

ひずみ勾配依存非局所構成式による ひずみの局所化解析

金 永民¹・桜井 春輔²

¹正会員 工博 三星物産建設部門 技術研究所 (〒130-080 Seoul 江南区駅三洞 677-25)

²正会員 工博 神戸大学教授 工学部建設学科 (〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)

岩石のような地盤材料では、破壊の前兆現象としてのひずみの局所化の問題が注目されてきた。ひずみの局所化現象を連続力学に基づく局所形の構成式を用いて有限要素シミュレーションする場合、解析結果がメッシュサイズに大きく依存する事がある。そこで、本ノートでは相当応力に相当粘塑性ひずみの勾配を導入することによって、従来の粘塑性体に対応した速度依存性構成式を非局所形に一般化し、それを用いて岩石の一軸圧縮の数値シミュレーションを行い、ひずみの勾配が変形の局所化に及ぼす影響やメッシュサイズ依存性除去、及び変形の局所化現象への試料寸法依存性について検討を行った。

Key Words: localization, strain gradient dependence, mesh size dependence, size effect

1. 序論

岩石のような地盤材料が荷重を受けると、塑性変形とともに不均一で局所的な変形を伴うひずみの局所化が生じる。このようなひずみの局所化現象を連続体力学に基づく局所形の構成式を用いて有限要素シミュレーションする場合、解析結果がメッシュサイズに大きく依存する事がある。材料の変形挙動は、本来、材料の特性及び、変形条件に依存した固有のものであり、局所化した領域は、材料固有の微視組織等のいわゆる特性長さ (characteristic length) に依存した有限の大きさを持つことが知られている¹⁾。従って、連続体力学の枠組みの下での変形の局所化過程の解析においては、このような特性長さを導入することによって妥当な解を得ることができる。そこで、初期値問題に特徴長さを自然な形で導入するひずみ速度依存性や仮想的粘性による調整が提案されている²⁾。しかしながら、このような枠組みにおいては、解析結果の強いメッシュサイズ依存性は和らげられるが、変形の局所化が進行すると、挙動は結局、有限要素のメッシュサイズに依存してしまうことが知られている^{3) 4)}。このような問題を解決するため、Aifantisはひずみの高次の項を導入する方法を提案した⁵⁾。すなわち、ひずみの空間勾配の高次の項の導入によって、

支配方程式系による境界値問題が適切に定義されることになる。そこで、本研究では、相当応力に相当粘塑性ひずみの勾配を導入することによって、従来の粘塑性体に対応した速度依存性構成式を非局所形に一般化し、その構成式を用いて岩石の一軸圧縮の数値シミュレーションを行い、相当粘塑性ひずみの勾配が材料の変形の局所化に及ぼす影響やひずみの局所化のメッシュサイズ依存性の除去、及び変形の局所化現象への試料寸法依存性について検討を行う。

2. ひずみ勾配依存非局所構成式

ZbibとAifantisは、降伏応力にひずみおよびひずみ速度の勾配を導入することによって、従来の局所形構成式を次のような非局所形に一般化する事を提案した⁶⁾。

$$\tau = \tau(\gamma, \dot{\gamma}) + w(\nabla^2\gamma, \nabla^2\dot{\gamma}, \nabla^4\gamma, \nabla^4\dot{\gamma}) \quad (1)$$

ただし、 τ は応力、 γ および $\dot{\gamma}$ は、それぞれひずみおよびひずみ速度である。 ∇^2 はラプラスの演算子であり、右辺第二項が非局所効果を表わしている。本研究では、式(1)を相当粘塑性ひずみおよび相当粘塑性ひずみ速度を含んだ形式に改め、次に示すようなその最も単純な形式を用いる。

$$\bar{\sigma} = \hat{\sigma}(\bar{\varepsilon}^{vp}, \dot{\bar{\varepsilon}}^{vp}) - C\nabla^2\bar{\varepsilon}^{vp} \quad (2)$$

ここで、Cは材料定数であり、力の単位を持つ。更に、仕事等価原理 (work equivalent principle) によって、非局所相当粘塑性ひずみ速度を以下に定義する。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = 1/\bar{\sigma}(\sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}^{vp}) \quad (3)$$

一方、局所ひずみ成分を持つ非局所形粘塑性体は、つぎの応力一ひずみ増分関係式で表わすことができる⁷⁾。

$$\sigma_{ij} = D_{ijkl} (\dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\epsilon}_{kl}^{vp}) \quad (4)$$

ここで、 D_{ijkl} は弾性係数テンソル、 $\dot{\epsilon}_{kl}$ は局所ひずみ速度であり、 $\dot{\epsilon}_{kl}^{vp}$ は非局所粘塑性ひずみ速度を表わす。非局所粘塑性ひずみ速度については、非関連流れ則に基づき、gを塑性ボテンシャルとして次のように表わす。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^{vp} = \dot{\eta} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\eta} p_{ij} \quad (5)$$

いま、時刻tおよびt+Δtにおける非局所相当粘塑性ひずみ速度を、それぞれ $\dot{\epsilon}_t^{vp}$ および $\dot{\epsilon}_{t+\Delta t}^{vp}$ とすると、時間間隔Δtの非局所相当粘塑性ひずみ増分 $\Delta\dot{\epsilon}^{vp}$ は、つぎのように線形補間を用いて近似できる。

$$\Delta\dot{\epsilon}^{vp} = \Delta t [(1-\Theta) \dot{\epsilon}_t^{vp} + \Theta \dot{\epsilon}_{t+\Delta t}^{vp}] \quad (6)$$

パラメータ Θ は $0 < \Theta < 1$ であり、いま、 $\dot{\epsilon}_{t+\Delta t}$ を時間tについてTaylor級数展開して式(6)に代入すると

$$\Delta\dot{\epsilon}^{vp} = \Delta t [\dot{\epsilon}_t^{vp} + \Theta \Delta t (\frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \sigma} \dot{\sigma} + \frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \sigma} \dot{\epsilon}^{vp})] \quad (7)$$

また、相当応力速度は、降伏関数の適合条件を考慮すれば、次式を得る。

$$\dot{\sigma} = \frac{\partial f}{\partial \sigma} \dot{\sigma}_{ij} = q_{ij} \dot{\sigma}_{ij} \quad (8)$$

式(3)と(8)を(7)に代入して $\Delta\dot{\eta}$ について解くとつぎのようになる。

$$\Delta\dot{\eta} = \Delta t [\frac{\dot{\eta}_t}{1+\xi} + 1/H Q_{ij} \epsilon_{ij} \frac{\xi}{1+\xi}] \quad (9)$$

ここで $\dot{\eta}_t = \dot{\epsilon}_t^{vp} / \sigma_{ij} p_{ij}$ $\xi = (\Theta \Delta t) H \frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \sigma} / \sigma_{ij} p_{ij}$ $P_{ij} = D_{ijkl} P_{kl}$
 $Q_{ij} = D_{ijkl} q_{kl}$ $H = P_{ij} q_{ij} - (\frac{\partial \dot{\epsilon}^{vp}}{\partial \sigma})^{-1} \frac{\sigma_{ij} p_{ij}}{\dot{\sigma}}$ である。

式(9)の両辺を Δt で割り、 $\dot{\eta}$ を求めて式(4)に代入し、整理するとつぎの非局所形構成式を得る。

$$\dot{\sigma}_{ij} = (D_{ijkl} - 1/H \frac{\xi}{1+\xi} P_{ij} Q_{kl}) \dot{\epsilon}_{kl} - \frac{\dot{\eta}_t}{1+\xi} P_{ij} \quad (10)$$

上式は大きな変形の解析に用いられるので、Cauchyの応力速度をKirchhoffの応力のJaumann速度に、ひずみ速度を変形速度テンソルに置き換えることにより構成式を一般化できる。一方、非局所相当応力と非局所相当粘塑性ひずみ及び非局所相当粘塑性ひずみ速度の間の関係につぎのような非局所相当粘塑性ひずみ速度を導入する。

$$\dot{\epsilon}^{vp} = \dot{\epsilon}_y [\frac{\dot{\sigma}}{h(\dot{\epsilon}^{vp})}]^{1/m} \quad (11)$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_y$ は基準ひずみ速度、mはひずみ速度感度

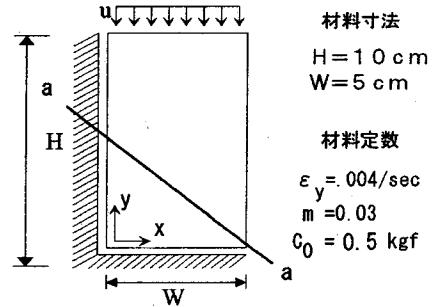


図-1 対称破壊モード解析モデル

指標、 $h(\dot{\epsilon}^{vp})$ はひずみ硬化特性および軟化特性を表わす。本研究では $h(\dot{\epsilon}^{vp}) = \sigma_y + h\dot{\epsilon}^{vp}$ と仮定する。

3. 解析モデルおよび解析条件

相当応力に相当粘塑性ひずみの勾配を導入した非局所形ひずみ速度依存構成式を用いてMohr Coulomb非関連流れ則の岩石材料について、一軸圧縮平面ひずみ実験をシミュレートする（変位制御、ひずみ速度=0.002/sec）。ここで用いる材料特性を表-1に示す。変形の対称性を考慮して第一象限のみを考慮し、供試体上端面の水平変位は拘束する（図-1参照）。また、大変形弾塑性境界値問題を定式化するために、Updated-Lagrange法を用いてCrossed Triangle要素で解析する。

表-1 材料定数

弾性係数	E	121000 kgf/cm ²
ポアソン比	v	0.31
粘着力	c	100 kgf/cm ²
内部摩擦角	ϕ	40°
ダイレイタンシー角	ϕ	0°
線形軟化係数	h	-300 kgf/cm ²

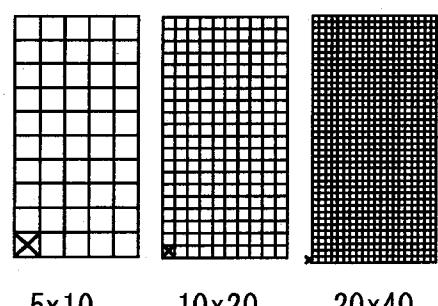


図-2 有限要素メッシュパターン

4. 有限要素解析結果と考察

(1) メッシュサイズ依存性

有限要素解析結果のメッシュサイズ依存性を検討するために、同じ大きさの岩石供試体をCrossed Triangle要素で図-2に示すように50, 200, 及び800分割し、それぞれに対し局所形($C=0.0$)および非局所形構成式($C=0.5$)を用いて解析した。解析結果として、図-3にみかけの応力一ひずみ曲線を示す。この図により、非局所形構成式を用いた結果がピーク以後の変形の局所化を抑えられることが分かる。ひずみ軟化過程においては、局所形構成式を用いた結果は明らかなメッシュサイズ依存性が見られが、非局所形構成式の結果はほぼ同一であることが分かる。また、試料断面a-aに対しての相当塑性ひずみ分布も図-4、及び5から明らかなようにメッシュサイズ依存性が除去されていることが分かる。

(2) 非局所項の効果

ここでは、構成式中に含まれるひずみの勾配の係数Cについて、その特性および変形の局所化に及ぼす効果を検討するために、 $C_0=0.5$ を基準値として $F (=C/C_0)$ の三つの値について解析を行った(5X10モデル)。図-6はみかけの応力一ひずみ曲線である。この図をみると、Cの値が大きくなるに従って、変形が進んだ段階での応力の低下が抑えられている。

(3) 試料寸法依存性

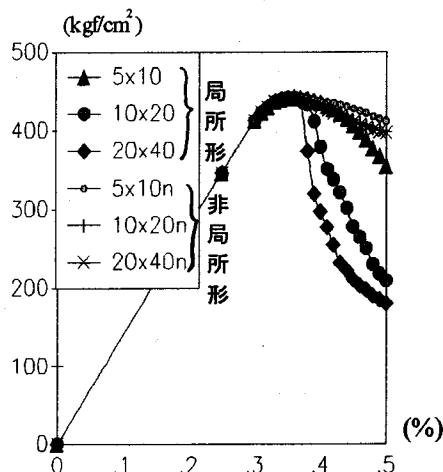


図-3 みかけ応力一ひずみ曲線(メッシュ依存性)

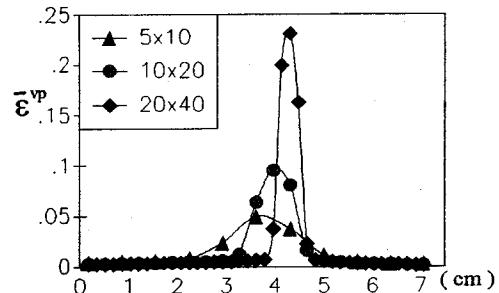


図-4 相当塑性ひずみ分布(局所形)

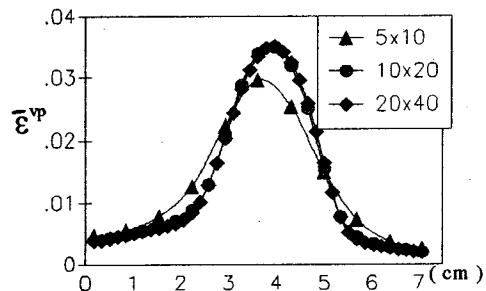


図-5 相当塑性ひずみ分布(非局所形)

勾配項を導入した非局所形構成式の試料寸法依存性を検討するために、試料寸法の大きさを2倍、及び10倍に変えて解析した(5X10モデル, $C=0.5$)。その時、みかけの応力一ひずみ曲線を図-7に示す。局所形の構成式を用いた解析($C=0$)では変形の局所化挙動は試料寸法がまったく反映されないことを示している。一方、非局所形構成式を用いた場

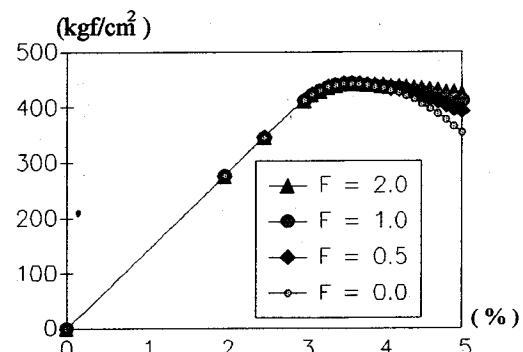


図-6 みかけ応力一ひずみ曲線(非局所効果)

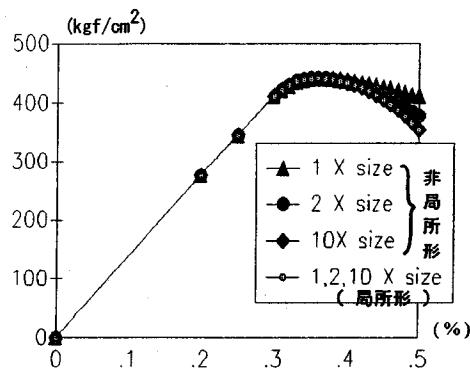


図-7 みかけ応力一ひずみ曲線（寸法影響）

合では、試料が大きくなるほど、変形の局所化が激しくなって寸法依存性が表れている。

5. 結論

岩石材料のひずみ局所化の変形挙動をより正確に予測するために、相当応力に相当粘塑性ひずみの勾配を導入した非局所形ひずみ速度依存性構成式を用いて、平面ひずみ条件下で一軸圧縮を受ける岩石材料の変形挙動を数値シミュレーションを行った。得られた結果をまとめると次のようである。

- (1) 非局所形構成式中の非局所効果項の係数C($C > 0$)の影響をみるために、平面ひずみ一軸圧縮条件で有限要素数値シミュレーションした結果、式
- (2) から予測されるように、Cの値が大きくなる

程、非局所効果が大きくなり、ひずみの局所化が安定することが確かめられた。

(2) 非局所形構成式の導入によるメッシュサイズ依存について調べた結果、平面ひずみ一軸圧縮条件での有限要素解析結果におけるメッシュサイズ依存性は除去可能であることが明らかになった。

(3) 有限要素分割数を一定とした場合の変形の局所化現象に対する有限要素解析結果への試料寸法依存性についての検討では、試料寸法が大きくなる程、激しい変形の局所化が見られた。

参考文献

- 1) Bazant, Z. P., Byung H., O.: *J. Engng. Mech. Div.*, ASCE, 100(7), 1015-1035, 1984.
- 2) Needleman, A.: *Comp. Mech. Appl. Mech. Engng.*, 67, 69-86, 1988.
- 3) Oka, F., Adachi, T. and Yashima, A.: *Mechanics of Materials*, 18, 119-129, 1994.
- 4) Bazant Z. P., Pijaudier-Cabot G.: *J. Engng. Mech. Div.*, ASCE, 115(4), 755-767, 1989.
- 5) Aifantis, E. C.: *Trans. ASME. J. Eng. Mat. Techn.* 106, 326-330, 1984.
- 6) Zbib, H. M., Aifantis, E. C.: *Res Mechanica* 23, 261-277, 1988.
- 7) Bazant, Z. P., Lin, F. B.: *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 26, 1805-1823, 1988.

(1995. 5. 26 受付)

ANALYSIS OF STRAIN LOCALIZATION ON THE BASIS OF A STRAIN GRADIENT DEPENDENT CONSTITUTIVE MODEL

Youngmin KIM and Shunsuke SAKURAI

Strain localization is often recognized as prefactoring processes of soil and rock materials and has been extensively investigated so far. However, most of the investigations employed the classical constitutive equation, and hence the strain localization zones were found to be essentially dependent on the size of the finite elements. In the present investigation, a viscoplastic constitutive equation is generalized by introducing the strain gradient into the equivalent stress. The numerical results of plane strain finite element simulation of a uniaxial compression test on rocks are presented. The influences of the strain gradient, the finite element mesh size and the size of the specimens on the strain localization are discussed.

ニュー・コンセプト パソコン用 3次元土木構造解析システム

スリーティー

シグマ

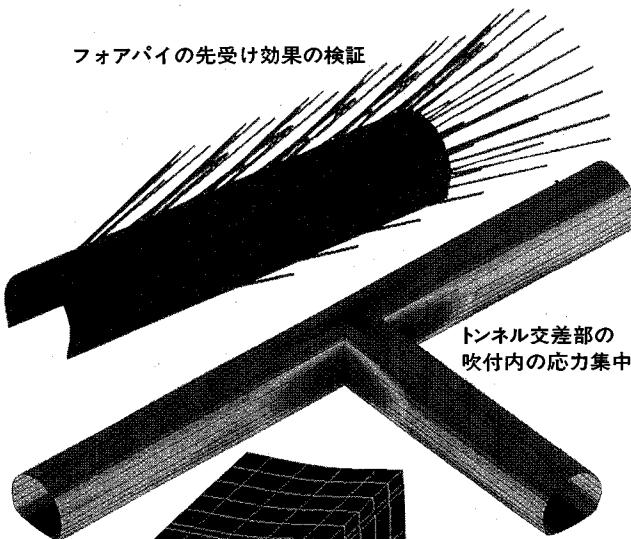


申し訳ない！ これまでのものとは これほど違う。

数千万円と数週間がかかった
解析をパソコンで数時間で。

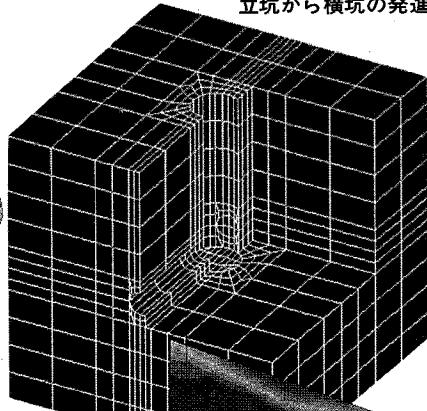
誰でも、どこでも、低コストで、簡単に！

フォアパイの先受け効果の検証



トンネル交差部の
吹付内の応力集中

立坑から横坑の発進

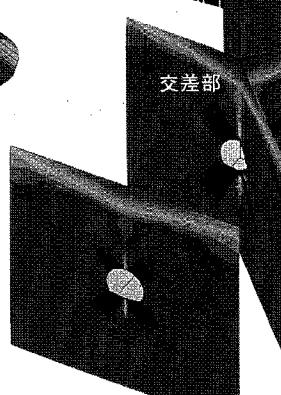


交差部

交差部

交差トンネルの各
断面上の安全率

ボックスカルバート
接続部の変形



- 有限要素を意識させない、要素や節点などの概念は一切表に出ない。あらゆる指定は直接図面上に。
- 強力な自動ステップ解析機能。掘削、盛土、地盤改良、支保などの施工過程をステップ毎に直感的に。
- 強力で済いところに手が届くような3次元表現機能を豊富に実装。表示断面、表示部分が自在に設定可能。
- 画面入力から報告書作成まで全面的にサポートする統合システム。CAD、ワープロ、編集機能なども内蔵。
- 大容量：数万節点も解析可能。 ■高速解析：例えば、ベンティアムで6千節点に2時間。

開発・営業社員を募集中！



ソフトブレーン株式会社 お問合せは 03-5695-1009

本 社：〒001 札幌市北区北37条西4丁目 王陽ビル
東京営業所：〒103 東京都中央区日本橋茅場町3-8-5 308ビル

TEL：011-736-7009 FAX：011-736-7449
TEL：03-3663-7009 FAX：03-3663-7008

地盤の非線形解析プログラム

■開発元 Dr.Cundall (ITASCA社)

FLAC-2D/3D (Fast Lagrangian Analysis of Continua)

- 幾何学的大変形及び材料非線形を取り扱うことができます。陽解法のため歪み軟化解析が容易です。
- 複雑な3次元地盤をモデル化するため、優れたジェネレーター機能をそなえています。
- 機能追加のための開発ツールFISHプログラミング言語を備えていますので、機能追加が容易です。

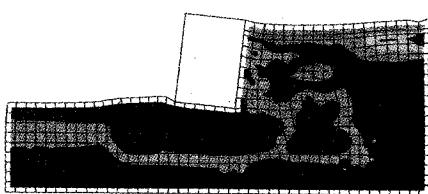
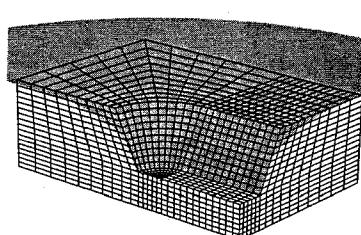
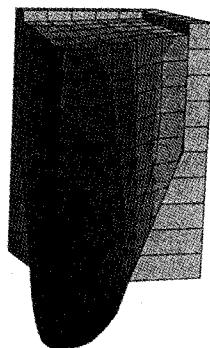


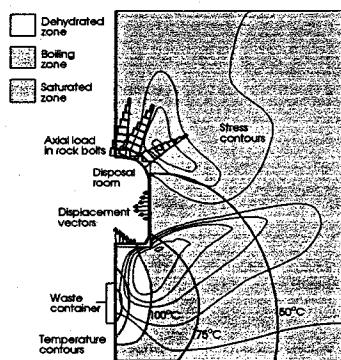
Figure 2. Distorted grid and contours of pore pressure ratio after shaking applied at base



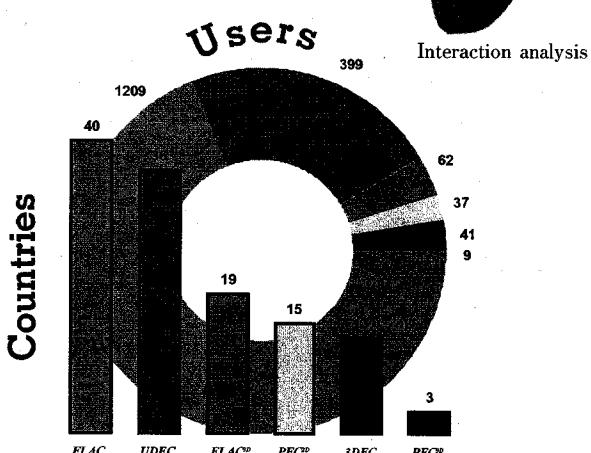
Water flow analysis



Interaction analysis



Thermomechanical conditions five years after nuclear waste emplacement.



■価 格(ロード・モジュール)

- FLAC-2D SUN/IBM-PC(標準バージョン) 80万円
(Dynamic, Creep, Thermal Optionを含む場合) 110万円
- FLAC-3D SUN/IBM-PC(標準バージョン) 190万円
(Dynamic, Creep, Thermal Optionを含む場合) 250万円

Itasca Software & Windows 95

Yes, Itasca codes do run under Microsoft Windows 95. *Windowsは米国マイクロソフト社の商標です。

*当社は1988年7月からITASCA社の販売代理店をしています。

OKL 株式会社 応用工学研究室

TEL.03-3437-2164 FAX.03-3437-2652

〒105 東京都港区虎ノ門5-1-4 東都ビル6F

(株)システムネットワーク内

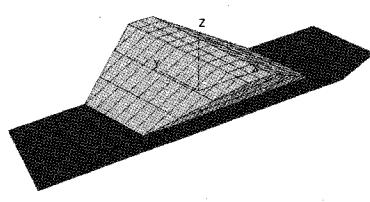


Figure 1. Grid for earth dam and foundation

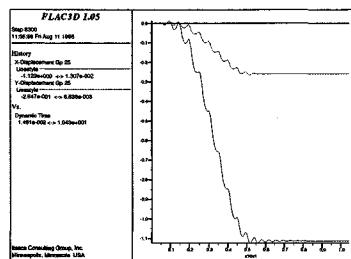


Figure 2. Displacement records (in x- and y-directions) at crest of dam

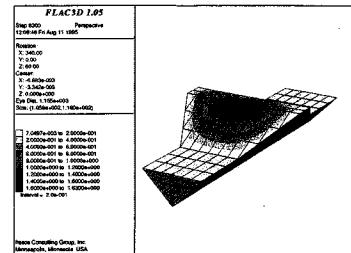
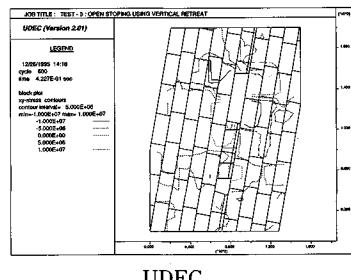


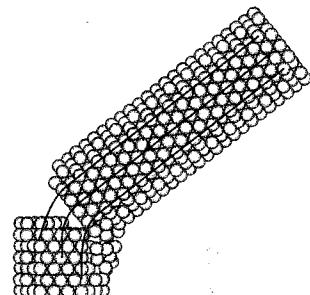
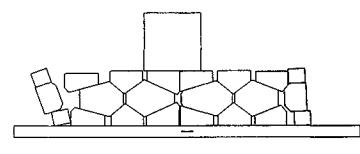
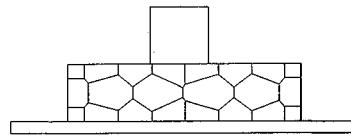
Figure 3. Contours of final displacement magnitude

Dynamic analysis

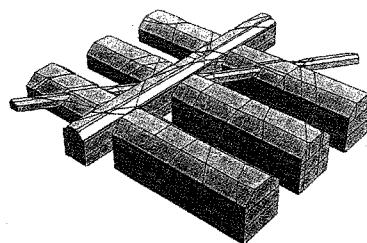
個別要素法プログラムシリーズ



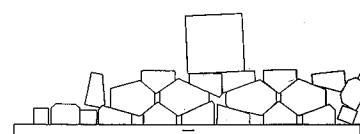
UDEC



Toppling of pier after horizontal crack forms near base, (reinforcement has pulled out of concrete)

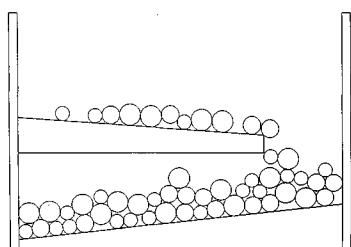


3DEC



BFLOW

PFC-3D



BALL-Poly

■価格

●ロード・モジュール

• UDEC	SUN/IBM-PC(標準バージョン)	110万円
	(Barton-Bandis Optionを含む場合)	160万円
• 3DEC	SUN/IBM-PC	550万円
• PFC-2D	SUN/IBM-PC	70万円
• PFC-3D	SUN/IBM-PC	250万円

●ソース・コード

• UDEC	SUN/IBM-PC(標準バージョン)	190万円
	(Barton-Bandis Optionを含む場合)	240万円
• BFLOW	SUN	190万円

日本技術開発株式会社

- ◆FLAC、個別要素法コードとも導入時に移植費等の追加料金はありません。将来の初期購入価格の10~15%程度です。但し、比較的開発の新しいPFC-3Dを除きま
- ◆当社ではこれらソフトによる解析コンサルタント、問題に応じた機能追加も行ってい



パソコン用、地下水解析トータルシステム

PC/UNISSF Ver. 3.5 for Windows

PC/UNISSF Ver. 3.5 for Windowsは、すでに汎用機やEWSで実績のある準3次元広域地下水変動解析プログラムと断面2次元飽和／不飽和浸透解析プログラムに強力なプリポスト処理プログラムを付加し、Windows版として、生まれ変わったPC用地下水解析トータルシステムです。

準3次元版

PC/UNISSF(H)

¥980,000

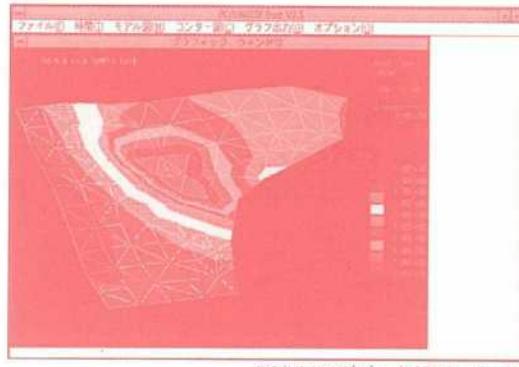
断面2次元版

PC/UNISSF(V)

¥700,000

セットの場合

¥1,400,000



PC/UNISSF(H)：全水頭センター図



PC/UNISSF(H)：水位時間変化グラフ



PC/UNISSF(V)：圧力水頭センター図と流速ベクトル図

土平昭和三十七年六月月曜日午後八時半
本成八八年五月十二日午前九時半
学会論文集第一回二月行期第
種類便物認可

定価一、五〇〇円(本体価格一、四五六円)

プログラムの特徴

■プリ処理 [(H)、(V)共通]

- ★モデル作成のためのメッシュジェネレート機能
- ★地層データ(PC/UNISSF(H)のみで使用)、初期水位データ等の自動発生機能
- ★モデル図を参考しながら、境界条件等各種データの入力、修正が可能
- ★マウス入力とメニュー形式による操作性の向上

■解析機能

[準3次元版PC/UNISSF(H)]

- ★汎用機、EWS版と同一機能(順解析)、同一データフォーマット
- ★約3000~10000節点までのモデルが解析可能
- ★降雨・揚水井・浸出面の取り扱いが可能
- ★水位・流量の経時変化
- ★境界条件の変更、材質の変更
- ★掘削機能・簡易漏水機能
- ★初期定常計算・非定常計算・最終定常計算

[断面2次元版PC/UNISSF(V)]

- ★収束状態により△tを変化
- ★降雨および水位の経時変化に対応可能
- ★鉛直二次元解析だけでなく軸対称解析が可能
- ★自由地下水位を求めることが出来る
- ★浸出点の位置と浸出量を求めることが出来る
- ★①定常計算、②非定常計算、③定常計算を行ったのち非定常計算の3通りが可能

■ポスト処理 [(H)、(V)共通]

- ★線画に加えて画面塗りつぶし処理が可能
- ★水位の時間変化が簡単にグラフ化可能
- ★マウス入力とメニュー形式による操作性の大幅な向上

動作環境

Windows Ver. 3.1

CPU: 80486DX 33MHz以上

RAM: 8MB以上

ハードディスク空容量: 10MB以上

* Windowsは米国マイクロソフト社の商標です。

* UNISSFは情報処理振興事業協会の委託を受けて開発したものです。

問い合わせ先

株式会社 CRC総合研究所

科学システム営業部／担当：岩崎

TEL: 06-241-4121、E-Mail: iwasaki@crc.co.jp

営業第1部／担当：澤村 TEL: 03-5634-5790