

橋梁の渦励振に関する3次元応答解析と 風洞実験

南條正洋¹・山村信道²・小笠原正治³・白石成人⁴

¹正会員 工博 (株)ニチゾウテック 技術本部 (〒551 大阪市大正区鶴町 2-15-26)

²正会員 工博 日立造船(株) 橋梁設計部 (〒592 堺市築港新町 1-5-1)

³正会員 工修 関西電力(株) 土木建築室 (〒530-70 大阪市北区中之島 3-3-22)

⁴正会員 工博 舞鶴工業高等専門学校 校長 (〒625 舞鶴市字白屋 234)

渦励振力と自励空気力を含む動的空気力係数と渦励振による応答の定常性を表す非線型応答係数を用いた非線型モデルに基づいて、立体骨組系の渦励振に対する応答解式を示した。この解式では、自励空気力による有風時の振動数の変化・空力減衰項、モード形状の影響、および、渦励振力の部材軸に沿う相関性などを考慮した。動的空気力係数・非線型応答係数は、2次元(バネ支持・剛体)模型のV-A曲線(一様流・乱流)から同定される。斜張橋の3次元模型実験との対比では、2次元模型の振幅をスクルトン数比で補正する方法より、本報告の解式による応答振幅が良く整合することを確認した。

Key Words : vortex-induced oscillation, response analysis, flexible bridges

1. まえがき

橋梁の渦励振応答を予測するには、2次元(バネ支持・剛体)模型の風洞実験を実施する方法が最も簡便であり、その結果に3次元性(振動モード・渦励振力の空間相関など)の影響を補正¹⁾³⁾して、実橋の応答性状を予測する方法が考案されている。一方、2次元模型の応答から動的空気力係数を求めて、渦励振に対する実橋の応答解析をする試み⁴⁾⁵⁾もなされている。後者の方法は、強制外力としての渦励振力と、共存する自励空気力の作用とを、フラッター解析などを用いる非定常空気力係数と同様な物体の運動に関する動的空気力係数で表現した上、応答振幅の定常性を考慮するために非線型応答係数を導入している。この場合、渦の放出から生じる強制外力項 C_L の影響は、共振時には無視できることが実験的に確認⁶⁾されている。しかし、その応答解には、

- (a) 渦励振の方向以外の振動成分による空力減衰項(例:主桁の鉛直振動にともなう主塔・ケーブルなどの空力減衰項、および、主桁のねじれ振動モードに含まれる水平(橋軸直角)変位による空力減衰項など)⁷⁾が考慮されていない。
- (b) 文献5)では実橋の応答解析に渦励振力の部材

軸に沿う空間相関を導入しているが、2次元模型実験の結果から動的空気力係数と非線型応答係数を求める際に、模型の長さ方向に沿う空間相関の影響を無視している。このため、単位長あたりの動的空気力係数が過小評価される。

などの問題点が残されている。本報告では、動的空気力の項を文献4),5)の非線型モデルに基づく経験式によるものとし、まず、上記の(a)項を考慮した立体(3次元)骨組系の運動方程式を示した。続いて、2次元模型と実橋の両方で渦励振力の空間相関を考えた応答解式を導いた。この応答解式は、2次元模型を用いた風洞実験のV-A曲線から、動的空気力係数・非線型応答係数を同定して、実橋のV-A曲線を予測するものである。

斜張橋(中央スパン長:350m)をモデルとした3次元模型実験との比較では、主桁の渦励振に着目して、断面の後縁付近で計測した渦の空間相関を用いて応答解析を実施した。この結果、一様流・乱流の両方について、3次元模型での発見風速・応答振幅と良く整合する応答解が得られた。また、応答解に対する空力減衰項、および、渦励振力の空間相関の影響度を分析したので、以下には、これらの諸項目についての所見を併せて報告する。

2. 立体骨組系の渦励振に対する応答解析

(1) 運動方程式と渦励振の荷重項

立体骨組系の渦励振に対する運動方程式を、次式の形で表す(図-1を参照)。

$$[M] \cdot U''(t) + [C] \cdot U'(t) + [K] \cdot U(t) = \{\Sigma F_i(t)\} \quad (1)$$

$$U(t) = \{U_i(t)\} = \{x(t), y(t), z(t), \alpha(t), \beta(t), \theta(t)\}_i \quad (2)$$

$$= \sum_{n=1}^M \{\phi_{in}\} \cdot X_n(t), \phi_{in} = (\phi_{kn} + \phi_{ln}) / 2$$

ここに、 $[M]$:質量行列、 $[C]$:構造(無風時)減衰項
 $[K]$:剛性行列、 $U_i(t)$:部材($k-l$)の中心点(i)の変位、 ϕ_{in} :固有振動モード(n 次)の縦距、 $X_n(t)$:基準座標、 $\Sigma F_i(t)$:荷重項(渦励振力+自励空気力)

である。式(1)の両辺に $\{\phi_{im}\}^T (i=1, 2, \dots)$ を前掛けして、次の式(3)、(4)を得る。

$$M_n^* \cdot X_n''(t) + C_n^* \cdot X_n'(t) + K_n^* \cdot X_n(t) = \{\phi_{im}\}^T \cdot \{\Sigma F_i(t)\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} M_n^* &= \{\phi_{im}\}^T \cdot [M] \cdot \{\phi_{im}\}, C_n^* = \{\phi_{im}\}^T \cdot [C] \cdot \{\phi_{im}\} \\ &= 2h_n^m \cdot \omega_n \cdot M_n^*, K_n^* = \{\phi_{im}\}^T \cdot [K] \cdot \{\phi_{im}\} \\ &= \omega_n^2 \cdot M_n^* \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、 h_n^m :構造(無風時)減衰定数($=\delta_n^m / 2\pi$)とする。式(3)の右辺で、2次元模型にない自励空気力(橋軸直角方向の水平変位など)の項を左辺へ移項して、減衰項を書き直すと、次式の形になる。

$$X_n''(t) + 2\tilde{h}_n \cdot \tilde{\omega}_n \cdot X_n'(t) + \tilde{\omega}_n^2 \cdot X_n(t) = \{\phi_{im}\}^T \cdot \{F_i(t)\} / M_n^* \quad (5)$$

ここに、 $F_i(t)$:渦励振力+自励空気力(模型の振動方向のみ)

である。荷重項 $F_i(t)$ の揚力成分 $L_i(t)$ 、モーメント成分 $M_i(t)$ は、主桁などの水平な部材を考えると、文献4), 5)の経験式を用いて、次式のように表される。

$$\left. \begin{aligned} F_i(t) &= \{0, L_i(t), 0, M_i(t), 0, 0\} \\ L_i(t) &= (\rho \cdot V_i^2 / 2) \cdot B_i \cdot K_m \cdot H_{vi}^* \\ &\quad \cdot \{1 - \xi_i^2 \cdot y_i(t)^2 / B_i^2\} \cdot \{y_i(t) / V_i\} \cdot L_i \\ M_i(t) &= (\rho \cdot V_i^2 / 2) \cdot B_i^2 \cdot K_m \cdot A_{vi}^* \\ &\quad \cdot \{1 - \eta_i^2 \cdot \alpha_i(t)^2\} \cdot \{B_i \cdot \alpha_i(t) / V_i\} \cdot L_i \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに、 ρ :空気密度($t \cdot s^{-2} / m^3$)、 V_i :(i)点での風速(m/s)、 B_i :気流方向の部材幅(橋床幅・補剛トラスの間隔)(m)、 $K_m = B_i \cdot \tilde{\omega}_n / V_i$:無次元振動数、 L_i :部材長(m)、 $\tilde{\omega}_n$:式(11)による有風時の等価角速度(rad/s)、 $H_{vi}^* \cdot A_{vi}^*$:鉛直・ねじれ方向の動的空気力係数、 $\xi_i \cdot \eta_i$:鉛直・ねじれ方向の非線型応答係数、 $y_i(t) \cdot \alpha_i(t)$:鉛直・ねじれ方向の変位(m, rad)

である。式(6)の $L_i(t)$ は、主桁などの水平な部材については、鉛直方向の励振力であるが、主塔・吊材な

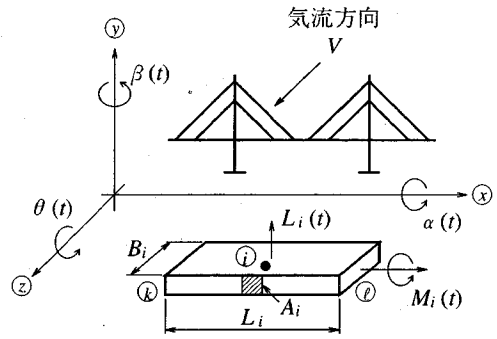


図-1 座標系と変位・作用力

どの場合、 $L_i(t)$ を水平方向の励振力と考え、式中の $y_i(t)$ を $x_i(t)$ 、又は、 $z_i(t)$ と書き換える。この場合、 H_{vi}^* は水平(振動)方向の動的空気力係数、 ξ_i は同じ方向の非線型応答係数を示す。立体ケーブル・斜材などの場合も、同様に拡張して、

$L_i(t)$:部材軸に直角な振動方向の励振力(t)

$$y_i(t) \rightarrow \pm [x_i(t)^2 + y_i(t)^2]^{1/2}, \text{ 又は,} \\ \pm [x_i(t)^2 + y_i(t)^2 + z_i(t)^2]^{1/2}$$

H_{vi}^* :部材軸に直角な振動方向の動的空気力係数

ξ_i :部材軸に直角な振動方向の非線型応答係数

などと考える。 $M_i(t) \cdot \alpha_i(t)$ についても、同様である。なお、式(6)で非線型応答係数 $\xi_i = 0, \eta_i = 0$ とすれば、 $L_i(t) \cdot M_i(t)$ は、それぞれ、フラッター解析の n 次モードの荷重項に等しくなる。

(2) 有風時の等価角速度・減衰定数

有風時の等価角速度 $\tilde{\omega}_n$ ・減衰定数 \tilde{h}_n は、非定常空気力係数 $P_{0i}^* \cdot H_{vi}^* \cdot A_{vi}^*$ を用いて評価⁶⁾されるが、これらの計測を省略する場合には、次式の準定常空気力係数を用いる方法が考えられる。

$$\left. \begin{aligned} P_{0i}^* &= -(dC_{Di} / d\alpha) / K_m, P_{1i}^* = -2C_{Di} / K_m \\ P_{2i}^* &= (dC_{Di} / d\alpha) / (2K_m), P_{3i}^* = (dC_{Di} / d\alpha) / K_m^2 \\ H_{0i}^* &= -2C_{Li} / K_m \\ H_{1i}^* &= -[(dC_{Li} / d\alpha) + (A_i / B_i) \cdot C_{Di}] / K_m \\ H_{2i}^* &= (dC_{Li} / d\alpha) / (2K_m), H_{3i}^* = (dC_{Li} / d\alpha) / K_m^2 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{0i}^* &= -2C_{Mi} / K_m, A_{1i}^* = -(dC_{Mi} / d\alpha) / K_m \\ A_{2i}^* &= -(dC_{Mi} / d\alpha) / (2K_m) \\ A_{3i}^* &= (dC_{Mi} / d\alpha) / K_m^2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここに、 $C_{Di} = P_i / (\rho \cdot V_i^2 \cdot A_i / 2)$:抗力係数
 $C_{Li} = L_i / (\rho \cdot V_i^2 \cdot B_i / 2)$:揚力係数
 $C_{Mi} = M_i / (\rho \cdot V_i^2 \cdot B_i^2 / 2)$:モーメント係数
 A_i :部材(i)の受圧面積(m^2/m)

である。但し、渦励振の応答解析で重要な項は、 $P_{1i}^* \cdot H_{1i}^*$ の2項だけである。ここで、各点(i)のモード縦

距の各成分を、次式のように表す。

$$\{\phi_m\} = \{\phi_m^x, \phi_m^y, \phi_m^z, \phi_m^\alpha, \phi_m^\beta, \phi_m^\theta\} \quad (10)$$

自励空気力については、2点間の距離による空間相関の低下がないと仮定すれば、有風時の等価角速度 $\tilde{\omega}_n$ は、次式⁶⁾によって与えられる。

$$\tilde{\omega}_n = \omega_n \cdot \left[1 + (\rho / 2M_n^*) \cdot \sum B_i^2 \cdot \phi_m^\alpha \cdot [\Omega] \cdot \{\phi_m^y, \phi_m^z, \phi_m^\alpha\} \cdot L_i \right]^{1/2} \quad (11)$$

$$[\Omega] = [H_{3i}^* \cdot B_i, P_{3i}^* \cdot A_i, A_{3i}^* \cdot B_i^2]$$

これより、有風時の減衰定数 \tilde{h}_n は、主桁が⁸⁾(x軸)方向に置かれ、(z軸)方向に気流が⁹⁾作用する全体系(図-1)のように、代表的な構造系を想定すると、

$$\tilde{h}_n = (\omega_n / \tilde{\omega}_n) \cdot h_n^m - (\rho / 4M_n^*) \cdot \sum B_i \cdot \left[\begin{array}{l} \cdot [\phi_m^x, \phi_m^y, \phi_m^z, \phi_m^\alpha] \cdot [H] \\ \cdot [\phi_m^x, \phi_m^y, \phi_m^z, \phi_m^\alpha] \cdot L_i \end{array} \right] \quad (12)$$

と表される⁶⁾。[H]を主桁・主塔・主ケーブルなどの各部材について、それぞれ、[H]_G・[H]_T・[H]_Cと表すと、

$$[H]_G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{1i}^* \cdot B_i & H_{0i}^* \cdot B_i & H_{2i}^* \cdot B_i^2 \\ 0 & P_{0i}^* \cdot A_i & P_{1i}^* \cdot A_i & P_{2i}^* \cdot A_i \cdot B_i \\ 0 & A_{1i}^* \cdot B_i^2 & A_{0i}^* \cdot B_i^2 & A_{2i}^* \cdot B_i^3 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[H]_T = \begin{bmatrix} H_{1i}^* \cdot B_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{1i}^* \cdot A_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$[H]_C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{1i}^* \cdot B_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & P_{1i}^* \cdot A_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

である。但し、式(13)で、2次元模型実験から得られる $H_{vi}^* \cdot A_{vi}^*$ に含む項は、除去して計算する。例えば、主桁の鉛直励振時には、[H]_Gの式中で $H_{1i}^* = 0$ とし、ねじり励振時には、同式中で $A_{2i}^* = 0$ とする。主塔・ケーブルなどが渦励振を受ける場合も、[H]_T・[H]_Cなどの各式で同様に考える。

(3) 渦励振に対する応答振幅

ここで、各点(i)の振動波形を調和的として、次式のように表す。

$$U_i(t) = U_{0i} \cdot \cos(\tilde{\omega}_n \cdot t) = \{\phi_m\} \cdot X_{0n} \cdot \cos(\tilde{\omega}_n \cdot t) \quad (16)$$

これより、振動の1周期($T = 2\pi / \tilde{\omega}_n$)に関する次の積分項を得る。

$$\left. \begin{array}{l} \int_0^T X_n'^2(t) \cdot dt = X_{0n}^2 \cdot \pi \cdot \tilde{\omega}_n \\ \int_0^T X_n^2(t) \cdot X_n'^2(t) \cdot dt = X_{0n}^4 \cdot \pi \cdot \tilde{\omega}_n / 4 \end{array} \right\} \quad (17)$$

式(5)、(6)、(17)を用いて、全体系の1周期($T = 2\pi / \tilde{\omega}_n$)に関する運動エネルギーを評価すると、減衰項 E_{n1} 、および、励振項 E_{n2} (式(6)による渦励振力の空間

相関を考慮)は、それぞれ、次式のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} E_{n1} = 2\tilde{h}_n \cdot \tilde{\omega}_n \cdot M_n^* \cdot \int_0^T X_n'^2(t) \cdot dt \\ = 2\pi \cdot \tilde{h}_n \cdot \tilde{\omega}_n^2 \cdot M_n^* \cdot X_{0n}^2 \\ E_{n2} = \int_0^T \{\phi_m\}^T \cdot \{F_i(t)\} \cdot X_n'(t) \cdot dt \\ = (\pi \cdot \rho / 8) \cdot \tilde{\omega}_n^2 \cdot X_{0n}^2 \\ \cdot [\sum_i \sum_j J_{ij}^2(\tilde{f}_n) \cdot (R_{1i} - R_{2i} \cdot X_{0n}^2) \\ \cdot (R_{1j} - R_{2j} \cdot X_{0n}^2)]^{1/2} \end{array} \right\} \quad (18)$$

ここに、 $J_{ij}^2(\tilde{f}_n) = (1/L_i \cdot L_j) \cdot \int_{L_i} \int_{L_j} \sqrt{\text{Coh}} \cdot dL_i \cdot dL_j$ (i, j)部材間の空間修正関数⁷⁾

Σ : 渦励振を受ける部材についての合計である。 R_{1i} ・ R_{2i} は、主桁などの水平な部材について示すと、それぞれ、次式の値となる。

$$\left. \begin{array}{l} R_{1i} = 4B_i^2 \cdot H_{vi}^* \cdot (\phi_m^y)^2 \cdot L_i \quad (\text{鉛直振動}) \\ R_{1i} = 4B_i^4 \cdot A_{vi}^* \cdot (\phi_m^\alpha)^2 \cdot L_i \quad (\text{ねじれ振動}) \end{array} \right\} \quad (19)$$

$$\left. \begin{array}{l} R_{2i} = H_{vi}^* \cdot \xi_i^2 \cdot (\phi_m^y)^4 \cdot L_i \quad (\text{鉛直振動}) \\ R_{2i} = B_i^4 \cdot A_{vi}^* \cdot \eta_i^2 \cdot (\phi_m^\alpha)^4 \cdot L_i \quad (\text{ねじれ振動}) \end{array} \right\} \quad (20)$$

主塔・吊材などの渦励振を考える場合、式(19)、(20)の ϕ_m^y を ϕ_m^x 、又は、 ϕ_m^z とし、 ϕ_m^α は ϕ_m^β と書き換える。立体ケーブル・斜材などの場合も、同様な考え方で拡張すると、

$$\begin{array}{l} \phi_m^y \rightarrow [(\phi_m^x)^2 + (\phi_m^y)^2]^{1/2}, \text{ 又は,} \\ [(\phi_m^x)^2 + (\phi_m^y)^2 + (\phi_m^z)^2]^{1/2} \\ \phi_m^\alpha \rightarrow [(\phi_m^\alpha)^2 + (\phi_m^\beta)^2]^{1/2}, \text{ 又は,} \\ [(\phi_m^\alpha)^2 + (\phi_m^\beta)^2 + (\phi_m^\theta)^2]^{1/2} \end{array}$$

などとなる。この場合、 $H_{vi}^* \cdot A_{vi}^*$ 、 ξ_i ・ η_i は、それぞれ、部材軸に直角な振動方向、および、部材軸回りの空気力係数、並びに、非線型応答係数を表す。渦励振による定常振動時には、 $E_{n1} = E_{n2}$ であるから、式(18)~(20)を用いて、次式を得る。但し、式中の Σ は、渦励振を受ける部材についての合計である。

$$\left. \begin{array}{l} A \cdot X_{0n}^4 - B \cdot X_{0n}^2 + C = 0 \\ A = \sum_i \sum_j J_{ij}^2(\tilde{f}_n) \cdot R_{2i} \cdot R_{2j} \\ B = \sum_i \sum_j J_{ij}^2(\tilde{f}_n) \cdot (R_{1i} \cdot R_{2j} + R_{2i} \cdot R_{1j}) \\ C = \sum_i \sum_j J_{ij}^2(\tilde{f}_n) \cdot R_{1i} \cdot R_{1j} - (16\tilde{h}_n \cdot M_n^* / \rho)^2 \end{array} \right\} \quad (21)$$

応答の基準座標の振幅 X_{0n} は、次式の値となる。

$$X_{0n} = \{[B - (B^2 - 4AC)^{1/2}] / (2A)\}^{1/2} \quad (22)$$

特に、 $J_{ij}^2(\tilde{f}_n) = 1$ である場合には、式(21)、(22)が簡略化され、主桁などの水平な部材が渦励振力を受ける状態について、次式の形となる。

$$\left. \begin{array}{l} X_{0n} = 2 \left[\frac{\sum_i B_i^2 \cdot H_{vi}^* \cdot (\phi_m^y)^2 \cdot L_i - 4\tilde{h}_n \cdot M_n^* / \rho}{\sum_i H_{vi}^* \cdot \xi_i^2 \cdot (\phi_m^y)^4 \cdot L_i} \right]^{1/2} \\ \quad (\text{鉛直振動}) \\ X_{0n} = 2 \left[\frac{\sum_i B_i^4 \cdot A_{vi}^* \cdot (\phi_m^\alpha)^2 \cdot L_i - 4\tilde{h}_n \cdot M_n^* / \rho}{\sum_i B_i^4 \cdot A_{vi}^* \cdot \eta_i^2 \cdot (\phi_m^\alpha)^4 \cdot L_i} \right]^{1/2} \\ \quad (\text{ねじれ振動}) \end{array} \right\} \quad (23)$$

なお、 $J_{ij}^2(\bar{f}_n)$ に用いる k -値は、一様流中で一般的な橋梁の主桁(箱桁など)の場合は、 $k=0\sim 1$ 位の範囲にあることが多いようである。

(4) 空気力係数・非線型応答係数の同定式

式(19)~(22)を用いて、 $\phi_m=1$ と置くことにより、2次元(バネ支持・剛体)模型の振幅を評価すると、鉛直振幅 X_0^y 、ねじれ振幅 X_0^α として、次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} X_0^y &= (2B/\xi) \cdot \left[1 - \frac{4m \cdot h^y \cdot (\omega_y/\bar{\omega})}{J(\bar{f}) \cdot \rho \cdot B^2 \cdot H_v^*} \right]^{1/2} \\ &\quad \text{(鉛直振動)} \\ X_0^\alpha &= (2/\eta) \cdot \left[1 - \frac{4I_p \cdot h^\alpha \cdot (\omega_\alpha/\bar{\omega})}{J(\bar{f}) \cdot \rho \cdot B^4 \cdot A_v^*} \right]^{1/2} \\ &\quad \text{(ねじれ振動)} \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

ここに、 B : 模型の気流方向の幅(m)、 m : 質量分布($t \cdot s^2/m^2$)、 I_p : 極慣性モーメント($t \cdot s^2$)、 $J(\bar{f})$: 空間修正関数⁷⁾、 $h^y \cdot h^\alpha$: 鉛直・ねじれ振動の構造(無風時)減衰定数($=\delta/2\pi$)、 $\omega_y \cdot \omega_\alpha$: 鉛直・ねじれ振動(無風時)の角速度(rad/s)、 $\bar{\omega}$: 有風時の角速度(rad/s)

である。式(24)で、 $J(\bar{f})=1$ 、 $H_v^*=H_1^*$ 、 $A_v^*=A_2^*$ とした上、非線型応答係数 $\xi=\eta=0$ と置くと、それぞれ、1自由度フラッターの発現風速 V_{cr} を求める条件式⁶⁾に等しくなる。

つぎに、構造(無風時)減衰定数 $h_1 \cdot h_2$ に対応する、同じ風速($=V$)時の振幅を $X_{01}^y \cdot X_{02}^y$ 、又は、 $X_{01}^\alpha \cdot X_{02}^\alpha$ 、また、角速度を $\bar{\omega}_1 \cdot \bar{\omega}_2$ とすれば、空気力係数 $H_v^* \cdot A_v^*$ は、次式によって与えられる。

$$\left. \begin{aligned} H_v^* &= \frac{4m \cdot \{h_1^y \cdot (\omega_y/\bar{\omega}_1) - h_2^y \cdot (\omega_y/\bar{\omega}_2) \cdot (X_{01}^y/X_{02}^y)^2\}}{J(\bar{f}) \cdot \rho \cdot B^2 \cdot \{1 - (X_{01}^y/X_{02}^y)^2\}} \\ A_v^* &= \frac{4I_p \cdot \{h_1^\alpha \cdot (\omega_\alpha/\bar{\omega}_1) - h_2^\alpha \cdot (\omega_\alpha/\bar{\omega}_2) \cdot (X_{01}^\alpha/X_{02}^\alpha)^2\}}{J(\bar{f}) \cdot \rho \cdot B^4 \cdot \{1 - (X_{01}^\alpha/X_{02}^\alpha)^2\}} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

非線型応答係数 $\xi \cdot \eta$ は、式(25)の $H_v^* \cdot A_v^*$ を式(24)に代入し、 $h \cdot X_0 \cdot \bar{\omega}$ に $h_1 \cdot X_{01} \cdot \bar{\omega}_1$ 、又は、 $h_2 \cdot X_{02} \cdot \bar{\omega}_2$ の一方を用いると得られる。今の場合、 $h_1 \cdot X_{01} \cdot \bar{\omega}_1$ を用いて表示すると、次式の形となる。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= (2B/X_{01}^y) \cdot \left[1 - \frac{4m \cdot h_1^y \cdot (\omega_y/\bar{\omega}_1)}{J(\bar{f}) \cdot \rho \cdot B^2 \cdot H_v^*} \right]^{1/2} \\ \eta &= (2/X_{01}^\alpha) \cdot \left[1 - \frac{4I_p \cdot h_1^\alpha \cdot (\omega_\alpha/\bar{\omega}_1)}{J(\bar{f}) \cdot \rho \cdot B^4 \cdot A_v^*} \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

式(21)、(25)、(26)に用いる空間修正関数 $J_{ij}^2(\bar{f}_n)$ の値は、2次元模型の共振時に対して、実橋長が数十米に相当する2点間で、後流の鉛直成分、又は、圧力分布などの相関スペクトルを計測すると、 k -値(Decay factor)を定めることができる。また、3次元模型が併用される場合は、便宜的に基本(1次)モードの応

答振幅が3次元模型と一致するように、 k -値を定める方法も考えられる。このほか、2次元模型の長さを変えて、 $L_1 \cdot L_2$ とした場合の応答振幅の相違から、 k -値を逆算してもよい。

(5) 2次元模型と実橋(又は、3次元模型)の振幅比
空間修正関数 $J_{ij}^2(\bar{f}_n)$ を考慮した式(19)~(22)、および、式(24)の振幅の比を定式化することは困難であるため、 $J_{ij}^2(\bar{f}_n)=1$ と仮定して、式(23)、(24)の振幅比を考察する。まず、実橋(又は、3次元模型)に対する式(23)の $B_i \cdot H_{vi} \cdot A_{vi} \cdot \xi_i \cdot \eta_i$ などを一定値とすれば、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} X_{0n} &= (2B/\xi) \cdot \left[1 - \frac{\bar{S}_{cy}}{\pi \cdot H_v^*} \right]^{1/2} \cdot \left[\frac{\sum_i (\phi_m^y)^2 \cdot L_i}{\sum_i (\phi_m^y)^4 \cdot L_i} \right]^{1/2} \\ X_{0n} &= (2/\eta) \cdot \left[1 - \frac{\bar{S}_{c\alpha}}{\pi \cdot A_v^*} \right]^{1/2} \cdot \left[\frac{\sum_i (\phi_m^\alpha)^2 \cdot L_i}{\sum_i (\phi_m^\alpha)^4 \cdot L_i} \right]^{1/2} \\ \bar{S}_{cy} &= 2M_{eq}^y \cdot \bar{\delta}_n / (\rho \cdot B^2), \quad \bar{S}_{c\alpha} = 2M_{eq}^\alpha \cdot \bar{\delta}_n / (\rho \cdot B^4) \end{aligned} \right\} \quad (23a)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} M_{eq}^y &= M_n^* / \{ \sum_i (\phi_m^y)^2 \cdot L_i \} \quad (\text{換算質量}) \\ M_{eq}^\alpha &= M_n^* / \{ \sum_i (\phi_m^\alpha)^2 \cdot L_i \} \quad (\text{換算極慣性モーメント}) \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式(23a)、(27)の Σ は、渦励振を受ける部材についての合計を示す。式(23a)の $\bar{S}_{cy} \cdot \bar{S}_{c\alpha}$ は、有風時の減衰率 $\bar{\delta}_n$ 、および、モード形状による質量・極慣性モーメントの補正を加えた等価スクルトン数であり、減衰率 $\bar{\delta}_n$ は、式(12)より $\bar{\delta}_n = 2\pi \cdot \bar{h}_n$ とする。

一方、2次元模型に対する式(24)の $\omega_y/\bar{\omega}=1$ 、 $\omega_\alpha/\bar{\omega}=1$ として、同様に書き直した上、式(23a)との振幅比を求めると、次式が得られる。式中で、3D: 実橋(又は、3次元模型)、2D: 2次元模型を示す。

$$\left. \begin{aligned} \frac{X_{0n}^{3D}}{X_{0n}^{2D}} &= \frac{B^{3D}}{B^{2D}} \cdot \left[\frac{\pi \cdot H_v^* - \bar{S}_{cy}^{3D}}{\pi \cdot H_v^* - \bar{S}_{cy}^{2D}} \right]^{1/2} \cdot \left[\frac{\sum_i (\phi_m^y)^2 \cdot L_i}{\sum_i (\phi_m^y)^4 \cdot L_i} \right]^{1/2} \\ &\quad \text{(鉛直振動)} \\ \frac{X_{0n}^{3D}}{X_{0n}^{2D}} &= \left[\frac{\pi \cdot A_v^* - \bar{S}_{c\alpha}^{3D}}{\pi \cdot A_v^* - \bar{S}_{c\alpha}^{2D}} \right]^{1/2} \cdot \left[\frac{\sum_i (\phi_m^\alpha)^2 \cdot L_i}{\sum_i (\phi_m^\alpha)^4 \cdot L_i} \right]^{1/2} \\ &\quad \text{(ねじれ振動)} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式(23a)、(28)から、次のことが言える。

(a) 本報告で用いた非線型振動モデルでは、応答振幅がスクルトン数に逆比例せず、 $(\pi \cdot H_v^* - \bar{S}_{cy})$ 、又は、 $(\pi \cdot A_v^* - \bar{S}_{c\alpha})$ の平方根に比例し、これらの値が (≤ 0) となる範囲内では、応答振幅($=0$)である。例えば、図-3に示す各2本のV-A曲線の間には、以上の関係が成立している。

(b) 式(28)によれば、 $(\pi \cdot H_v^* - \bar{S}_{cy}^{3D})$ 、又は、 $(\pi \cdot A_v^* - \bar{S}_{c\alpha}^{3D})$ の値が (≤ 0) となる場合には、2次元模型で応答が生じて、実橋(又は、3次元模

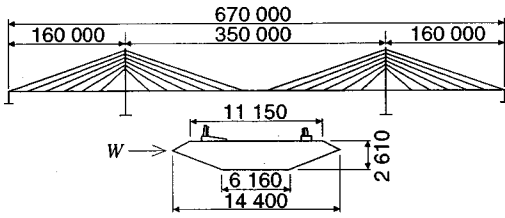
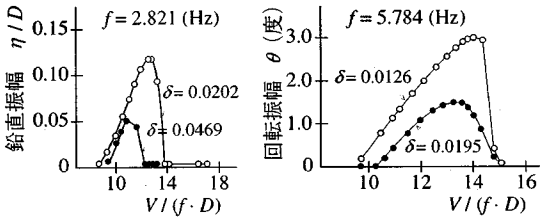
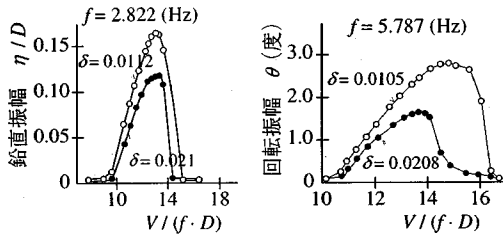


図-2 斜張橋の諸元 (迎角 $\alpha = 0^\circ$)



(a) 一様流



(b) 格子乱流 ($I_u = 6\sim 7\%$)

図-3 渦励振による2次元模型の振幅 ($\alpha = 0^\circ$)

型)では応答振幅(=0)となる。例えば、実橋(又は、3次元模型)の主桁のねじれ振動に水平(橋軸直角)変位の成分が含まれると、その分だけ δ_n と M_{eq} が大きくなり、ねじれ応答が生じない場合がある。式(28)によれば、この関係が良く説明されている。

(c) 2次元模型と実橋(又は、3次元模型)との振幅比は、 B^{3D}/B^{2D} 、および、等価スルーション数のほかに、 $[\sum(\phi_{in}^2 \cdot L_i / \sum(\phi_{in}^4 \cdot L_i)]^{1/2}$ 、又は、 $[\sum(\phi_{in}^2 \cdot L_i / \sum(\phi_{in}^4 \cdot L_i)]^{1/2}$ の値によって支配される。渦励振を受ける部材の振動モードを正弦(半)波形とすれば、これらの値は1.155となり、文献1)の式(33)、(34)に示す $(\alpha + \beta) / 2 = 1.155$ と一致する。鉛直振動で $\tilde{S}_e^{2D} = \tilde{S}_e^{3D}$ である場合には、 $X_{0n}^{3D} / X_{0n}^{2D} = (B^{3D} / B^{2D}) \cdot 1.155$ となる。

3. 応答解と実験値の比較

斜張橋(図-2)を対象として、2次元模型(2D:1/25)と3次元模型(3D:1/85)の一様流、および、乱流($I_u = 6\sim 7\%$: $I_w / I_u = 0.85\sim 1$)による主桁の渦励振

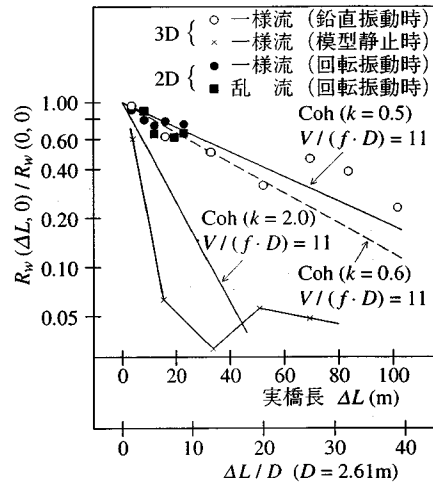


図-4 後流(鉛直変動成分)の相互相関係数 ($\alpha = 0^\circ$)

表-1 振動数・一般化質量・換算質量(極慣性モーメント)

振動モード		鉛直 (Sym. 1)	鉛直 (Asym. 1)	ねじれ (Sym. 1)
振動数 f (Hz)	解析値	0.3204	0.4355	1.7368
	3D (実橋値)	0.3310	0.4232	1.9033
M_n^* ($t \cdot s^2/m$)	解析値	175.4	247.4	117.7
	3D (実橋値)	186.6	285.1	98.7
M_{eq} ($t/m, tm$)	解析値	8.635	9.264	176.4
	2D (実橋値)	8.831	8.831	182.5

の応答振幅を計測し、以上の諸式による応答解析の結果と比較した。固有振動数、一般化質量 M_n^* 、および、換算質量・極慣性モーメント M_{eq} などの諸元を表-1に示す。2次元模型のV-A曲線(図-3)は、2種類の構造減衰率 δ_1, δ_2 について計測し、これより、式(25)、(26)を適用して、空気力係数 $H_n^* \cdot A_n^*$ 、および、非線型応答係数 $\xi \cdot \eta$ を同定した。

2次元模型と3次元模型の静止時、および、振動時について、後流の鉛直変動成分の相互相関係数 $R_w(\Delta L, 0) / R_w(0, 0)$ の計測結果を図-4に示す。計測時の風速は、2次元模型での渦励振応答の開始風速(図-3)に近い $V/(f \cdot D) = 11$ とした。乱流時については、乱れ強さの応答振幅に対する影響が大きい²⁾点に留意して、2次元模型(格子乱流)・3次元模型(境界層乱流)の乱れ強さを $I_u = 6\sim 7\%$ に統一した。図-4に示す k -値は空間修正係数(Decay factor)であり、渦励振時の変動風成分のスペクトル密度が非常に狭帯域である性質を利用して、

$\sqrt{\text{Coh}} = \exp[-k \cdot f \cdot \Delta L / V] = R_w(\Delta L, 0) / R_w(0, 0)$ (29) と仮定した上、計測値から逆算した。この結果、応答解析の式(21)、(22)、(25)、(26)に用いる k -値は、 $k = 0.5$

表-2 応答振幅に対する空力減衰項・空間修正係数 k の影響 ($\alpha = 0^\circ$)

気流状態		一様流			乱流 ($I_u = 6\sim 7\%$)		
振動モード		鉛直 (Sym. 1)	鉛直 (Asym. 1)	ねじれ (Sym. 1)	鉛直 (Sym. 1)	鉛直 (Asym. 1)	ねじれ (Sym. 1)
応答の着目点		($L/2$) 点	($L/4$) 点	($L/2$) 点	($L/2$) 点	($L/4$) 点	($L/2$) 点
(a)	最大振幅 (m, 度)	0.391	0.318	3.541	0.431	0.402	3.046
	発生風速 (m/s)	10.60	14.40	64.00	11.20	15.40	64.80
	減衰率 δ_n	0.0219	0.0216	0.0131	0.0217	0.0168	0.0135
(b)	最大振幅 (m, 度)	0.387	0.312	2.799	0.422	0.390	2.592
	発生風速 (m/s)	10.60	14.20	61.60	11.20	15.40	63.20
	減衰率 δ_n	0.0224	0.0223	0.0162	0.0222	0.0177	0.0169
(c)	最大振幅 (m, 度)	0.233	0.135	2.438	0.111	0.101	2.295
	発生風速 (m/s)	10.60	12.60	64.00	10.40	14.20	64.00
	減衰率 δ_n	0.0219	0.0216	0.0131	0.0217	0.0168	0.0135
(d)	最大振幅 (m, 度)	0.224	0.129	1.134	0.076	発生せず	1.749
	発生風速 (m/s)	10.60	12.60	60.00	10.40		60.80
	減衰率 δ_n	0.0224	0.0223	0.0162	0.0222	0.0177	0.0169

(一様流)・ $k=0.6$ (乱流)とした。なお、静止時の相互相関係数と比較して、振動時の相互相関係数は非常に大きくなっており、橋体の振動によって変動風成分が整合している事実を讀取ることができる。

つぎに、式(7)~(9)、(12)~(15)による有風時の空力減衰項、および、上記の空間修正係数 k の最大応答振幅、および、その発生風速に対する影響度を表-2に比較する。各ケースの解析仮定を次に示す。

- (a) 空力減衰項を無視して $\tilde{f}_n = h_n^m$ (構造減衰率: 3次元模型での計測値) とし、 $J_{ij}^2(\tilde{f}_n) = 1$ ($k=0$) と仮定した場合。これは、文献4)の諸式を用いることに相当する。
- (b) 空力減衰項を考慮し、 $J_{ij}^2(\tilde{f}_n) = 1$ ($k=0$) と仮定した場合。空力減衰項は、主塔・ケーブルの振動、および、ねじれ振動時には、さらに、主桁の水平(橋軸直角)方向の変位成分などによって付加される。
- (c) 空力減衰項を無視して、 $k=0.5$ (一様流)・ $k=0.6$ (乱流)とした場合。これは、空間修正関数の形に相違があるが、文献5)の方法に類似する。但し、文献5)では、2次元模型での空間相関(式(25)を参照)を考慮していないため、動的空気力係数 $H_{ij}^* \cdot A_{ij}^*$ が過小評価される。
- (d) 空力減衰項を考慮し、 $k=0.5$ (一様流)・ $k=0.6$ (乱流)と仮定した場合。この結果を応答解として、実験値との比較に用いる。

表-2によれば、鉛直振幅に対しては、空力減衰項の影響が小さく、空間修正係数 k の影響が非常に大きい。一方、ねじれ振幅については、空力減衰項と空間修正係数 k の影響が同程度に現れている。ねじれ振幅に対して空力減衰項の影響が大きい理由は、発生風

速が高いこと、および、主桁の水平(橋軸直角)方向の変位成分により、空力減衰項が増大するためである。なお、最大振幅の発生風速に対する空力減衰項・空間修正係数 k の影響は小さい。

以上の応答解(d)と、2次元模型・3次元模型の最大振幅(実橋値)、および、その発生風速(実橋値)を表-3に比較する。各モードの構造減衰率は3次元模型の計測値(表-2の(a)、(c))である。2次元模型の応答振幅は、図-3に示す2本のV-A曲線の間でスケルトン数による直線補間を実施した値である。この場合、モード形状の影響を表す $(\alpha + \beta)/2 = 1.155^{\text{1)}$ の補正は加えていない。3次元模型の応答振幅は、表-1に示す振動数・一般化質量の差分を補正して、実橋値に換算したものである。発生風速は、いずれも、模型と実橋の換算風速 $V/(f \cdot B)$ を等置して求めた。最下欄には、参考までに、便覧³⁾による許容振幅(応答加速度=100galに相当する振幅)を示す。表-3の結果について、次のことが言える。

- (a) 応答解と3次元模型から予測した実橋の応答振幅は、乱流時のねじれ振幅を除いて良好な整合性を得ている。ねじれ応答は、本橋の渦励振に対する照査風速 $V_{cr} = 46.1$ (m/s)の1.3~1.4倍付近で発生しており、乱流時にはガスト応答の影響などがあるため、応答解と3次元模型の応答振幅との整合性が低下したものと見られる。
- (b) 2次元模型から予測した実橋の応答振幅は、一様流時の鉛直(Sym.1)振幅だけが応答解・3次元模型の応答振幅に近く、その他の場合は過大値を与えている。便覧³⁾の許容振幅と比較すると、照査風速 V_{cr} を超えるねじれ振動を除外すれば、応答解・3次元模型の応答振幅は、ほぼ許容

表-3 最大振幅の応答解と計測値の比較 ($\alpha = 0^\circ$)

気流状態		一様流 ($k=0.5$)			乱流 ($I_u = 6\sim 7\% \cdot k=0.6$)		
振動モード		鉛直 (Sym. 1)	鉛直 (Asym. 1)	ねじれ (Sym. 1)	鉛直 (Sym. 1)	鉛直 (Asym. 1)	ねじれ (Sym. 1)
応答の着目点		(L/2)点	(L/4)点	(L/2)点	(L/2)点	(L/4)点	(L/2)点
応答解	最大振幅 (m, 度)	0.224	0.129	1.134	0.076	発生せず	1.749
	発生風速 (m/s)	10.60	12.60	60.00	10.40		60.80
2次元模型	最大振幅 (m, 度)	0.296	0.282	3.042	0.332	0.371	2.544
	発生風速 (m/s)	10.46	14.21	64.10	11.29	15.34	64.35
3次元模型	最大振幅 (m, 度)	0.234	0.141	1.003	0.055	発生せず	1.044
	発生風速 (m/s)	9.73	13.00	62.34	9.74		64.36
便覧 ³⁾	許容振幅 (m, 度)	0.247	0.134	0.144	0.247	0.134	0.144
	発生風速 (m/s)	9.23	12.54	66.52 [*])	9.23	12.54	66.52 [*])

(注) 許容振幅³⁾は加速度 100 (gal) での値。*) $2V_{cv}^{3)}$ の値を示す。

振幅の範囲内にあり、2次元模型の予測値は許容振幅の1.2~2.8倍である。従って、この例では、渦励振に対する安全照査の判定が、応答解・3次元模型による場合と2次元模型から予測する場合とで相反する結果となる。

- (c) 最大振幅の発生風速は、応答解と両模型の差が小さく、かつ、鉛直振動の場合は便覧³⁾の発現風速に近い。但し、ねじれ振動は便覧³⁾の発現風速 V_{cv} の約2倍で発生している。これは、両模型での渦励振を前縁剥離渦型⁹⁾と考えると、前縁剥離渦が橋体の振動の半周期で後縁に到達する場合に相当している。
- (d) 一様流時と乱流時の応答振幅(応答解・3次元模型)を比較すると、鉛直振幅は乱流時に約1/3~1/4以下まで抑制されており、前縁剥離渦型に相当する性質⁹⁾が現れている。ねじれ振幅は、一様流と比較して乱流時の方が増幅する傾向であり、六角形断面の性質⁹⁾が現れている。この例では、高欄・地覆を有する断面を対象とした関係上、以上のようにやや複雑な現象が見られたものと思われる。
- (e) 2次元模型では、一様流時と乱流時との応答振幅の大小関係が応答解・3次元模型の場合と逆な傾向であるが、この理由は不明である。

4. 結論

動的空気力係数と非線型応答係数を用いた非線型モデル^{4,5)}に基づいて、空力減衰項、および、部材軸に沿う渦励振力の相関性などを考慮した、立体骨組系の渦励振に対する応答解を示した。動的空気力係数・非線型応答係数は、2次元(バネ支持・剛体)模型の減衰率を変化させて、 $\delta_1 \cdot \delta_2$ に対応する2本の

V-A曲線を計測することによって同定される。空力減衰項は、非定常空気力係数から評価されるが、本質的に影響する項は、式(12)~(15)に含む $P_1^* \cdot H_1^*$ の2項であり、一般的な橋梁断面では、これらを式(7)、(8)の準定常空気力係数から算定しても十分である。渦励振力の相関性は、共振状態での後流の鉛直変動成分、又は、部材面の圧力分布などを計測して得られる⁹⁾。本報告の例では、後流の鉛直変動成分の相関性を計測して空間修正係数(Decay factor)を求めた結果、一様流・乱流の両方について、3次元模型の応答振幅と整合性の良い応答解を得たが、両方法の整合性などについては、今後、さらに検討を加えたい。

渦励振力の部材軸に沿う相関性は、応答振幅に大きく影響することが明らかにされたが、その値は断面形状・迎角などの相違によって変化する可能性がある。例えば、本報告の例でフェアリングを除去すると、相関性を計測した結果では $J(\bar{f}_n) = 1 (k=0)$ であり、この値を用いた応答解が3次元模型の応答振幅と良く整合¹⁰⁾している。従って、ガスト応答解析の場合のように標準的な k -値を規定することは、困難であると思われる。

本報告では、斜張橋の主桁が渦励振を受ける場合の適用例を考察したが、解式自体は任意の立体骨組系に対応するものである。従って、橋梁の主塔・吊材・斜材、および、ケーブルの渦励振に対する応答照査などにも適用することが可能である。また、2次元模型のV-A曲線を計測する場合に散水を併用して、レイン・バイブレーションの予測に利用することも考えられる。

謝辞:本報告の風洞実験にあたり、日立造船(株)の砂田博幸氏、山口映二氏、および、(株)ニチゾウテックの畑中章秀氏の協力を頂いた。ここに記して、謝意を表す。

参考文献

- 1) 山田 均, 田中 宏: 部分模型実験の質量相似則とそれに基づく応答予測, 土木学会論文集, No.380/I-7, pp.341~348, 1987.4.
- 2) 武田勝昭, 藤澤伸光: 自然風下で橋桁に生じる渦励振の応答予測, 土木学会論文集, No.465/I-23, pp.57~66, 1993.4.
- 3) 日本道路協会: 道路橋耐風設計便覧, 1991.
- 4) Simiu, E. and Scanlan, R.H. : *Wind Effects on Structures*, II Edition, pp.199~214, JohnWiley, 1986.
- 5) Ehsan, F. and Scanlan, R.H. : Vortex-Induced Vibrations of Flexible Bridges, *Jour. EM, ASCE*, Vol.116, No.6, pp.1392~1411, 1990.
- 6) Tanaka, H., Yamamura, N. and Shiraiishi, N. : Multi-Mode Flutter Analysis and Two & Three Dimensional Model Tests on Bridges with Non-Analogous Modal Shapes, *Jour. SME, JSCE*, 471/I-24, pp.35~46, 1993.7.
- 7) 田中 洋, 山村信道, 南條正洋ほか: 長大斜張橋(架設系)のガスト応答解析と3次元模型試験, 土木学会・構造工学論文集, Vol.37A, pp.1029~1038, 1991.3.
- 8) 白石成人, 松本 勝: 充腹構造断面の渦励振応答特性に関する研究, 土木学会論文報告集, No.322, pp.37~50, 1982.6.
- 9) 松本 勝, 白石成人, 白土博通ほか: 各種空力振動現象に及ぼす乱れの影響, 第10回風工学シンポジウム, pp.115~120, 1988.
- 10) 南條正洋: 橋梁構造の風による振動の予測と制振対策に関する実験的研究, 京都大学・工学博士論文, 1995.8. (1995. 9. 27 受付)

ANALYSIS AND MODEL-TESTS ON VORTEX-INDUCED OSCILLATION OF BRIDGES

Masahiro NANJO, Nobumichi YAMAMURA, Masaharu OGASAWARA
and Naruhito SHIRAIISHI

Analytical prediction of vortex-induced oscillation of bridges is treated based on the Scanlan's semi-empirical nonlinear model. The effects of self-excited forces which produce aerodynamic damping and the effects of imperfect spanwise correlation of vortex-induced forces are incorporated in the analysis. A wind-tunnel test of 3-dimensional model of cable-stayed bridge produced responses consistent with the proposed analysis using aerodynamic parameters identified by 2-dimensional model tests in both laminar and turbulent flows.