

吊橋の面外解析法に関する一提案

尾下里治¹・萩原 篤²

¹正会員 工博 株式会社横河ブリッジ 橋梁本部技術部 (〒273 千葉県船橋市山野町 27 番地)

²正会員 株式会社横河技術情報 橋梁技術部 (〒273 千葉県船橋市山野町 27 番地)

吊橋の長大化にともなって風荷重に対する面外解析の重要性は高まっているが、現行の立体骨組構造を用いた変位法による解析法では、解析モデルの規模が膨大となり、運用上の問題が生じている。そこで本文では、吊橋を一本のケーブルと補剛トラスの片主構面とからなる平面格子モデルに置き換えて面外解析することを提案する。この方法については、以前から上路アーチ橋や上路トラス橋に適用して、その解析精度を確認してきたが、今回は吊橋特有のケーブルやハンガーなどの部材のモデル化に新たな手法を考案し、吊橋の面外解析にまで、その応用範囲を拡張したものである。本文では、吊橋の面外変形時の挙動について基本的な考察を行った上で、支間長 2000 m の実橋モデルを用いて、静的および動的解析精度を確認している。

Key Words: suspension bridge, stress analysis, 3-D analysis, out-of-plane analysis

1. はじめに

吊橋の長大化にともなって、補剛桁の主要な部材は、鉛直荷重ではなく風荷重によって決定される場合が多くなっている。その意味で、吊橋の設計における面外解析の重要性が高くなってきており、面外解析を精度良くしかも効率的に行える手法が必要とされている。

吊橋に面外荷重が加わると、ハンガーの定着点が補剛桁のせん断中心から偏心していることによって、補剛桁はねじり変形やそりねじり変形、断面変形などの複雑な挙動を示す。特にトラス形式の補剛桁の場合は、構面のせん断変形の影響も大きいので、以前より多くの研究¹⁾²⁾がなされてきている。

現在の橋梁設計における構造解析法としては、変位法によるマトリックス解析法が一般化していることから、吊橋の面外解析についても立体骨組構造としてモデル化した解析が行われる場合が多い。このとき、トラス形式の補剛桁は、忠実に立体トラスとしてモデル化する場合と、一本の梁に置き換えた魚骨モデルが用いられる場合とがある。しかし、前者は膨大なデータ作成上の労力や解析費用、また後者は薄肉弾性梁理論の適用上の制約など、運用面で多くの問題を含んでいる。

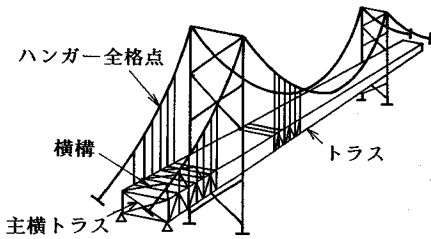
そこで本文では、吊橋を一本のケーブルと補剛トラスの片主構面とからなる平面格子モデルに置き換えて面外解析することを提案する。この方法については、以前から上路アーチ橋や上路トラス橋に適用³⁾⁴⁾して、その解析精度を確認してきたが、今回は吊橋特有のケーブルやハンガーなどの部材のモデル化に新たな手法を考案し、吊橋の面外解析にまで、その応用範囲を拡張したものであ

る。本文では、吊橋の面外変形時の挙動について、本解析法の基本的な精度確認を行った上で、支間長 2000 m の実橋モデルに対しても静的および動的解析精度を確認し、その実用性を実証している。

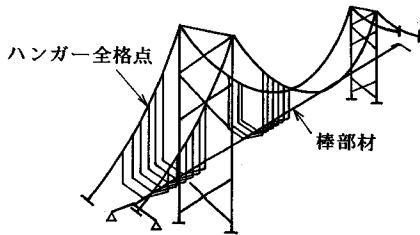
2. 従来の吊橋の面外解析法と問題点

吊橋の面外解析法としては、Moisseiff ら⁵⁾の均等分配法と弾性分配法とが有名である。均等分配法は繰り返し計算が不要な簡略法で、支間長が 500 m 程度までは十分な精度を持つとされている。一方、弾性分配法は 500 m 以上の長大橋に適用するもので、繰り返し計算を必要とする。いずれも、風荷重を受けたときの補剛桁とケーブルとの水平変位の差によって生じる風荷重の移行を求めるもので、補剛桁には面外の曲げ剛性しか考慮されていない。しかし実際には、補剛桁のせん断中心とハンガー定着位置との偏心結合の影響で、補剛桁はねじり変形を受けて複雑な応力状態になることから、Moisseiff らの方法で吊橋の補剛桁の詳細設計を行うのは問題があるといえる。

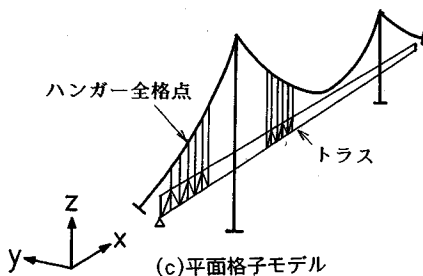
吊橋の面外変形にともなうねじりの影響を考慮したものとしては、小松・西村¹⁾や倉西・杉田²⁾の研究がある。いずれも補剛桁のねじりや断面変形を考慮した基礎方程式を誘導し、数値計算を行っている。そして、これらの変形が補剛桁の応力に与える影響をいくつかのパラメーターを用いて検討し、面外荷重を受ける吊橋の一般的な性状を明らかにしている。こうした方法は、パラメーター解析には適しているが、橋軸方向に断面が変化する実構造物の詳細設計には限界があるようである。



(a)立体トラスモデル



(b)魚骨モデル



図一 面外解析モデル

現在の吊橋の面外解析のほとんどは、変位法によるマトリックス解析法が適用されている。面内解析の場合は有限変位理論によらなければならないが、面外解析の場合は、変形後のケーブル張力の変動がわずかで非線形性が少ないことから、初期張力による幾何学的剛性を考慮した線形化理論による場合が多い。

変位法における解析モデルについては、図一1の(a)、(b)に示すような立体モデルが用いられている。ケーブルやハンガーあるいは塔は、実際の形状のままモデル化されるが、補剛桁は立体トラスとしてそのままモデル化される場合と、一本の梁に置き換えてモデル化される場合とがある。一本の梁に置き換える場合は、軸心を補剛桁の中立軸にとるので、ハンガー取付位置との間に魚骨のような仮想部材が必要となる。

コンピュータの発達によって長大吊橋においても立体トラスモデルの使用が可能になってきており、南備讃瀬戸大橋やレインボーブリッジでは静解析に、明石海峡大橋では静的解析と動的解析ともに立体トラスモデルが用いられた。しかし、こうした大規模な解析は、構造詳細

表一 平面格子モデルの部材剛性

部材	断面2次モーメント I_z	ねじり定数 J	せん断断面積 A_{τ}	初期張力 F	備考
トラス	上弦材 $\frac{A_u B^2}{2}$	—	$B t_{uv}$	—	t_{uv} : 上横構の換算板厚
	下弦材 $\frac{A_l B^2}{2}$	—	$B t_{ul}$	—	t_{ul} : 下横構の換算板厚
補剛桁	斜材 $\frac{A_s B^2}{2}$	—	0	—	
	垂直材 $\frac{A_v B^2}{2}$	—	$B t_{ev}$	—	t_{ev} : 対横構の換算板厚
ケーブル	$\frac{A_c B^2}{2}$	$\frac{F_c B^2}{2G}$	0	$2F_c$	F_c : ケーブルの初期張力
ハンガー	$\frac{A_h B^2}{2}$	$\frac{F_h B^2}{2G}$	0	$2F_h$	F_h : ハンガーの初期張力
リンク	$\frac{A_r B^2}{2}$	$\frac{F_r B^2}{2G}$	0	$2F_r$	F_r : リンクの初期軸力
塔	$\frac{A_t B_t^2}{2}$	—	$B_t t_{tr}$	$2F_t$	t_{tr} : 塔斜材の換算板厚 F_t : 塔柱の初期軸力

が確定した補剛桁の詳細設計段階においてのみ可能であり、比較検討を含む基本設計段階では運用上の問題がある。

一方、魚骨モデルは、大鳴門橋以降のほとんどの長大吊橋の面外解析に用いられている。トラス形式の補剛桁を一本の梁に置き換える場合、補剛トラスを箱形の薄肉断面で近似して、断面が剛でない Vlasov の薄肉弾性梁理論⁹⁾を適用しなければ、ねじりや断面変形の影響を正しく評価できない。ところが、実務設計の段階では、断面が剛の St. Venant のねじり理論で代用するが多い。これは、汎用構造解析プログラムでは、Vlasov の薄肉弾性梁理論に基づく解析が一般化されていないことによる。また、梁の断面力からトラス部材力を求めるためには、主構面と横構面のトラスの組み方に対応した変換式を用いなければならない、かなり複雑な作業となる。

3. 平面格子モデルによる面外解析法

本文で提案する面外解析法は、図一1(c)に示すように、ケーブルやハンガー、塔、補剛トラス他すべての部材を平面格子モデルへ置き換えて変位法による面外格子解析を行うものである。格子解析であることから、1節点当たりの自由度は、横たわみ y 、面外たわみ角 θ_z 、ねじり角 θ_x の3個となる。この結果、立体解析に比べて節点数、部材数は1/2以下、自由度数は1/4以下と大幅に低減できることになる。

吊橋の立体解析における変位自由度の低減方法を検討したものとしては、以前に小松・西村ら⁷⁾の研究がある。彼らは、完成系および架設系の各種荷重状態に対して力学的判断を行い、吊橋断面内の節点(ケーブル2、補剛トラス4)の変位ベクトル間に従属関係を与えて自由度を低減している。この中で、横荷重に対する構造解析が必要とされた変位自由度と、本文で提案する面外格子解析法の変位自由度とは一致している。この点からすると、

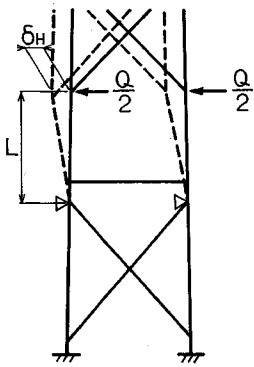


図-2 塔開口部のせん断剛性の評価法

本提案法と小松・西村らの方法とは、計算精度と計算効率の上で同等と思われるが、解析モデルが平面構造でよいこと、汎用プログラムに手を加えずに計算できること、などの点で本提案法の実用性は高いと思われる。

平面格子のモデル化にあたっては、実構造において左右平行に配置された2本の弦材やケーブルなどの部材を1本の梁部材に置き換えることになるが、このときの平面モデルの断面定数は表-1のように与えられる。断面2次モーメントについては、いずれも断面積 A と間隔 B とから同様に求められるが、2本の部材の結合状態や構造特性を正確に評価するために、せん断断面積や初期張力あるいはねじり定数を適切に与える必要がある。ここでは、こうしたモデル化の要点を構造部位ごとに述べることにする。

(1) 補剛桁

トラス構造を平面モデルへ変換する手法は、以前に報告^{3),4)}済みであるが、要点を整理すると次のようである。

- a) 上下弦材の梁要素には、横構を等価なせん断剛性を有する薄板に置き換えた場合のせん断断面積を与えて、横構のせん断変形の影響を考慮する。
- b) 斜材は、せん断断面積がゼロの梁要素とすることによって、せん断力に対しては抵抗せず、単純曲げに対してのみ抵抗するといった実構造の挙動をモデル化する³⁾。
- c) 垂直材のせん断断面積に、対傾構のせん断剛性と等価な値を与えることによって、補剛桁の断面変形の影響を考慮する。

(2) 塔

塔は、ケーブル反力としての大きな軸圧縮力を受けているので、これを初期軸力として与えることによって、横たわみにともなう軸力の影響が考慮できる。

トラス形式の塔の場合、補剛桁の弦材の場合と同様

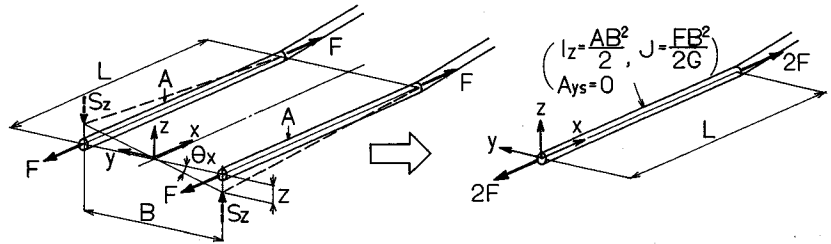


図-3 ケーブル部材のモデル化

に、斜材の換算板厚分のせん断断面積を与えてせん断変形の影響を考慮すればよいが、このとき、補剛桁が取り付け部分に建築限界を確保するために設けられた大きな開口部の評価が問題となる。開口部では斜材が組み立ていないので、2本の塔柱が一体となって横力に抵抗する機能は小さく、個々の塔柱の曲げ剛性によって抵抗する。こうした挙動を平面モデルにおける1本の梁部材の剛性で表すには、この部分のせん断断面積を次のようにして求めればよい。

図-2に示すように、塔の実構造モデルの開口部にせん断力 Q を作用させて横たわみ δ_H を計算し、次式よりせん断断面積を決定する。

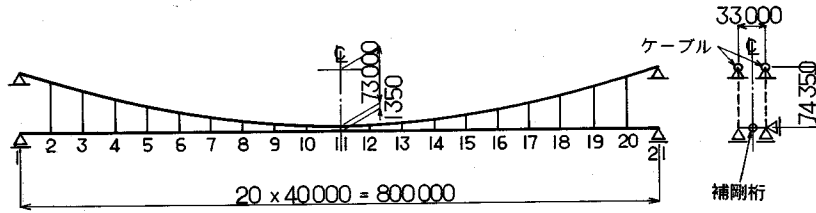
$$A_w = \frac{QL}{\delta_H G} \quad (1)$$

ここで、 G : せん断弾性係数

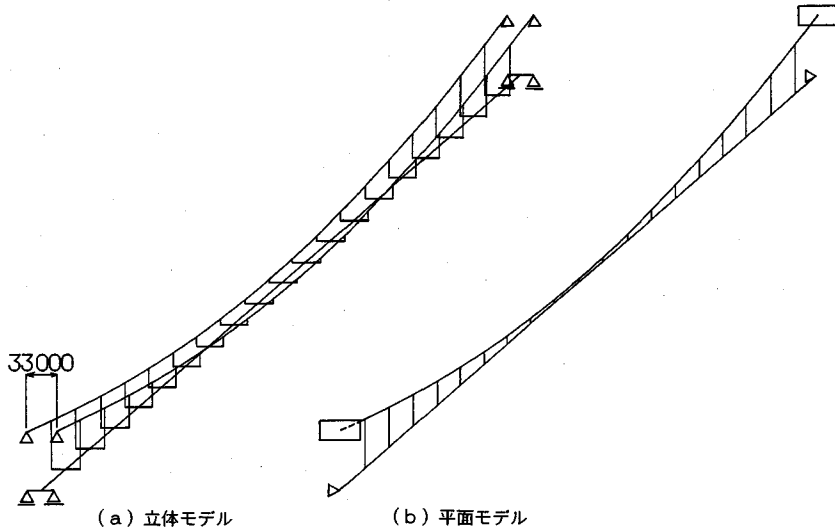
ラーメン形式の塔の場合は、各層ごとに、この様な要領でせん断断面積を決定すればよい。このようにしてラーメン形式の塔を1本の梁部材に置き換えた場合の精度については、実用の範囲で問題のないことを確認している。

(3) ケーブル・ハンガー・リンク

ケーブルやハンガー、リンク部材は、必ず左右平行に配置されているので、その間隔が不変であると仮定して、図-3に示すように左右の2本の部材を一本の梁に置き換える。構造形態は補剛桁の斜材と同じであるから、表-1に示すように断面二次モーメントとせん断断面積(0)とを与えればよい。一方、補剛桁の斜材と異なり、吊橋のケーブル部材は、死荷重時の初期張力 F による幾何学的剛性を持つことに特徴がある。この初期張力は、横たわみに対する復元力を与えるだけでなく、ねじり変形に対しても有効に働く。まず、横たわみに対する幾何学的剛性としては、梁要素ではなく弦要素としての剛性(string stiffness)を用いる。また、ねじり変形に対する幾何学的剛性は、ケーブルの鉛直面内での復元力を、ケーブル間隔との関係からねじり剛性に変換することで求められる。つまり、図-3の部材長 L の範囲でねじり角 θ_x を生じたときのケーブルの鉛直方向の復元力 S_z は、



図一四 吊橋基本モデル



図一五 基本モデルの骨組図

$$S_z = \frac{F}{L} z = \frac{F}{L} \frac{B\theta_x}{2} \quad (2)$$

となり、ねじりモーメントに換算すると

$$T = S_z B = \frac{F}{L} \frac{B^2 \theta_x}{2} \quad (3)$$

となる。これを通常の梁のねじりモーメントとねじり角との関係を用いてねじり定数を求めると次のようになる。

$$J = \frac{FB^2}{2G} \quad (4)$$

こうした手続きによって、ケーブル、ハンガー、リンク部材の剛性マトリックスは、1節点当たり3自由度の次式のような簡単なものとなる。

$$\begin{Bmatrix} S_i \\ T_i \\ M_{zi} \\ S_j \\ T_j \\ M_{zj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 & & & & & \\ 0 & k_2 & & & & \\ 0 & 0 & k_3 & \text{Sym.} & & \\ -k_1 & 0 & 0 & k_1 & & \\ 0 & -k_2 & 0 & 0 & k_2 & \\ 0 & 0 & -k_3 & 0 & 0 & k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{zi} \\ y_j \\ \theta_{xj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここで、

$$k_1 = 2F/L, \quad k_2 = GJ/L, \quad k_3 = EI_z/L$$

表一 基本モデルの部材剛性

部材	立体モデル	平面モデル
ケーブル	A = 0.305m ² /片側 F = 128801kN/片側	I _z = 166.073m ⁴ J = 0.883~0.935m ⁴ F = 257593kN
ハンガー	A = 0.0212m ² /片側 F = 3638kN/片側	I _z = 11.54m ⁴ J = 0.02495m ⁴ F = 7276kN
補剛桁	I _z = 44.43m ⁴ J = 2.86m ⁴	I _z = 44.43m ⁴ J = 2.86m ⁴

ヤング率はすべて E = 2.058 × 10⁸ kN/m²

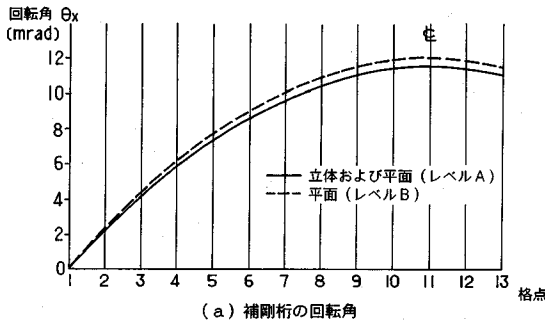
S: 面外せん断力, T: ねじりモーメント, M_z: 面外曲げモーメント, GJ: ねじり剛性, EI_z: 面外曲げ剛性, L: 部材長, F: 1本分の初期張力
面外荷重によって生じるケーブル軸力を求めるには、他の部材と同様に、本解析法で得られた面外曲げモーメントを次式によって変換すればよい。

$$N = \pm \frac{M_z}{B} \quad (6)$$

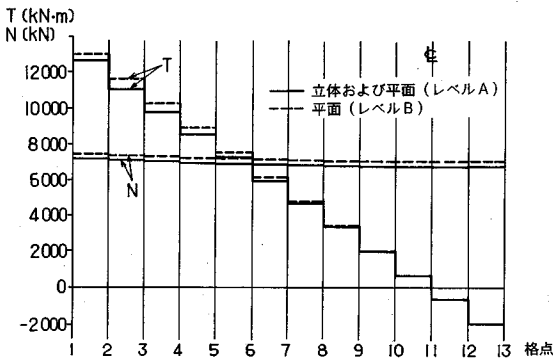
表-3 解析結果の比較

荷重	着目			単位	立体解析	平面解析		
	部材	項目	格点			レベルA	レベルB	レベルC
風荷重	ケーブル	y	⑪	m	5.325	5.325 (1.00)	5.325 (1.00)	5.353 (1.01)
		N	⑪	kN	375	375 (1.00)	380 (1.01)	0 (0.00)
	補剛桁	y	⑪	m	5.553	5.553 (1.00)	5.553 (1.00)	5.582 (1.01)
		Mz	⑪	kN·m	671476	671476 (1.00)	671476 (1.00)	679473 (1.01)
ねじり荷重	補剛桁	θ_x	⑪	mrad	11.565	11.548 (1.00)	12.017 (1.04)	86.332 (7.46)
		T	①	kN·m	1282	1283 (1.00)	1322 (1.03)	9500 (7.41)
	ケーブル	N	⑪	kN	6682	6680 (1.00)	7005 (1.05)	0 (0.00)
		ハンガー	N	⑪	kN	256	257 (1.00)	256 (1.00)

注記) () 内数値は立体解析値に対する比率



(a) 補剛桁の回転角



(b) ケーブル軸力Nと補剛桁のねじりモーメントT

図-6 ねじり荷重に対する解析結果

4. ケーブル部材のモデル化の精度確認

(1) 解析モデルと荷重条件

補剛桁のトラス構造を平面格子モデルを用いて面外解析する場合の精度については、文献3)において確認済みであることから、ここでは、ケーブルやハンガーなど吊橋特有の部材のモデル化の妥当性を確認することを主目的とする。このために、図-4に示すような補剛桁を1本の梁に置き換えた支間長800mの基本モデルを用いる。本基本モデルは、実橋に近い吊橋を想定した諸元となっているが、ハンガーを間引いている点や塔を省略

している点など、検討目的に合わせて構造を単純化している。

立体モデルと平面モデルとの解析結果を比較することになるが、両モデルの骨組図を図-5に、部材剛性を表-2にそれぞれ示す。

実際の吊橋では、ハンガー定着点と補剛桁のせん断中心とは偏心しているの、面外荷重が加わると、補剛桁やケーブルは横たわみすると同時に、この偏心によるねじりモーメントも受けることになる。こうした実橋における挙動を、作用荷重ごとに個別に評価し易いように、本基本モデルではハンガー定着点と補剛桁のせん断中心とを一致させて、横たわみによって補剛桁にねじり変形が生じないようにした。これにより、本基本モデルに面外荷重とねじり荷重とを個別に作用させることで、両荷重に対するそれぞれの解析精度を明らかにすることができる。

面外荷重としては風荷重を想定して、補剛桁に882kN、ケーブルに147kN(2面分)の格点集中荷重を加えた。また、ねじり荷重については、単位荷重として補剛桁に9800kNmの格点集中荷重を加えた。

(2) 解析結果と考察

本文で提案する平面解析法では、ケーブルやハンガーなどのモデル化にあたって、①初期張力、②単純曲げに対してのみ抵抗する曲げ剛性、③初期張力に起因するねじり剛性の3点を考慮している。そこで、ケーブル部材のこれらの剛性の影響を把握するために、平面解析法を次のような3つの解析レベルに分けて立体解析結果と比較することとする。

レベルA: ①初期張力+②曲げ剛性+③ねじり剛性

レベルB: ①初期張力+②曲げ剛性

レベルC: ①初期張力

主要な項目についての両解析結果を比較して表-3に示す。まず、風荷重載荷時には、補剛桁にねじりモーメントが生じないようにモデル化しているの、ケーブルのねじりに対する復元力を全く与えていないレベルC

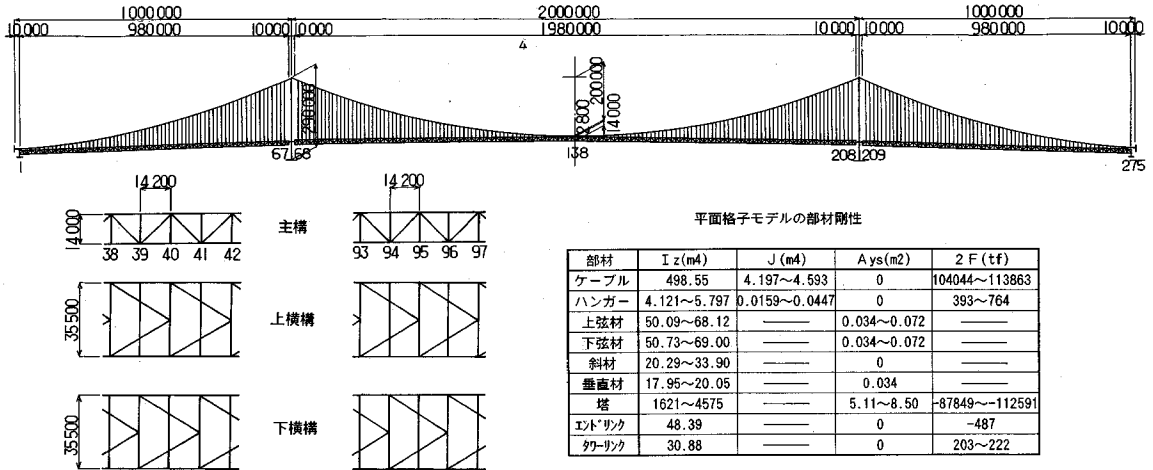


図-7 実橋モデルの計算例

の平面解析でも立体解析結果と良く合う。ちなみに、このレベルCによる面外解析は、Moisseiffらの弾性分配法と同じ解析レベルである。

ねじり荷重載荷時の平面解析のレベルCでは、ケーブルに全く軸力が生じず、すべてのねじり荷重を補剛桁で受け持つことになるので、立体解析結果と大きな違いが生じる。平面解析のレベルBによると、誤差5%程度まで精度を上げることができるが、立体解析と完全に一致させるには、レベルAによらなければならない。図-6には、立体解析結果と平面解析のレベルAとBとの結果の内、補剛桁の回転角やケーブルおよび補剛桁の部材力を比較して示しているが、レベルBが全体にわずかに誤差を持つ様子がわかる。

吊橋の補剛桁にねじり荷重を加えた場合の挙動については、古典的な膜理論におけるねじり解析法を参考にすると理解しやすい。単純桁の補剛桁に分布ねじりモーメント $m_t(x)$ が作用したときの補剛桁のねじり角 $\phi(x)$ は、次のような基礎微分方程式で表される。

$$\frac{EC_w}{I} \frac{d^4 \phi(x)}{dx^4} - \left(\frac{GJ}{II} + \frac{B^2}{2} \frac{H_w}{III} \right) \frac{d^2 \phi(x)}{dx^2} = m_t(x) - \frac{8f}{IV} BH_t \quad (7)$$

ここで、

- EC_w : 補剛桁のそりねじり剛性
- GJ : 補剛桁のねじり剛性
- H_w : 死荷重時のケーブル水平張力
- H_t : ねじりモーメントによって生じる各面のケーブル水平張力
- f : ケーブルサグ

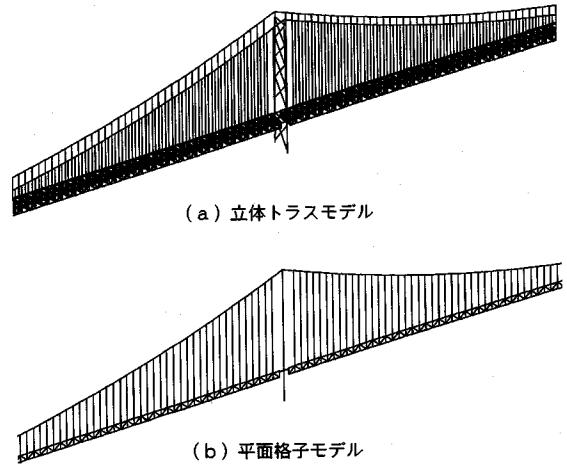


図-8 解析モデルの骨組図 (一部分)

l : ケーブル支間長

式(7)のI項とII項は、補剛桁のねじりに関する剛性の分担分で、本計算例ではII項の純ねじり定数のみを考慮したが、補剛桁を平面トラスでモデル化すればI項も評価できる。IV項は、放物線形状をしたケーブルが担うねじりモーメント分を、ねじりモーメントを各ケーブル面内の鉛直荷重に変換して生じる曲げモーメントを、ケーブルサグを介することによってケーブル水平張力として受け持っている。IV項の作用は、平面解析においてはケーブルに曲げ剛性②を与えることで解析される。III項は、ケーブルの初期張力に起因するねじり剛性を表しており、平面解析においてはケーブルにねじり剛性③を与えれば評価できる。

以上のように、吊橋のねじり変形時には、補剛桁の剛性やケーブルの形状および初期張力などが影響しあって

表一4 解析モデルの規模の比較

項目	立体モデル	平面モデル	平面/立体
節点数	3486	899	0.26
部材数	8500	1720	0.20
質点数	1754	873	0.50
自由度数	19170	2697	0.14

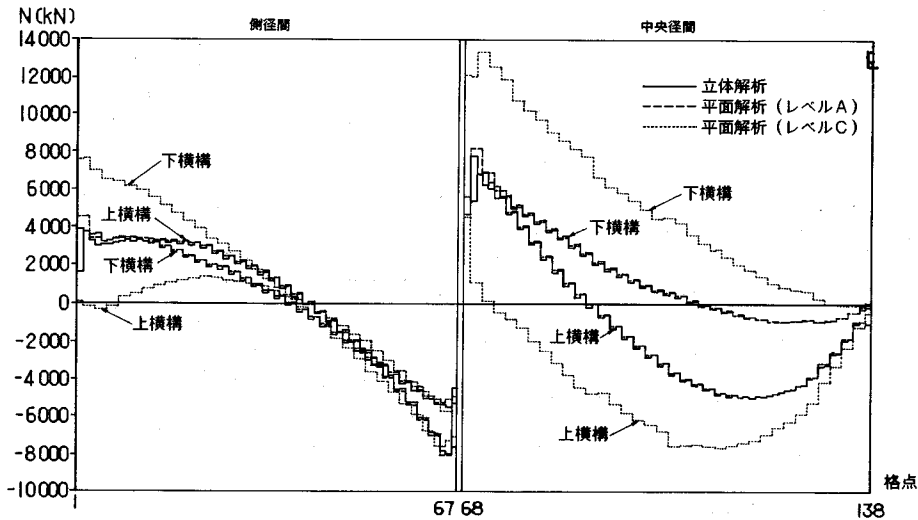
表一5 風荷重と死荷重

部材	風荷重 q _w (kN/m)	死荷重 q _d (kN/m)	
		側径間	中央径間
ケーブル	10.11	141.6	138.5
上弦材	23.39	135.7	136.9
下弦材	25.27	135.7	136.9
塔	112.7~167.0	1塔当たりW=245000kN	

表一6 静的解析の解析精度

着目項目と着目点			立体解析	平面解析	
				レベルA	レベルC
変位 dy(m)	側径間 36	ケーブル	4.22	4.24 (1.00)	4.18 (0.99)
		上弦材	9.33	9.34 (1.00)	9.32 (1.00)
		下弦材	9.31	9.31 (1.00)	9.65 (1.04)
	中央径間 138	ケーブル	29.95	30.02 (1.00)	29.78 (0.99)
		上弦材	30.94	31.02 (1.00)	30.77 (0.99)
		下弦材	31.49	31.56 (1.00)	33.22 (1.05)
ケーブル 弦材軸力 N(kN)	側径間 39-40	ケーブル	12260	12779 (1.04)	0 (0.00)
		上弦材	38289	38249 (1.00)	38975 (1.02)
		下弦材	38749	38935 (1.00)	39229 (1.01)
	中央径間 94-95	ケーブル	13495	13857 (1.03)	0 (0.00)
		上弦材	40788	40729 (1.00)	41758 (1.02)
		下弦材	40631	40778 (1.00)	39416 (0.97)
横構軸力 N(kN)	側径間 20-21	上横構	2995	3156 (1.05)	1029 (0.34)
		下横構	2504	2479 (0.99)	4763 (1.90)
	中央径間 120-121	上横構	-4822	-4763 (0.99)	-6252 (1.30)
		下横構	-911	-921 (1.01)	970 (-1.06)
	ウィンドサ 反力(kN)	橋台部	8938	8957 (1.00)	8732 (0.98)
		主塔部	側径間側	15513	15504 (1.00)
中央径間側			16640	16611 (1.00)	16660 (1.00)
リンク軸力 N(kN)	エンドリンク	1509	1441 (0.95)	1499 (0.99)	
	クワリンク	側径間側	627	274 (0.44)	2666 (4.25)
		中央径間側	1274	637 (0.50)	7183 (5.64)

注記) () 内数値は立体解析値に対する比率



図一9 横構軸力図

複雑な挙動を示すが、平面解析においてこれら各部材の剛性を正確に評価すれば、立体解析と同等の高い精度で解析できることがわかる。

5. 実橋モデルにおける精度確認

(1) 解析モデル

本解析法を実際の長大吊橋に適用した場合の解析精度と実用性を確認するために、図一7に示す中央径間長

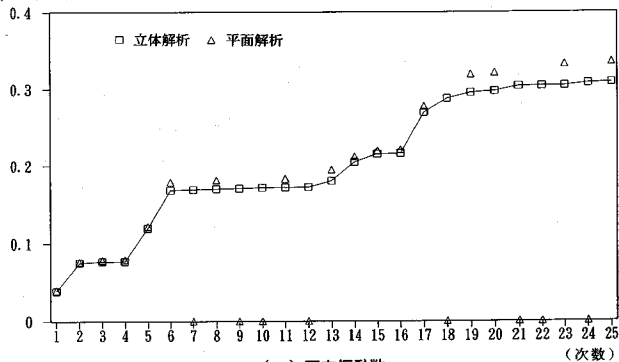
2000 mの2ヒンジ補剛トラス形式の吊橋を計算例として取り上げる。詳細な諸元は省略するが、すべて実橋に近いものになっている。主構トラスは垂直材付きのワレントラスで、横構トラスは2パネルKトラスとした。

立体トラスモデルと平面格子モデルとの解析結果を比較することになるが、両モデルの骨組図を図一8に示す。また、解析モデルの規模を平面格子モデルの場合と比較したものを表一4に示すが、長大吊橋を立体トラスモデルで解析することの負担の大きさと、平面格子モデルの

表一七 固有振動数と刺激係数の比較

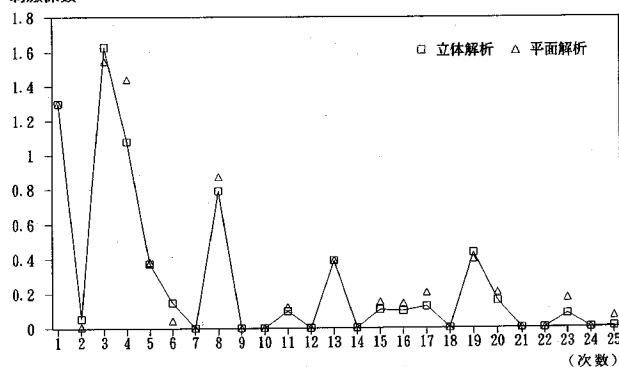
立体解析			平面解析		
次数	固有振動数	刺激係数	次数	固有振動数	刺激係数
1	0.03854	1.2980	1	0.03984	1.2990
2	0.07539	-0.0542	2	0.07664	-0.0070
3	0.07682	-1.6280	3	0.07891	1.5490
4	0.07727	1.0770	4	0.07931	1.4410
5	0.11966	-0.3724	5	0.12196	0.3819
6	0.16853	-0.1476	6	0.17894	0.0424
7	0.16947	0.0000			
8	0.17016	0.7912	7	0.18186	-0.8727
9	0.17077	0.0000			
10	0.17224	0.0000			
11	0.17238	0.0973	8	0.18366	0.1213
12	0.17286	0.0000			
13	0.18086	-0.3880	9	0.19528	0.3925
14	0.20513	-0.0002	10	0.21254	0.0003
15	0.21563	0.1053	11	0.22001	0.1514
16	0.21680	-0.0984	12	0.22161	0.1416
17	0.27008	0.1235	13	0.27811	0.2031
18	0.28826	0.0000			
19	0.29563	-0.4346	14	0.31976	0.3984
20	0.29778	-0.1566	15	0.32177	-0.2039
21	0.30426	0.0000			
22	0.30446	0.0000			
23	0.30497	0.0786	16	0.33311	0.1709
24	0.30806	0.0000			
25	0.30920	0.0049	17	0.33582	-0.0668

固有振動数
(cycles/sec)



(a) 固有振動数

刺激係数



(b) 刺激係数

図一〇 固有振動解析の解析精度

簡便さがよくわかる。

(2) 静的解析精度

設計風荷重を満載した場合の静的な弾性挙動について、両モデルの解析結果を比較する。

風荷重強度は表一五に示す通りで、補剛桁の上下弦材とケーブルとは等分布荷重を満載し、塔には塔柱の幅に対応して変化する分布荷重を満載した。

表一六に主要な位置での変形や部材力を比較して示す。平面解析については、ケーブルやハンガーの初期張力のみを考慮した場合(レベルC)と、梁としての曲げ剛性とねじり剛性とを考慮した場合(レベルA)とを載せている。変位や弦材軸力、ウィンド査反力については、レベルCでも立体解析とよく合うが、補剛桁のねじりの影響を受ける横構軸力やリンク反力は、大きな違いが生じている。一方、レベルAの平面解析によると、作用軸力の小さなタワーリンク軸力に誤差が生じるものの、風荷重によって断面決定される部材については、立体解析に比べてほとんど5%以下の誤差となっており、十分実用性のある結果となっている。

図一〇には横構軸力図を示す。平面解析における横構軸力は、上下弦材の梁要素のせん断力を、横構と弦材とのなす角度 θ の正弦値($\sin\theta$)で割れば求められる。立

体解析結果では、中央径間の1/4点より中央付近をピークとして上下横構に大きな軸力差が生じている。こうした傾向は、主に補剛桁に作用するねじりモーメントによって生じるものであるが、補剛桁の断面変形の影響も受けるとされている¹⁾。レベルCの平面解析では、ケーブルの復元力によるねじりモーメントの減少分が評価できていないので、立体解析結果に比べて上下横構の軸力差が非常に大きくなっている。一方、レベルAの平面解析結果は、立体解析結果と非常によく一致している。

(3) 動的解析精度

吊橋の耐震設計や耐風設計においては、必ず動的な解析が行われる。このうち、耐風設計において行われる動的解析では、ねじり振動が重要な因子になることから、立体骨組モデルによる立体解析が行われる。一方、耐震設計における動的解析では、橋軸方向の地震に対する面内振動モデルと、橋軸直角方向の地震に対する面外振動モデルとの二つに分けて扱われる場合が多い。このときの面外振動モデルについては、この平面格子モデルの利用価値が高いと思われる。

そこで、動的解析の基本となる固有振動解析を前項の

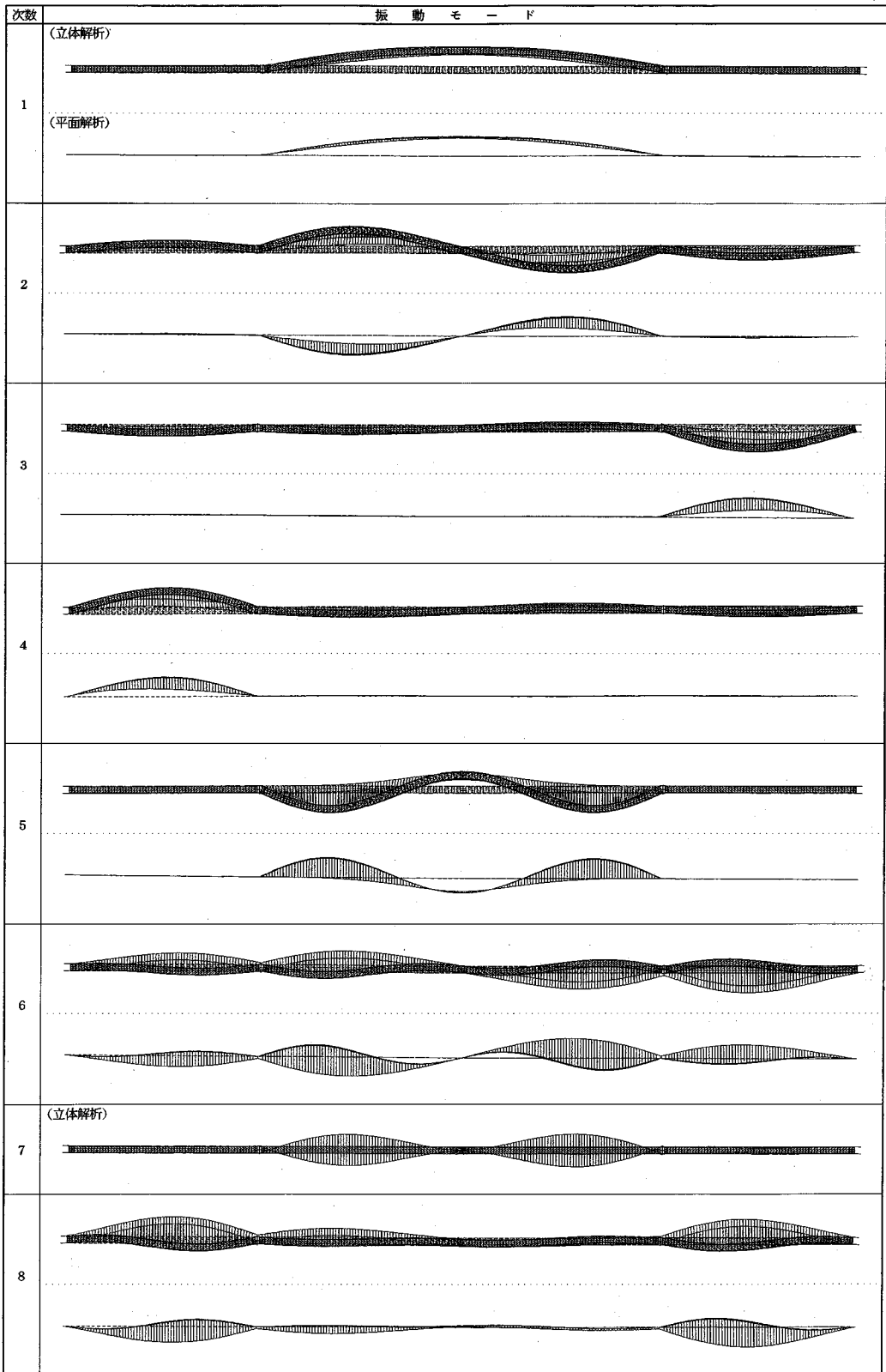


図-11 振動モードの比較

静解析モデルを対象にして実施し、立体解析の結果と比較することにより平面格子解析の動的解析精度を確認する。

立体および平面の解析モデルには、橋軸直角方向の慣性のみを持つ死荷重分(表一5)の質量を、全節点に集中質量として与えた。振動モードの次数は、有効質量の90%程度を目標として、立体、平面とも100次まで求めた。

25次までの固有振動数と刺激係数について、立体解析と平面解析との結果を比較して表一7および図一10に示すが、両者はいずれもよく一致している。ここで、立体解析と平面解析とで比較しているモード次数が違うのは、立体解析においてしか表れない振動モードがあるためである。これは、左右のケーブルの変位が互いに反対側に対称に生じるモードであるが、刺激係数が0であることから、平面解析において解析できなくても応答結果には影響を与えないであろう。

図一11には、水平面内の8次までの振動モードを両者比較して示す。8次以降の振動モードについても、かなりの高次まで両者はよく合っている。

6. あとがき

本文は、平面格子モデルを用いた面外解析法を、吊橋にまで拡張したものである。吊橋に適用するにあたっては、ケーブルやハンガーなど吊橋特有の部材に対する部材剛性を工夫することによって、立体解析と同程度の解析精度を確保することができた。

本解析法の特徴を整理すると、次の通りである。

- a) 立体トラスモデルに比べて、解析モデルの規模を1/2以下にすることができ、解析の省力化が可能となる。また、面内解析に用いた平面モデルを、部材剛性を変えるだけでそのまま流用できる。
- b) 魚骨モデルの場合のような、トラス構造から梁部材への変換、梁の断面力からトラス部材力への変換などの煩雑な作業を必要としない。また、トラス補剛桁のせん

断変形やそりねじり変形、あるいは断面変形までも考慮した厳密な解析が可能である。

c) 静的解析だけでなく動的解析にも適用可能である。特に、耐震解析における面外振動モデルにおける利用価値は高いと思われる。

d) ケーブル要素の剛性マトリックスさえ組み込めば、汎用の解析プログラムで十分に解析可能である。

今後、この方法が実務設計において普及し、より合理的な吊橋の設計がなされることを望むものである。

最後に、本研究をまとめるに当たり、大阪大学の西村宣男教授には貴重なご意見を賜りました。また、5章の解析を行うにあたり(株)横河ブリッジの掘井滋則氏の協力を頂きました。ここに深く感謝いたします。

参考文献

- 1) 小松定夫, 西村宣男: 横荷重を受ける吊橋の変形と応力について, 土木学会論文報告集, 第248号, pp.55-67, 1976.4.
- 2) 倉西茂, 杉田一直: 横荷重を受けるトラス補剛桁をもった連続吊橋の性状について, 土木学会論文報告集, 第297号, pp.11-20, 1980.5.
- 3) 熱田憲司, 市川章夫, 尾下里治: 鋼上路橋の面外格子モデルについての検討, 構造工学論文集, Vol.41 A, pp.25-33, 1995.3.
- 4) 市川章夫, 尾下里治: 上路トラス橋の解析法の一提案, 構造工学論文集, Vol.42 A, pp.1039~1048, 1996.3.
- 5) Moisseiff, L.S. and Lienhard, F.: Suspension Bridges under the Action of Lateral Forces. *Trans. ASCE*. Vol.98, pp.1080-1141, 1933.
- 6) Vlasov, V.Z., 奥村敏恵ほか訳: 薄肉弾性ばりの理論, 技報堂, pp.143-172, 1967.
- 7) 小松定夫, 西村宣男, 中川知和: グループ変位法による吊橋の立体解析, 土木学会論文報告集, 第279号, pp.1-13, 1978.11.
- 8) 尾下里治: 横構を有する並列I桁曲線橋の解析, 土木学会論文報告集, 第324号, pp.9-20, 1982.8.

(1995.10.17 受付)

A PROPOSAL OF OUT-OF-PLANE ANALYSIS USING PLANE MODEL FOR SUSPENSION BRIDGE

Satoji OSHITA and Atsushi HAGIWARA

Many of main members of the long-span suspension bridges are determined by the wind loads, so the out-of-plane analysis is growing important for its design. We usually analyze the suspension bridge being subjected to the lateral load by the three dimensional frame model. But this method has some problems that the three dimensional analysis makes necessary much labor or the thin-walled beam theory in case of using the fish-bone-model.

This paper proposes the out-of-plane analysis using plane model for the suspension bridge. Particularly in this paper, the new stiffness matrix is presented for the modeling of the cable and hanger. And the validity of the proposed method is shown by the comparison between this method and the three dimensional analysis.