

締固めによる土中の密度変化について

正員 谷本 勝一*

ON THE DENSITY VARIATION IN SOIL BY COMPACTION

by Kiichi Tanimoto, C.E. Member

Synopsis :

This paper is a fundamental research on the density variation in soil by compaction.

By estimating stresses in the loaded soil by Frölich's formula and developing the stress-strain relation in one-dimensional compression of soil into that in compression of an unconfined soil, the density distribution in the unconfined soil was theoretically obtained.

The theoretical results were checked by experiment, and it has become obvious that the theoretical results are in considerable agreement with the experimental data.

要旨 本文は締固めによる土中の密度変化および密度分布に関する一つの基礎的研究である。Frölichの式によって土中応力を求め、一軸圧縮の場合の応力とヒズミの関係を拡張して、側方不拘束土の内部の密度分布を理論的に求めた。この結果を実験によって検討してかなりよく一致することを認めた。

1. まえがき

JIS A 1210 に規定された土の突固め試験の結果は現場締固め施工の指針として重要視されているが、突固め試験はモールド内の試料について行なわれるものであるから、締固め度の一応の標準を示すとはいえ、眞の現場締固め性状とは無関係のものである。従来、締固めに関する室内試験資料はきわめて豊富であるが、室内試験結果と現場施工結果との関連性については十分に明確されていないよう思われる。

一般に現場締固め施工によつて盛土を均一に締固めることは不可能で、密度のむらの発生は避けられないものである。複雑な現場締固め性状を室内試験およびローラ性能などから定量的に推定することはきわめて困難であるが、その解明は望ましい。

本文は側方不拘束状態の砂質土の表面に荷重を載せた場合の土中の密度変化および密度分布に関して基礎的研究を行なったものである。実験的研究として、寸法の異なる3種の載荷板を用い、各載荷板について特定の荷重段階における土中密度分布を測定した。また理論的研究として若干の仮定のもとに土中密度分布の算定式を誘導した。

理論式を2, 3の場合について実験検証した結果、かなり妥当なものであることを認めることができた。

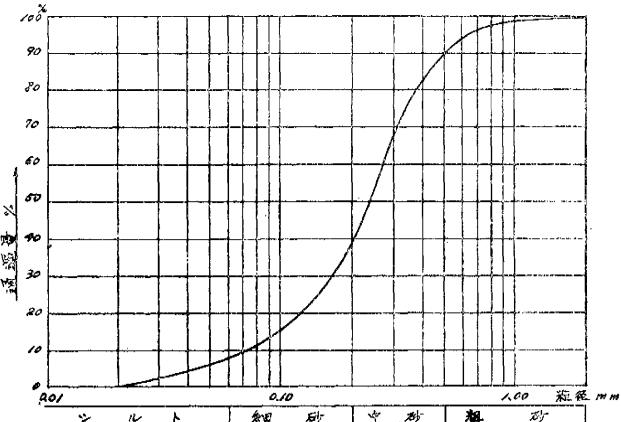
2. 実験方法および結果

試料の粒度試験 (JIS A 1204) の結果は図-1 に示す通りである。

側方不拘束状態で締固めを行なうため、内り高さ 500 mm, 幅 500 mm, 奥行 90 mm の木製容器内に上記試料を入れ、試料表面中央部に小寸法の載荷板を載せて荷重を加えた。載荷板は鋼製でその寸法は次のようなである。

載荷板 A	幅	88.6 mm,	奥行	88.6 mm,	厚	10 mm
B	"	3/4 × 88.6 "	,	"	88.6 "	, " 10 "
C	"	1/2 × 88.6 "	,	"	88.6 "	, " 10 "

図-1 試料の粒度加積曲線



* 神戸大学助教授、工学部土木工学教室

載荷板の奥行は容器のそれとほとんど同一で、奥行の方向に土の移動が起らないようにした。載荷装置は三軸圧縮試験装置を利用し、特殊のレバーによって載荷板上に荷重を加えるようにしたものである。締固め分布をみるため、容器の正面中央上部を切り取り、 $270\text{ mm} \times 270\text{ mm}$ のガラス板をとり付け、試料の正面側表面に縦横それぞれ 1.5 cm 刻みに網目を入れて、適当な荷重段階における網目の変形を写真にとった。試料に網目を入れる方法は2, 3の予備試験を経て次のものを採用した。すなわち容器に試料を入れるとき、できるだけ均一にするため、少量の一定秤量試料を一定厚さに締固めるが（初期乾燥密度 1.4 gr/cm^3 ），この状態でガラス板を取りはずしても土は崩れないので、この鉛直面を水平にして、墨のついた糸を用いて縦横に直線を記した。

試料の初期状態は乾燥密度 1.4 gr/cm^3 （間隙比 0.86 ），含水比 9.18% とし、3種の載荷板について平均荷重強度 $q_0 = 0, 0.55, 1.11, 1.67, 2.22, 2.78\text{ kg/cm}^2$ における状態を写真にとった。その一例を示せば写真-1, 2 のようである。写真-1, 2 は載荷板Bに関するもので、写真-1 は第1段階（載荷前 $q_0=0$ ），写真-2 は第3段階（ $q_0=1.11\text{ kg/cm}^2$ ）の場合を示している。

実験結果の整理は次のようにした。各写真記録について、試料の変形した網目の1つ1つについてデラニメータによって面積を求め、載荷前の正方形網目の面積との比を計算した。本実験では試料の移動は近似的に2次元的であると考えられるから、試料の容積変化比は面積変化比に等しい。従って、

r_{d0} ：初期乾燥密度
 r_d ：ある段階における乾燥密度
 A_0 ：初期における網目1こまでの面積
 A ：ある段階における網目1こまでの面積

とすると

$$r_d/r_{d0} = A_0/A \quad \dots \dots \dots (1)$$

である。すなわち乾燥密度の比は面積の比に逆比例する。

式(1)によって実験結果を整理すれば、載荷による密度変化あるいは密度分布を求めることができる。その1例を図-2に示す。図-2(a), (b), (c) はそれぞれ載荷板A, B, Cに関するもので、 $q_0=0.55\text{ kg/cm}^2$ および $q_0=1.67\text{ kg/cm}^2$ の場合を示している。図-2の目盛は縦横とも便宜上 2 cm 間隔にとり、図中の数字は乾燥密度変化率 $m=r_d/r_{d0}$ を表わしている。荷重段階に応じて載荷板深さが変るが、図ではこの載荷面を一致させて描いてある。図-2によれば等密度線はあたかも圧力球根のように円弧に近い曲線で、締固め効果の到達範囲をうかがうことができる。

3. 土中密度分布に関する考察

表面載荷による側方不拘束上の土中密度分布を推定するため、若干の仮定のもとに次のような理論的考察を行なつた。順序として簡単な1次元圧縮について考察し、これを側方不拘束状態の場合に拡張する。

i) 1次元圧縮における応力とヒズミの関係

著者はかつて乾燥砂について、変形が1次元的であるような繰返し載荷試験を実施し、その圧縮特性を説明するために簡単な理論を提案した¹⁾。その理論によれば、圧縮応力と圧縮変位との関係は次式で与えられる。

$$\sigma = A \frac{\epsilon - \epsilon_0}{\epsilon_{\max} - \epsilon} \quad \dots \dots \dots (2)$$

写真-1

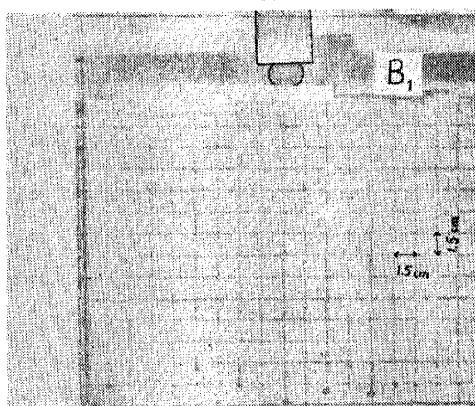


写真-2

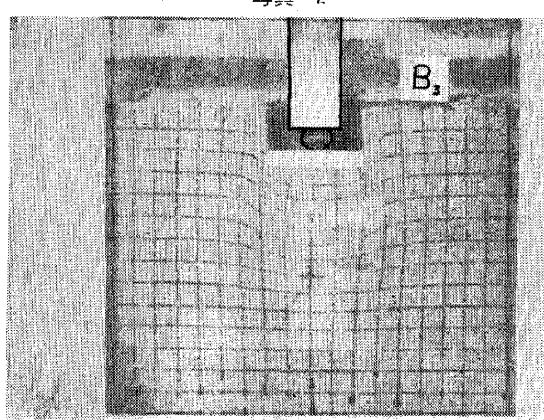
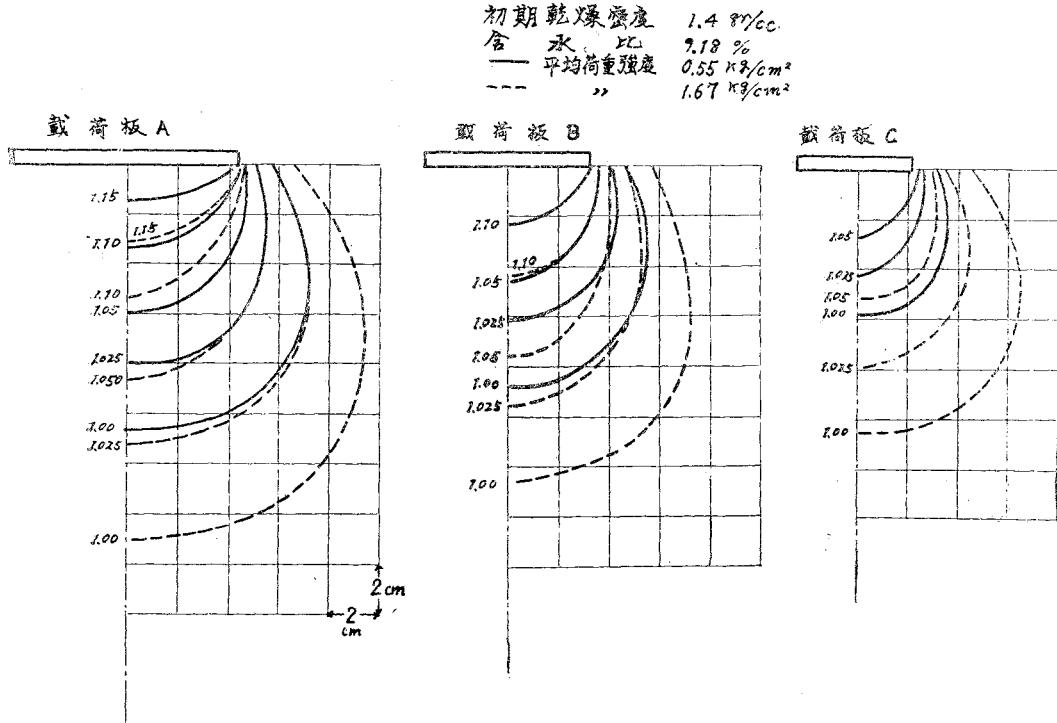


図-2 実測による等密度線



ここで、 σ 、 ϵ はそれぞれ圧縮応力および圧縮変位である。また ϵ_0 、 ϵ_{max} はそれぞれ試料の最大間隙状態から初期状態、および最小間隙状態にいたるまでの圧縮変位を表わし、 A は試料に関する常数である。

しかし試料の最大間隙状態は試料の粒度分布、粒形によって変化し、これを知ることは困難である。また繰返し載荷を考えない場合には初期状態を基準にして取扱う方が便利である。従って $\epsilon_0 = 0$ とし、式(2)を次のように改める。

$$\sigma = \frac{A \varepsilon}{\varepsilon_{\max} - \varepsilon} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

ただし、 ϵ および ϵ_{\max} はここでは初期状態からその含水比を変えないで得られるヒズミを表わすものとする。式(3)を便宜上次のように書き直す。

λ_1, λ_2 は次のような意味を有するものである。すなわち、式(4)と式(3)とを対照することにより $\lambda_1 = 1/\varepsilon_{\max}$ が得られる。あるいは応力がきわめて大きい場合を考えて

$$\varepsilon_{\max} = \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \varepsilon = \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \frac{\sigma}{\lambda_1 \sigma + \lambda_2} = 1/\lambda_1. \quad (5)$$

となることからも ε_1 が ε_{\max} の逆数に等しいことが知られる。

いま土粒子の比重を G , 含水比を $w\%$ とすると, その含水比における最大乾燥密度 (零空隙状態の乾燥密度) $\bar{\rho}_d$ は

で与えられる。ただし τ_w は水の単位体積重量 (gr/cm^3) である。従ってこの場合の間隙比 e_{\min} は

である。従って e_{\max} は初期間隙比を e_0 として次式で表わされる。

$$\epsilon_{\max} = \frac{\epsilon_0 - \epsilon_{\min}}{1 - \epsilon_0} \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

式(4), (5), (6), (7)より

$$\lambda_1 = (1 + e_0) \left(e_0 - \frac{Gw}{100} \right) \dots \dots \dots \quad (9)$$

を得る。すなわち λ_1 は e_0, w, G によって決定することができる。

次に λ_2 は式(4)より

あるいは式(4)において σ を ϵ で微分することにより

となる。従って μ_2 は $\sigma-e$ 関係図における初期接線こう配を表わす。これは試料、初期状態などによって変化し、理論的に求めることは困難である。

ii) 式(4)の実験による検討

式(4)は1次元圧縮における基礎式であるが、この式の当否については実験的に検討するべきであろう。そのため次のような実験を行なった。一次元圧縮の実験条件に合うように、試料の厚さを断面寸法にくらべて小さくなるようにした。実際には層厚3cm、断面積176.7cm²(直径15cm)の試料を側方拘束状態で圧縮した。その結果 $\sigma-e$ 関係は図-3に示す通りである。図に示したように初期状態のかなり異なる2つの場合、すなわち1つは含水比 $w=10.8\%$ 初期隙比 $e_0=1.245$ 、他の1つは $w=15.5\%$ 、 $e_0=0.631$ の場合について実験を行なった。図-3に示した曲線は、一般に側方拘束土の圧縮試験においてみられる特性をもち、この結果についてここでは特に説明する必要はない。図-3の結果を改めて σ/e と σ の関係について図示すると図-4のようになる。

図-4によれば σ/σ_0 と σ とはほぼ直線的関係にあり、これは式(4)の正当性を裏書きするものといえる。図-4において直線のこう配は λ_1 を表わすが、これを理論式(9)と比較すれば次の表のようによく一致していることが認められる。

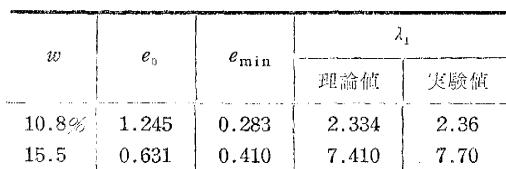


図-4 側方拘束圧縮試験における $\sigma/\varepsilon-\sigma$ 関係

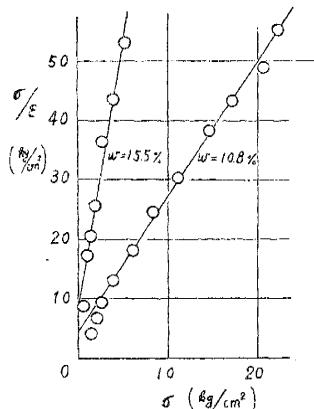
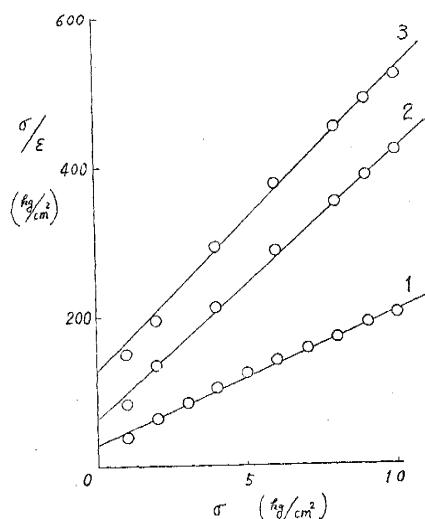


図-5 側方拘束圧縮試験における $\sigma/\varepsilon - \sigma$ 関係（豊浦標準砂）



また試料を変えて農浦標準砂を用い、繰返し圧縮試験を行なって上記同様の検討をした。この結果は図-5のようである。図-5においても σ/σ_0 - ϵ 関係はほぼ直線的であって、図-4の場合と同様に式(4)が一応妥当であることを示している。図-5において図中の数字は繰返し回数を表わすもので、回数増加とともに直線はこう配が急になり一定値に近づくが、ここではその詳細な説明は省略する。

以上において式(4)の検討を行なったが、図-4,5の結果および他の同様の試験結果（本文では省略した）から、式(4)は一応正しく、仮定として妥当であると思われる。

しかし圧縮応力が極端に大きくなれば $\sigma_z - \sigma_x$ 関係はある程度直線性からはずれること、および粘性土に関する検討がなされていないことなどが考えられるが、これらは本研究では一応除外しておくことにする。

iii) 側方不拘束土の締固め分布

均質な側方不拘束土の表面に、小面積の載荷板を介して荷重を加える場合、土の内部は一様に締らない。その理由は主として土中の圧縮応力の不同によるものと思われる。従って密度分布を求めるには、まず応力分布を求めが必要がある。

問題を簡単な場合だけに限ることにし、一定幅 $2b$ で無限に長い荷重が作用する場合を取り扱う。すなわち2次元的取扱いのできる場合で、荷重分布としては等分布荷重および放物線荷重分布を考える。

等分布荷重（荷重強度 q_0 ）の場合には、図-6に示すように土中の任意の点 P における応力は、O.K. Frölich によって次のように求められている²⁾。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \bar{\nu} q_0 \int_{\beta_1}^{\beta_2} \cos^{\nu-1} \theta \cdot d\theta \\ \sigma_x &= \bar{\nu} q_0 \int_{\beta_1}^{\beta_2} \cos^{\nu-3} \theta \cdot \sin^2 \theta \cdot d\theta \\ \tau &= \bar{\nu} q_0 \int_{\beta_1}^{\beta_2} \cos^{\nu-2} \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ただし σ_z, σ_x および τ は図-6に示すような垂直応力およびせん断応力で、 β_1, β_2 は点 P と荷重両端を結ぶ線と鉛直線との交角である。 $\bar{\nu}$ はいわゆる集中係数 ν の関数で、 $\nu = 1 \sim 6$ に対して次のような値をとる。

ν	1	2	3	4	5	6
$\bar{\nu}$	$1/\pi$	$1/2$	$2/\pi$	$3/4$	$8/3\pi$	$15/16$

従って ν の値が与えられれば、点 P における応力は計算することができる。

放物線荷重としては図-7のような2次放物線荷重分布を用い、全荷重を等分布荷重の全荷重と等しくとするものとする。そうすると

$$q(x) = \frac{3}{2} q_0 \left(1 - \frac{x^2}{b^2}\right) (-b \leq x \leq b) \quad (13)$$

土中の任意の点の応力は式(12)の q_0 のかわりに $q(x)$ を代入すれば得られる（もちろん積分記号内に入る）。しかしこの積分は一般には困難である。

以上において土中応力を Frölich の理論によつて算定する方法を述べたが、仮に応力が得られたとしても、土中の密度分布ないし密度変化を求めるには、なお応力とヒズミとの関係を知る必要がある。

弾性論によれば、体積ヒズミは主応力の和、あるいは直交軸方向の垂直応力の和に比例する。土の場合には弾性論をそのまま適用することはできないが、ある程度の類似性はあると思われる。そこで次のような仮定を設ける。すなわち土中の体積ヒズミは $\sigma_x + \sigma_z$ に関係して定まり、1軸圧縮の場合に対応して次式の関係を満足するものとする。

$$\Delta_v = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{\lambda_1(\sigma_x + \sigma_z) + \lambda_2} * \quad (14)$$

ここで Δ_v は体積ヒズミで、 λ_1, λ_2 は同一試料および同一初期状態の1軸圧縮における値をそのまま採用する。式(14)を用いれば土中の任意の点における体積ヒズミが求められ、乾燥密度変化率 m は次式で与えられる。

$$m = \frac{\tau_d}{\tau_{d0}} = \frac{1}{1-\Delta_v} = \frac{\lambda_1(\sigma_x + \sigma_z) + \lambda_2}{(\lambda_1-1)(\sigma_x + \sigma_z) + \lambda_2} \quad (15)$$

* 式(14)より1軸圧縮の場合を導くには $\sigma_x = 0$ とすればよく、式(4)が容易に得られる。実際問題として式(4)を検証するために側方拘束試験を実施しているから $\sigma_x \neq 0$ と考えられるが、層厚を小さくすることにより側方不拘束試験とほぼ同一の結果が得られるものと思われる。式(4)による理論値と側方拘束試験による測定値がほぼ一致することは、これを裏書きするものである。

図-6 帯状等分布荷重による応力状態

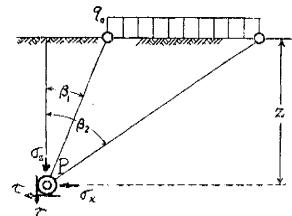
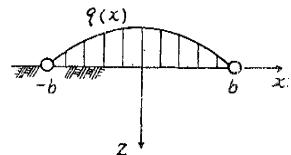


図-7 帯状放物線分布荷重



iv) 式(15)の数値計算例

式(15)の数値計算例として、 $G=2.60$, $w=8.9\%$, $r_{d_0}=1.4 \text{ gr/cm}^3$ ($e_0=0.86$) なる土に等分布荷重が作用する場合を考えよう。

式(8)より $\lambda_1=2.96 \div 3$ となる。 λ_2 は理論的に定まらないので1軸圧縮試験によって決定した。この場合も側方拘束試験のかわりに側方拘束試験を行ったが、断面寸法に比し層厚を小さくして近似した。すなわち断面積 50 cm^2 、層厚 1.0 cm および 1.5 cm の試料について初期状態を計算の条件に合致させて圧縮し、応力ヒズミ曲線を描いて $(d\sigma/d\epsilon)_{\sigma=0}$ を求めた。その結果、層厚 1.0 cm の場合には $\lambda_2=18.7 \text{ kg/cm}^2$ 、層厚 1.5 cm の場合には $\lambda_2=20.9 \text{ kg/cm}^2$ を得た。ここでは便宜上 $\lambda_2=20 \text{ kg/cm}^2$ として計算をすすめる。

従って式(15)は次のようになる。

$$m = \frac{r_d}{r_{d_0}} = \frac{3(\sigma_x + \sigma_z) + 20}{2(\sigma_x + \sigma_z) + 20} \quad (16)$$

ここで σ_x および σ_z は kg/cm^2 の単位で表わされる。

等分布荷重の場合には、式(12)より

$$\sigma_x + \sigma_z = \bar{\nu} q_0 \int_{\beta_1}^{\beta_2} \cos^{\nu-3} \theta \cdot d\theta \quad (17)$$

であるから、 $\nu=1, 3, 5, 6$ に対して次式を得る。

$$\nu=1, \sigma_x + \sigma_z = \frac{q_0}{\pi} [\tan \theta]_{\beta_1}^{\beta_2} \quad (18)$$

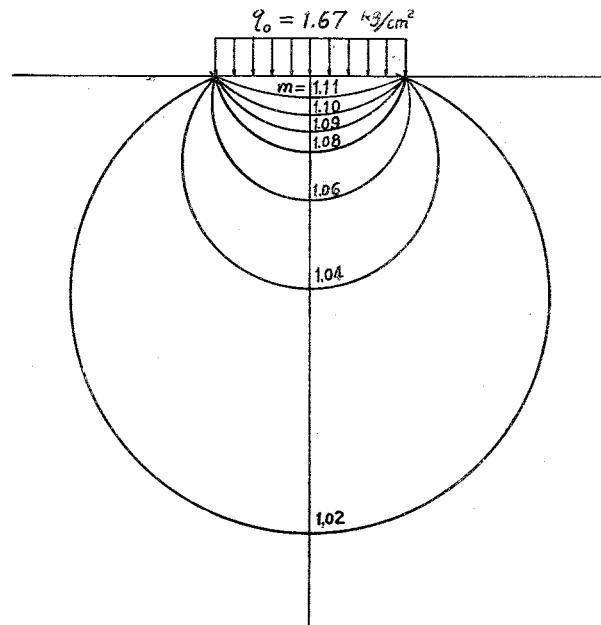
$$\nu=3, \sigma_x + \sigma_z = \frac{2 q_0}{\pi} [\theta]_{\beta_1}^{\beta_2} \quad (19)$$

$$\nu=5, \sigma_x + \sigma_z = \frac{4 q_0}{3 \pi} \left[\theta + \frac{1}{2} \sin \theta \right]_{\beta_1}^{\beta_2} \quad (20)$$

$$\nu=6, \sigma_x + \sigma_z = \frac{15 q_0}{16 \pi} \left[\sin \theta - \frac{1}{3} \sin^3 \theta \right]_{\beta_1}^{\beta_2} \quad (21)$$

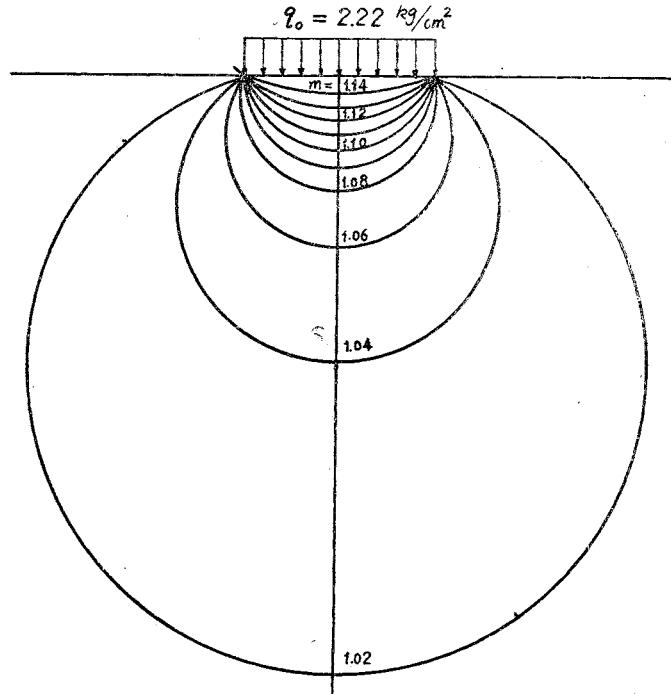
以上のうち、式(19)すなわち $\nu=3$ の場合について計算を行ない、式(15)によって $m=r_d/r_{d_0}$ の分布を求めれば図-8のようになる。ここでは $q_0=1.67 \text{ kg/cm}^2$ および $q_0=2.22 \text{ kg/cm}^2$ の場合のみを示す。この場合、 $m=1$ 一定曲線は円弧で、載荷板の寸法と一定締固め深さは比例している。

図-8 (a) 計算による等密度線 ($\nu=3$)



v) 理論値と実験値の比較

2. に述べた実験では載荷板は試料にくらべて剛性が大であるから、載荷面直下ではほぼ一定の沈下が起ってい

図-8 (b) 計算による等密度線 ($\nu=3$)

るが、その荷重分布は一般には不明である。しかし砂地盤に関する過去の実験³⁾によれば中央付近が大きいようであるから、ここでは式(13)の二次放物線分布による理論値と比較してみよう。放物線分布の場合の土中応力は一般に計算が困難であるから、簡単のため荷重中心直下のみ計算することにする。

荷重中心直下では式(13)および(12)より

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= 3\nu q_0 \int_0^\beta \left(1 - \frac{z^2}{b^2} \tan^2 \theta\right) \cos^{\nu-1} \theta \cdot d\theta \\ \sigma_x &= 3\nu q_0 \int_0^\beta \left(1 - \frac{z^2}{b^2} \tan^2 \theta\right) \cos^{\nu-3} \theta \cdot \sin^2 \theta \cdot d\theta \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

を得るから、

$$\sigma_x + \sigma_z = 3\nu q_0 \int_0^\beta \left(1 - \frac{z^2}{b^2} \tan^2 \theta\right) \cos^{\nu-3} \theta \cdot d\theta \quad \dots \dots \quad (23)$$

となる。とくに $\nu=3, 5$ においては

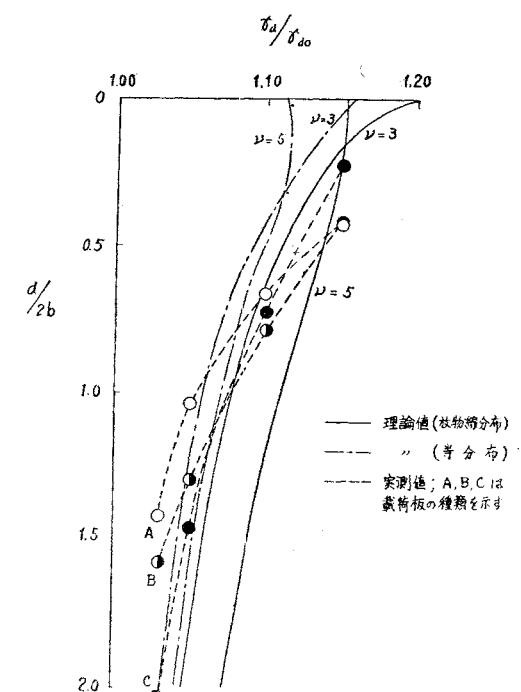
$$\nu=3, \quad \sigma_x + \sigma_z = \frac{6q_0}{\pi} \left[\left(1 + \frac{z^2}{b^2}\right) \beta - \frac{z^2}{b^2} \tan \beta \right] \quad \dots \dots \quad (24)$$

$$\begin{aligned} \nu=5, \quad \sigma_x + \sigma_z &= \frac{4q_0}{\pi} \left[\left(1 - \frac{z^2}{b^2}\right) \beta \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z^2}{b^2}\right) \sin 2\beta \right] \quad \dots \dots \quad (25) \end{aligned}$$

式(24), (25)において $q_0 = 2.22 \text{ kg/cm}^2$ の場合を計算し、式(15)によって r_d/r_{do} を求め、深さと載荷幅の比に対して図示すれば図-9の実験のようになる。

図-9では以上の結果のほか実測値および比較のため等分布荷重の場合の理論値を記入した。実測値は載荷板寸法により結果が異なるが、そのいずれの場合も理論値にかなり近い値を示している。しかし微細にみれば、実測値は理論値にくらべて浅い部分では理論値よりも大きく、深くなれば小さいようである。すなわち実測値を単

図-9 理論値と実測値の比較



一の ν で記述することは困難で、浅い部分では集中度が大きく、深くなれば集中度は小さくなるものと解釈される。近似計算の立場からすれば、この場合には放物線分布の $\nu=3$ の場合にもっとも近いようである。荷重条件にもよるが大体 $\nu=3$ として近似してよいように思われる。 $\nu=3$ の場合は弾性論でボアツソン数が 2 の場合に一致するから、計算が容易であるほか種々の便宜がある。

4. あとがき

本文は現場締固め度を推定するための基礎的研究で、理論的取扱いが実測値の推定にかなり有効であることを示した。しかし現場施工条件はきわめて複雑であるから、さらに究明すべき点が少なくなく、それらについては今後の研究にまちたい。

本研究実施にあたり御指導を賜った京都大学教授村山朔郎博士、神戸大学教授久保田敬一博士に深謝の意を表わすとともに、実験に協力された建設省関東地建大字照一君（当時京大大学院学生）ならびに日本道路公団人見好次郎君（当時神大学生）に感謝します。

参考文献

- 1) 谷本喜一：粒体層の圧縮に関する一考察、土木学会論文集 43 号、p.53 (昭32)
- 2) O.K. Fröhlich: Druckverteilung im Baugrunde, S.36 (1934)
- 3) 市原松平：重力式繫船岸に作用する土圧に関する研究、学位論文 p.171 (昭31)

(昭.32.6.19)