

円筒殻の軸対称座屈モードの局所化と 繰り返し荷重下の挙動

後藤芳顕¹・鳥羽保行²・小野聖久³・小畑誠⁴

¹正会員 工博 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

²正会員 工修 本州四国連絡橋公団 (〒105 東京都港区虎の門 4-3-20)

³学生員 名古屋工業大学大学院 工学部社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

⁴正会員 Ph.D. 名古屋工業大学助教授 工学部社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)

繰り返し荷重下の円筒殻の軸対称座屈モードの局所化現象による劣化挙動を理論的に検討した。まず、2軸応力下の厳密な塑性分岐解析による局所化挙動の解析手法を提示した。つぎに、この手法を用い、両端固定の円筒殻の局所化挙動を解析し、繰り返し荷重下の最大耐力低下に対する構造パラメータ、構成則の影響を検討した。この結果、径厚比 R/t 、ならびに円筒殻の長さの半径に対する比 L/R が大きいほど局所化現象が生じやすく、最大耐力の低下も大きいこと、また、載荷サイクルの増加とともに構成則の差が耐力の劣化傾向、変形モードにおいて顕著に現れることが明らかになった。

Key Words : cylindrical shell, plastic bifurcation, cyclic loading, seismic design, ductility

1. まえがき

軸圧縮力を受ける径厚比(R/t)の小さな鋼管では、軸対称塑性変形をし、大きなエネルギー吸収能力があることが知られている^{1),2)}。しかしながら、いわゆるちょうちん座屈と呼ばれる変形が一箇所に集中する軸対称塑性座屈モードの局所化現象が生ずると(写真-1)、変形能が低下し、さらに、塑性変形が進むと、局部的にひずみが集中する。これに繰り返し荷重が載荷すると、き裂の発生にもつながる可能性がある。このように局所化現象は一般に最大耐力到達後に生ずるため単調載荷条件下の構造物、部材の最大耐力に及ぼす影響は小さいが、エネルギー吸収能や地震などの繰り返し荷重下の劣化挙動に関しては大きな影響を持つ。座屈モードの局所化現象は、最大荷重到達後に生ずる塑性分岐に起因する³⁾ものとして統一的な理論的アプローチが可能となるものであるが、著者らはすでに、有限要素法による塑性分岐解析にもとづく座屈モードの局所化現象の解析手法を提案し^{4),5)}、多点支持柱^{4),5)}、トラスタワー⁴⁾、圧縮板^{5),6)}の局所化現象を単調載荷のみならず繰り返し荷重下において理論的に検討してきた。

ここでは、円筒殻の軸対称座屈モードの局所化現



写真-1 円筒殻の軸対称座屈モードの局所化

象を対象に、単調載荷条件下、繰り返し荷重下の局所化挙動を、変形能の低下、繰り返し荷重下の劣化、さらにひずみの集中化の観点から検討を加える。座屈モードの局所化現象は大変形弾塑性挙動が関与するため、まず、軸対称変形する円筒殻の剛体変位除去の手法による複合非線形解析手法を提示する。つぎに軸対称変形する円筒殻では2軸応力状態となるため、2軸応力下の厳密な塑性分岐解析に基づく局所化解析手法を示す。さらに、以上の解析手法を用い局所化挙動を単調載荷ならびに繰り返し荷重下において解析し、その特性について検討する。

2. 円筒殻の座屈変形モード

本論文で検討対象とする円筒殻は径厚比 R/t が小さく、材料の塑性化が十分に進展した状態で軸対称座屈が生ずるものであり、 R/t が大きく非軸対称座屈を生ずるものは適用範囲外となる。ここでは、既存の研究^{1), 2)}をもとに軸対称座屈が生ずる円筒殻の条件について検討する。円筒殻の軸対称座屈モードと非軸対称座屈モードの発生は、主として径厚比 R/t 、円筒の長さの半径に対する比 L/R 、両端の支持条件、材料の弾性定数 E 、降伏応力 σ_y 、残留応力、形状不整等が関与し、理論的に両座屈モードの発生条件を明らかにするのは非常に困難である。形状不整のない完全系の円筒殻に限っても一様変形が生じないような場合には、不均一な塑性化の状態からの非軸対称モードへの弾塑性分岐問題を扱わなければならないが容易ではない。従って、各座屈モードの発生条件について現状では実験的な結果をもとに考察せざるを得ない。

実験的な観察からは十分に塑性化し、ひずみ硬化域で発生する座屈モードはほぼ軸対称モードになることから、ひずみ硬化点以降で座屈が生ずる条件は軸対称モード発生³⁾の十分条件と考えられる。加藤、秋山の研究⁴⁾によれば、両端単純支持の十分に長い円筒殻がひずみ硬化点以降で塑性座屈を生ずる条件は以下ようになる。

残留応力のない鋼管

$$\frac{R}{t} \leq 0.031 \frac{E}{\sigma_y} \quad (1)$$

残留応力のある鋼管 (STK 材)

$$\frac{R}{t} \leq 0.019 \frac{E}{\sigma_y} \quad (2)$$

式(1), (2)の範囲の径厚比を持つ鋼管では軸対称塑性座屈が生じ、少なくとも本研究の適用範囲となる。実際の鋼管部材では、ダイヤフラムが配置されていたり、部材長が短く両端の拘束度が大きい場合等は非軸対称座屈が生じにくくなり、式(1), (2)で規定される R/t よりかなり大きな径厚比まで軸対称塑性座屈をする。なお、軸対称塑性座屈が生ずる場合でも局所化が生じた後、荷重を変位制御で継続すると変形が大きく進展した状態で図-1のように非軸対称モードへさらに分岐が発生する場合もある^{7), 8)}。ここでは、このような非軸対称モードへの分岐が生じない範囲が対象である。

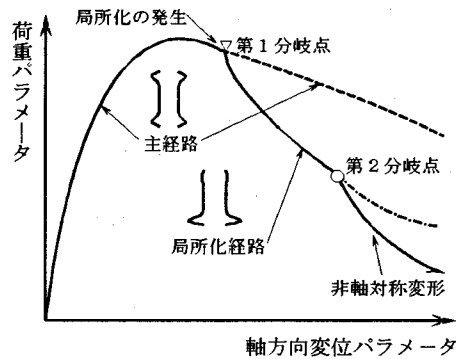


図-1 両端の変位が拘束された円筒殻の圧縮荷重下のつり合い経路

3. 軸対称変形する円筒殻の複合非線形解析

(1) 概要

塑性座屈モードの局所化現象では、局所的な大変形挙動を伴うために精度の良い弾塑性有限変位解析を実施する必要がある。ここでは、幾何学的非線形解析では、後座屈領域も精度良く解析しうるように剛体変位除去の手法を、また、塑性域における材料非線形挙動は混合硬化則を用いた J2 流れ則を適用する。このとき硬化係数は繰り返し荷重下も扱うように、Dafalias-Popov の二曲面モデル⁹⁾により変数として評価する他、比較のため定数とする場合 (Bi-linear モデル) も考慮する。以上の手法を用い、円筒殻要素の増分形の剛性方程式は仮想仕事の式により誘導する。

(2) 幾何学的関係

本解析に用いる座標系は図-2に示すように、全体座標系 (r, z) 、要素座標系 (n, s) 、移動座標系 (\bar{n}, \bar{s}) の3種類で、全体座標系の z 軸は円筒殻の回転対称軸に一致させる。要素座標系の s 軸は変形前のシェル要素の中央面にそい、また移動座標系の \bar{s} 軸は変形後のシェル要素の節点 1, 2 を結ぶ方向に選ぶ。これらの座標系を用い、シェル要素の中央面の変位成分として要素座標 (n, s) 方向の成分を (v, w) さらに移動座標 (\bar{n}, \bar{s}) 方向の成分を (v^*, w^*) と定義する。また移動座標 (\bar{n}, \bar{s}) の剛体回転角を \bar{R} とする。

要素座標系と移動座標系の変位成分間の関係は簡単な幾何学的考察により、以下ようになる。

$$\begin{aligned} v &= v_1 + s \sin \bar{R} + v^* \cos \bar{R} + w^* \sin \bar{R} \\ w &= w_1 + s(1 - \cos \bar{R}) + w^* \cos \bar{R} - v^* \sin \bar{R} \end{aligned} \quad (3a, b)$$

ここに

$$\cos \bar{R} = (w_2 - w_1 + l) / l_d \quad (4a.b)$$

$$\sin \bar{R} = (v_2 - v_1) / l_d$$

$$l_d = \sqrt{(w_2 - w_1 + l)^2 + (v_2 - v_1)^2} \quad (5)$$

なお、変位成分の下添字 1,2 はそれぞれ図-2 の円筒殻要素節点 1,2 の量を表す。また v^*, w^* は有限要素法の定式化において以下のような変位関数を採用する。

$$v^* = \phi_1 v_1^* + \phi_2 v_2^*, \quad w^* = \psi w_2^* \quad (6a.b)$$

$$\phi_1 = -\frac{3}{2l} s^2 + s, \quad \phi_2 = -\frac{1}{2l} s^2 \quad (0 \leq s \leq l/2)$$

$$\phi_1 = \frac{l}{2} \left(\frac{s}{l} - 1 \right)^2, \quad \phi_2 = \frac{l}{2} \left(\frac{s}{l} - 1 \right) \left(3 \frac{s}{l} - 1 \right) \quad (l/2 \leq s \leq l)$$

$$\psi = \frac{s}{l} \quad (7a-c)$$

ここで $(\cdot)' = d(\cdot)/ds$

なお、剛体回転 \bar{R} を除去したたわみ角が微小であることにより

$$v'^* \cong \theta^* = \theta - \bar{R} \ll 1 \quad (8)$$

シェル要素の軸方向ひずみ ε_s 、周方向ひずみ ε_ϕ をのびひずみで定義するとそれぞれ次のようになる。

$$\varepsilon_s = \sqrt{\hat{g}_0} - 1 - n\theta'$$

$$\varepsilon_\phi = \frac{1}{r_0 + n \cos \theta} \{ v + n(\cos \theta - 1) \cos \theta + (w - n \sin \theta) \sin \theta \}$$

(9a.b)

$$\hat{g}_0 = (1 + w')^2 + v'^2 \quad (10)$$

式(9a.b)に式(8)の関係を考慮すると

$$\varepsilon_s \cong w'^* - n v''^*$$

$$\varepsilon_\phi \cong \frac{1}{r_0 + n \cos \theta} \left[v_1 \cos \theta + w_1 \sin \theta + s \sin(\bar{R} + \theta) - s \sin \theta + v^* \cos(\bar{R} + \theta) + w^* \sin(\bar{R} + \theta) + n \left\{ \cos(\bar{R} + \theta) - v'^* \sin(\bar{R} + \theta) - \cos \theta \right\} \right]$$

(11a.b)

ひずみの増分は式(11a.b)をもとに、

$$\Delta \varepsilon_s = \Delta w'^* - n \Delta v''^*$$

$$\Delta \varepsilon_\phi = \frac{1}{r_0 + n \cos \theta} \left[\Delta v_1 \cos \theta + \Delta w_1 \sin \theta + \left\{ s \cos(\bar{R} + \theta) - v^* \sin(\bar{R} + \theta) + w^* \cos(\bar{R} + \theta) \right\} \right]$$

$$- n \left(\sin(\bar{R} + \theta) + \cos(\bar{R} + \theta) v'^* \right) \Delta \bar{R} + \Delta v^* \cos(\bar{R} + \theta)$$

$$+ \Delta w^* \sin(\bar{R} + \theta) - n \sin(\bar{R} + \theta) \Delta v'^* \Big]$$

(12a.b)

ここで

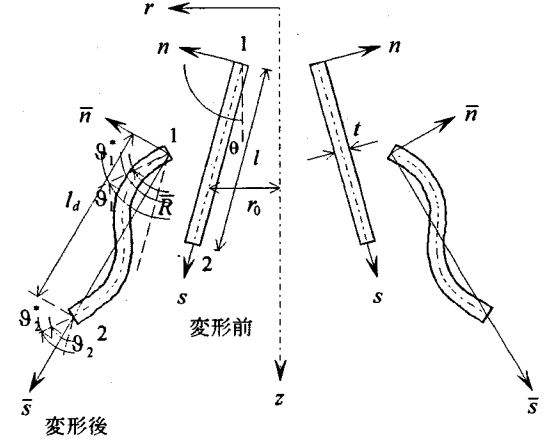


図-2 円筒殻要素と座標軸

$$\Delta v^* = \phi_1 \Delta v_1^* + \phi_2 \Delta v_2^*, \quad \Delta w^* = \psi \Delta w_2^* \quad (13a-b)$$

式(12a.b)の増分量 $\Delta \bar{R}$ 、 $(\Delta v_1^*, \Delta w_2^*, \Delta v_2^*)$ を全て要素座標系 (n, s) での節点変位増分 $\{\Delta w_1, \Delta v_1, \Delta \theta_1, \Delta w_2, \Delta v_2, \Delta \theta_2\}$ で表すことを考える。まず $\Delta \bar{R}$ については式(4a.b)より

$$\Delta \bar{R} = \frac{\partial \bar{R}}{\partial d_i} \Delta d_i \quad (14)$$

ここに、

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial d_1} = -\frac{\partial \bar{R}}{\partial d_4} = \frac{\sin \bar{R}}{l_d}, \quad \frac{\partial \bar{R}}{\partial d_2} = -\frac{\partial \bar{R}}{\partial d_5} = -\frac{\cos \bar{R}}{l_d}$$

$$\frac{\partial \bar{R}}{\partial d_3} = \frac{\partial \bar{R}}{\partial d_6} = 0 \quad (15a-c)$$

$$\{\Delta d_i\}^T = \{\Delta w_1, \Delta v_1, \Delta \theta_1, \Delta w_2, \Delta v_2, \Delta \theta_2\} \quad (16)$$

つぎに $(\Delta v_1^*, \Delta w_2^*, \Delta v_2^*)$ については、式(3a.b)と式(14)

より

$$\Delta d_i^* = T_{Rij} \Delta d_j \quad (17)$$

ここに

$$\{\Delta d_i^*\}^T = \{\Delta v_1^*, \Delta w_2^*, \Delta v_2^*\} \quad (18)$$

$$[T_{Rij}] = \begin{bmatrix} -\sin \bar{R}/l_d & \cos \bar{R}/l_d & 1 & \sin \bar{R}/l_d & -\cos \bar{R}/l_d & 0 \\ -\cos \bar{R} & -\sin \bar{R} & 0 & \cos \bar{R} & \sin \bar{R} & 0 \\ -\sin \bar{R}/l_d & \cos \bar{R}/l_d & 0 & \sin \bar{R}/l_d & -\cos \bar{R}/l_d & 1 \end{bmatrix} \quad (19)$$

式(14)と式(17)を式(12a.b)に用いるとひずみ増分は以下のようにすべて (n, s) 座標での節点変位増分で表される。

$$\Delta \varepsilon_s = B_s \Delta d_i, \quad \Delta \varepsilon_\phi = B_\phi \Delta d_i \quad (20a.b)$$

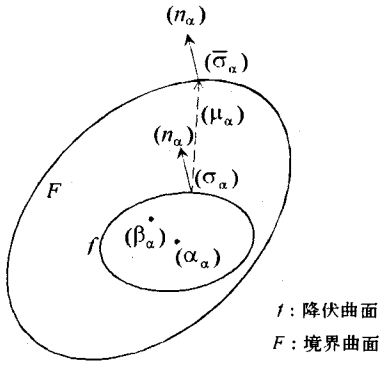


図-3 降伏曲面と境界曲面

3) 応力・ひずみ関係

ここでは鋼構造物を対象とするため、塑性域では等方硬化則と Ziegler の移動硬化則の両方に基づく混合硬化則を用いた J2 流れ則を適用する。硬化係数は繰り返し荷重下の挙動も表現できるように Dafalias-Popov の二曲面モデルにより変数として評価する。なお、比較として、硬化係数を一定とした Bi-linear モデルについても考慮する。

軸対称変形する円筒殻では独立な応力成分は軸方向直応力成分 σ_s と周方向応力成分 σ_ϕ であり、応力・ひずみの増分関係は総和規約より次式で表される。

$$\Delta \sigma_\alpha = E_{\alpha\beta} \Delta \epsilon_\beta \quad (21)$$

$E_{\alpha\beta}$ は弾性域で

$$[E_{\alpha\beta}] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix} = [E_{\alpha\beta}^e] \quad (22)$$

塑性域では混合硬化則を用いた J2 流れ則によると

$$E_{\alpha\beta} = E_{\alpha\beta}^e - \frac{E_{\alpha\delta}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_\delta} \frac{\partial f}{\partial \sigma_\gamma} E_{\gamma\beta}^e}{h_i + h_k + \frac{\partial f}{\partial \sigma_\gamma} E_{\gamma\delta}^e \frac{\partial f}{\partial \sigma_\delta}} \quad (23)$$

ここで、下添字 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ は総和規約の指標でいずれも s, ϕ をとる。 E, ν はそれぞれ弾性域でのヤング係数、ポアソン比、 h_i, h_k は等方ならびに移動硬化係数である。また f は降伏曲面で次式で表される。

$$f^2 = (\sigma_s - \alpha_s)^2 + (\sigma_\phi - \alpha_\phi)^2 - (\sigma_s - \alpha_s)(\sigma_\phi - \alpha_\phi) \quad (24)$$

α_s, α_ϕ は降伏曲面の中心の移動を表すパラメータで Ziegler の移動硬化則で規定される。

繰り返し荷重下の硬化係数の変化は Dafalias-Popov の二曲面モデルで評価する場合以下のような形で表される。

$$h_i + h_k = H_i + H_k + h \frac{\delta}{\delta_m - \delta} \quad (25)$$

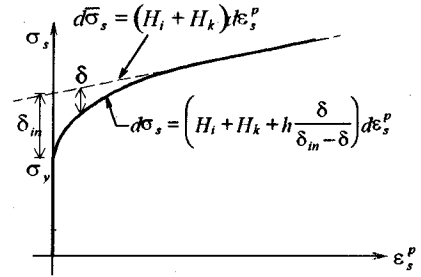


図-4 1軸応力-塑性ひずみ関係

ここに

$$\delta = \sqrt{(\bar{\sigma}_s - \sigma_s)^2 + (\bar{\sigma}_\phi - \sigma_\phi)^2} \quad (26)$$

δ_m はある載荷サイクルで初期降伏したときの δ の値である。式(26)中の $\bar{\sigma}_s, \bar{\sigma}_\phi$ は降伏曲面上の応力点 (σ_s, σ_ϕ) に対応する下式で定義される境界曲面上の応力点である。

$$F^2 = \frac{1}{2} \left\{ 2(\bar{\sigma}_s - \beta_s)^2 + 2(\bar{\sigma}_\phi - \beta_\phi)^2 - 2(\bar{\sigma}_s - \beta_s)(\bar{\sigma}_\phi - \beta_\phi) \right\} \quad (27)$$

具体的には降伏曲面上の応力点の垂線と境界曲面の垂線が一致するように、応力点 $(\bar{\sigma}_s, \bar{\sigma}_\phi)$ を決定する。すなわち、

$$\{n_\alpha\} = \left\{ \frac{\partial f}{\partial \sigma_\alpha} \right\} / g = \left\{ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_\alpha} \right\} / G \quad (28)$$

ここに

$$g = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_s} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial \sigma_\phi} \right)^2}, \quad G = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_s} \right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_\phi} \right)^2} \quad (29a, b)$$

境界曲面の拡大、移動は降伏曲面との関係において、以下により規定される。

$$\begin{aligned} dF &= H_i d\bar{\epsilon}^p \\ \frac{\partial F}{\partial \bar{\sigma}_\alpha} d\beta_\alpha &= H_k d\bar{\epsilon}^p \\ d\beta_\alpha &= d\alpha_\alpha - M \mu_\alpha \end{aligned} \quad (30a-c)$$

ここに

$$\begin{aligned} d\bar{\epsilon}^p &= \sqrt{\frac{4}{3} \left(d\epsilon_s^p{}^2 + d\epsilon_\phi^p{}^2 + d\epsilon_s^p d\epsilon_\phi^p \right)} \\ \{\mu_\alpha\} &= \frac{1}{\sqrt{(\bar{\sigma}_s - \sigma_s)^2 + (\bar{\sigma}_\phi - \sigma_\phi)^2}} \begin{Bmatrix} \bar{\sigma}_s - \sigma_s \\ \bar{\sigma}_\phi - \sigma_\phi \end{Bmatrix} \\ M &= \frac{(h_k/g - H_k/G) d\bar{\epsilon}^p}{\mu_\alpha \frac{\partial f}{\partial \sigma_\alpha} / g} \end{aligned} \quad (31a-c)$$

式(24)~(27)で定義される降伏曲面と境界曲面の相互関係は図-3に示すとうりであり、1軸応力-塑

性ひずみ関係は図-4 になる。

なお、Tvergaard⁸⁾は J2 corner 理論を用いて、軸対称座屈から非軸対称座屈への塑性分岐点を特定している。しかしながら、ここで対象とする軸対称変形の範囲での座屈モードの局所化では、ひずみ硬化による降伏応力の初期降伏応力からの増加は小さく、とがりの発達による影響は少ないものと思われる。したがって、簡単のため、J2 corner 理論は用いていない。

(4) 増分形の剛性方程式の誘導

増分形の剛性方程式を仮想仕事の式をもとに誘導する。ある段階(上添字⁽⁰⁾の状態)から増分した状態に関する円筒殻のつり合いを表す仮想仕事の式は補遺1の定式化により以下のように表される。

$$\delta\Pi = \delta U^{(0)} + \delta\Delta U - \delta W^{(0)} - \delta\Delta W = 0 \quad (32)$$

ここに

$$\delta U^{(0)} = 2\pi r_0 \int_0^l \int_{-l/2}^{l/2} (\sigma_s^{(0)} \delta\Delta\varepsilon_s + \sigma_\varphi^{(0)} \delta\Delta\varepsilon_\varphi) \frac{(r_0 + n \cos\theta)}{r_0} dnds$$

$$\delta\Delta U = 2\pi r_0 \int_0^l \int_{-l/2}^{l/2} (\Delta\sigma_s \delta\Delta\varepsilon_s + \Delta\sigma_\varphi \delta\Delta\varepsilon_\varphi) \frac{(r_0 + n \cos\theta)}{r_0} dnds$$

$$\delta W^{(0)} = \left[n_2 2\pi r_0 (\bar{N}_{s1}^{(0)} \delta\Delta w_i + \bar{V}_{m1}^{(0)} \delta\Delta v_i + \bar{M}_i^{(0)} \delta\Delta\theta_i) \right]_1^2$$

$$\delta\Delta W = \left[n_2 2\pi r_0 (\Delta\bar{N}_{s1} \delta\Delta w_i + \Delta\bar{V}_{m1} \delta\Delta v_i + \Delta\bar{M}_i \delta\Delta\theta_i) \right]_1^2$$

(33a-d)

σ_s , σ_φ は軸方向ならびに周方向の応力の物理成分であり、 \bar{N}_{si} , \bar{V}_{mi} , \bar{M}_i ($i=1,2$) は図-5 に示すような要素座標(n,s)に関して定義される単位長さ当たりの節点力成分である。 n_2 は1節点で -1, 2節点で 1の値をとる。

式(33a,b)のひずみ増分の変分量 $\delta\Delta\varepsilon_s$, $\delta\Delta\varepsilon_\varphi$ は式(20)をもとに次のように表される。

$$\delta\Delta\varepsilon_s = \left(B_{si} + \frac{\partial B_{sj}}{\partial d_k} \Delta d_k \right) \delta\Delta d_i$$

$$\delta\Delta\varepsilon_\varphi = \left(B_{\varphi i} + \frac{\partial B_{\varphi j}}{\partial d_k} \Delta d_k \right) \delta\Delta d_i \quad (34a,b)$$

(2), (3) でそれぞれ誘導されたひずみ・変位関係式(17), 応力・ひずみ関係式(21)ならびに式(34)を仮想仕事の式(32)に代入することで剛性方程式を得ることができる。

まず、式(33a,b)より

$$\delta U^{(0)} = (D_i^{(0)} + K_y^{(0)} \Delta d_j) \delta\Delta d_i$$

$$\delta\Delta U = K_y \Delta d_j \delta\Delta d_i \quad (35a,b)$$

ここに

$$D_i^{(0)} = 2\pi \int_A (\sigma_s^{(0)} B_{si} + \sigma_\varphi^{(0)} B_{\varphi i}) (r_0 + n \cos\theta) dnds$$

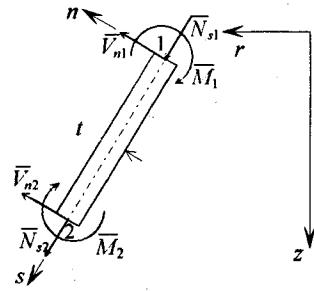


図-5 要素節点力成分

$$K_y^{(0)} = 2\pi \int_A \left(\sigma_s^{(0)} \frac{\partial B_{sj}}{\partial d_j} + \sigma_\varphi^{(0)} \frac{\partial B_{\varphi j}}{\partial d_j} \right) (r_0 + n \cos\theta) dnds$$

$$K_y = 2\pi \int_A \left\{ B_{si} (E_{ss} B_{sj} + E_{s\varphi} B_{\varphi j}) + B_{\varphi i} (E_{\varphi s} B_{sj} + E_{\varphi\varphi} B_{\varphi j}) \right\} (r_0 + n \cos\theta) dnds \quad (36a-c)$$

また式(33c,d)より

$$\delta W^{(0)} = F_i^{(0)} \delta\Delta d_i, \quad \delta\Delta W^{(0)} = \Delta F_i \delta\Delta d_i \quad (37a,b)$$

ここに

$$\{F_i^{(0)}\}^T = 2\pi r_0 \{ \bar{N}_{s1}^{(0)}, \bar{V}_{m1}^{(0)}, \bar{M}_1^{(0)}, \bar{N}_{s2}^{(0)}, \bar{V}_{m2}^{(0)}, \bar{M}_2^{(0)} \}$$

$$\{\Delta F_i\}^T = 2\pi r_0 \{ \Delta\bar{N}_{s1}, \Delta\bar{V}_{m1}, \Delta\bar{M}_1, \Delta\bar{N}_{s2}, \Delta\bar{V}_{m2}, \Delta\bar{M}_2 \} \quad (38a,b)$$

式(35a,b)と式(37a,b)を式(32)に代入し、 $\delta\Delta d_i \neq 0$ であることを考慮すると増分形の剛性方程式が次のように得られる。

$$\Delta F_i = (K_y + K_y^{(0)}) \Delta d_j + D_i^{(0)} - F_i^{(0)} \quad (39)$$

上式で $(K_y + K_y^{(0)})$ が接線剛性行列、 $D_i^{(0)} - F_i^{(0)}$ が不つり合い力に対応する。なお、有限要素内での不均一な塑性域の進展状態は、数値計算において、要素断面を厚さ方向(n 方向)に層分割するとともに、長さ方向(s 方向)にも分割し、いわゆる塑性領域理論(Plastic zone theory)を用いることで対応する。

4. 2軸応力下の座屈モードの局所化現象の解析

塑性座屈モードの局所化現象は荷重のピーク点到達後の荷重減少経路上での塑性分岐に起因するものである。したがって、厳密な局所化解析は荷重減少経路からの塑性分岐解析に帰着され、変位制御下の解析を実施する必要がある。すでに著者らは有限要素法にもとづく、1軸応力下の局所化解析を平面骨組を対象として具体的に示し⁴⁾、さらに多軸応力下の局所化解析についても一般論を提示してい

る⁹⁾。ここでは多軸応力下の厳密な塑性分岐解析法をもとに、円筒殻の軸対称座屈を対象とした有限要素法による2軸応力下の局所化解析法を説明する。多自由度離散系構造システムの増分変位ベクトル ΔD を制御成分ベクトル ΔC と非制御成分ベクトル $\Delta \bar{D}$ とに分け接線剛性方程式を提示すれば

$$\begin{bmatrix} \bar{K} \\ K' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \bar{D} \\ \Delta C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta F \\ \Delta Q \end{bmatrix} \quad (40)$$

ここに ΔQ は制御変位ベクトル ΔC に対応する未知反力増分ベクトル、 ΔF は既知荷重増分ベクトルである。式(40)を総和規約で次のように表示するものとする。

$$\begin{aligned} \bar{K}'_{ij} \Delta \bar{D}_j + \bar{K}_{ik} \Delta C_k &= \Delta F_i \\ \bar{K}'_{mj} \Delta \bar{D}_j + \bar{K}_{mk} \Delta C_k &= \Delta Q_m \end{aligned} \quad (41a,b)$$

式(41)を用いて、分岐の条件を表すと次のようになる。

$$\begin{aligned} \Delta \Pi &= (\Delta \bar{D}_i^b - \Delta \bar{D}_i^f) \bar{K}'_{ij} (\Delta \bar{D}_j^b - \Delta \bar{D}_j^f) \\ &+ \sum_{l=1}^n \int_{V_l} \Delta \mu^l dV = 0 \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \Delta \mu &= \left[(\Delta \varepsilon_\alpha^b - \Delta \varepsilon_\alpha^f) \left\{ (E_{\alpha\beta}^c - E_{\alpha\beta}^f) \Delta \varepsilon_\beta^f \right. \right. \\ &\left. \left. + (E_{\alpha\beta}^b - E_{\alpha\beta}^c) \Delta \varepsilon_\beta^b \right\} \right] \end{aligned} \quad (43)$$

ここに上添字 f, b はそれぞれ分岐点から主経路、分岐経路方向への増分量を示す。上添字 c は分岐点からの増分に対し、除荷の場合も負荷剛性をとると仮定する Comparison solids に対する値を示す。また、 $\int_{V_l} dV$ は有限要素 l の全体にわたって積分することを意味し \sum_l は当該構造系の全有限要素に対して総和をとることを示している。 $\Delta \varepsilon_\alpha$ 、 $E_{\alpha\beta}$ はそれぞれ2軸応力問題でのひずみ増分ならびに材料構成則での接線剛性を表す。

式(42)をもとに2軸応力下で分岐が生ずる場合について考察する。まず、式(42)の第2項 $\Delta \mu$ のとりうる値について検討する。弾塑性域での材料の接線剛性は材料の除荷・負荷と関係しており、負荷時には式(23)、除荷時には式(22)で示す値をとる。このとき材料の除荷・負荷は次式で判定される。

$$\begin{aligned} &> 0 : \text{負荷} \\ \frac{\partial f}{\partial \sigma_\alpha} \Delta \sigma_\alpha &= 0 : \text{中立} \\ &< 0 : \text{除荷} \end{aligned} \quad (44a-c)$$

式(44)の左辺は、式(21)、(23)より負荷条件下で

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_\alpha} \Delta \sigma_\alpha = \frac{(h_i + h_k) \frac{\partial f}{\partial \sigma_\alpha} E_{\alpha\beta}^c \Delta \varepsilon_\beta}{\left\{ (h_i + h_k) + \frac{\partial f}{\partial \sigma_\gamma} E_{\gamma\delta}^c \frac{\partial f}{\partial \sigma_\delta} \right\}} \quad (45)$$

表-1 主経路・分岐経路での除荷・負荷の組み合わせと剛性

		I	II	III	IV
主経路(f)	$\frac{\partial f}{\partial \sigma_\alpha} \Delta \varepsilon_\alpha^f$	≥ 0	≥ 0	≤ 0	≤ 0
	$E_{\alpha\beta}^f$	$E_{\alpha\beta}^c$	$E_{\alpha\beta}^c$	$E_{\alpha\beta}^c$	$E_{\alpha\beta}^c$
分岐経路(b)	$\frac{\partial f}{\partial \sigma_\alpha} \Delta \varepsilon_\alpha^b$	≥ 0	≤ 0	≤ 0	≥ 0
	$E_{\alpha\beta}^b$	$E_{\alpha\beta}^c$	$E_{\alpha\beta}^c$	$E_{\alpha\beta}^c$	$E_{\alpha\beta}^c$

$$\text{注: } E_{\alpha\beta}^b = E_{\alpha\beta}^c - \left(E_{\alpha\delta}^c \frac{\partial f}{\partial \sigma_\delta} \frac{\partial f}{\partial \sigma_\gamma} E_{\gamma\beta}^c \right) / \left(h_i + h_k + \frac{\partial f}{\partial \sigma_\gamma} E_{\gamma\delta}^c \frac{\partial f}{\partial \sigma_\delta} \right) = E_{\alpha\beta}^c$$

また除荷条件下で

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_\alpha} \Delta \sigma_\alpha = \frac{\partial f}{\partial \sigma_\alpha} E_{\alpha\beta}^c \Delta \varepsilon_\beta \quad (46)$$

したがって、式(45)、(46)より、式(44)の代わりに次式を除荷・負荷の判定に用いることができる。

$$\begin{aligned} &> 0 : \text{負荷} \\ \frac{\partial f}{\partial \sigma_\gamma} E_{\gamma\delta}^c \Delta \varepsilon_\delta &= 0 : \text{中立} \\ &< 0 : \text{除荷} \end{aligned} \quad (47a-c)$$

分岐点から主経路(f)と分岐経路(b)方向への増分に対して材料の除荷・負荷に関してとりうるすべての場合をその材料剛性に関して表-1にまとめる。この表をもとに各ケースについて $\Delta \mu$ を計算するとI~IVのようになる。

$$\text{I : } \Delta \mu = 0$$

$$\text{II : } \Delta \mu = q \frac{\partial f}{\partial \sigma_\delta} E_{\alpha\delta}^c (\Delta \varepsilon_\alpha^b - \Delta \varepsilon_\alpha^f) \frac{\partial f}{\partial \sigma_\gamma} E_{\gamma\beta}^c \Delta \varepsilon_\beta^b \geq 0$$

$$\begin{aligned} \text{III : } \Delta \mu &= q \frac{\partial f}{\partial \sigma_\delta} E_{\alpha\delta}^c (\Delta \varepsilon_\alpha^b - \Delta \varepsilon_\alpha^f) \frac{\partial f}{\partial \sigma_\gamma} E_{\gamma\beta}^c \\ &(\Delta \varepsilon_\beta^b - \Delta \varepsilon_\beta^f) \geq 0 \end{aligned}$$

$$\text{IV : } \Delta \mu = -q \frac{\partial f}{\partial \sigma_\delta} E_{\alpha\delta}^c (\Delta \varepsilon_\alpha^b - \Delta \varepsilon_\alpha^f) \frac{\partial f}{\partial \sigma_\gamma} E_{\gamma\beta}^c \Delta \varepsilon_\beta^b \geq 0 \quad (48a-d)$$

ここに

$$q = 1 / \left(h_i + h_k + \frac{\partial f}{\partial \sigma_\gamma} E_{\gamma\delta}^c \frac{\partial f}{\partial \sigma_\delta} \right) \quad (49)$$

式(48)の関係より、文献4)で論じた1軸応力の場合と同様、式(42)の第2項の被積分関数はいずれの場合にも負になることはなく $\Delta \mu \geq 0$ となる。これより分岐が生ずるためには、式(42)の第1項の $\Delta \bar{K}'_{ij}$ に関する2次形式は負か少なくとも零になることが必要である。 $\Delta \bar{K}'_{ij}$ は変位制御下の剛性行列であることから、文献4)でも説明したように、荷重増加の釣り合い経路はいうまでもなく極限点を超え、荷重減少

表-2 材料定数

	E	σ_y	その他のパラメータ
二曲面モデル	2.06×10^5	196	$\delta_m = \sigma_y/2$ $h = E/2$ $H_k = E/100$ $H_l = 0$
Bi-linear モデル		294	$h_k = E/100$ $h_l = 0$

(MPa)

表-3 円筒殻の構造諸元

	R (mm)	t (mm)	L (mm)	R/t	L/R
Type1	100	2.5	300	40	3.0
Type2	100	4.0	300	25	3.0
Type3	100	6.0	300	16.7	3.0
Type4	100	4.0	100	25	1.0
Type5	100	4.0	200	25	2.0

経路上に至っても正値対称のままであり、第1項は正である。したがって、荷重減少経路上の分岐により局所化が発生する可能性が最初に生ずるのは式(42)の第1項と第2項が同時に零となる時である。すなわち、第1項が零となる条件より

$$\det|\Delta \tilde{K}_y^c| = 0 \quad \text{かつ} \quad \Delta \tilde{D}_j^b - \Delta \tilde{D}_j^f = C \Delta \tilde{D}_j^m \quad (50a,b)$$

ここに $\Delta \tilde{D}_j^m$ は $\Delta \tilde{K}_y^c$ の零固有値に対する固有ベクトル、 C は定数である。第2項が同時に零となるためには、式(48a~d)からわかるように、分岐点から主経路と分岐経路方向への増分に対して、構造物中において、負荷が中立状態のみ発生する必要がある。分岐方向において中立状態が生ずる場合は、式(47a,b)をもとに構造物中に中立状態と負荷状態のみ発生する条件から式(50)の定数 C の値を定めることができる。

5. 円筒殻の軸対称座屈モードの局所化挙動

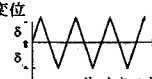
(1) 解析モデル

ここでは図-6に示す両端を固定とした軸方向荷重を受ける円筒殻の挙動について検討する。

材料の構成則としては、鋼材を対象に、先の定式化で説明した繰り返し荷重下の構成則である Dafalias-Popov の二曲面モデルを適用する。また、構成則の影響をみるために Bi-linear モデルとの比較も行う。図-4で示した1軸応力-塑性ひずみ関係の具体的な材料定数を Bi-linear モデルのもの併せて表-2に示す。

対象とする円筒殻は5種類であり、2.での議論

表-4 繰り返し荷重における変位制御量

	$\delta/L \times 10^2$	変位 
Type2,3,5	1.00	サイクル数
Type1	0.40	

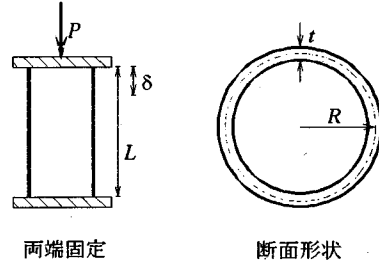


図-6 解析モデル

を踏まえ、また既存の実験結果を参考に軸対称変形モードとなると考えられる構造諸元を表-3のように選定した。すなわち、円筒の長さの半径に対する比 L/R を3.0に固定し、径厚比 R/t を3種類変化した Type1,2,3 と、径厚比 R/t を25に固定し、 L/R を変化した Type2,4,5 の計5種類である。なお、本解析モデルでは円筒の両端を固定しているため式(1)、(2)で規定される R/t の限界値よりさらに大きな値まで軸対称変形するものと考えられる。なお、数値解析では、解の収束性を考慮し、板厚方向の分割を6とし、また長さ方向の要素分割を $L/R=1$ の場合20として L/R に比例して増加させる。

(2) 単調荷重時の局所化挙動

はじめに、構成則として二曲面モデルを用いたときの単調荷重時の挙動として、図-6に示す円筒殻端部の軸方向変位 δ を単調に増加させた場合を解析する。解析結果として、径厚比 R/t の影響を検討するために、Type1,2,3の荷重-変位関係を図-7に、また、円筒の長さの半径に対する比 L/R の影響を比較するために Type2,4,5の荷重-変位関係を図-8に示す。ここに変位 δ は円筒の長さ L で除し平均ひずみとし、荷重 P は円筒の変形前の断面積 A で除し、平均応力として表示している。またそれぞれの変形モードを図-9に示す。

図-7ではすべての場合に座屈モードの局所化現象が生じている。この時、 R/t が小さいほど局所化現象の発生は遅く、局所化による最大荷重到達後の荷重の低下も小さい。これは R/t が小さい円筒殻では、曲げ剛性が大きく、局所化モードの進展に対して拘束が大きくなるためである。

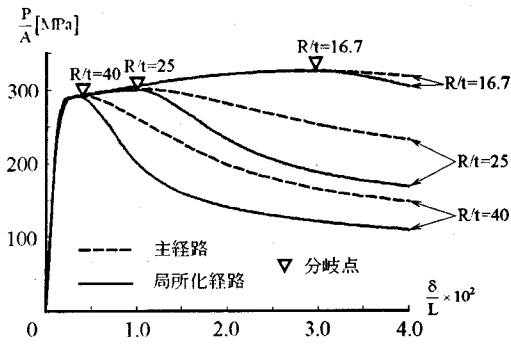


図7 R/tが局所化に与える影響(L/R=3.0)

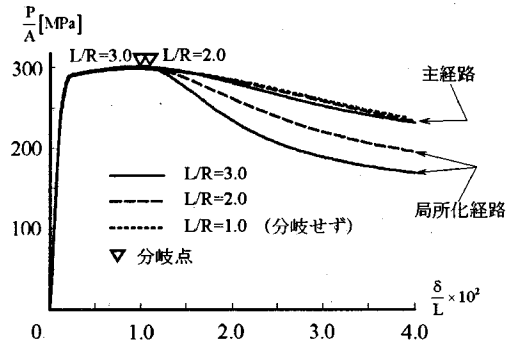


図8 L/Rが局所化に与える影響(R/t=25)

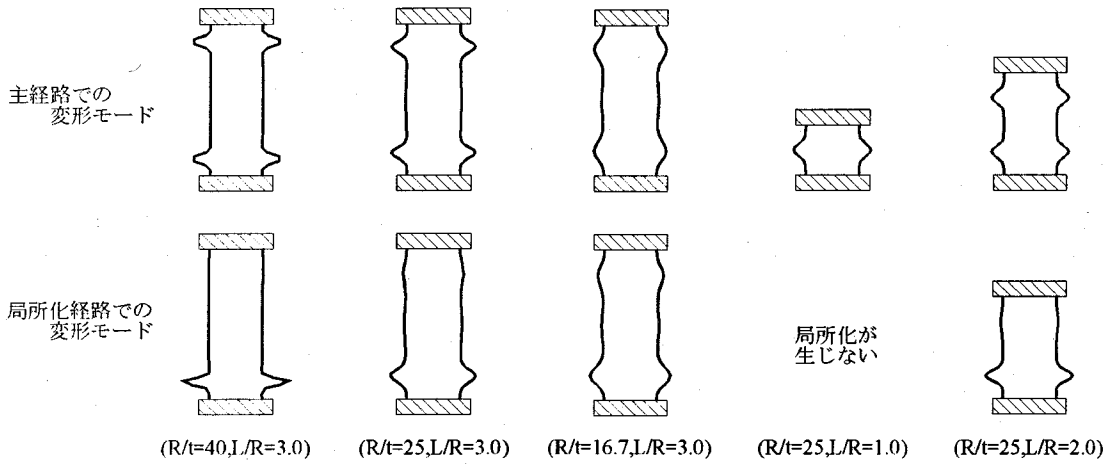


図9 単調載荷時の変形形状 ($\delta/L = 4.0 \times 10^{-2}$)

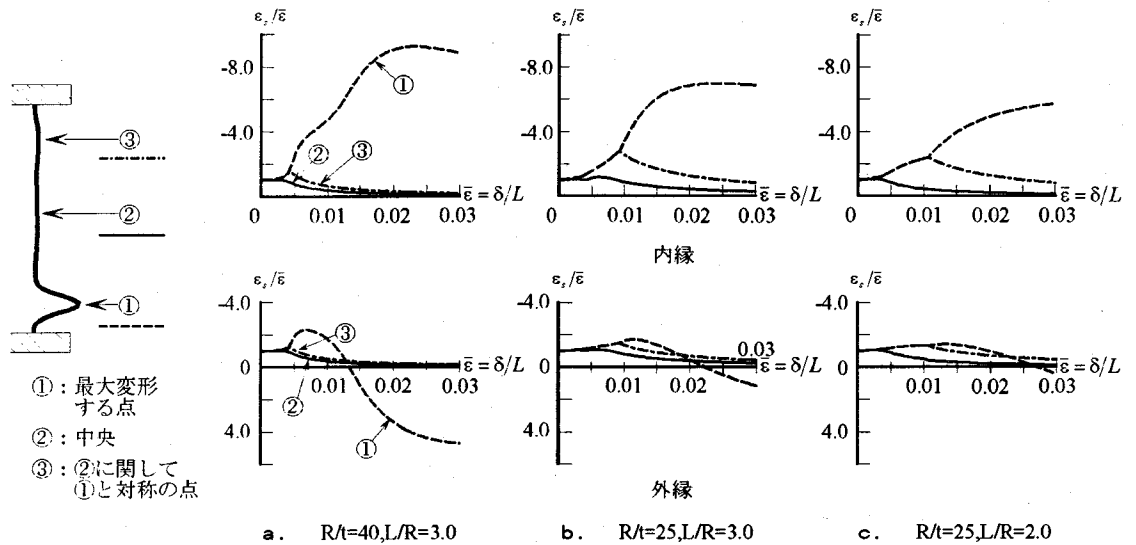
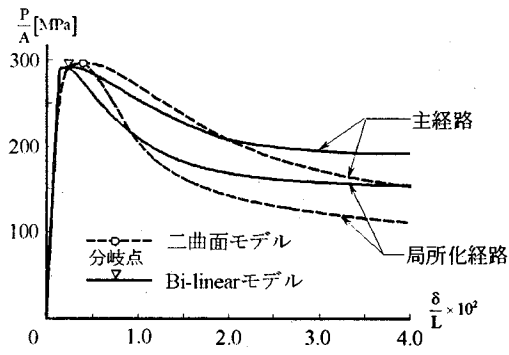
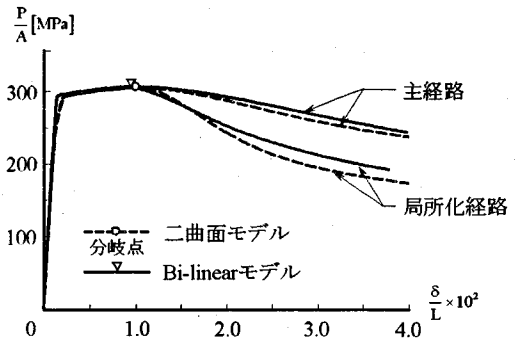


図10 局所化による軸方向ひずみ

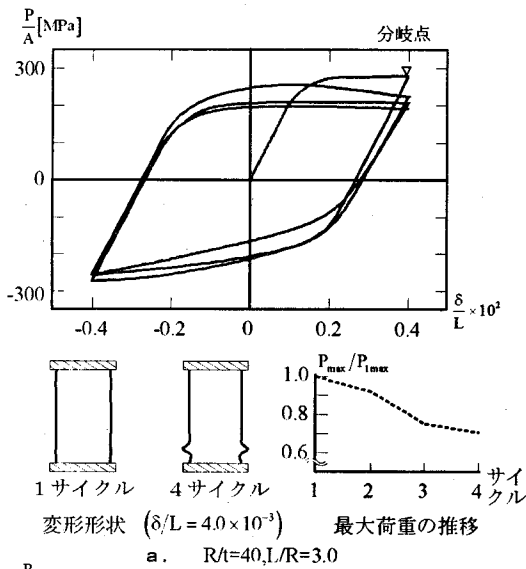


a. $R/t=40, L/R=3.0$

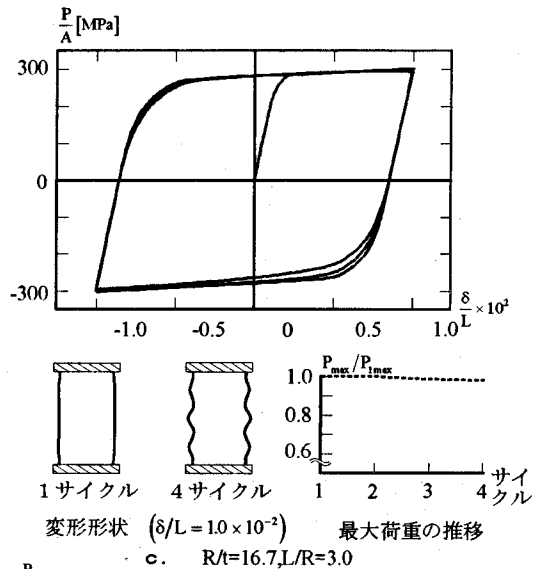


b. $R/t=25, L/R=3.0$

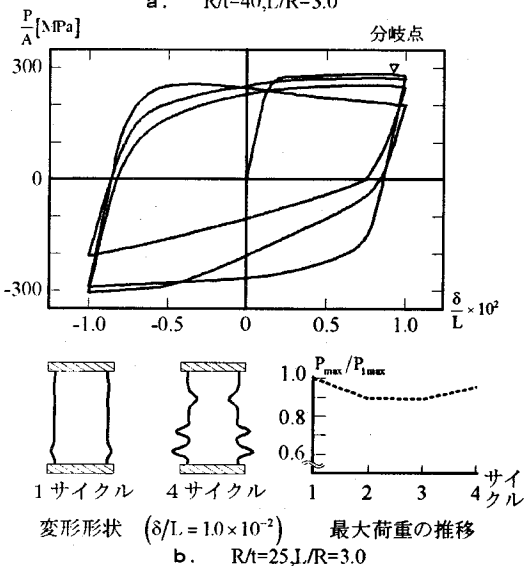
図11 構成則が局所化挙動に与える影響



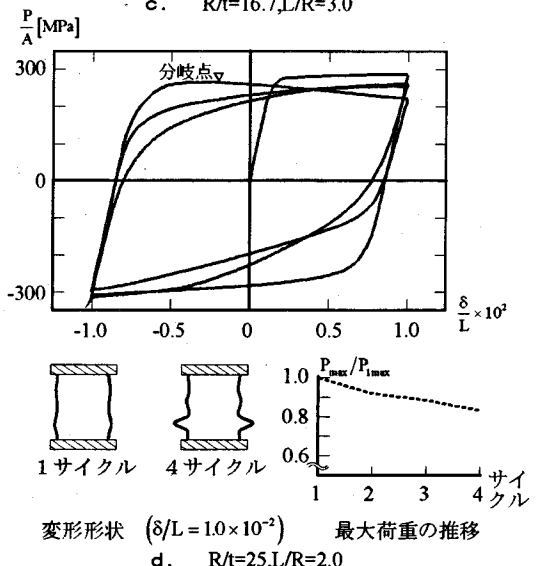
a. $R/t=40, L/R=3.0$



c. $R/t=16.7, L/R=3.0$



b. $R/t=25, L/R=3.0$



d. $R/t=25, L/R=2.0$

図12 繰り返し荷重下の挙動 (二曲面モデル)

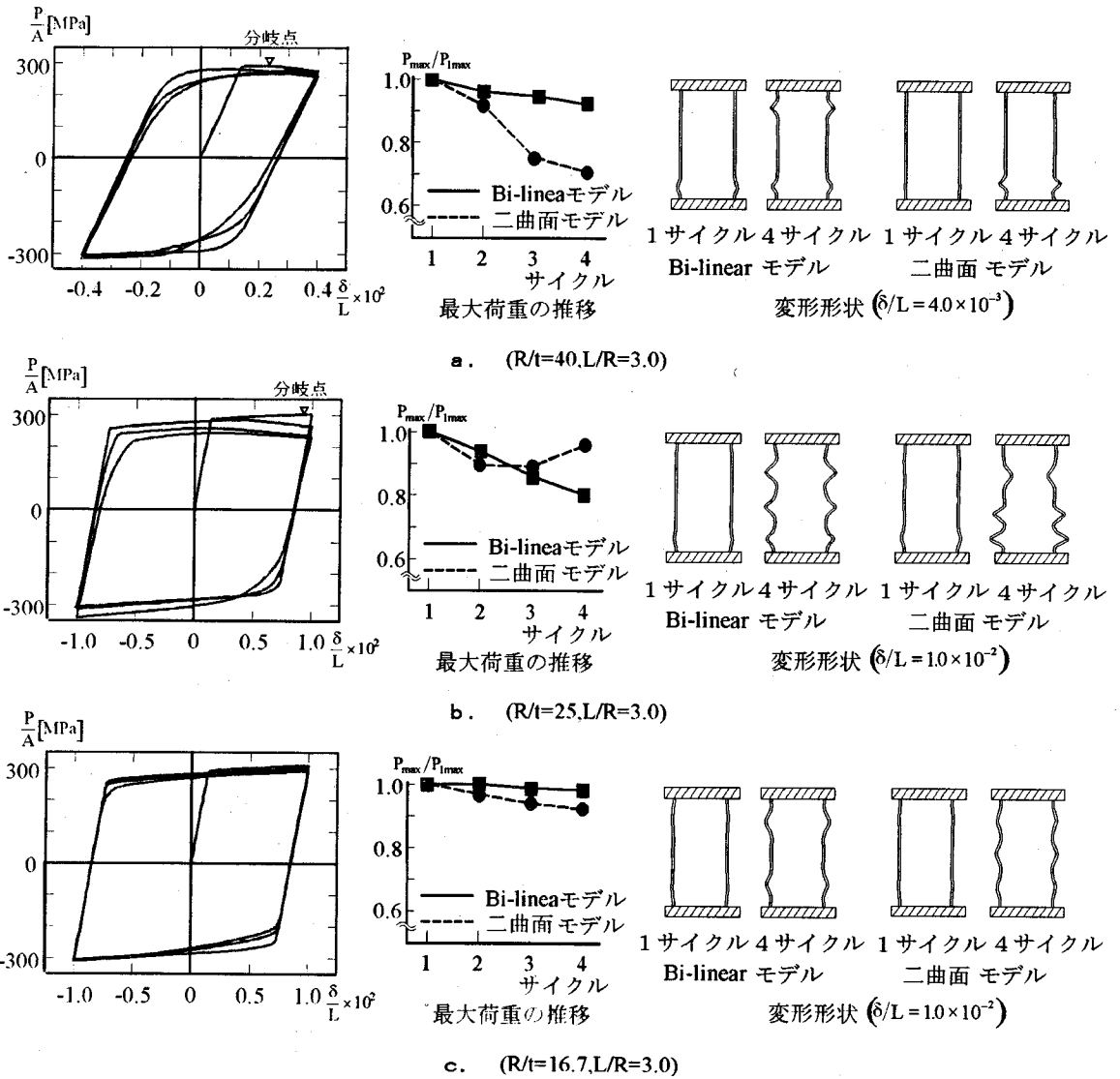


図-13 繰り返し荷重下の挙動 (Bi-linear モデル)

図-8より軸方向変位が $\delta/L = 4 \times 10^{-2}$ までの範囲で、 $L/R=1.0$ の場合を除いて、座屈モードの局所化現象が生じている。局所化が発生する場合、局所化開始の起点となる分岐点は L/R によらずほぼ同一点である。しかしながら、局所化が生ずると L/R が大きいほど最大荷重到達後の荷重の低下が大きい。これは局所化による軸方向変位量は L/R によらずほぼ一定であり、同じ変位の場合、平均ひずみ δ/L は L が大きくなるほど小さく評価されることに起因している。なお、主経路はこの解析モデルの場合、 L/R によらず差は微小である。

これらの円筒殻の局所化現象をひずみの集中化の観点から検討する。Type1.2.5の円筒殻について、

局所化による外側への変形が最大となる点①、円筒殻の長手方向の中心点②、②の点に関して点①と対称の点③の計3点について、内縁、外縁の s 方向ひずみ ε_s と平均ひずみ $\bar{\varepsilon} (= \delta/L)$ との関係を図-10に示す。ここで、 s 方向ひずみは平均ひずみで除した値 $\varepsilon_s/\bar{\varepsilon}$ として表示している。図-10より、局所化発生前では、 s 方向ひずみはいずれの点でも圧縮でほぼ同様の値を示している。しかしながら、局所化が発生すると、局所化による変形が最大となる点①の内縁ひずみは急激に増加し、最大で、平均ひずみの7~9倍に達する。また点①の外縁では引張ひずみが生じる。逆に、②③点では、平均ひずみ以下となり、変形が進展するに従い、平均ひずみに対する

比はより減少する。このようなひずみ集中化の傾向は R/t が大きいほど顕著である。

つぎに、構成則が局所化挙動に与える影響を検討するため、Type1,2 の円筒について表-3 に示した Bi-linear モデルを用いた場合の荷重-変位関係を二曲面モデルを構成則として用いた場合と比較して図-11 に示す。図-11 より、同じ Type の円筒殻では Bi-linear モデルの方が二曲面モデルより小さな変位量で分岐が発生するが、その後の荷重の低下は小さい。これらの構成則による変形挙動の差は、径厚比 R/t の小さい Type2 の方が小さい。なお、局所化変形のモードは両構成則ともほとんど同じである。

(3) 繰り返し荷重下の局所化挙動

繰り返し荷重下の挙動としては、Type1,2,3,5 について、図-6 の円筒殻の軸方向変位 δ に両振りの定変位振幅を 4 サイクル与える。変位振幅の大きさは表-4 に示す値を設定する。この変位振幅は図-7, 8 に示した単調荷重条件下で局所化が発生する分岐点付近の変位量である。ただし、Type3 は分岐点での変位量が大きいので、Type2.5 と同じ変位振幅とする。解析結果として、Type1,2,3,5 の繰り返し荷重下の荷重-変位関係を各サイクル毎の最大荷重ならびに変形モードの推移と併せて図-12 に示す。ここで、各サイクルの最大荷重 P_{max} は 1 サイクル目の最大荷重 P_{1max} で除し、無次元化している。図-12 からわかるように、c. の Type3 を除いて他の場合には、すべて局所化現象が生じ、繰り返し荷重により荷重が低下している。一般に局所化による円筒殻の荷重低下は R/t が大きいほど著しい傾向にあるが、多点支持柱^{4), 5)} や圧縮板^{5), 6)} と異なり、荷重サイクル数の増加に伴い、必ずしも単調に低下しない。理由としては、円筒殻に両振り荷重すると、引張時に内側に絞られるような塑性変形をし、再び圧縮されるときには、これが初期変形として最大耐力上昇に寄与するためと考えられる。また、内側への残留変形が生ずると次の荷重サイクルで変形モードも変化し、新たなふくらみが局所化が生じた点の上部に生ずる。このような残留変形の影響については補遺 2 に検討している。

つぎに、材料構成則に Bi-linear モデルを用いた場合の繰り返し荷重下の挙動を二曲面モデルを用いたときと比較するために、Type1,2,3 について解析を行った。繰り返し荷重の要領は表-4 に示した二曲面モデルの場合と同様である。解析結果として、Bi-linear モデルを用いたときの履歴挙動ならびに、各サイクルの最大荷重の変化と、1 サイクル目と 4

サイクル目の変形モードを二曲面モデルと比較したものを各 Type ごとにまとめて図-13 に示す。図-13 より、Bi-linear モデルの各サイクルでの最大荷重の低下傾向は、二曲面モデルとかなり異なっており、二曲面モデルに比べ単調に、また徐々に低下している。このため、 $R/t=25$, $L/R=3.0$ の場合を除き荷重低下は少ない。Bi-linear モデルで荷重が単調に低下する理由としては、図-13 に示す変形モードからわかるように、二曲面モデルの場合と異なり内側への変形が生じないことによると考えられる。以上から、繰り返し荷重下の局所化挙動は単調荷重時と異なり、その荷重サイクル数の増加とともに材料構成則によりかなり大きな影響を受けると考えられる。

6. まとめ

繰り返し荷重下の円筒殻の軸対称座屈モードの局所化現象による劣化挙動を理論的に検討した。円筒殻の場合、2 軸応力状態となるため、まず 2 軸応力下の厳密な塑性分岐解析による局所化挙動の解析手法を提示した。つぎに、この手法を用い、両端固定の円筒殻の局所化挙動を解析し、変形能、繰り返し荷重下の最大耐力の低下に対して構造パラメータ、構成則がどのような影響を与えるかについて考察した。この結果、径厚比 R/t ならびに円筒殻の長さの半径に対する比 L/R が大きいほど局所化現象が生じやすく、変形能ならびに最大耐力の低下が大きいことが判明した。また、構成則が局所化挙動に与える影響については、特に繰り返し荷重下で大きな影響が認められ、荷重サイクル数の増加とともに構成則の差が劣化傾向、変形モードにおいて顕著に現れることが明らかになった。

補遺 1 円筒殻に関する内部仕事

(s, r_0, φ) 座標に関して、軸方向ならびに周方向応力を第 2 種 Piola-Kirchhoff の応力テンソルで $(\sigma^s, \sigma^{\varphi\varphi})$ と表し、対応する共役なひずみ成分を Green のひずみテンソルで $(e_{ss}, e_{\varphi\varphi})$ と表すと、内力仕事は次のようになる。

$$\delta U = \int_V (\sigma^s \delta e_{ss} + \sigma^{\varphi\varphi} \delta e_{\varphi\varphi}) dV \quad (a)$$

ここに $\int \cdot dV$ は対象とする円筒殻全域にわたって積分することを意味し dV は

$$dV = 2\pi(r_0 + n \cos\theta) dn ds \quad (b)$$

と表される。応力テンソル $(\sigma^s, \sigma^{\varphi\varphi})$ と応力の物

理成分 (σ_s, σ_ϕ) の関係は次式で定義される。

$$\sigma^{ss} = \sigma_s / |\hat{g}_s| |\hat{g}_s|, \quad \sigma^{s\phi} = \sigma_\phi / |\hat{g}_\phi| |\hat{g}_\phi| \quad (c)$$

また、Green のひずみテンソルの変分とのびひずみの関係は

$$\delta e_{ss} = |\hat{g}_s| |\hat{g}_s| \delta \epsilon_s, \quad \delta e_{\phi\phi} = |\hat{g}_\phi| |\hat{g}_\phi| \delta \epsilon_\phi \quad (d)$$

ここに (\hat{g}_s, \hat{g}_ϕ) は ($s, r_0\phi$) 座標の基底ベクトルで (\hat{g}_s, \hat{g}_ϕ) は変形後の基底ベクトルを表す。

式(b)-(d)を式(a)に代入すると内部仕事 δU は次式のようになる。

$$\delta U = 2\pi \int_0^l \int_{-l/2}^{l/2} (\sigma_s \delta \epsilon_s + \sigma_\phi \delta \epsilon_\phi) (r_0 + n \cos \theta) dn ds \quad (e)$$

これを増分することで

$$\delta U^{(0)} + \delta \Delta U = 2\pi r_0 \int_0^l \int_{-l/2}^{l/2} (\sigma_s^{(0)} \delta \Delta \epsilon_s + \sigma_\phi^{(0)} \delta \Delta \epsilon_\phi + \Delta \sigma_s \delta \Delta \epsilon_s + \Delta \sigma_\phi \delta \Delta \epsilon_\phi) \frac{(r_0 + n \cos \theta)}{r_0} dn ds \quad (f)$$

が得られる。

補遺 2 残留変形の形状が円筒殻の耐力に与える影響

残留変形の影響を把握するために Type4 ($R/t=25, L/R=1.0$) の円筒殻に図-A に示す sine 半波と相似の形状を持つ 3 種類の大きさの初期たわみを与え、完全系と同様の条件のもとに、単調載荷時の挙動を解析する。解析結果は荷重-変位関係として、完全系の挙動と比較して、変形モードとともに図-B に示す。図-B より、不整 a のような外側への初期たわみは円筒殻の耐力を低下させるが、不整 b, c のような内側への初期たわみは逆に耐力を上昇させる。また、耐力の上昇量は初期たわみ量が大きい不整 c が大きい。さらに、不整 c の場合は、完全系と異なる 2 つのふくらみを持つ変形モードを示す。これは、図-12 で示したように、引張載荷時に内側に絞られた円筒殻が、つぎの圧縮載荷サイクルで、すでに局所化した点の上部にふくらみを生ずるのと似ている。

参考文献

- 1) 加藤勉, 秋山宏, 鈴木弘之: 軸圧縮力を受ける鋼管の塑性局部座屈耐力, 日本建築学会論文集, 第 204 号, 1973 年 2 月。
- 2) 都井裕, 井根達比古: 構造要素の衝突圧壊強度に関する基礎的研究 (その 5) - 軸荷重を受ける円筒鋼管の軸対称圧壊実験と有限要素解析 -, 日本造船学会論文集, 第 164 号, pp.406-419, 1988 年。
- 3) Tvergaard, V. and Needleman, A.: On the Localization of Plastic Buckling Patterns, *Journal of Applied Mechanics*,

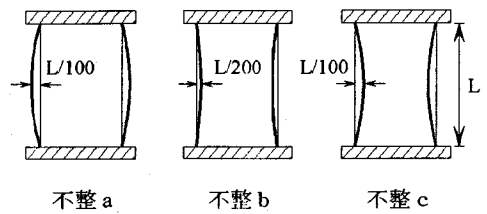


図-A 初期たわみ ($R/t=25, L/R=1.0$)

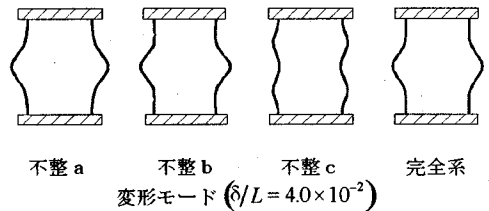
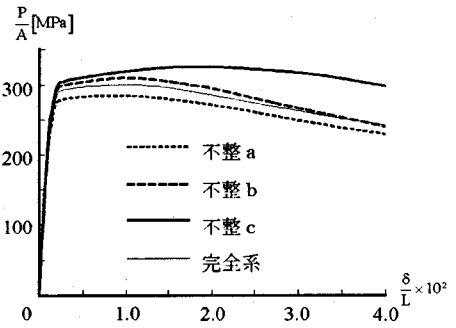


図-B 初期たわみのある円筒殻の挙動 ($R/t=25, L/R=1.0$)

Vol.43, pp613-619, 1980.

- 4) 後藤芳顕, 川西直樹, 鳥羽保行, 小畑誠: 構造物の塑性座屈モードの局所化による変形能の低下と繰り返し荷重下の挙動, 土木学会論文集, No.483/I-26, pp.87-96, 1994 年 1 月。
- 5) Goto, Y., Toba, Y. and Matsuoka, H.: Localization of Plastic Buckling Patterns under Cyclic Loading, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.121, No.4, pp.493-501, April 1995.
- 6) 後藤芳顕, 松岡宏典, 王慶雲, 鳥羽保行: 圧縮板の塑性座屈モードの局所化と変形能の低下, 土木学会論文集, No.513/I-31, pp.39-51, 1995 年 4 月。
- 7) Horton, W.H., Baily, S.C. and Edwards, A.M.: Non-symmetric Buckle Patterns in Progressing Plastic Buckling, *Experimental Mechanics*, Vol.23, No.2, pp.433-444, 1966.
- 8) Tvergaard, V.: On The transition from a Diamond Mode to an Axisymmetric Mode of Collapse in Cylindrical Shell, *International Journal of Solids and Structures*, Vol.19, No.10, pp.845-856, 1983.
- 9) Dafalias, Y.E. and Popov, E.P.: Plastic Internal Variables Formalism of Cyclic Plasticity, *Journal of Applied Mechanics*, Vol.43, pp.645-651, 1976.

(1995. 10. 2 受付)

LOCALIZATION OF AXISYMMETRIC BUCKLING PATTERNS OF CYLINDRICAL SHELLS UNDER CYCLIC LOADING

Yoshiaki GOTO, Yasuyuki TOBA, Kiyohisa ONO and Makoto OBATA

The localization of axisymmetric plastic buckling patterns of cylindrical shells is investigated in terms of its influence on the strength deterioration under cyclic loading. Since the localization phenomenon is caused by the plastic bifurcation in the post-peak range, we first showed a rigorous method to analyze the plastic bifurcation under two-axial stresses. Then, using the proposed method, we examined the effects of structural parameters as well as constitutive models on the localization behavior. As a result, it was observed that the strength deterioration under cyclic loading is significant when the radius-thickness ratio (R/t) and length-radius ratio (L/R) are large.