

モード分解再構成法による 三次元非定常空気力係数測定に関する研究

山田 均¹・宮田 利雄²

¹正会員 工博 横浜国立大学助教授 工学部建設学科 (〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)

²正会員 工博 横浜国立大学教授 工学部建設学科 (〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)

従来規模を越える超長大吊り形式橋梁の耐風設計には、複雑な運動状況を反映する非定常空気力の組み込みが必須になっている。ところが、従来の非定常空気力の測定法では、多自由度運動への対応は、手法の拡張も含めて必ずしも容易ではなく、新たな手法開発が新プロジェクト実現、合理化の一つの鍵ともいえる。本研究では、新規の開発したモード情報を用いた非定常空気力測定方法により、三自由度運動に手法を拡張し、風洞による実験に適用した。その結果、迎角、実験条件を問わず非定常空気力係数抽出の信頼性、安定性はよいことを示すことができ、提案する手法の有効性を示した。

Key Words : modal decomposition and reassemblage method, wind resistant design, long span bridge, flutter derivatives, wind tunnel experiment, three dimensional measurement

1. はじめに

明石海峡大橋の全橋模型試験における検討で、風洞試験とあわせ耐風挙動解析の有効性が認識され、今後の長大吊り形式橋梁の耐風設計では積極的に風洞試験データに基づく空力弾性解析が取り込まれる方向で議論が進められている。空力弾性解析は、いわゆる構造解析と作用する空気力を考慮したものであり、双方に解析精度を落とさないような設定と入力条件が要求される。基本的には、これは強風時の吊り形式橋梁の挙動を素直に反映すればよいことになる。しかし、必ずしも容易ではなく、精密な構造モデルに対し複数の解析手段を風速に応じ組み合わせる必要がある。例えば、静的な変形を調べる場合、風速に伴う水平変位、ねじれ変位、鉛直変位に応じ、構造と静的空気力の両者の変位に伴う非線形性を逐次反映させる必要がある。また、フラッター挙動をさらに検討するためには、フラッターの発生が桁の迎角に非常に敏感に依存するために、静的解析のねじれ変形解析精度への要求レベルは非常に高くならざるを得ない。一方、フラッターの発生は、いわゆる非定常空気力を構造解析に持ち込み複素領

域での解析を行うことになる。この時、吊り形式であるため運動の自由度は非常に大きく、桁はいわゆる6自由度の運動を行うことになる。しかし、ほぼ水平方向から橋軸直角方向に風が吹くとすると、解析上意味のある空気力としては、抗力、揚力、ねじれトルクである空力モーメント、運動としては、水平、鉛直の並進(曲げ)運動と橋軸周りの回転(ねじれ)運動の3自由度を考慮すれば良さそうである。明石海峡大橋の場合は、補剛桁がトラスであり抗力が比較的大きくかつ桁高が高い理由で水平曲げの影響が顕著であり、この3自由度の非定常空気力を考慮して、耐風設計検討が行われている。つまり、長大吊り形式橋梁のフラッター挙動を精密に検討する際には、多自由度運動に対応する多次元非定常空気力の資料提供が必須となる。一方、超長大橋以外の例では、顕著な影響がある運動状況は、桁の鉛直曲げとねじれの二自由度運動であり、風洞試験法はこの二自由度の試験法として開発、発達してきた。したがって、非定常空気力の測定法もそれら二自由度を対象としており、3自由度の非定常空気力および水平曲げを含む3自由度運動に対応できるものは、システム同定を応用した試みはあるものの現

実的には1例¹⁾を除き、皆無に近い。3自由度以上に非定常空気力測定を拡張する場合、従来の強制加振法の場合では定常正弦波状変位の下で測定が実施できるメリットは大きい、大きな施設を追加する必要があり、一方、いわゆる自由振動法の場合には自由度数の増加に伴い極端に測定ステップが増加することに難点がある。また、両者の比較では、定常正弦波の非定常空気力定義上の変位前提が解決できれば、むしろ自由に振動状況をコントロールでき、施設に対する投資を最小限に押さえられる自由振動法ベースの方が利点が大きいのに見える。

著者らは、いわゆる部分模型による自由振動法を基礎とした、多自由度運動に応じた多自由度非定常空気力測定にも拡張が容易な、フラッターモード情報のモードごとの分解およびそれらの再構成による方法 (Modal Decomposition and Reassembly Method) を開発し、従来と同様な二自由度非定常空気力の測定に適用し、有効性を示した^{2) 3)}。ここでは、従来の部分模型振動装置を改良した三自由度自由振動装置を用い、提案した方法を三自由度 (三次元) に拡張し適用し、測定状況を議論する。

2. 三次元計測への展開

部分模型振動装置による通常の二次元計測を三次元計測に拡張すると、振動装置自体の機械的な拡張と非定常空気力係数の定義および測定手法の拡張が必要になる。ここでは、三次元計測への展開上のポイントを述べることにする。

(1) 三次元弾性支持振動装置

部分模型試験は航空機の翼の空力弾性特性を調べるために用いられていたため、鉛直並進運動と回転運動を許すいわゆる二次元弾性支持実験が一般的で

あり、三次元実験のためには水平方向の並進運動への拡張が必要である。また、国内で通常行われる橋桁の部分模型試験では、本州四国連絡橋公団の定める風洞試験要領に準じ、鉛直曲げとねじれ振動を許す弾性支持系の模型支持点は、桁の重心とせん断中心の中心に置く。ここでは水平方向の並進運動を許すように、いわゆる流れ止めを加工し取り付け点にバネを挿入した。この配置は、模型鉛直たわみ運動に伴うバネの質量寄与低減も配慮している。また、本四公団の基準のように弾性支持系の弾性中心と部分模型振動系全体の重心が一致しない場合、水平方向の振動を許すと重心と弾性中心との位置関係に応じた振動の連成が生じる。この場合でも運動状況を忠実に反映した運動方程式をたてれば測定自体には影響はないが、本論文では運動が複雑になることを嫌い、重心と弾性中心は質量分布を調整することで一致させ、機械的な理由での連成は起きないように三次元部分模型振動装置を設置した。

(2) 三次元計測への計測手法の適用

a) 非定常空気力の定義

三次元非定常空気力の定義については、同様な定式化がいくつかなされているが、水平方向および鉛直方向の並進運動、模型軸周りの回転運動のそれぞれ変位と速度に対し線形な関係で非定常空気力が定義できる形で、式(1)を本論文では用いることとした。ここで、 D 、 L 、 M は非定常抗力、揚力、空力モーメントを示し、 ρ は空気密度、 ω は円振動数、 B は模型全幅を示している。 z 、 y 、 θ は水平、鉛直、回転変位を表す。 $\{\mathbf{u}\}$ は、三自由度運動に対応する変位、 z/B 、 y/B 、 θ の縦ベクトルである。添字のある D_{00} 、 L_{00} 、 M_{00} は、非定常空気力係数である。これらの係数は、部分模型の風に対する姿勢を示す迎角と換算振動数 $k (= \omega B / U$ 、 U は風速)の関数である。非定常空気力係数が換算振動数の関数である背景は、その定義が前提に

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \frac{D}{B} \\ \frac{L}{B} \\ \frac{M}{B} \end{Bmatrix} &= \pi \rho \omega^2 \begin{bmatrix} B^2 & 0 & 0 \\ 0 & B^2 & 0 \\ 0 & 0 & B^4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_{z1} & D_{y1} & D_{\theta 1} \\ L_{z1} & L_{y1} & L_{\theta 1} \\ M_{z1} & M_{y1} & M_{\theta 1} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{z}{\omega B} \\ \frac{\dot{y}}{\omega B} \\ \frac{\dot{\theta}}{\omega} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{zR} & D_{yR} & D_{\theta R} \\ L_{zR} & L_{yR} & L_{\theta R} \\ M_{zR} & M_{yR} & M_{\theta R} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{z}{B} \\ \frac{y}{B} \\ \theta \end{Bmatrix} \\ &= \pi \rho \omega^2 [\mathbf{B}] \left\{ \frac{1}{\omega} [\mathbf{f}_I] \{\dot{\mathbf{u}}\} + [\mathbf{f}_R] \{\mathbf{u}\} \right\} \end{aligned} \quad (1)$$

ある。つまり、式(1)のような非定常空気力の定義は、元来、正弦波状の定常運動ないしその準ずる非常にゆっくりした発散、減衰振動状況を前提にしている。つまり、実際のフラッター発生状況のように振動の発散が急である場合には、いわゆる一般化された振動平板翼理論のように発散、減衰状況に対応する項が必要になる。したがって、式(1)の定義の前提が当てはまる範囲では、式(1)を加速度による表記に書き換えることで、式(2)を得る。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{L} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{M} \end{Bmatrix} = \pi \rho \omega^2 [\mathbf{B}] \left\{ \frac{1}{\omega} [\mathbf{f}_I] \{\dot{\mathbf{u}}\} + [\mathbf{f}_R] \{\mathbf{u}\} \right\}$$

$$= -\pi \rho [\mathbf{B}] \{ i [\mathbf{f}_I] + [\mathbf{f}_R] \} \{\ddot{\mathbf{u}}\} \quad \because i = \sqrt{-1}$$

$$= [\mathbf{F}] \{\ddot{\mathbf{u}}\} \quad (2)$$

$$[\mathbf{M}] \{\ddot{\mathbf{u}}\} + [\mathbf{C}] \{\dot{\mathbf{u}}\} + [\mathbf{K}] \{\mathbf{u}\} = [\mathbf{F}] \{\ddot{\mathbf{u}}\}$$

$$[\mathbf{M}] = \begin{bmatrix} m_z & 0 & 0 \\ 0 & m_y & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}, [\mathbf{C}] = [\mathbf{M}] \begin{bmatrix} 2\omega_z \zeta_z & 0 & 0 \\ 0 & 2\omega_y \zeta_y & 0 \\ 0 & 0 & 2\omega_\theta \zeta_\theta \end{bmatrix}$$

$$[\mathbf{K}] = [\mathbf{M}] \begin{bmatrix} \omega_z^2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_y^2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_\theta^2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$[\mathbf{F}] = [\mathbf{M}] + [\mathbf{C}] \{\Phi_1 \ \Phi_2 \ \Phi_3\} \begin{bmatrix} 1/\Omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\Omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\Omega_3 \end{bmatrix} \{\Phi_1 \ \Phi_2 \ \Phi_3\}^{-1}$$

$$+ [\mathbf{K}] \{\Phi_1 \ \Phi_2 \ \Phi_3\} \begin{bmatrix} 1/\Omega_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/\Omega_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\Omega_3^2 \end{bmatrix} \{\Phi_1 \ \Phi_2 \ \Phi_3\}^{-1} \quad (4)$$

c) モード分解および再構成

式(4)を用いて非定常空気力を推定するために、測定対象とする三自由度振動系の自由度数に対応する全ての複素固有振動数および複素固有振動モード形の組合せを得ることができればよい。ただ

b) モード分解再構成法の三次元展開

重心位置と弾性中心との一致により、弾性支持側で連成が起きないとすると、三自由度運動状態の運動方程式は換算振動数 k の非定常空気力も含み、簡単に、式(3)のようになる。

式(3)で、 m_θ , I は、添字方向のモードの質量および質量極慣性モーメント、 ω_θ , ζ_θ は添字方向の運動の固有振動モードの固有円振動数および固有構造減衰比である。式(3)を複素固有値問題として解くと、換算振動数 k の空気力作用下での3組の複素固有振動数 Ω_1 , Ω_2 , Ω_3 、および複素振動モード形 Φ_1 , Φ_2 , Φ_3 を解として得ることができる。逆に全ての解を何らかの方法で得ることができれば、逆問題として、この解法を逆に迎えることにより、観測される複素固有振動数と複素固有モード形から式(3)の運動方程式を推定できることになる(2), (3)。

この関係を具体的に展開すると、非定常空気力係数を推定する式(4)を得ることができる。

し、振動応答の観測が風速 U をパラメータにしておこなわれ、非定常空気力が定義されている換算振動数 k をパラメータにする食い違いを解消するために、風速での観測値のモード毎の再整理が必要になる。つまり、まず第1ステップとして、検討対象と

する換算風速範囲を考慮し、十分にこまかい風速のきざみで、振動応答の複素振動数（応答の振動数と減衰率）および複素モード形（応答の振幅比および位相差）を測定し、モード毎の情報に分解する。次に第2ステップとして、測定した複素振動数および複素モード形を換算風速で整理し直し、再構成し直す。この際、換算振動数が厳密に一致する観測モードの組合せを選び出す必要があるが、これは実験上困難であり、2%の範囲で緩和した。次に、適当な換算風速ごとに再構成された複素固有振動数および複素固有モード形を式(4)に代入して、一連の換算風速の範囲で非定常空気力係数を推定する。具体的な手順としては、文献3)と同様な方法および条件で、測定、解析を実施した。

3. 三次元計測結果

風洞実験を実施し、測定された振動応答履歴を用い、連成する三次元非定常空気力係数の測定を実施した。ここでは、風洞での観測に適用した状況を述べる。

(1) 実験諸元

使用した模型は、いわゆる部分剛体模型であり、水平曲げ、鉛直曲げとねじれを独立に許す弾性（バネ）支持系にマウントした。弾性支持系は、従来の二次元弾性支持装置に対し、模型軸に対し水平直角の風のながれ方向にもバネを挿入し、模型軸水平方向にも振動を許す装置となっている。また、水平方向のバネ質量の振動系質量への寄与を最小とするために水平方向のバネは模型から離し流れ止めの固定側に挿入した。したがって、模型は流れ止めとバネを介し水平方向に支持されることになる。部分剛体模型は、2000m級長大吊橋のトラス桁設計案のものである。水平曲げ、鉛直曲げ、ねじれの弾性中心は、トラスの中心とし、重心位置と弾性系の弾性中心位置の不整合に起因する振動連成をさけるために、重心が弾性中心に一致するように質量を調整した。構造減衰率の調整は特にしていない。また、送風時比較的大きな変位が生じることがあるが、今回は水平方向以外の静的変形は小さかったため調整はしていない。水平方向については元の位置を保つように測定風速ごとに調整した。質量、構造減衰率、曲げ2方向およびねじれの固有振動数は無風時に模型をマウントした状態で測定したものをを用いた。実

表-1 風洞実験模型諸元

	条件Ⅰ	条件Ⅱ
模型長 (L)	1250mm	1250mm
模型幅 (B)	355mm	355mm
水平曲げ質量 (m_z)	4.57kg/m	4.76kg/m
鉛直曲げ質量 (m_y)	4.28kg/m	4.56kg/m
極慣性モーメント (I)	0.094kgm ² /m	0.20kgm ² /m
固有振動数f		
• 水平曲げ	1.10Hz	1.06Hz
• 鉛直曲げ	1.33Hz	1.29Hz
• ねじれ	3.04Hz	2.33Hz
構造対数減衰率 (δ)		
• 水平曲げ	0.01	0.01
• 鉛直曲げ	0.05	0.05
• ねじれ	0.01	0.01
測定迎角 (α)	0°	0°
	-6°	-6°

験条件の違いの影響を見るために2種類の条件で実験を実施した。主要な諸元および実験を実施した基本的な条件は表-1にまとめ示している。

(2) 同定された固有値

文献3)と同様にモード情報を明確に得るために3自由度のそれぞれに対応する加振を行い、観測された自由振動応答波形から3自由度運動方程式を同定した。運動方式の係数同定には、星谷らのEKWGI法⁴⁾を適用し、ほとんどの観測応答時系列に対し同定は良好な状況で行うことができた。観測方程式の雑音の共分散、繰り返しの重みなど、種々のEKWGI法の初期値については調整を行っているが、入力としては観測波形をそのまま用い文献4)のように特に加工はしていない。同定された運動方程式を複素固有値解析することにより、複素固有振動数と複素固有モード形のモード情報を抽出している。モード情報は推定精度を考慮して、得られた解の内、加振を行い卓越している振動成分に対応するもののみを以降の解析に用いた。図-1, 2に風洞実験で観測された応答時系列から同定された三自由度運動方程式の複素固有値を示す。

図に示すように、いずれの場合も、推定された複素固有値から得た振動数と減衰率は換算風速に対し滑らかに変化しており、高換算風速時の一部をのぞき、結果のまとまりは良好である。複素固有値の実

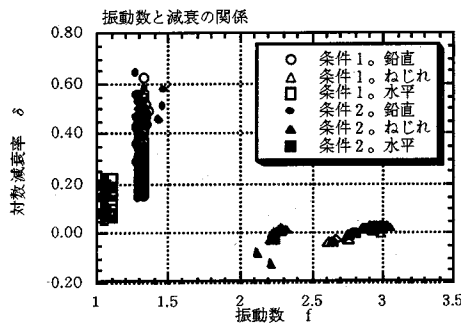
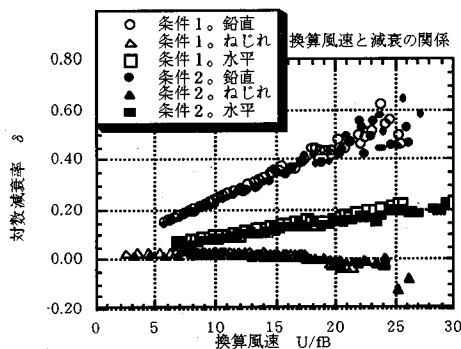
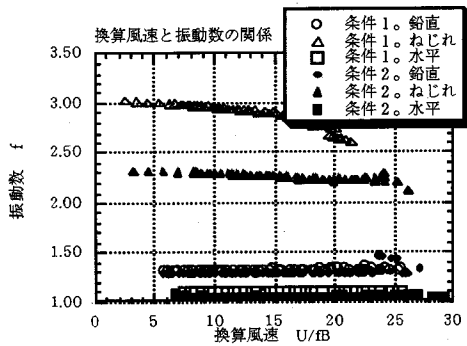


図-1 観測された複素誘致の変化(迎角 6°)

部と虚部の関係である、減衰率と振動数の関係も滑らかに変化し、まとまりも良く、運動方程式の同定および複素固有値解析が良好に行われていることを示している。

図中で若干推定値がばらついてる部分は、いずれの場合も、実験途中でフラッターの発生の影響を受け、状態方程式の安定な同定を行うために、十分

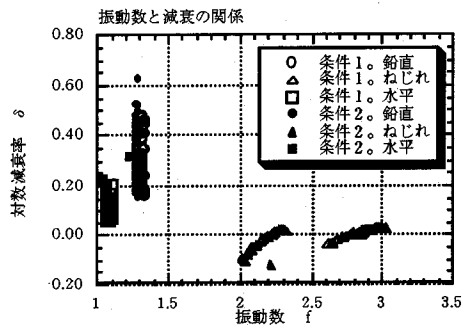
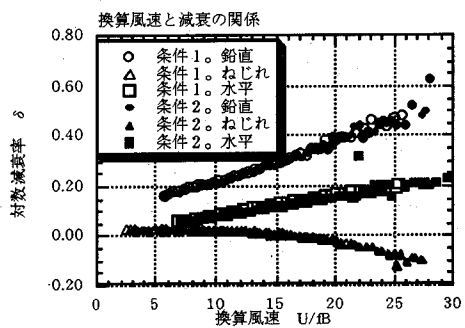
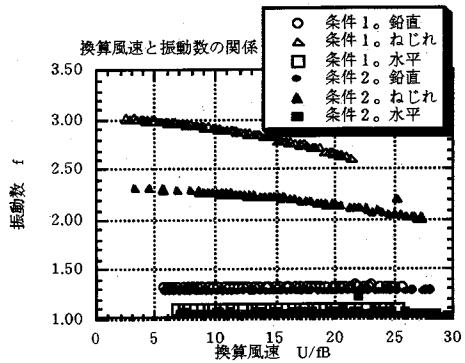
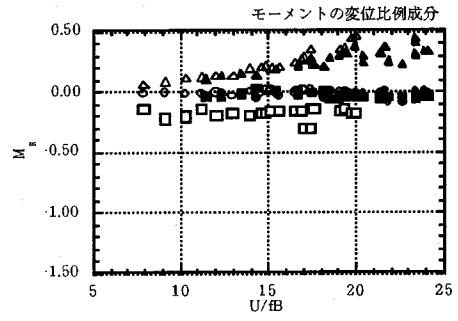
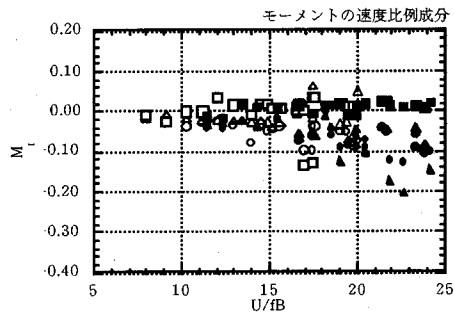
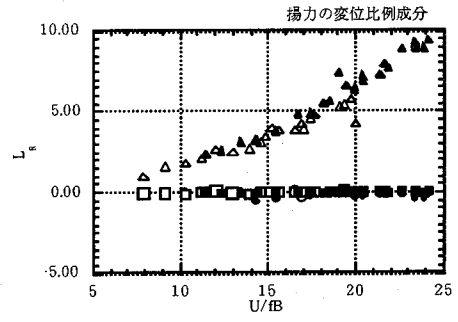
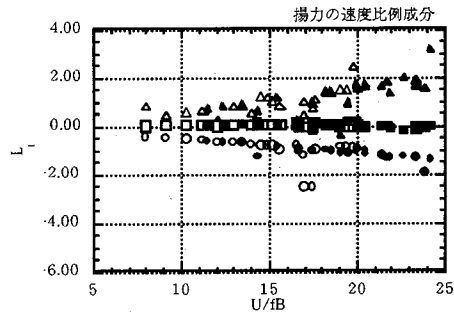
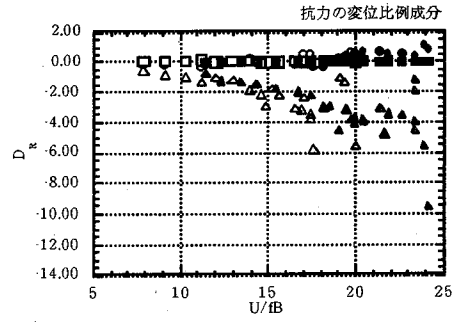
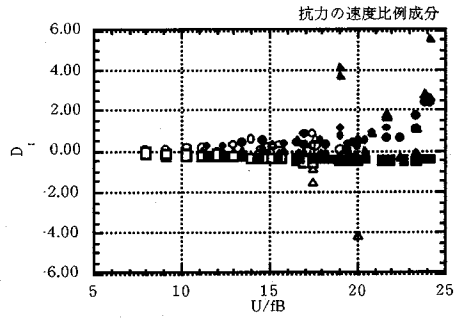


図-2 観測された複素誘致の変化(迎角 0°)

な解析長がとれないことや観測波形の発散状況が急であることの影響が少なからず現れているものと思われる。

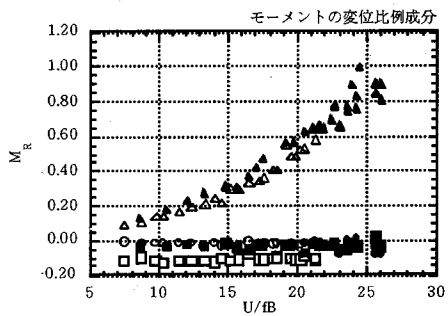
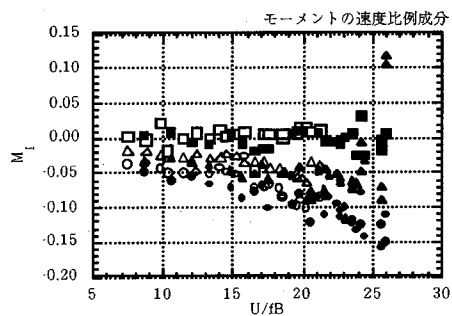
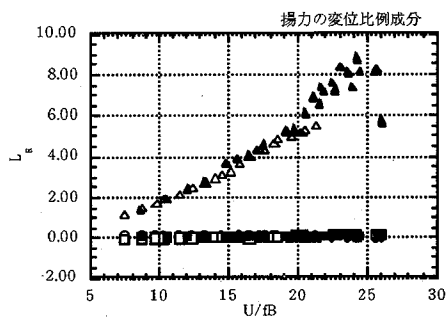
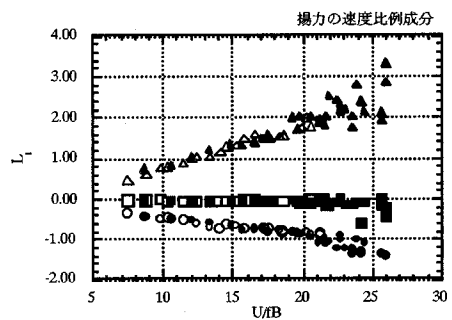
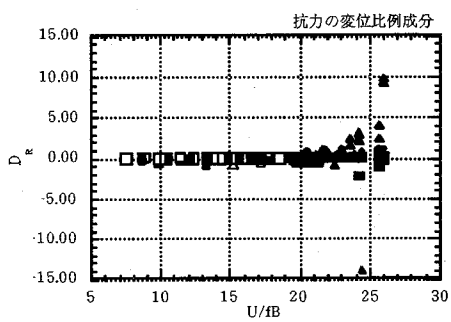
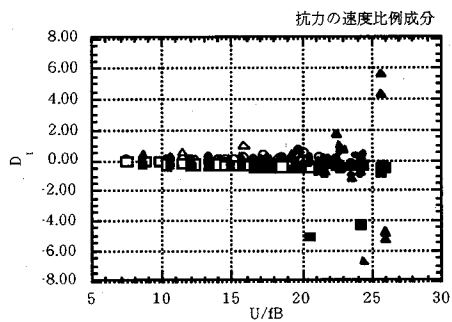
(3)推定された非定常空力

図-3、4に、図-1、2の複素固有値と、振幅比と自由度間の位相差情報となる複素固有モード形



- 条件1。鉛直たわみ成分
- △ 条件1。ねじれ成分
- 条件1。水平たわみ成分
- 条件2。鉛直たわみ成分
- ▲ 条件2。ねじれ成分
- 条件2。水平たわみ成分

図-3 提案手法により推定された非定常空気力係数(迎角 -6°)



- 条件1。鉛直たわみ成分
- △ 条件1。ねじれ成分
- 条件1。水平たわみ成分
- 条件2。鉛直たわみ成分
- ▲ 条件2。ねじれ成分
- 条件2。水平たわみ成分

図-4 提案手法により推定された非定常空気力係数 (迎角 0°)

とを式(4)に代入し、推定された非定常空気力係数を示す。ほとんどの係数は比較的ばらつきは少なく、安定した連成非定常空気力係数の推定が行われていることを示している。実験条件の違いの影響は、設定した違いが大きくないともいえるが、実験結果について差は生じていない。複素固有値の場合と同様に、フラッター限界風速より高い換算風速域で相対的に推定値のばらつきが大きくなる。この理由は、複素固有値の場合と同じく、フラッター発生後は状態方程式の安定な同定を行うための解析長が十分でないこと、線形な非定常空気力モデルの設定に対し、実際には非定常空気力の振幅依存性が現れ、線形を仮定した状態モデルとの間に十分な整合がないこと、観測応答が急激な発散波形であり空気力モデルとの不整合が現れてきていることなどが可能性がある要因として考えられる。しかし、従来の二自由度非定常空気力係数の測定値に較べても全体的には安定性は良好であり、また、強制振動法により測定された2次元非定常空気力との比較では、すでに比較的良好的な結果の整合を得ており³⁾、非定常空気力係数の推定は、単純に拡張した方法でも実用に十分に耐える測定が行われていると結論できる。さらに、3次元非定常空気力係数の精度に関しては、信頼できる他の方法との比較をおこない測定結果のの検討を行うべきであるが、特に確たる測定手法がない現状では新たな手法の開発も含めて今後の課題となる。

4. 結論

三自由度自由振動装置を用い、モード分解再構成法を適用し、トラス桁部分剛体模型について3次元非定常空気力係数を推定した。その結果次のような

結論を得た。

- 1) 三自由度運動への定式化を行い、三次元非定常空気力係数を抽出する関係式を示した。
- 2) モード情報を明確に得るために三自由度のそれぞれに対応する加振を行い、応答波形から三自由度運動方程式を同定した。同定された運動方程式から得られる複素固有値は換算振動数に対し、安定して滑らかに変化しており、良好な推定を行うことができた。
- 3) 抽出された複素モード情報を換算振動数により再構成し直し、三次元連成非定常空気力係数に変換した。推定された非定常空気力係数は、ばらつきがあるものも一部あるものの、安定した状態で得られている。提案する方法が非定常空気力係数推定手法としては、安定した信頼できる良好な方法であることを示している。

謝辞：本研究は、本州四国連絡橋公団の研究助成を受けている。ここに、深謝する。

参考文献

- 1) 佐藤 弘史, 鳥海 隆一, 日下部 毅明, 嶋本 栄治, 星加 益明: 開口部を有する箱桁のフラッター特性に関する研究, 土木学会第60回年次学術講演会概要集 I B, I-691, pp.1382-1383, 1995.
- 2) 山田 均, 宮田 利雄, 高橋 昌規: システム同定法による連成する非定常空気力推定に関する問題点, 第13回風工学シンポジウム論文集, pp.329-334, 1994.
- 3) 山田 均, 宮田 利雄, 中島 州一: 送風時の振動モード情報を利用した非定常空気力推定法の開発, 土木学会論文集, No.537/I-35, pp.183-190, 1996.
- 4) 星谷 勝, 齊藤 悦郎: 拡張カルマンフィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用, 土木学会論文集, No.344, pp.59-67, 1983.

(1995. 11. 16 受付)

THREE DIMENSIONAL UNSTEADY AERODYNAMIC FORCE MEASUREMENT BY THE MODAL DECOMPOSITION AND REASSEMBLAGE METHOD

Hitoshi YAMADA and Toshio MIYATA

To make the super long span bridge projects more feasible from a viewpoint of the wind resistant design, new significant progress in the aeroelastic numerical analysis as well as the detailed measurement of the full-dimensional unsteady aerodynamic force measurement must be required in the investigation of the bridge behavior against the wind action. In this paper a new method of the full dimensional aerodynamic force measurement is introduced for the three dimensional input of the response analysis as the Modal Decomposition and Reassemblage Method.