

# ジャイロダンパーによる 1自由度フラッタの制振

藤澤伸光

正会員 工博 NKK 基盤技術研究所 都市工学研究部 主幹研究員 (〒210 川崎市川崎区南渡田町)

ジャイロモーメントを利用した制振装置による1自由度フラッターの制御について検討した。ルースの安定判別式を利用して系の安定性を調べ、制振装置の最適パラメータを導いた。また、TMDの動作と比較検討し、ジャイロ効果によって相対的に小さな付加質量で大きな制振効果が得られることなどを明らかにした。さらに、実際の設計において重要となる制振装置の応答振幅や振動数など、ジャイロダンパーを設けた系全体の応答挙動をも明らかにした。

**Key Words:** gyroscopic damper, optimal parameter, torsional flutter, vibration control

## 1. まえがき

近年、風などによる建造物の振動を機械式のダンパーで抑制する例が増している。Tuned Mass Damper (以下、TMDと略記)、Tuned Liquid Damper などのパッシブ型の使用例が多いが、アクティブダンパーも既に実用化されている。これらのほとんどは、発現する振動を強制振動と解釈して設計されており、自励振動であるフラッタの制振に関する研究は少ない。

一般に、橋桁などに生じるフラッタの不安定性は極めて強いから、適切な形状を選択して空気力学的に安定化を図るのが理想的と考えられる。しかしながら、フラッタ特性が他の空力振動、たとえば渦励振に対する特性とトレードオフの関係にあったり、構造的な制約から形状選択の自由度を制限されるなど、十分な安定性を得ることが難しい場合も少なくない。このような場合には、選択肢のひとつとして機械式ダンパーの補助的使用も考えられてよいであろう。そのためには、機械式ダンパーによる自励振動の制振についての十分な知見が必要となる。

池田らは、自励振動系に対するTMDの効果を調べ、最適設計パラメータを与えている<sup>1)</sup>。また、山田らは、主系に自励力が作用する場合のモードの変化や、複数のTMDを設置した場合の効果について、検討している<sup>2)</sup>、<sup>3)</sup>。一方、高速回転体に作用するジャイロ・モーメントを利用したGyroscopic Damper (以下、GDと略記)のフラッタ制振への適用に関しては、伊藤らの研究<sup>4)</sup>、<sup>5)</sup>、<sup>6)</sup>があり、制振効果があることが認め

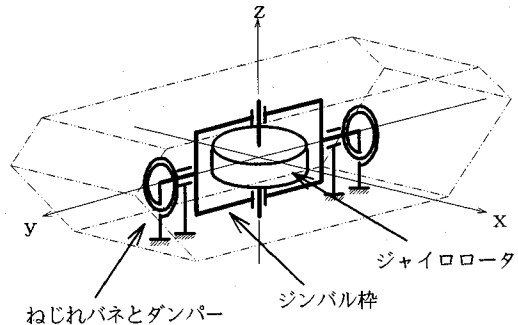


図-1 ジャイロダンパーの構造

られているが、設計パラメータの影響などの詳細は明らかにされていない。

GDに関する最近の研究によれば<sup>7)</sup>、強制振動の制振に関しては、TMDに比べて相対的に小さな重量で十分な制振効果が得られており、自励振動に対しても有効であることが期待される。そこで、本研究では、自励振動を対象にパッシブ型のGDの制振効果を解析し、最適設計パラメータを検討する。また、ダンパー振幅や必要重量など、実用上重要なパラメータを勘案しながら、TMDの動作と比較検討する。

## 2. ジャイロダンパーの概略構造

橋桁のねじれフラッタの制振を想定して、図-1に示した構造のGDを考える。鉛直軸(z)周りに高速で回転するロータをジンバル枠で支持し、このジンバル

枠を橋軸(x)に直角な水平軸(y)周りに回転できるように支持する。ジンバルの回転軸(y)周りには、ジンバルの位置を保持するためのねじりバネと、エネルギー吸収用ダンパーを設ける。

橋桁にねじり振動が生じると、ロータもx軸周りに回転するため、y軸周りにジャイロモーメントが生じる。このモーメントによってジンバルがy軸周りに回転し、このy軸周りの回転によるx軸周りのジャイロモーメントがロータ、したがって橋桁に作用して制振作用が生じる。

### 3. ジャイロダンパーの制振効果

#### (1)特性方程式と設計パラメータ

単位長さの橋桁に、ねじれの1自由度の運動だけが許されている単純なモデルを考える。GD設置による橋桁の極慣性モーメントの増加を無視し、さらにダンパー系(以下、副系)の角変位は十分小さいとして線形化すれば、次の運動方程式を得る。

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\theta}_1 + C_1 \dot{\theta}_1 + K_1 \theta_1 - \Omega J \dot{\theta}_2 &= 0 \\ I_2 \ddot{\theta}_2 + C_2 \dot{\theta}_2 + K_2 \theta_2 + \Omega J \dot{\theta}_1 &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 $\theta_1$ 、 $I_1$ 、 $C_1$ および $K_1$ は、主系のx軸周りのねじれ変位、極慣性モーメント、ねじれの減衰係数およびバネ係数、 $\theta_2$ 、 $I_2$ 、 $C_2$ および $K_2$ は、副系のy軸周りの回転変位、極慣性モーメント、ジンバル位置保持用ダンパーおよびバネの減衰係数とバネ係数である。ここで、 $I_2$ は、ローター本体の極慣性モーメントだけでなく、ジンバル枠やロータに回転を与えるための機構など、y軸周りに回転する全ての副系の要素の極慣性モーメントの総和である。また、 $\Omega$ 、 $J$ は、ジャイロローターの回転角速度およびz軸周りの極慣性モーメントである。

$$\begin{aligned} C_1/I_1 = 2h_1\omega_1 \quad K_1/I_1 = \omega_1^2 \quad i = 1, 2 \\ \mu = I_2/I_1 \quad q = \Omega J/\omega_2 I_2 \end{aligned} \quad (2)$$

とにおいて、式(1)を次のように書き直す。

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_1 + 2h_1\omega_1 \dot{\theta}_1 + \omega_1^2 \theta_1 - \mu \cdot q \omega_2 \dot{\theta}_2 &= 0 \\ \ddot{\theta}_2 + 2h_2\omega_2 \dot{\theta}_2 + \omega_2^2 \theta_2 + q \omega_2 \dot{\theta}_1 &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

副系と主系の極慣性モーメントの比 $\mu$ を、以下、便宜的に質量比と呼ぶことにする。無次元パラメータ $q$ は、ジャイロモーメントの作用を表すものであるが、式の形から、減衰比と同様な意味を持つものと言える。

式(3)の解として

$$\theta_i = \bar{\theta}_i e^{i\lambda t} \quad i = 1, 2 \quad (4)$$

を仮定すれば、次の振動数方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} \lambda^2 + 2h_1\omega_1\lambda + \omega_1^2 & -\mu q \omega_2 \lambda \\ q \omega_2 \lambda & \lambda^2 + 2h_2\omega_2\lambda + \omega_2^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \bar{\theta}_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (5)$$

式(5)を、次のように無次元化する。

$$\begin{bmatrix} \hat{\lambda}^2 + 2h_1\hat{\lambda} + 1 & -\mu q \kappa \hat{\lambda} \\ q \kappa \hat{\lambda} & \hat{\lambda}^2 + 2h_2\kappa \hat{\lambda} + \kappa^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \bar{\theta}_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (6)$$

$$\text{ここに } \kappa = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad \hat{\lambda} = \frac{\lambda}{\omega_1}$$

上式中のパラメータの中、 $h_1$ は制御対象、すなわち主系に働く負の減衰比であり設計条件として与えられるから、ダンパーの設計パラメータは残りの4個である。この中、 $\mu$ と $q$ は、ダンパーの規模に関するパラメータであり、製作の難易や費用などに直接影響するから、一般には、要求される制振性能と構造的、経済的制約などを勘案して定めることになろう。これに対して、振動数比 $\kappa$ と副系の減衰比 $h_2$ は、かなり自由に設定可能と考えられる。

数値的検討を容易にするために、若干の仮定を行う。ロータとして半径 $R$ 、厚さ $d$ の等厚円盤を考える。質量密度を $\gamma$ とすると、ロータのz軸周りの極慣性モーメントは

$$J = \gamma d \frac{\pi R^4}{2} \quad (7)$$

である。半径に比べて厚さが充分小さいとすれば、この円盤のy軸周りの慣性は $\gamma d \pi R^4/4$ であり、 $J$ の半分となる。前述の通り、副系の慣性 $I_2$ にはジンバル枠などの慣性が加わるが、ここでは、この付加慣性はロータ自身の慣性と同程度と考え、 $I_2 = J$ と仮定する。また、ロータの回転数に関しては、設計、製作、維持管理などの便を考え、100rpm程度の低速回転を想定する。TMDの理論最適値から類推して、 $\omega_2$ は $\omega_1$ に近いと考えられる。中央径間2000m以上の吊橋を対象とすると、ねじれの最低次の固有振動数のオーダーは0.1Hz程度と考えられるから、ローターの回転角速度と副系の固有角振動数の比は

$$\frac{\Omega}{\omega_2} = \frac{2\pi \times 100/60}{2\pi \times 0.1} \approx 17 \quad (8)$$

程度となる。よって、ジャイロ作用を表す無次元パラメータについては、ひとまず $q=20$ と仮定する。 $q$ を変化させた場合のGDの特性については後に触れるが、本章では、上述の仮定を用いて、残りの3個の設計パラメータ $\mu$ 、 $h_2$ および $\kappa$ について詳細に検討することとする。

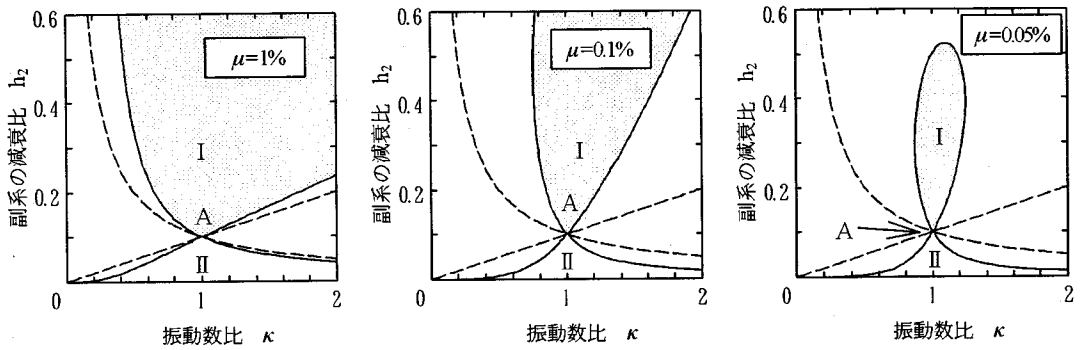


図-2 GDを設置した系の安定領域 ( $h_1=-0.1$ )

## (2) 制振効果に及ぼすパラメータの影響

文献<sup>1)</sup>に倣って、主系の減衰比 $h_1$ に負の値を与え、系全体の安定性を調べる。橋桁などのフラッタでは、減衰だけでなく、空力剛性の作用で主系の固有振動数も変化する。この振動数変化は、当然、以下に述べるGDの制振効果にも影響を及ぼすことになるが、空力剛性を一般的にモデル化することは難しいため、本研究では、その影響を無視することにした。式(5)あるいは式(6)を状態方程式表示し、パラメータに具体的な値を与えて固有値を求めれば安定性を判断できるが、系が安定となる条件などを細かく調べるためには、Routhの安定判別式を利用する方が便利である。そのために、式(6)中の行列を展開すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}^4 + a_3 \hat{\lambda}^3 + a_2 \hat{\lambda}^2 + a_1 \hat{\lambda} + a_0 &= 0 \\ a_3 &= 2h_1 + 2h_2\kappa \\ a_2 &= 1 + 4h_1 h_2 \kappa + \kappa^2 + \mu \cdot (q\kappa)^2 \\ a_1 &= 2h_1 \kappa^2 + 2h_2 \kappa \\ a_0 &= \kappa^2 \end{aligned} \quad (9)$$

系が安定であるためには、式(9)の全ての実根および複素根の実部が負でなければならない。そのための必要十分条件は、係数 $a_3 \sim a_0$ が正であり、かつ

$F(h_1, h_2, q, \kappa, \mu) = a_3 a_2 a_1 - a_1^2 - a_3^2 a_0 > 0$  (10) が満たされることである。明らかに係数 $a_0$ は常に正である。また、 $\kappa=1$ であれば、 $\mu$ が極端に小さく、かつ $h_1, h_2$ の絶対値が極端に大きい場合を除けば、係数 $a_2$ も正となる。実際、設計パラメータを後述の最適値付近に選べば、この条件は満たされる。よって、問題は判別式 $F$ 、および係数 $a_1, a_3$ の符号となる。

初めに、質量比 $\mu$ が一定の場合の系の安定性を考察する。図-2は、主系の負の減衰比が $h_1=-0.1$ である場合に、GDを設けた系全体が安定となる条件を示したものである。図の横軸は副系と主系の振動数比 $\kappa$ 、

縦軸は副系の減衰比 $h_2$ であり、実線は判別式 $F=0$ を、2本の破線は、各々、 $a_1=0$ および $a_3=0$ を表す。式(9)より、 $a_1=0$ と $a_3=0$ の交点の座標は、 $\kappa=1$ および $h_2=-h_1$ で与えられる。この時、 $F=0$ となることは、式(10)から自明であるから、図中の曲線は、全て上記の点を通ることが分かる。この点を、以下、点Aと呼ぶ。点Aは、判別式 $F$ の鞍点であり、 $F$ はAの上側(領域I)と下側(領域II)で正值、左右では負値をとる。 $F>0$ なる条件を満たす2つの領域の中、領域IIでは、係数 $a_1, a_3$ が正という条件が満たされない。よって、GDを設けた系が安定となる範囲は、領域Iの内部である。

図-2の $\mu=0.05\%$ のケースから分かるように、系が安定となる領域Iは閉領域であるが、この領域は質量比 $\mu$ の増加とともに急激に拡大する。副系の減衰比 $h_2$ が現実的な値、たとえば0.5程度以下の値をとる場合、 $\mu$ の増加とともに領域Iの境界は、 $a_1=0$ および $a_3=0$ なる線に漸近する。これは $\mu$ の増加とともに、 $a_3 \sim a_0$ の4個の係数の中で $a_2$ の大きさが卓越し、 $F$ の符号が式(10)の第1項だけで、ほぼ定まるようになるためである。

最小の $h_2$ で系を安定化できるという意味で、点Aは最適設計点である。逆に、 $h_2$ が与えられている場合には、振動数比をこの点に設定することによって、安定化可能な主系負減衰の絶対値を最大にできると考えてもよい。すなわち、1自由度の自励振動に対してGDを用いる場合、振動数比の最適値は1である。

$$\kappa_{opt} = 1 \quad (11)$$

この時、点Aの近傍では

$$h_2 > -h_1 \quad (12)$$

であれば系が安定となることは、図-2から直ちに分かる。一方、式(10)に $\kappa=1$ を代入すると、

$$(h_1 + h_2)^2 (4h_1 h_2 + \mu q^2) > 0 \quad (13)$$

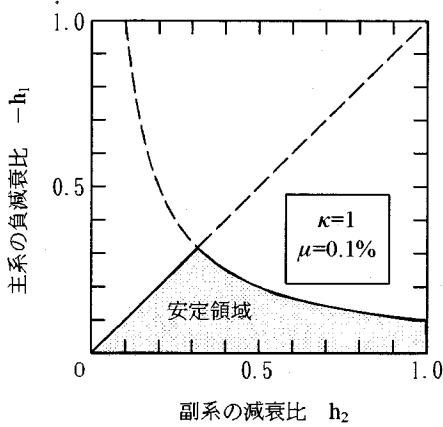


図-3  $\kappa$ が一定の場合の安定領域

となり、次式を得る。

$$h_2 < -\frac{\mu q^2}{4h_1} \quad (14)$$

上式は、系を安定化できる $h_2$ の値に上限があることを示すものであり、前述の領域Iが閉領域であることに対応する。式(12)および(14)より、 $\kappa=1$ の場合に系が安定である条件として、最終的に次式を得る。

$$-h_1 < h_2 < -\frac{\mu q^2}{4h_1} \quad (15)$$

上式を満たす $h_2$ が存在するためには

$$4h_1^2 < \mu q^2 \quad (16)$$

でなければならない。式(16)は、主系に加わる負減衰 $-h_1$ が与えられた時に、系を安定化するために必要な最小質量比を示している。質量比が過小で式(16)が満たされない場合には、 $h_2$ に如何なる値を与えても系を安定化することはできない。

さて、式(16)が満たされている場合、 $h_2$ は式(15)を満たす範囲内にあればよいわけであるが、この範囲の中で、どこに値を設定するのが合理的であろうか。下限である $-h_1$ より大きな $h_2$ を用いた場合、安定領域の上限を越えない限り、系の安定性という意味では問題ない。しかし、設計条件として $-h_1$ までの負減衰に対して安定であることが求められているとすれば、この限界を越えた分は過剰性能であるとも言えよう。この過剰の発生は、式(15)、(16)から明らかのように、質量比が必要以上に大きいことに起因しているわけであり、結局、 $h_2$ の上限と下限が一致するように質量比を定めるのが適当であると結論される。すなわち、ジャイロ効果の項を含め、最適質量比は

$$(\mu q^2)_{\text{opt}} = 4h_1^2 \quad (17)$$

で与えられる。この時、図-2の安定領域は点Aの1

点だけとなり、副系に与えるべき減衰比は

$$h_2 = -h_1 = -\frac{\mu q^2}{4h_1} \quad (18)$$

となる。

以上の設計パラメータに関し、別の観点から考察してみる。実際の設計では、主系に作用する負の減衰比 $h_1$ の推定に当たって、一定の余裕を見込むであろう。したがって、実際には $h_2 = -h_1$ ではなく、 $h_2 > -h_1$ なる条件で使用されると考えるべきである。そこで、 $\kappa$ を一定として、 $h_2 \neq -h_1$ の場合の系の安定性を調べてみる。なお、 $\kappa$ は最適値、すなわち $\kappa=1$ とする。この時の安定条件は、式(13)および $h_1 + h_2 > 0$ である。質量比 $\mu=0.1\%$ の場合の結果を図-3に示す。図の縦軸は主系の負の減衰比 $-h_1$ 、横軸は副系の減衰 $h_2$ である。原点を通る勾配1の直線が $h_1 + h_2 > 0$ なる条件の限界、右下りの曲線が式(13)で表される条件の限界を示す。前者は質量比によらず一定であるが、後者は質量比の増加とともに右上方向に移動する。図示した通り、両者の交点の下側の概略3角形をなす領域の内側が安定領域である。したがって、質量比の増加とともに安定領域は拡大する。

逆に質量比 $\mu$ が一定の場合、上記の交点は、系が安定という条件下での $-h_1$ の最大値を与える。すなわち、他の条件を一定として副系の減衰比 $h_2$ を変化させる場合、 $h_2$ をこの値とすれば、GDの制振能力は最大となる。その意味で、この交点は $h_2$ の最適値である。

$$h_{2,\text{opt}} = \frac{1}{2} q \sqrt{\mu} \quad (19)$$

上式は式(18)と等価である。現実の設計では、種々の制約条件からダンパーの規模、すなわち質量比が先に決定されることも多い。与えられた質量比の下でダンパーの制振能力が最大になるように設計パラメータを決定するとすれば、式(19)の方が有用である。この時、系が安定であるための主系の負減衰の限界が

$$-h_{1,\text{cr}} = h_{2,\text{opt}} \quad (20)$$

で与えられることは言うまでもない。

### (3) TMDとの比較

強制振動に対する制振装置として大型構造物に多くの適用実績をもつTMDは、自励振動に対しても有効である。GDと同様に、橋桁のねじれフラッタを想定し、橋軸(x)回りに回転可能な付加質量を持つ回転型のTMDを考える。運動方程式は並進運動型の場合と変わるところはなく、次式で表される。

$$I_1 \ddot{\theta}_1 + (C_1 + C_2) \dot{\theta}_1 + (K_1 + K_2) \theta_1 - C_2 \dot{\theta}_2 - K_2 \theta_2 = 0 \quad (21)$$

$$I_2 \ddot{\theta}_2 + C_2 \dot{\theta}_2 + K_2 \theta_2 - C_2 \dot{\theta}_1 - K_2 \theta_1 = 0$$

ここに、各記号の意味はGDの場合の式(3)に準じるものとし、 $\theta_2$ 、 $I_2$ は付加質量のx軸周りの運動に関する量、 $C_2$ 、 $K_2$ は主系と付加質量の間に挿入されるねじれのダンパーおよびバネの係数と読み替えるものとする。GDの場合と同様な無次元パラメータを導入し、式(4)の指数型の解を仮定すれば、次の振動数方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} \lambda^2 + (2h_1\omega_1 + \mu \cdot 2h_2\omega_2)\lambda & -\mu \cdot 2h_2\omega_2\lambda \\ +\omega_1^2 + \mu\omega_2^2 & -\mu\omega_2^2 \\ -2h_2\omega_2\lambda - \omega_2^2 & \lambda^2 + 2h_2\omega_2\lambda \\ & +\omega_2^2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (22)$$

池田らは、上式で表される系において主系減衰比 $h_1$ が負の場合の安定性を調べ、1自由度自励振動を制振する場合のTMDの最適設計パラメータを与えている。文献1)での表記法は本研究と若干異なるので、ここでは本研究での表記に合わせて、結果のみ引用する。副系と主系の質量比を $\mu$ とすると、最適振動数比 $\kappa_{opt}$ 、副系の最適減衰比 $h_{2,opt}$ は次式で与えられる。

$$\kappa_{opt} = \sqrt{\frac{1}{1+\mu}} \quad h_{2,opt} = \frac{1}{2} \sqrt{\mu\kappa} \quad (23)$$

この時、主系の負減衰の絶対値が次式で示される限界値 $-h_{1,cr}$ より小さければ、TMDを付した系は安定である。

$$-h_{1,cr} = \frac{h_{2,opt}}{\kappa} \quad (24)$$

一般に $\mu \ll 1$ であることを考慮すれば、 $\kappa \approx 1$ となるから、最適振動数比、副系の最適減衰比と主系の限界負減衰の関係に関しては、GDとTMDの最適設計パラメータは酷似していると言える。しかしながら、式(19)と式(23)を比較すれば、想定する限界負減衰量が同一の場合、安定化に必要な質量比には大きな差があることが容易に分かる。すなわち、GDの場合、ジャイロ作用を表すパラメータ $q$ を1より大きくすることによって質量比の軽減が可能であり、この点がGDの大きな特徴である。

#### 4. ダンパーの振幅と吸収エネルギー

GDによるフラッタ安定化メカニズムを考察するために、系が角振動数 $\omega$ で調和振動している時に、式(1)の各項が振動の1周期になす仕事を考える。式(1)の第1式および第2式の第4項が表すモーメントが振動1周期になす仕事の絶対値 $E$ は、いずれも

$$E = \Omega J \int_0^{2\pi/\omega} \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 dt \quad (25)$$

であり、かつ符号が逆であるから、 $\theta_2$ と $\theta_1$ の複素振幅比(振動モード)によらず、これらの項がなす仕事は互いに相殺する。したがって、第1式第2項で表される主系負減衰によって系が吸収するエネルギー $E_1$ と、第2式第2項で表される副系の減衰によって系から散逸するエネルギー $E_2$ を考えればよい。

式(5)に前述の最適設計パラメータを代入すると、次の振動数方程式を得る。

$$(\lambda^2 + \omega_1^2)^2 = 0 \quad (26)$$

すなわち、最適GDを設けた系は

$$\lambda = \pm i \cdot \omega_1 \quad (27)$$

なる重根を持つ。これを再び式(5)に代入すると、 $\theta_2$ と $\theta_1$ の複素振幅の比が次のように得られる。

$$\frac{\bar{\theta}_2}{\bar{\theta}_1} = -\frac{1}{\sqrt{\mu}} \quad (28)$$

すなわち、副系の振動は主系と逆相であり、振幅の絶対値は主系の $1/\mu^{1/2}$ 倍である。固有振動数、すなわち $\omega = \omega_1 = \omega_2$ において主系負減衰および副系減衰のなす仕事を考える。

$$\begin{aligned} E_1 &= C_1 \int_0^{2\pi/\omega} \dot{\theta}_1^2 dt = C_1 \bar{\theta}_1^2 \pi \omega \\ &= I_1 \cdot 2h_1 \omega_1 \bar{\theta}_1^2 \pi \omega = I_1 \cdot 2h_1 \pi \omega^2 \bar{\theta}_1^2 \end{aligned} \quad (29)$$

$E_2 = I_2 \cdot 2h_2 \omega_2 \bar{\theta}_2^2 \pi \omega = \mu I_1 \cdot 2h_2 \pi \omega^2 \bar{\theta}_2^2$   
式(28)、(29)より $-h_1 < h_2$ であれば、負減衰による吸収エネルギーよりも副系の減衰による散逸エネルギーの方が大きい。また、 $-h_1 = h_2$ 、すなわち平衡状態では、主系振幅の $1/\mu^{1/2}$ 倍の応答が副系に生じることによって、小さな減衰係数のダンパーで大きなエネルギーを散逸させていることが分かる。

TMDに関しても、同様に最適設計パラメータを代入すると、次の振動数方程式を得る。

$$\{(1+\mu)\lambda^2 + \omega_1^2\}(\lambda^2 + \omega_1^2) = 0 \quad (30)$$

よって

$$\lambda = \pm i \cdot \omega_1 \text{ および } \pm i \sqrt{\frac{1}{1+\mu}} \omega_1 \quad (31)$$

$\mu \ll 1$ を考慮すれば、これらは重根に近い根と言える。

これらの根に対する複素振幅比は次のようになり、当然ながら、両モードは似た形となる。

$$\frac{\bar{\theta}_2}{\bar{\theta}_1} = -\frac{1}{\sqrt{\mu}}i \text{ および } 1 - \sqrt{\frac{1+\mu}{\mu}} \quad (32)$$

第1モードの振幅比の絶対値はGDの場合と全く同じであるが、 $\theta_2$ と $\theta_1$ の位相差が $90^\circ$ となっている点がGDと異なる。

第1モードについて、GDの場合と同様に、式(21)の第1式および第2式の第2項のなす仕事を求めると

$$E_1 = I_1(2h_1\omega_1 + \mu \cdot 2h_2\omega_2)\bar{\theta}_1^2\pi\omega \quad (33)$$

$$E_2 = \mu I_1 \cdot 2h_2\omega_2\bar{\theta}_2^2\pi\omega$$

最適パラメータの条件

$$\omega = \omega_1 \quad \omega_2 = \sqrt{1/(1+\mu)} \quad (34)$$

$$h_2 = \frac{1}{2}\sqrt{\mu/(1+\mu)} \quad h_1 = -\frac{1}{2}\sqrt{\mu}$$

を代入すると

$$E_1 = -I_1 \frac{\sqrt{\mu}}{1+\mu} \omega_1^2 \pi \bar{\theta}_1^2 \quad (35)$$

$$E_2 = \mu I_1 \cdot \frac{\sqrt{\mu}}{1+\mu} \omega_1^2 \pi \bar{\theta}_2^2$$

となって、GDの場合と同様に、副系の振幅が主系振幅の $1/\mu^{1/2}$ 倍になることによって、小さな減衰係数で大きなエネルギーを吸収していることが分かる。第2モードにおける挙動も定性的には同様であるが、第2モードの場合は連成項、すなわち式(22)の非対角項の仕事を考慮しなければ、全体のエネルギー収支が完全には0とまらない。

以上から、副系の振幅が主系振幅の $1/\mu^{1/2}$ 倍となることによって、小さな減衰係数のダンパー（主系負減衰の $\mu$ 倍）で大きなエネルギーを吸収するというメカニズムは、GD、TMDとも変わらないものと結論される。ただし、副系に必要な応答を発生させるメカニズムは異なっており、この相違が応答的には主系と副系の位相差として現れる。なお、エネルギー吸収メカニズムに関しては特にジャイロ効果の寄与はないから、 $q$ を利用して小さな質量比を用いた場合、副系の振幅は増大する。すなわち、ジャイロモーメントは制振効果自身を増すものではなく、小さな質量の副系に十分な大きな振幅の応答を発生させるものであり、ジャイロ効果を有効に利用するためには、副系の許容振幅（厳密には主系に対する振幅比）を十分大きくすることが望ましい。

副系の振幅比の制限などから、質量比が先に決定されている場合は、式(17)を用いて、必要な制振効果が

得られるように $q$ を定めればよい。質量比によって最大制振能力が自動的に定まるTMDと異なって、 $\mu$ および $q$ の2個の設計パラメータを有することもGDの特徴のひとつであり、相対的に設計の自由度が大きいとも言える。

## 5. GDを設けた系の応答挙動

前章まで、系の安定性という観点からGDを設けた系の特性を解析してきたが、GDによるフラッタ制振の実用性を検討するためには、GDを設けた系に負減衰が作用した場合の系全体の応答挙動を把握しておく必要がある。周知の通り、ほとんどの空力振動現象は無次元風速に支配されるから、応答振動数の問題は特に重要である。

ここでは、設計パラメータを変えた幾つかのケースについて、主系に作用する負減衰量を変化させた場合の系の応答を調べた結果を述べる。なお、系の設計パラメータが最適値と異なる場合、解析的求解は必ずしも容易でないので、ここでは、数値的に固有値および固有ベクトルを求めた。解析したケースの設計パラメータを表-1にまとめて示す。各ケースの意味は次の通りである。

- ケース1： 主系に作用する負の減衰比を $-h_1=0.1$ と想定し、設計パラメータを最適値にセットした場合。
- ケース2： 同じく $-h_1=0.1$ として、副系の応答振幅を減じるために質量比だけを単純に最適値の10倍、すなわち $\mu=0.001$ とした場合。
- ケース3： 同様に質量比 $\mu=0.001$ とし、副系の減衰比を、式(19)に示した、この質量比に対する最適値とした場合。

図-4に、これらの各ケースにおける応答諸特性をまとめて示す。図中、横軸はすべて主系に作用する負の減衰比 $-h_1$ であり、左側の列の図は応答の減衰比を、中央の図は固有振動数 $\omega_1=\omega_2$ に対する応答振動数の比を、右側の図は副系と主系の振幅比を示す。なお、以下では、便宜的に、振動数の低いモードを第1モード、高いモードを第2モードと呼ぶ。これらは、図中では、各々、実線および破線で示されている。

パラメータを最適値にセットしたケース1の減衰比について見ると、主系の負減衰 $-h_1$ が設計想定値0.1より小さい範囲では、両モードの減衰比は全く同じ値を取る。当然ながら減衰比は正であり、系は安定である。なお、この領域では $-h_1$ の増加とともに減衰比は直線的に低下し、設計値 $-h_1=0.1$ において0となる。

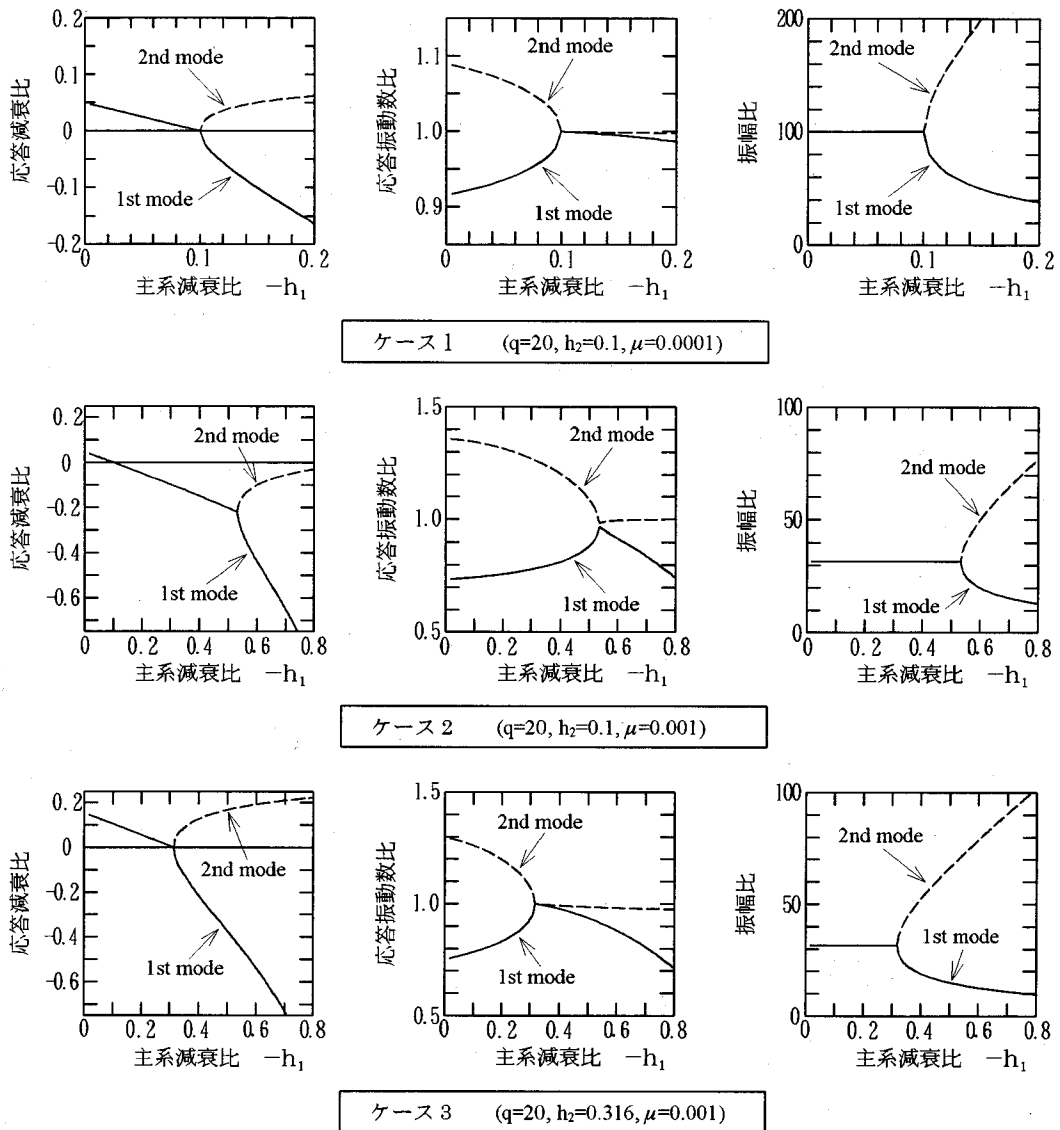


図-4 GDを設置した系の応答

$-h_1$ が設計値を越えた場合も第2モードは安定であるが、第1モードは急激に不安定化する。振幅比の図によれば、 $-h_1$ が設計値より小さい範囲では振幅比は一定であるが、設計値を越えると、第1モードにおける副系振幅が急激に低下する。この副系振幅の低下によるエネルギー散逸能力の減少が、不安定化の原因である。振動数について見ると、両モードの振動数が一致して重根となるのは $-h_1$ が設計値と一致する場合だけである。この時の応答振動数比は1であるが、一般に

は、第1モードの応答振動数比は1以下であり、応答振動数が主系の固有振動数 $\omega_1$ より低下することを示している。

質量比を増加させたケース2および3の場合も、応答特性を表す曲線の定性的傾向は変わらない。振幅比はケース1の場合の約3割となっており、前述の解析通りの応答を示している。また、ケース2および3では、第1モードの応答振動数の低下がケース1の場合の約3倍と大きくなっている。すなわち、質量比の増

表-1 パラメータ設定値

	q	h <sub>2</sub>	μ
ケース1	20	0.1	$\frac{4h_2^2}{q^2} = 0.0001$
ケース2	20	0.1	0.001
ケース3	20	$\frac{q\sqrt{\mu}}{2} = 0.316$	0.001

加は副系振幅を減少させる効果を有するが、同時に、応答振動数をも低下させる。

ケース2と3の大きな相違は、安定化が可能な主系負減衰の範囲にある。すなわち、h<sub>2</sub>=0.1としたケース2では、系が安定であるための-h<sub>1</sub>の上限は0.1に止まっているが、h<sub>2</sub>を式(19)から計算される値としたケース3では、-h<sub>1</sub>=0.3強まで安定化される。その理由は、図-3から自明であろう。想定する主系負減衰が-h<sub>1</sub>=0.1であれば、ケース2で十分な制振能力を有するものと言えるが、大きめの質量比を用いた効果を十分に活かすためにh<sub>2</sub>を増して制振能力に余裕を持たせることも考えられるであろう。これは、既述の式(15)で表される許容範囲の中で、h<sub>2</sub>をどのように選ぶかという問題であり、コスト等も含めて、工学的に判断されるべき事項である。

以上では、設計パラメータを最適値にセットした場合と、それより質量比を増した場合について検討した。振動数方程式(9)の形から明らかなように、μの変化とqの変化は特性根に同じ影響を及ぼすから、質量比μを増加させる代わりにジャイロ効果qを増した場合も、減衰比と応答振動数比に関しては、ケース2あるいは3と同様な結果が得られる。ただし、前述のように、qを増しても副系の振幅を低減させる効果はないから、応答振動数の低下という好ましくない結果を招くだけであり、結局、必要以上にqを増すことにはメリットがないと言える。

以上のように、GDは系を安定化する作用を持つと同時に、応答振動数を低下させる特性も持つ。僅か0.01%という小さな質量比の場合(ケース1)でさえ、振動数の低下率は1割弱に達するから、一般にGDを設けた系の耐風安定性の検討にあたっては、この点に十分注意が必要と言える。

## 6. GDを設けた系のフラッタ特性

上記のようにGDは応答振動数を低下させるが、本

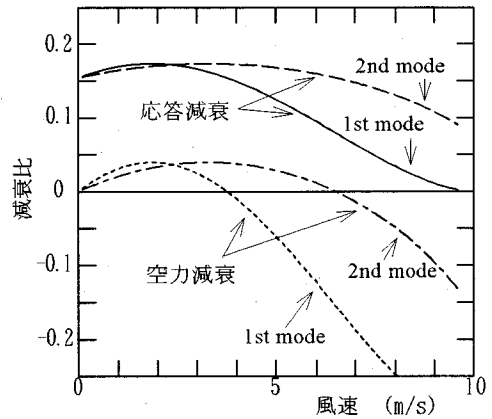


図-5 風速変化に伴う減衰変化

研究で扱っている1自由度フラッタに関する限り、この応答振動数低下が直ちに発振風速の低下をもたらすとは限らない。応答振動数の低下によって系に作用する空力減衰が負に転じる風速は明らかに低下する。しかし、主系に作用する負減衰が限界値を越えるまでは、系は安定でありフラッタは生じない。風速の増加とともに空力負減衰が増加すれば応答振動数も増加し、負減衰が限界点に達する風速では応答振動数比は1となる。すなわち、ある空力負減衰量を想定して設計されたGDは、その負減衰が現れる最低の風速まで系を安定化し、かつ限界の風速においては、GDによる振動数の低下は生じない。

例として、無次元風速V<sub>r</sub>=5で減衰が負となり、V<sub>r</sub>=10でh<sub>1</sub>=-0.316に達するような空力負減衰モデルを考える。

$$h_1 = -\frac{0.316}{50} V_r (V_r - 5) \quad (36)$$

$$V_r = \frac{V}{B\omega}$$

ここに、Vは風速、Bは構造物の代表長、ωは応答角振動数である。本研究では空力剛性の影響を考えていないから、GDのない系ではω≈ω<sub>1</sub>となる。ここで、簡単のために、ω<sub>1</sub>=1 rad/s、B=1 mと仮定しても、問題の一般性は失われない。したがって、V<sub>r</sub>=Vとなり、GDがない場合、風速V=5 m/sで減衰が負となってフラッタが発生する。

式(36)のh<sub>1</sub>を式(5)、あるいは(6)に代入して、固有値を求めれば、GDを設けた場合の応答が得られる。ただし、この場合、h<sub>1</sub>は一定ではなく無次元風速、したがって応答振動数ωの関数であるから、一般的なフラッタ解析と同様に、各風速毎に、V<sub>r</sub>の計算に用いるωと固有値解析結果から得られるωが一致するまで



繰り返し計算を行った。ケース3の設計パラメータを用いて、応答を求めた結果を図-5に示す。

図には、各風速における空力減衰と、応答減衰（モード減衰）を風速の関数として示してある。図から明らかなように、第1モードに対応する空力減衰は応答振動数の低下の影響を受けて $V=5$  m/s以下の風速で負に転じているが、応答の減衰は、空力負減衰が限界に達する風速 $V=10$  m/sまで正であり、フラッタは生じないことが分かる。

## 7. まとめ

高速回転体に作用するジャイロモーメントを利用した機械式ダンパーGDによる1自由度フラッタ制振の可能性を検討し、TMDに比べて格段に小さな付加質量でフラッタの安定化が可能であることを示した。また、実際のダンパーの設計において重要となる副系の振幅や応答振動数など、系全体の応答挙動を明らかにした。得られた主要な結論は次の通りである。

- (1) 自励振動を制振するためのGDの最適設計パラメータは、TMDの最適パラメータと酷似している。また、副系に生じる大きな振幅が、副系に設けた比較的小さな減衰係数のダンパーによるエネルギー散逸を可能にしているというメカニズムも、TMDと同様である。
- (2) しかしながら、副系に大振幅の応答を生じせしめるメカニズムは、TMDと異なる。GDでは、ジャイロモーメントが副系応答の増加に大きく寄与し、相対的に小さな質量比で大きな制振効果を得ることができる。
- (3) 副系と主系の振幅比は、GDの場合も質量比だけで定まる。
- (4) GDは系を安定化させる効果とともに、応答振動数を低下させる作用をも有する。1自由度フラッタの制振だけを考える場合には、この作用は特に問題とはならないが、振動数の低下率が小さくないので、空力振動全般に対する安定性を考える上では、注意が必要である。

本研究では、GDの基本特性を解析し、単純な1自

由度フラッタが、GDによって制振可能であることを理論的に示した。実際の長大橋梁のフラッタでは、1自由度のねじれフラッタではなく、連成フラッタが問題となることが多い。また、発振メカニズムは、ねじれフラッタと理解される場合でも、たわみ振動を伴うことが少なくない。このような場合のGDによる制振については、連成フラッタの制振可能性についての数値的な検討例があるだけであり<sup>8)</sup>、詳細な設計パラメータの影響などは未だ明らかにされていない。渦励振など励振メカニズムの異なる振動に対する安定性ととも、今後の研究課題と考えられる。

## 参考文献

- 1) 池田健, 五百井俊宏: 動吸振器による自励振動の防止法について, 日本機械学会論文集, 43巻371号, 1977.
- 2) 山田均, 宮田利雄, 河野仁治: TMD設置と制振効果に関する一研究, 土木学会第46回年次学術講演会概要集, 第1部, pp. 972-973, 1991.
- 3) 河野仁治, 宮田利雄, 山田均: 自励空気が作用する系に対する複数TMDの効果, 土木学会第47回年次学術講演会概要集, 第1部, pp. 566-567, 1992.
- 4) 村田正信, 伊藤学: ジャイロによる吊橋の耐風制振効果, 土木学会第26回年次学術講演会概要集, 第1部, pp. 353-356, 1971.
- 5) 伊藤学, 三品吉彦, 西田穂積: ジャイロによる吊橋の耐風制振効果(第2報), 土木学会第28回年次学術講演会概要集, 第1部, pp. 418-419, 1973.
- 6) 伊藤学, 西田穂積, 三品吉彦: ジャイロによる吊橋の耐風制振効果(第3報), 土木学会第29回年次学術講演会概要集, 第1部, pp. 447-448, 1974.
- 7) 山田正明, 坂本成弘, 大橋智樹, 並木正夫, 風尾幸彦: 塔状構造物の風振動制御(ジャイロスタビライザを用いた能動的振動制御), 第12回風工学シンポジウム論文集, pp. 315-320, 1992.
- 8) 藤澤伸光: 機械式ダンパーによる連成フラッタの制御, 土木学会第50回年次学術講演会概要集, 第1部(B), pp. 1508-1509, 1995.

(1996. 1. 5受付)

## SUPPRESSION OF 1 DEGREE OF FREEDOM FLUTTER BY GYROSCOPIC DAMPER

Nobumitsu FUJISAWA

Suppression of 1 degree of freedom flutter by gyroscopic damper is studied. The stability of the system equipped with the damper is examined using Routh's criterion, and the optimal design parameters are proposed. The comparison of the response of the gyroscopic damper with that of tuned mass damper reveals that the gyroscopic damper requires smaller added mass because of the effect of gyro-moment. The overall response of the system equipped with the damper is also presented from the view point of the responsive amplitude and frequency, which are important in practical design.