*c} s / (d h) \cong \tan \theta_c$ の近傍では、砂の移動層厚は $h_d = a d$ となっているものと考えられる。ここに a は実験係数である。以上のことから h_d について次のような実験式が得られる。

$$\frac{h_d}{h} = \frac{\tan \theta_0 - \tau_{*c} \frac{s d}{h}}{\tan \theta_{Dc} - \tau_{*c} \frac{s d}{h}} (1 - a \frac{d}{h}) + \frac{a d}{h} \quad (18a)$$

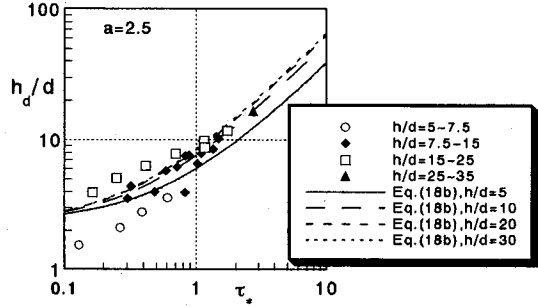


図-4 高濃度層厚と無次元掃流力との関係(Case A~D)

ここに θ_{Dc} は土石流発生限界勾配である。 θ_{Dc} は、土石流に対する輸送濃度の式⁸⁾において、土石流発生限界勾配における輸送濃度を $C_{Dc} = 0.3$ とし、次式

$$\tan \theta_{Dc} = \frac{s C_{Dc}}{(1 + s C_{Dc})} \tan \phi \quad (19)$$

より決定される。ここに $\tan \phi = 0.75$ 程度である。比重 $\sigma/\rho = 2.65$ の砂礫粒子の場合は $\theta_{Dc} \cong 14^\circ$ となり、 $\sigma/\rho = 1.59$ の軽量骨材の場合は $\theta_{Dc} \cong 6.4^\circ$ となる。また、急勾配水路においては無次元限界掃流力 τ_{*c} は水路勾配により変化するが^{9), 10)}、ここでは簡単のため $\tau_{*c} = 0.05$ とする。図-3には、 h/d をパラメータとして $a = 2.5$ の場合の式(18a)の計算結果を示しているが、 h_d の評価式として式(18a)がほぼ妥当であることが分かる。式(18a)を変形すると

$$\frac{h_d}{d} \cong \frac{\tau_* - \tau_{*c}}{\tau_{*Dc} - \tau_{*c}} \left(\frac{h}{d} - a \right) + a \quad (18b)$$

となる。ここに $\tau_{*Dc} = h \sin \theta_{Dc} / (s d)$ である。図-4に式(18b)と実験との比較を示す。ここに $a = 2.5$ とした。

さて τ_{*c} が 0.1 の近傍となる場合は、流砂形態は掃流状集合流動というよりは掃流砂、特に saltation の領域であろう。saltation 層厚については例えば関根・吉川¹¹⁾の実験や後藤・辻本・中川¹²⁾のシミュレーションによる研究がある。それらの結果は式(18b)の計算と同様な結果となっており、 τ_{*c} の小さい領域においても式(18b)はほぼ有効であるものと考えられる。しかしながら、 $h/d = 5 \sim 7.5$ の実験値は式(18a, b)との適合性があまり良くない。それは、砂粒子の運動形態が saltation ではなく滑動形式になっているためと考えられる。また τ_{*c} の評価などにも問題があると考えられる。

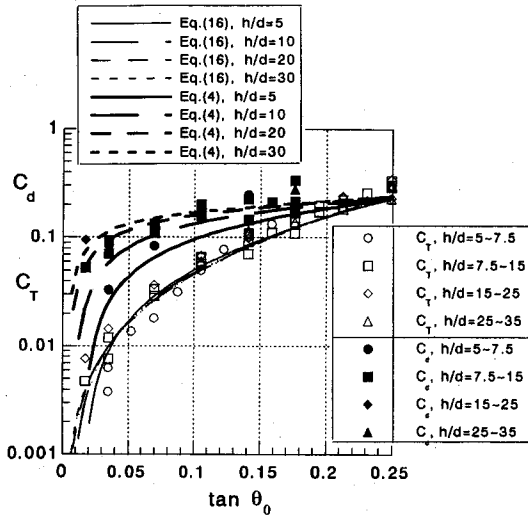


図-5 粒子の輸送濃度および高濃度層内濃度と水路勾配との関係(Case A~D)

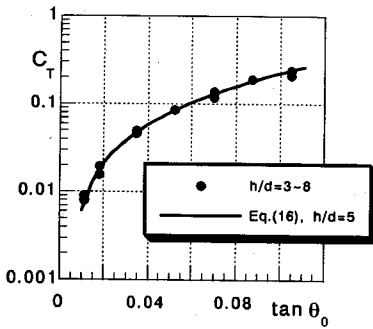


図-6 人工軽量骨材を用いた場合の粒子輸送濃度と水路勾配との関係(Case G)

b) 高濃度層の濃度

図-5, 6は, 断面全体の粒子輸送濃度 C_T と水路勾配との関係を示す。図-5には次式

$$C_d = \frac{q_t}{q_d} C_T \quad (20)$$

より求められた高濃度層内の粒子濃度 C_d も合わせて示している。ここに q_t は全流量, q_d は高濃度層内の全流量である。 C_T は流下して来た土砂と水を下流端で採取して求められ, q_t , q_d は側方より流速分布を測定し, それを積分して求められる。高橋²⁾や江頭・芦田・高濱・田野中⁴⁾は, 高濃度層は勾配に無関係に $C_d=0.3$ の一定値を保持するとしているが, 明らかに C_d は一定ではなく, 勾配とともに増加している。特に $\theta_0 \cong 10^\circ$ からは, $C_d \cong 0.3$ に漸近する。

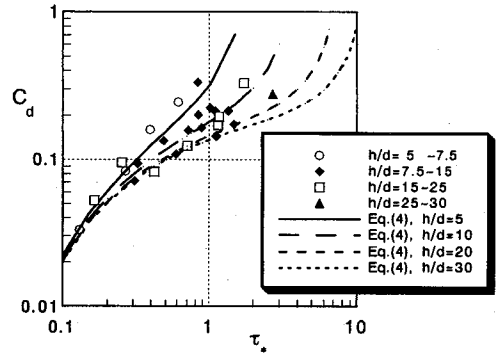


図-7 高濃度層の粒子輸送濃度と無次元掃流力との関係 (Case A~D)

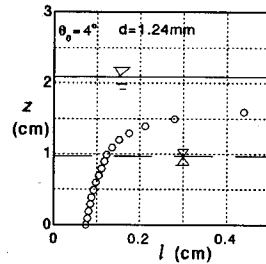


図-8 混合距離の分布の一例

一方, 粒子の移動限界勾配 $\tan \theta_c$ 付近では C_d は減少している。

図-7は高濃度層内の濃度 C_d と式(4)との比較を示したものである。式(4)は広範な掃流力の範囲において実験結果とほぼ一致している。なお, 式(4)および式(18b)においては, $\tau_s \rightarrow \tau_c$ の時, $h_d \rightarrow ad$ となり, その結果 $C_d \rightarrow 0$ となる。

c) 混合距離

高濃度層における流れ方向の運動方程式(1)に式(5),(6)を代入し, 間隙水の混合距離 l を求めると

$$\frac{l}{h} = \left[\left(\frac{d}{d\eta} \frac{u}{u_*} \right)^2 \frac{1}{1-C_d} \{ (1-\eta_d) + (sC_d+1)(\eta_d-\eta) \} - K_{zx} \frac{\sigma}{\rho} \left(\frac{d}{h} \right)^2 \frac{F(C_d)}{1-C_d} \right]^{1/2} \quad (21)$$

となる。上式において $C_d = 0$ とおくと, 上部水流層における混合距離が得られる。

式(21)において濃度 C_d , 無次元高濃度層厚 $\eta_d = h_d/h$, 速度勾配 $du/d\eta$ にそれぞれ実験値を代入すると混合距離が求められる。ここに, 速度勾配には壁面の影響の補正を行った値を用いた。その結果の1例を図-8に示す。高橋²⁾や江頭ら⁴⁾が仮定したように, 混合距離は高濃度層内ではほぼ一定であるのに対し

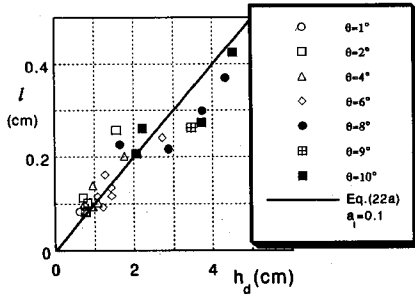


図-9 高濃度層内の混合距離と高濃度層厚との関係
(Case A~D)

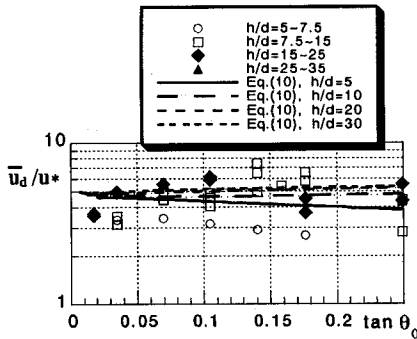


図-10 高濃度層内平均流速と水路勾配との関係
(Case A~D)

て、水流層では高濃度層から離れるに従い、大きくなるのが分かる。高濃度層内の混合距離についてその平均値を求め、粒子濃度や粒径に対してプロットすると、図は省略するが、それらの関連性は見られない。次に、層厚 h_d に対してプロットすると図-9となる。本実験の範囲内では、混合距離は層厚に対して増加することが分かる。これの物理的な解釈としては以下のように考えることができよう。

壁面乱流の考え方から類推すると、間隙水の混合運動を規定する壁面には移動粒子と河床とがある。したがって混合距離は、粒子間の間隙スケールとともに、河床からの距離にも依存することが考えられる。粒子濃度が大きい時は前者に、希薄な時は後者に規定され、本実験のような中間的な濃度では、その両者のスケールの効果が複合的に現れて来る。その結果、混合距離の層内平均値は層厚とともに大きくなるものと考えられる。

これらのことから混合距離は、大略

$0 \leq z \leq h_d$ では

$$l = a_1 h_d \quad (22a)$$

$h_d \leq z \leq h$ では

$$l = \kappa(z - h_d) + a_1 h_d \quad (22b)$$

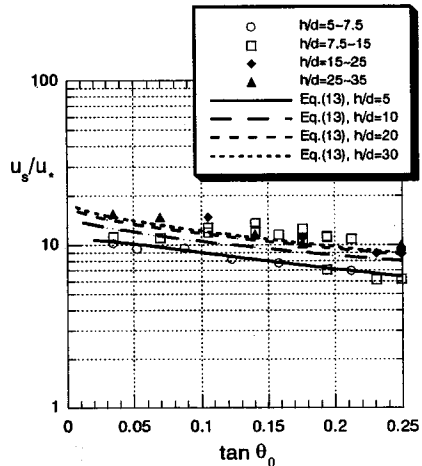


図-11 表面流速と水路勾配との関係(Case A~E)

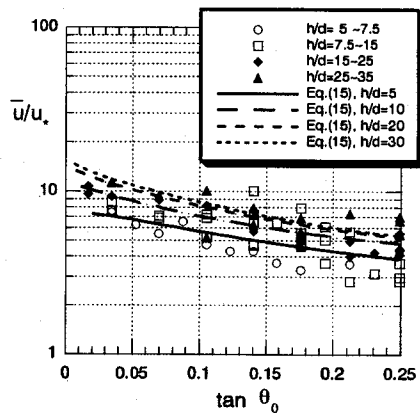


図-12 平均流速と水路勾配との関係(Case A~E)

と表わせる。ここに a_1 は比例定数で、 $a_1 = 0.1$ が最適である。 κ はカルマン定数で、 $\kappa = 0.4$ である。

高橋²⁾、江頭ら⁴⁾は、高濃度層における間隙水の混合距離は、単に、粒子間隙スケールに比例するものと仮定している。それによると、限界掃流力近傍においては濃度 $C_d \rightarrow 0$ となり、その結果、混合距離 $l \rightarrow \infty$ となる。すなわち掃流力が小さくなる領域では混合距離の評価は過大となり、さらには計算が不能となる。それに対して、式(22)は限界掃流力近傍においても計算が可能である。

4. 理論と実験との比較

流速分布について、式(9),(12)の計算結果と実験との比較を図-2に示す。ここに h_d/d の評価については式(18b)を、 C_d については式(4)をそれぞれ用い、粒子比重は $\sigma/\rho = 2.65$ 、堆積層濃度は $C_s = 0.6$ 、係数は

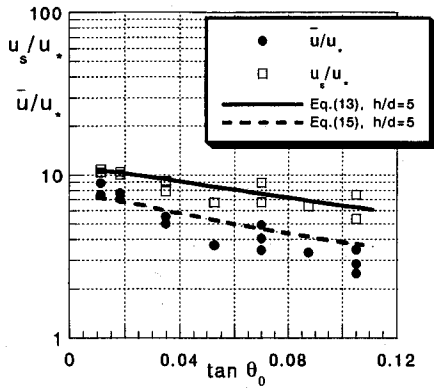


図-13 軽量骨材を用いた場合の表面流速および平均流速と水路勾配との関係(Case G)

$a = 2.5, a_1 = 0.1$ とおいた。

高濃度層内平均流速 \bar{u}_d について、式(10)を用いて計算した結果と実験との比較を図-10に示す。実験値には精度上の問題もありバラツキも大きいですが、理論計算は実験結果の傾向を概ね説明している。

表面流速の無次元量 u_s/u_* については式(13)を、流速係数 \bar{u}/u_* については式(15)をそれぞれ用いて行った計算結果と実験との比較を図-11,12に示す。また比重の異なる軽量骨材については図-13に示す。ここに比重は $\sigma/\rho = 1.59$ とした。

また輸送濃度について、式(16)の計算と実験との比較を図-5,6に示す。

いずれの計算も実験結果をよく説明しており、本理論は流速係数と流砂濃度を同時に説明できることが分かる。さらに、表面流速の無次元量 u_s/u_* も流速係数 \bar{u}/u_* も h/d に対しては増加し、 $\tan \theta_0$ に対しては減少することが理論的にも、実験的にも示される。

さて断面全体の平均濃度 \bar{C} と輸送濃度 C_T との比を式(17)から計算すると、図は省略するが、 \bar{C}/C_T は勾配とともに減少し、土石流発生限界勾配の $\theta_{dc} = 14^\circ$ においては当然、最小値1を示す。一方、粒子の移動限界勾配 θ_c 付近では最大となり、 $h/d = 5 \sim 30$ に対応して $\bar{C}/C_T = 1.6 \sim 2.9$ となる。

5. 流砂量式

高濃度層内の濃度 C_d および平均流速 \bar{u}_d を用いると、単位幅当りの流砂量は $q_s = C_d h_d \bar{u}_d$ となり、無次元流砂量式は

$$\frac{q_s}{\sqrt{sgd^3}} = \frac{\bar{u}_d}{u_*} \tau_*^{3/2} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \frac{1}{(\alpha - \tan \theta_0) \cos \theta_0} \quad (23)$$

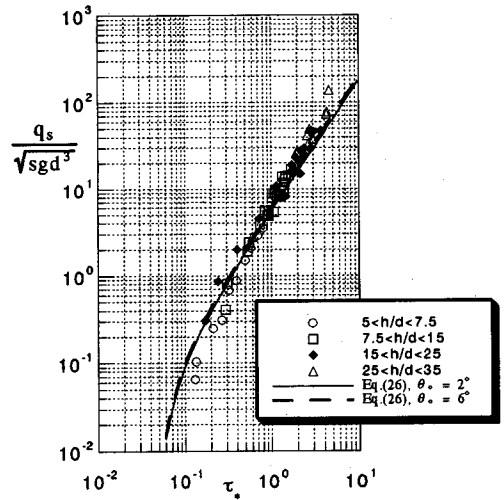


図-14 無次元流砂量と無次元掃流力との関係 (Case A~F)

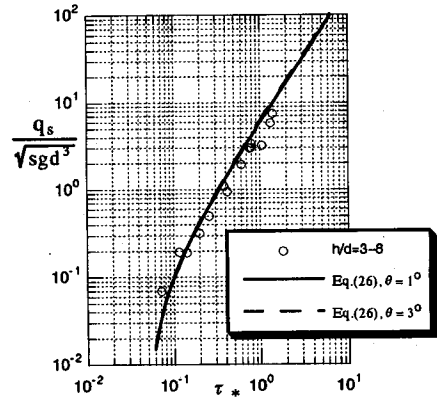


図-15 軽量骨材を用いた場合の無次元流砂量と無次元掃流力との関係(Case G)

となる。

水路勾配が土石流発生限界勾配 θ_{dc} 以上の急勾配となり、上部の水流層が消失する土石流領域においては、 $\bar{u}_d \rightarrow \bar{u}, \tau_{*d}/\tau_* \rightarrow 0$ となるので、上式は

$$\frac{q_s}{\sqrt{sgd^3}} = \frac{\bar{u}}{u_*} \tau_*^{3/2} \frac{1}{(\alpha - \tan \theta_0) \cos \theta_0} \quad (24)$$

となる。これは、土砂の輸送濃度の評価式として高橋の式⁹⁾を用いることでも得られる。

他方、緩勾配においては θ_0 が小さく、 $\alpha \gg \tan \theta_0, \cos \theta_0 \approx 1$ となるので、式(23)は

$$\frac{q_s}{\sqrt{sgd^3}} = \frac{1}{\alpha} \frac{\bar{u}_d}{u_*} \tau_*^{3/2} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \quad (25)$$

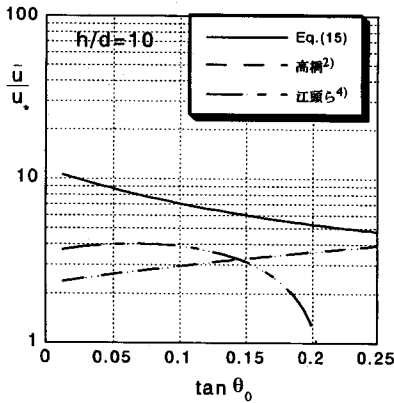


図-16 流速係数の比較

となる。これは、無次元掃流力 τ_* に関しては、椿¹⁾が示した掃流砂量式の一般形と同じである。また仕事の概念を用いて導かれたBagnold¹⁴⁾の掃流砂量式や、急勾配水路に対するSmart¹⁵⁾の流砂量の実験式とも同じ形式となっている。図-10などから、式(25)において $\frac{\bar{u}_d}{\alpha u_*} = 5.2 \sim 5.6$ となることが分かるが、一方、Bagnoldの式においては、それに相当する部分は水理条件などにより若干異なるが、約5.7となっている。したがって、式(25)はBagnoldの式にほぼ一致することが分かる。

以上のことから、式(23)は、緩勾配の掃流砂から急勾配の土石流の領域まで含めたより普遍的な流砂量式になっていることが理解される。

さて \bar{u}_d/u_* は h/d , C_d , η_d , σ/ρ の関数であるが、図-10から分かるように、平均的には $\bar{u}_d/u_* \approx 4.7$ とみなせる。これを式(23)に代入すると、流砂量の近似式

$$\frac{q_s}{\sqrt{sgd^3}} = 4.7 \tau_*^{3/2} \left(1 - \frac{\tau_* c}{\tau_*}\right) \frac{1}{(\alpha - \tan \theta_0) \cos \theta_0} \quad (26)$$

が得られる。近似式(26)と実験とを比較したものが図-14, 15である。式(26)においては勾配による差異はほとんどなく、無次元流砂量は無次元掃流力によってほぼ規定される。また、流砂量の評価式としては、自然砂にも人工の軽量骨材に対しても式(26)で十分であることが分かる。

なお、無次元掃流力 τ_* が小さくなると、 h/d が小さい場合には式(26)と実験値との間に若干の差異が見られる。これは式(26)において \bar{u}_d/u_* を過大に評価したためと考えられる。

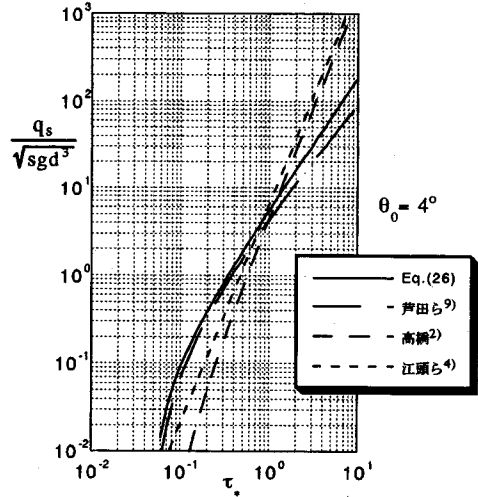


図-17 流砂量式の比較

6. 他の研究との比較

1章ですでに述べたように、掃流状集合流動に関する代表的な研究には、高橋²⁾、江頭・芦田・高濱・田野中⁴⁾の研究がある。さらに急勾配における掃流砂量については芦田・高橋・水山⁹⁾の研究などがある。図-16, 17は、流速係数と流砂量について彼らの提案式と本研究の式(15), (26)との比較を行ったものである。

流速係数については、高橋²⁾や江頭ら⁴⁾の式は本研究の結果とは明らかに異なっている。高橋²⁾の場合、勾配とともに増加し、江頭ら⁴⁾の式では土石流発生限界勾配付近において急激に減少して0に近づくことが分かる。

流砂量式についても、高橋²⁾や江頭ら⁴⁾の式は本研究の結果とは異なっている。高橋²⁾や江頭ら⁴⁾の無次元流砂量式は、掃流力の小さい領域では過少であるのに対して、掃流力の大きい領域では逆に過大となっている。一方、芦田・高橋・水山⁹⁾の式は本研究の式と同様な傾向を示すが、掃流力の大きい領域においては若干少ない見積もりとなっている。

本研究の抵抗則と流砂量則は、2個の基礎式から誘導された濃度・流速の評価式に基づいており、いづれの研究よりも実験結果を良く説明できることが分かる。なお、本研究では高濃度層内の濃度分布は簡単のため一様であると仮定しているが、厳密には橋本・椿・平野³⁾のように濃度分布が考慮されなければならない。

7. おわりに

掃流状集合流動を2層流としてモデル化し、下部の高濃度層については、流れ方向と垂直方向に対する二つの基礎式から高濃度層内平均濃度と流速分布を求めた。高濃度層厚については実験式を用いて評価した。一方、上部の水流層については流れ方向の力の釣り合い式より流速分布を求めた。それぞれの層について流速分布を積分し、平均流速を求めた。その結果、流速係数と輸送濃度について評価式を得た。これらの計算と実験結果との比較は良好であった。さらにその結果を基に流砂量式を導いた。この流砂量式は緩勾配の掃流砂領域から急勾配の土石流領域までを含めた広範囲な領域における流砂量式を示すことが分かった。最後に掃流砂の領域から掃流状集合流動の領域に対して、簡便な流砂量式を提案した。

謝辞：本研究に際して、実験やデータ整理などにおいて当時九州大学工学部生の金子泰利（現・五洋建設（株））、同大学院生の河野通斉（現・東京電力（株））、現九州大学大学院生の寺中孝司の各氏らには多くの助力を受けた。ここに記して感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 水山高久：土石流から掃流に変化する勾配での流砂量，新砂防，116号，1980。
- 2) 高橋 保：土石流の停止・堆積機構に関する研究 (3)，京都大学防災研究所年報，第25号B-2，1982。
- 3) 橋本晴行，椿東一郎，平野宗夫：土砂の掃流状集合流動について，第30回水理講演会論文集，1986。

- 4) 江頭進治，芦田和男，高濱淳一郎，田野中新：エネルギー散逸機構に基づく流砂モデル，京都大学防災研究所年報，第33号B-2，1990。
- 5) 江頭進治，芦田和男，高濱淳一郎，田野中新：連続体モデルに基づく流砂量式の誘導，水工学論文集，第35巻，1991。
- 6) 椿東一郎，橋本晴行，末司忠司：土石流における粒子間応力と流動特性，土木学会論文報告集，No.317，1982。
- 7) 芦田和男，道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，1972。
- 8) 高橋 保：土石流の発生と流動に関する研究，京都大学防災研究所年報，第20号B-2，1977。
- 9) 芦田和男，高橋 保，水山高久：山地河川の掃流砂量に関する研究，新砂防，107号，1978。
- 10) 辻本哲郎，細川透男：急勾配水路における礫の限界掃流力と流砂量，土木学会論文集，第411号/II-12，1989。
- 11) 関根正人，吉川秀夫：掃流砂の流送機構に関する研究，土木学会論文集，第351号/II-2，1984。
- 12) 後藤仁志，辻本哲郎，中川博次：流体・粒子相互作用系としての掃流層の数値解析，土木学会論文集No.485/II-26，1994。
- 13) 椿東一郎：水理学II，基礎土木工学全書，森北出版（株），1974。
- 14) Bagnold, R.A.: The flow of cohesionless grains in fluids, *Phil. Trans. Roy. Soc. A., London, Ser. A. Vol. 249*, 1956.
- 15) Smart, G.M.: Sediment Transport Formula For Steep Channels, *Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 110, HY.3*, 1984.

(1995.7.31 受付)

GRAVITY FLOW OF SEDIMENT-WATER MIXTURES IN A STEEP OPEN CHANNEL

Haruyuki HASHIMOTO and Muneo HIRANO

There occurs two-layer flow of sediment-water mixtures in an open channel with slopes of 0.087-0.176, when the coarser sand and gravel are used as sediment bed. This flow is composed of the upper layer with smaller concentration, which is almost clear water and the lower layer with larger concentration. This is an intermediate type of sediment transport between bed load and debris flow. The equations of velocity profile and average sediment concentration were obtained theoretically. The thickness of the lower layer was estimated experimentally. Integrating velocity profile yields average velocity and flux-averaged concentration. On the basis of these results sediment discharge formula was derived.