

拡張緩勾配方程式による港内船舶の動揺解析

大山 巧¹・土田 充²

¹正会員 工博 清水建設（株）技術研究所環境技術研究部（〒135 東京都江東区越中島3丁目4-17）

²正会員 工修 清水建設（株）技術研究所環境技術研究部（〒135 東京都江東区越中島3丁目4-17）

散乱波モードを考慮した新たな緩勾配方程式系を導くとともに、有限要素法に基づく数値モデルを開発し、港内船舶の動揺解析問題に応用した。本モデルでは、船体近傍や船体底面下を含む港内領域全体を平面2次元場として取り扱うことが可能であるため、既存の部分3次元モデルに比べて計算効率を大幅に改善できる。本論文では、散乱波モードが流体力の予測値に与える影響、本理論で用いている緩勾配仮定の適用性などの基本特性を明らかにし、さらに部分3次元モデルとの比較から計算効率の改善効果を具体的に示した。

Key Words : mild slope equation, evanescent modes, ship motion in a harbor, wave diffraction, radiation waves, finite element method

1. はじめに

港湾内の静穏度を予測することは、荒天時の船舶避泊地としての安全性や港内岸壁に係留された船舶の荷役作業の効率（稼動率）等を評価する上で非常に重要である。通常、港内静穏度を検討する際には、船舶の存在を無視した形で港内の波浪変形のみに着目した数値シミュレーションが行われてきた。しかし、上記の目的のためには、港内波高だけではなく港内船舶の動揺量を精度良く予測することが最終的な課題となる¹⁾。

一般に、港口から港内に伝播した波は、防波堤や岸壁および海底地形変化による反射・回折・屈折・浅水変形などの過程を経てから船体に入射する。港湾境界（岸壁や防波堤）が船体近傍に存在する場合には、回折波や動揺に伴う発生波が境界から反射して新たな入射波として船体に作用する。したがって、例えば Heave 運動によって発生する波が、外洋の場合には連成しない Sway や Surge 運動にも影響を及ぼすことになる。また、船体が岸壁からかなり離れていても、大型船舶の場合には船体と岸壁の間で顕著な共振現象が起こる可能性もある。このように、多くの場合、港内船舶の動揺特性は外洋の場合に比べて複雑になり、それを精度良く予測するためには、港内の波浪変形問題と連成した形で動揺解析を行う必要がある。

以上の観点から、防波堤や岸壁などの周辺境界の影響を考慮した船体動揺解析法が開発されてきた。このうち最も簡単な方法は、鏡像法により直線岸壁からの反射を考慮する方法である。代表的な例としては、無限に続く直線岸壁の前面や矩形湾内の浮体を対象に、特異点分布法（グリーン関数法）²⁾³⁾や領域分割法⁴⁾に鏡像原理を適用した Oortmerssen⁵⁾、榎木・久保¹⁾、清川・

平山⁶⁾、榎木ら⁷⁾のモデルがあげられる。これらの検討により、岸壁からの反射の影響で船体に作用する流体力の特性が外洋の場合とかなり異なることや湾水振動に伴う共振現象の重要性が示された。しかし、鏡像法を用いたモデルは、複雑な形状を有する一般的な港湾に適用することはできない。

これに対して、榎木ら⁸⁾⁹⁾は浮体近傍の領域に3次元グリーン関数法³⁾を適用し、港湾内の他の領域を対象にした平面2次元モデルと接続する方法を提案した。この手法は任意の港湾形状に対して適用可能であるが、港湾内で一定水深を仮定しているため、屈折・浅水変形および水深変化に伴う湾内振動の固有周期の変化を評価できない。そこで著者ら¹⁰⁾¹¹⁾、Takagiら¹²⁾は、平面2次元領域に緩勾配方程式¹³⁾を用いることにより、港湾内の水深変化まで考慮できる手法を開発し、モデルの応用範囲を広げた。これらのいわゆる「部分3次元モデル」は、鏡像法に基づく手法に比べて一般性の高いモデルとして位置づけられる。しかし、浮体周辺の波動場を3次元的に取り扱っているがゆえに多大な計算時間・計算機容量が必要になるため、実用的な観点からその適用はかなり小規模な港湾に限られている。

部分3次元モデルにおいて浮体周辺の波動場を3次元的に扱わなければならなかった最大の理由は、この領域で減衰散乱波成分が有意な大きさを持ち、緩勾配方程式ではその効果が考慮できなかったためである。Smith・Sprinks¹⁴⁾は、緩勾配方程式の誘導過程において散乱波項がオーダー的に無視できることを示している。しかし、これはあくまでも海底地形の緩やかな変化に伴う波の変形を対象にした場合であり、船体などの構造物により波が局所的に強い散乱を受ける場合には減衰散乱波成分が重要になる。

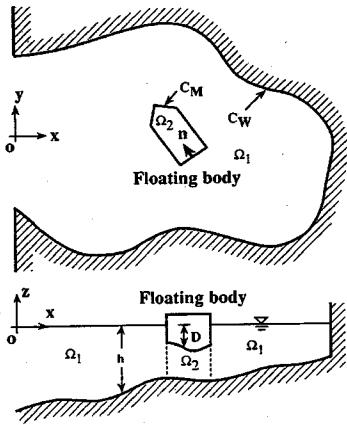


図-1 解析領域と記号の定義

そこで本研究では、浮体近傍に存在する減衰散乱波成分を考慮した形で新たな緩勾配方程式(以下、拡張緩勾配方程式と称する)を導き、港内船舶の動揺解析問題に対して具体的な数値モデル化を行う。このモデルでは、船体近傍および船体底面下を含めた港内全領域を平面2次元場として取り扱うことが可能であるため、従来の部分3次元モデルに比べて非常に高い計算効率が期待できる。浮体が固定されている場合の波力解析問題(Diffraction問題)に関しては、すでに研究成果の一部を報告しているが¹⁵⁾、本研究ではさらに浮体の動揺に伴う発生波を対象にしたRadiation問題に関する定式化も行い、港内船舶を対象とした効率的な動揺解析モデルを確立する。なお、本論文中の主な数式記号の定義は付録IIにまとめてある。

2. 基礎方程式と境界条件

線形ポテンシャル理論に基づいて、任意形状港湾内に存在する船体の波による動揺と港内の波浪変形の問題を考える。港湾内の水深 h と浮体の喫水 D は空間的に緩やかに変化すると仮定し、入射波は角振動数 σ の規則波とする。本理論は、複数の浮体が港湾内に存在する場合にも適用可能であるが、ここでは簡単のため単体の浮体を扱うこととする。図-1に示すように、流体領域を港内 Ω_1 と浮体底面下 Ω_2 に分割する。

まず、各領域 Ω_I ($I = 1, 2$) の速度ポテンシャル $\Phi^{(I)}$ を入射・回折波ポテンシャル $\Phi^{(I,J)}$ と浮体動揺に伴う発生波ポテンシャル $\Phi^{(I,J)}$ ($J = 1 \sim 6$) の和として次のように表す。

$$\hat{\Phi}^{(I)}(x, y, z, t) = \Phi^{(I,7)}(x, y, z) e^{-i\sigma t} + \sum_{J=1}^6 (-i\sigma) \delta_J \Phi^{(I,J)}(x, y, z) e^{-i\sigma t} \quad (I = 1, 2) \quad (1)$$

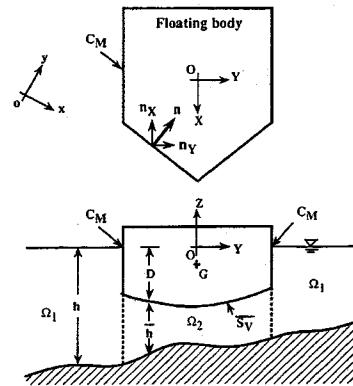


図-2 局所座標系の定義

ただし、 $J = 1 \sim 6$ はそれぞれ浮体の surge, sway, heave, roll, pitch, yaw 方向の運動に対応し、 δ_J は J 方向運動の複素振幅である。

基礎方程式、海底面の不透過条件、 Ω_1 での線形自由表面条件は以下のとおりである。

$$\nabla^2 \Phi^{(I,J)} + \frac{\partial^2 \Phi^{(I,J)}}{\partial z^2} = 0 \quad (I = 1, 2; J = 1 \sim 7) \quad (2)$$

$$\nabla \Phi^{(I,J)} \cdot \nabla h + \frac{\partial \Phi^{(I,J)}}{\partial z} = 0 \quad (z = -h; I = 1, 2; J = 1 \sim 7) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(1,J)}}{\partial z} - \frac{\sigma^2}{g} \Phi^{(1,J)} = 0 \quad (z = 0; J = 1 \sim 7) \quad (4)$$

ここで、 $\nabla \equiv (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ 、 $h(x, y)$ は水深である。

港湾境界 C_W は任意の反射率 K_{RW} が与えられる境界として取り扱う。Isaacson・Qu¹⁶⁾は波向および位相ずれを考慮した境界条件を導いているが、ここでは榎木ら⁹⁾と同様に最も単純な次式を境界条件として与える。

$$\frac{\partial \Phi^{(1,J)}}{\partial n} = \frac{i\sigma(1-K_{RW})}{C(1+K_{RW})} \Phi^{(1,J)} \quad (J = 1 \sim 7; \text{on } C_W) \quad (5)$$

ただし、 C は波速、 n は流体から見て外向きの法線を表す。また、港口部での開境界処理については、Fourier-Bessel 展開に基づく Chen・Mei¹⁷⁾の方法に準ずる。

図-2に示すように、浮体重心 G 上に原点を持つ局所座標系 (X, Y, Z) を定義すると、浮体底面 S_V での運動学的条件は以下のように表せる。

$$\frac{\partial \Phi^{(2,J)}}{\partial n} = n_J \quad (Z = -D; J = 1 \sim 7) \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} n_1 &= n_X, n_2 = n_Y, n_3 = n_Z \\ n_4 &= n_Z Y - n_Y (Z - Z_G) \\ n_5 &= n_X (Z - Z_G) - n_Z X \\ n_6 &= n_Y X - n_X Y, n_7 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここで、 Z_G は浮体重心の Z 座標、 $D(X, Y)$ は浮体の喫水、 (n_X, n_Y, n_Z) は法線ベクトルの X, Y, Z 成分で

ある。浮体底面 $\overline{S_V}$ 上では、 D の空間変化と法線ベクトル成分に以下の幾何学的な関係がある。

$$(D_X, D_Y) \equiv \left(\frac{\partial D}{\partial X}, \frac{\partial D}{\partial Y} \right) = \left(\frac{n_X}{n_Z}, \frac{n_Y}{n_Z} \right) \quad (8)$$

式 (8) および $n_X^2 + n_Y^2 + n_Z^2 = 1$ から、 $\overline{S_V}$ 上での (n_X, n_Y, n_Z) は次式で与えられる。

$$(n_X, n_Y, n_Z) = \frac{1}{\sqrt{(\nabla D)^2 + 1}} (D_X, D_Y, 1) \quad (9)$$

ただし、 $\nabla \equiv (\partial/\partial X, \partial/\partial Y)$ である。式 (9) を式 (6), (7) に代入し $\partial/\partial n = n_X \partial/\partial X + n_Y \partial/\partial Y + n_Z \partial/\partial Z$ を考慮すれば、 $\overline{S_V}$ 上の運動学的条件は次のように書き換える。

$$\nabla \Phi^{(2,J)} \cdot \nabla D + \frac{\partial \Phi^{(2,J)}}{\partial Z} = v_J \quad (Z = -D; J = 1 \sim 7) \quad (10)$$

$$\left. \begin{array}{l} v_1 = D_X, v_2 = D_Y, v_3 = 1 \\ v_4 = Y + D_Y(D + Z_G) \\ v_5 = -D_X(D + Z_G) - X \\ v_6 = D_Y X - D_X Y, v_7 = 0 \end{array} \right\} \quad (11)$$

一方、 Ω_1 と Ω_2 の接続面 C_M では以下の流速と圧力の連続条件が課される。

$$\frac{\partial \Phi^{(1,J)}}{\partial n} = \begin{cases} n_J & (-D \leq z \leq 0) \\ \frac{\partial \Phi^{(2,J)}}{\partial n} & (-h \leq z \leq -D) \end{cases} \quad (J = 1 \sim 7; \text{on } C_M) \quad (12)$$

$$\Phi^{(1,J)} = \Phi^{(2,J)} \quad (-h \leq z \leq -D; J = 1 \sim 7; \text{on } C_M) \quad (13)$$

なお、 C_M 上の n については、図-1 に示すように Ω_1 から Ω_2 に向かう方向とした。

3. 拡張緩勾配方程式の誘導

(1) 港内領域 Ω_1 での緩勾配方程式

海底面が緩やかに変化するという仮定のもとに、自由表面条件と海底面条件を満足する解として $\Phi^{(1)}$ を以下のように与える。

$$\Phi^{(1,J)}(x, y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n^{(J)}(x, y) F_n(z; h) \quad (J = 1 \sim 7) \quad (14)$$

$$F_n = \begin{cases} \cosh k_0(h+z)/\cosh k_0 h & (n=0) \\ \cos k_n(h+z)/\cos k_n h & (n \neq 0) \end{cases} \quad (15)$$

ただし、 k_0 と k_n ($n = 1, 2, \dots$) は以下の分散関係式を満足する波数と固有値である。

$$k_0 \tanh k_0 h = -k_n \tan k_n h = \sigma^2/g \quad (16)$$

式 (14)において、 $n = 0$ および $n = 1, 2, \dots$ はそれぞれ進行波モードと散乱波モードを表しており、従来の緩勾配方程式¹³⁾¹⁴⁾¹⁸⁾は進行波モードのみを考慮した形で導

かれている。Smith・Sprinks¹⁴⁾は、波浪の伝播距離に伴う位相誤差の蓄積を考えれば、散乱波モードのオーダーは進行波モードよりも小さくなり、結果的に無視し得ることを示している。しかし、これは緩勾配海底面上の波浪変形のみを対象にした場合であり、浮体などの構造物に作用する流体力を考える場合には、localized effects として無視されていた散乱波モードは重要になる。また、領域分割法¹⁹⁾²⁰⁾におけるポテンシャルの接続過程からわかるように、進行波モードと散乱波モードの振幅は独立して決まるものではなく、散乱波モードにより進行波モードの振幅が変化することになる。このことは、局所的な散乱波の存在が港内全体の波浪変形にも影響することを意味する。なお、これら散乱波モードの影響については後に具体的な検討結果を示す。

式 (14) を基礎方程式 (1) に代入し、通常の緩勾配方程式と同様な手順でガラーキン法を用いて鉛直積分を行う。すなわち、各モードに関する鉛直方向の分布関数 F_m ($m = 0, 1, \dots$) を基礎方程式の両辺にかけてから $-h$ から 0 までの範囲で積分すると次式を得る。

$$\int_{-h}^0 \left[F_m F_0 \nabla^2 \phi_0^{(J)} + 2 F_m \nabla F_0 \cdot \nabla \phi_0^{(J)} + \phi_0^{(J)} F_m \nabla^2 F_0 + k_0^2 F_m F_0 \phi_0^{(J)} + \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ F_m F_n \nabla^2 \phi_n^{(J)} + 2 F_m \nabla F_n \cdot \nabla \phi_n^{(J)} + \phi_n^{(J)} F_m \nabla^2 F_n - k_n^2 F_m F_n \phi_n^{(J)} \right\} \right] dz = 0 \quad (17)$$

通常の緩勾配方程式と同様に、海底勾配の高次項および水深の高階微分項を無視し、さらに固有関数の直交性を利用すれば、以下の緩勾配方程式が導かれる¹⁵⁾。

$$\nabla \cdot (a_m \nabla \phi_m^{(J)}) + 2 \sum_{n=0, n \neq m}^{\infty} b_{nm} \nabla h \cdot \nabla \phi_n^{(J)} + \epsilon_m a_m k_m^2 \phi_m^{(J)} = 0 \quad (m = 0, 1, \dots; J = 1 \sim 7; \text{in } \Omega_1) \quad (18)$$

$$a_m = \begin{cases} \frac{\sinh 2k_0 h + 2k_0 h}{4k_0 \cosh^2 k_0 h} & (m=0) \\ \frac{\sin 2k_m h + 2k_m h}{4k_m \cos^2 k_m h} & (m \neq 0) \end{cases} \quad (19)$$

$$b_{nm} = \begin{cases} \frac{2k_0 h (2 \sinh^2 k_0 h - 1) + \sinh 2k_0 h}{4(\sinh 2k_0 h + 2k_0 h) \cosh^2 k_0 h} & (n=m=0) \\ \frac{2k_m h (2 \sin^2 k_m h - 1) + \sin 2k_m h}{4(\sin 2k_m h + 2k_m h) \cos^2 k_m h} & (n=m \neq 0) \\ -\frac{k_0^2}{(k_0^2 + k_m^2) \cosh k_0 h \cos k_m h} & (n=0, m \neq 0) \\ -\frac{k_n^2}{(k_n^2 + k_0^2) \cos k_n h \cosh k_0 h} & (n \neq 0, m=0) \\ -\frac{k_n^2}{(k_n^2 - k_m^2) \cos k_n h \cos k_m h} & (n, m \neq 0, n \neq m) \end{cases} \quad (20)$$

表-1 3次元特解 $\Lambda^{(J)}$ 中の $\bar{a}_0^{(J)} \sim \bar{a}_4^{(J)}$ ($J = 1 \sim 6$)

J	$\bar{a}_0^{(J)}$	$\bar{a}_1^{(J)}$	$\bar{a}_2^{(J)}$	$\bar{a}_3^{(J)}$	$\bar{a}_4^{(J)}$
1	$-\frac{D_x(X^2+Y^2)}{4\bar{h}}$	0	$\frac{D_x}{2\bar{h}}$	0	0
2	$-\frac{D_r(X^2+Y^2)}{4\bar{h}}$	0	$\frac{D_r}{2\bar{h}}$	0	0
3	$-\frac{X^2+Y^2}{4\bar{h}} - \frac{\bar{h}_x X^3 + \bar{h}_r Y^3}{12\bar{h}^2}$	$\frac{h_x X + h_r Y}{2\bar{h}}$	$\frac{1}{2\bar{h}} - \frac{\bar{h}_x X + \bar{h}_r Y}{4\bar{h}^2}$	0	0
4	$\frac{Y(X^2+Y^2)}{8\bar{h}} - \frac{\bar{h}_r(X^4+3Y^4)}{96\bar{h}^2}$ $-\frac{\bar{h}_x XY(X^2+Y^2)}{48\bar{h}^2}$ $-\frac{Y^2 \left\{ h_r + \frac{D_r(D+Z_G)}{\bar{h}} \right\}}{2}$	$\frac{h_x XY}{4\bar{h}}$ $+\frac{h_r(X^2+3Y^2)}{8\bar{h}}$	$\frac{Y}{2\bar{h}} - \frac{\bar{h}_x XY}{8\bar{h}^2}$ $-\frac{\bar{h}_r(X^2+3Y^2)}{16\bar{h}^2}$ $+\frac{h_r + D_r(D+Z_G)}{2\bar{h}}$	$-\frac{h_r}{2\bar{h}}$	$\frac{\bar{h}_r}{8\bar{h}^2}$
5	$\frac{X(X^2+Y^2)}{8\bar{h}} + \frac{\bar{h}_x(3X^4+Y^4)}{96\bar{h}^2}$ $+\frac{\bar{h}_r XY(X^2+Y^2)}{48\bar{h}^2}$ $+\frac{X^2 \left\{ h_x + \frac{D_x(D+Z_G)}{\bar{h}} \right\}}{2}$	$-\frac{h_r XY}{4\bar{h}}$ $-\frac{h_x(3X^2+Y^2)}{8\bar{h}}$	$-\frac{X}{2\bar{h}} + \frac{\bar{h}_x XY}{8\bar{h}^2}$ $+\frac{\bar{h}_x(3X^2+Y^2)}{16\bar{h}^2}$ $-\frac{h_x + D_x(D+Z_G)}{2\bar{h}}$	$\frac{h_x}{2\bar{h}}$	$-\frac{\bar{h}_x}{8\bar{h}^2}$
6	$\frac{(D_r Y - D_x X)(X^2+Y^2)}{8\bar{h}}$	0	$\frac{D_r X - D_x Y}{2\bar{h}}$	0	0

ただし、 $h = h - D$, $(h_x, h_r) = \nabla h$, $(D_x, D_r) = \nabla D$, $(\bar{h}_x, \bar{h}_r) = \nabla \bar{h}$

$$\epsilon_m = \begin{cases} 1 & (m=0) \\ -1 & (m \neq 0) \end{cases} \quad (21)$$

なお、 $n = m$ に対する b_{nm} は、式(18)には含まれていないが、後に述べる C_M での連続条件において必要になる。式(18)は、 Ω_1 での一般的な波動方程式を表しているが、著者ら¹¹⁾が示したように散乱波モードが有意な大きさを有するのは浮体近傍の領域に限られる。そこで、計算効率上、式(18)は浮体周辺の領域のみに適用し、他の港湾域内では以下に示す通常の緩勾配方程式を用いる。

$$\nabla \cdot (a_0 \nabla \phi_0^{(J)}) + a_0 k_0^2 \phi_0^{(J)} = 0 \quad (22)$$

(2) 浮体底面下の領域 Ω_2 での緩勾配方程式と Radiation 問題に対する特解

Ω_2 でのポテンシャル $\Phi^{(2,J)}$ ($J = 1 \sim 7$)に関しては、入射・回折波ポテンシャル $\Phi^{(2,7)}$ と各発生波ポテンシャル $\Phi^{(2,J)}$ ($J = 1 \sim 6$)で浮体底面下の境界条件式(10)の右辺 v_l が異なる。したがって $\Phi^{(2,J)}$ は、式(10)の右辺が0となる場合に対応した一般解 $\Psi^{(J)}$ と式(10)を満足する特解 $\Lambda^{(J)}$ の和として以下のように表される。

$$\Phi^{(2,J)} = \Psi^{(J)} + \Lambda^{(J)} \quad (J = 1 \sim 7) \quad (23)$$

ただし、入射・回折波ポテンシャルについては $v_l = 0$ であるから、

$$\Lambda^{(7)} = 0 \quad (24)$$

と置くことができる。発生波ポテンシャルに関する特解 $\Lambda^{(J)}$ ($J = 1 \sim 6$)は、基礎方程式(2)、海底面条件式(3)、浮体底面条件式(10)を満足する解として、付録Iの手順により以下のように与えられる。

$$\Lambda^{(J)} = \sum_{n=0}^4 \bar{a}_n^{(J)} (h + Z)^n \quad (J = 1 \sim 6) \quad (25)$$

ここで、 $\bar{a}_n^{(J)}$ ($n = 0 \sim 4$; $J = 1 \sim 6$)は局所座標 (X, Y) の関数であり、具体的には表-1に示すとおりである。また、後に述べる C_M での流速の連続式で必要な $\Lambda^{(J)}$ ($J = 1 \sim 6$)の空間微分は、表-2に示す $\bar{b}_n^{(J)}$, $\bar{c}_n^{(J)}$ ($n = 0, 1, 2$; $J = 1 \sim 6$)を用いて次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Lambda^{(J)}}{\partial X} &= \sum_{n=0}^2 \bar{b}_n^{(J)} (h + Z)^n \\ \frac{\partial \Lambda^{(J)}}{\partial Y} &= \sum_{n=0}^2 \bar{c}_n^{(J)} (h + Z)^n \end{aligned} \right\} \quad (J = 1 \sim 6) \quad (26)$$

断面2次元問題($O - YZ$)の $\Lambda^{(J)}$ ($J = 2, 3, 4$)とその空間微分も、式(25), (26)と同様な形で表される。この場合の $\bar{a}_n^{(J)}$, $\bar{c}_n^{(J)}$ は表-3に示してある。

表-2 3次元特解の空間微分における $\bar{b}_0^{(J)} \sim \bar{b}_2^{(J)}$, $\bar{c}_0^{(J)} \sim \bar{c}_2^{(J)}$ ($J = 1 \sim 6$)

J	$\bar{b}_0^{(J)}$	$\bar{b}_1^{(J)}$	$\bar{b}_2^{(J)}$
1	$-\frac{D_x X}{2\bar{h}}$	0	0
2	$-\frac{D_y X}{2\bar{h}}$	0	0
3	$-\frac{X}{2\bar{h}} + \frac{\bar{h}_x Y^2}{4\bar{h}^2}$	$\frac{3\bar{h}_x}{2\bar{h}}$	$-\frac{3\bar{h}_x}{4\bar{h}^2}$
4	$-\frac{XY}{4\bar{h}} - \frac{\bar{h}_y X^3}{24\bar{h}^2} + \frac{\bar{h}_x Y(3X^2 + 5Y^2)}{48\bar{h}^2}$	$\frac{\bar{h}_y X + 5\bar{h}_x Y}{4\bar{h}}$	$-\frac{5\bar{h}_x Y + \bar{h}_y X}{8\bar{h}^2}$
5	$\frac{3X^2 + Y^2}{8\bar{h}} + \frac{\bar{h}_y Y(3X^2 + Y^2)}{48\bar{h}^2} - \frac{\bar{h}_x XY^2}{8\bar{h}^2}$ $+ X \left\{ h_x + \frac{D_x(D + Z_a)}{\bar{h}} \right\}$	$-\frac{7\bar{h}_x X + \bar{h}_y Y}{4\bar{h}}$	$-\frac{1}{2\bar{h}} + \frac{7\bar{h}_x X + \bar{h}_y Y}{8\bar{h}^2}$
6	$\frac{2D_x XY - D_y(3X^2 + Y^2)}{8\bar{h}}$	0	$\frac{D_x}{2\bar{h}}$

J	$\bar{c}_0^{(J)}$	$\bar{c}_1^{(J)}$	$\bar{c}_2^{(J)}$
1	$-\frac{D_x Y}{2\bar{h}}$	0	0
2	$-\frac{D_y Y}{2\bar{h}}$	0	0
3	$-\frac{Y}{2\bar{h}} + \frac{\bar{h}_y X^2}{4\bar{h}^2}$	$\frac{3\bar{h}_y}{2\bar{h}}$	$-\frac{3\bar{h}_y}{4\bar{h}^2}$
4	$-\frac{X^2 + 3Y^2}{8\bar{h}} - \frac{\bar{h}_x X(X^2 + 3Y^2)}{48\bar{h}^2} + \frac{\bar{h}_y X^2 Y}{8\bar{h}^2}$ $- Y \left\{ h_y + \frac{D_y(D + Z_a)}{\bar{h}} \right\}$	$\frac{\bar{h}_x X + 7\bar{h}_y Y}{4\bar{h}}$	$\frac{1}{2\bar{h}} - \frac{\bar{h}_x X + 7\bar{h}_y Y}{8\bar{h}^2}$
5	$\frac{XY}{4\bar{h}} + \frac{\bar{h}_x Y^3}{24\bar{h}^2} - \frac{\bar{h}_y X(5X^2 + 3Y^2)}{48\bar{h}^2}$	$-\frac{5\bar{h}_y X + \bar{h}_x Y}{4\bar{h}}$	$\frac{\bar{h}_x Y + 5\bar{h}_y X}{8\bar{h}^2}$
6	$\frac{D_x(X^2 + 3Y^2) - 2D_y XY}{8\bar{h}}$	0	$-\frac{D_x}{2\bar{h}}$

一方、一般解 $\Psi^{(J)}$ ($J = 1 \sim 7$) については、 $\Phi^{(1)}$ の場合と同様に h と D の空間的な変化が小さいと仮定して、以下のように与える。

$$\Psi^{(J)}(x, y, z) = \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k^{(J)}(x, y) G_k(z; h, D) \quad (J = 1 \sim 7) \quad (27)$$

$$G_k(z; h, D) = \cos \nu_k(D + z) \quad (28)$$

$$\nu_k = k\pi/\bar{h} \quad (29)$$

$$\bar{h} \equiv h - D \quad (30)$$

式 (27) を基礎方程式であるラプラス方程式に代入し、 G_l ($l = 0, 1, \dots$) をかけてから $-h \leq z \leq -D$ の範囲で積分する。 h と D に関する勾配の高次項および高階の

微分項を無視し、固有関数の直交性などを利用すれば、 $\varphi_k^{(J)}$ に関する以下の緩勾配方程式を得る。

$$\nabla \cdot (\alpha_l \nabla \varphi_l^{(J)}) + 2 \sum_{k=0, k \neq l}^{\infty} (\beta_{kl} \nabla h + \gamma_{kl} \nabla D) \cdot \nabla \varphi_k^{(J)} - \alpha_l \nu_l^2 \varphi_l^{(J)} = 0 \quad (l = 0, 1, \dots; J = 1 \sim 7; \text{ in } \Omega_2) \quad (31)$$

$$\alpha_l = \begin{cases} \bar{h} & (l = 0) \\ \bar{h}/2 & (l \neq 0) \end{cases} \quad (32)$$

$$\beta_{kl} = -(-1)^{k+l} k^2 / (k^2 - l^2) \quad (33)$$

$$\gamma_{kl} = k^2 / (k^2 - l^2) \quad (34)$$

表-3 2次元特解 $\Lambda^{(J)}$ における $\bar{a}_0^{(J)} \sim \bar{a}_4^{(J)}$, $\bar{c}_0^{(J)} \sim \bar{c}_2^{(J)}$ ($J = 2, 3, 4$)

J	$\bar{a}_0^{(J)}$	$\bar{a}_1^{(J)}$	$\bar{a}_2^{(J)}$	$\bar{a}_3^{(J)}$	$\bar{a}_4^{(J)}$	$\bar{c}_0^{(J)}$	$\bar{c}_1^{(J)}$	$\bar{c}_2^{(J)}$
2	$-\frac{D_Y Y^2}{2\bar{h}}$	0	$\frac{D_Y}{2\bar{h}}$	0	0	$-\frac{D_Y Y}{\bar{h}}$	0	0
3	$-\frac{Y^2 - \bar{h}_Y Y^3}{2\bar{h} - 6\bar{h}^2}$	$\frac{\bar{h}_Y Y}{\bar{h}}$	$\frac{1}{2\bar{h}} - \frac{\bar{h}_Y Y}{2\bar{h}^2}$	0	0	$-\frac{Y}{\bar{h}}$	$\frac{2\bar{h}_Y}{\bar{h}}$	$-\frac{\bar{h}_Y}{\bar{h}^2}$
4	$\frac{Y^3 + \bar{h}_Y Y^4}{6\bar{h} + 24\bar{h}^2}$ $+ \frac{\bar{h}_Y Y^2}{2}$ $+ \frac{D_Y(D+Z_G)Y^2}{2\bar{h}}$	$-\frac{\bar{h}_Y Y^2}{2\bar{h}}$	$-\frac{Y}{2\bar{h}} + \frac{\bar{h}_Y Y^2}{4\bar{h}^2}$ $- \frac{\bar{h}_Y}{2}$ $- \frac{D_Y(D+Z_G)Y^2}{2\bar{h}}$	$\frac{\bar{h}_Y}{2\bar{h}}$ $- \frac{\bar{h}_Y}{8\bar{h}^2}$	$\frac{Y^2 + h_Y Y}{2\bar{h}} + \frac{D_Y(D+Z_G)Y}{\bar{h}}$	$-\frac{2\bar{h}_Y Y}{\bar{h}}$	$-\frac{1}{2\bar{h}} + \frac{\bar{h}_Y Y}{\bar{h}^2}$	

(3) 接続面 C_M での連続条件

式(23)を用いれば、 C_M での連続条件式(12), (13)は以下のように表せる。

$$\frac{\partial \Phi^{(1,J)}}{\partial n} = \begin{cases} n_J & (-D \leq z \leq 0) \\ \frac{\partial \Psi^{(J)}}{\partial n} + \frac{\partial \Lambda^{(J)}}{\partial n} & (-h \leq z \leq -D) \end{cases} \quad (J = 1 \sim 7; \text{ on } C_M) \quad (35)$$

$$\Phi^{(1,J)} = \Psi^{(J)} + \Lambda^{(J)} \quad (-h \leq z \leq -D) \quad (J = 1 \sim 7; \text{ on } C_M) \quad (36)$$

式(14), (25), (26), (27)をこれらの連続条件式に代入し、先に述べた緩勾配方程式の場合と同様な手順で鉛直積分を行う。すなわち、式(35)については F_m をかけて $-h \leq z \leq 0$ の範囲で、式(36)については G_l をかけて $-h \leq z \leq -D$ の範囲で積分することにより以下の境界条件式が導かれる。

$$a_m \frac{\partial \phi_m^{(J)}}{\partial n} + \sum_{n=0}^{\infty} b_{nm} \frac{\partial h}{\partial n} \phi_n^{(J)} - \sum_{k=0}^{\infty} \left[c_{km} \frac{\partial \varphi_k^{(J)}}{\partial n} + \left(d_{km} \frac{\partial h}{\partial n} + e_{km} \frac{\partial D}{\partial n} \right) \varphi_k^{(J)} \right] = P_m^{(J)} + Q_m^{(J)} \quad (m = 0, 1, \dots; J = 1 \sim 7; \text{ on } C_M) \quad (37)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_{ln} \phi_n^{(J)} - \alpha_l \varphi_l^{(J)} = R_l^{(J)} \quad (l = 0, 1, \dots; J = 1 \sim 7; \text{ on } C_M) \quad (38)$$

ここで、

$$c_{km} = \begin{cases} \frac{k_0 \sinh k_0 \bar{h}}{(k_0^2 + \nu_k^2) \cosh k_0 \bar{h}} & (m = 0) \\ \frac{k_m \sin k_m \bar{h}}{(k_m^2 - \nu_k^2) \cos k_m \bar{h}} & (m \neq 0) \end{cases} \quad (39)$$

$$d_{km} = \begin{cases} -\frac{\nu_k^2}{\nu_k^2 + k_0^2} \frac{\cos \nu_k \bar{h}}{\cosh k_0 \bar{h}} + T_{k0} & (m = 0) \\ -\frac{\nu_k^2}{\nu_k^2 - k_m^2} \frac{\cos \nu_k \bar{h}}{\cos k_m \bar{h}} + T_{km} & (m \neq 0) \end{cases} \quad (40)$$

$$e_{km} = \begin{cases} \frac{\nu_k^2}{\nu_k^2 + k_0^2} \frac{\cosh k_0 \bar{h}}{\cosh k_0 \bar{h}} - T_{k0} & (m = 0) \\ \frac{\nu_k^2}{\nu_k^2 - k_m^2} \frac{\cos k_m \bar{h}}{\cos k_m \bar{h}} - T_{km} & (m \neq 0) \end{cases} \quad (41)$$

$$T_{km} = \begin{cases} \frac{\nu_k \{ (\nu_k^2 - k_0^2) \sin \nu_k \bar{h} + 2k_0 \nu_k \sinh k_0 \bar{h} \}}{\bar{h}(\nu_k^2 + k_0^2)^2 \cosh k_0 \bar{h}} & (m = 0) \\ \frac{\nu_k \{ (\nu_k^2 + k_m^2) \sin \nu_k \bar{h} - 2k_m \nu_k \sin k_m \bar{h} \}}{\bar{h}(\nu_k^2 - k_m^2)^2 \cos k_m \bar{h}} & (m \neq 0) \end{cases} \quad (42)$$

$$P_m^{(7)} = Q_m^{(7)} = R_l^{(7)} = 0 \quad (43)$$

$$\left. \begin{array}{l} P_m^{(1)} = n_X (I_0)_m, \quad P_m^{(2)} = n_Y (I_0)_m, \quad P_m^{(3)} = 0 \\ P_m^{(4)} = -n_Y \{ (I_1)_m - (I_0)_m Z_G \} \\ P_m^{(5)} = n_X \{ (I_1)_m - (I_0)_m Z_G \} \\ P_m^{(6)} = (n_Y X - n_X Y)(I_0)_m \end{array} \right\} \quad (44)$$

$$Q_m^{(J)} = \sum_{n=0}^2 \left\{ n_X \bar{b}_n^{(J)} + n_Y \bar{c}_n^{(J)} \right\} (J_n)_m \quad (J = 1 \sim 6) \quad (45)$$

$$R_l^{(J)} = \sum_{n=0}^4 \bar{a}_n^{(J)} (K_n)_l \quad (J = 1 \sim 6) \quad (46)$$

$$\left. \begin{array}{l} (I_n)_m \equiv \int_{-D}^0 z^n F_m dz \\ (J_n)_m \equiv \int_{-h}^{-D} (h+z)^n F_m dz \\ (K_n)_l \equiv \int_{-h}^{-D} (h+z)^n G_l dz \end{array} \right\} \quad (47)$$

ここで、 $(I_n)_m$, $(J_n)_m$, $(K_n)_l$ の定積分は解析的に求められるが²¹⁾、本論文では結果を省略する。

上記の連続条件の取り扱いは、基本的には井島らの領域分割法⁴⁾と同じである。すなわち、緩勾配方程式の

誘導過程と領域分割法における境界条件(解の接続)の取り扱いには、3次元流体運動をガラーキン法に基づいて鉛直積分するという共通点があり、本モデルは緩勾配方程式モデルの中に領域分割法の考え方を組み込んだものとして位置づけることができる。ただし、減衰散乱波の効果が緩勾配方程式中に取り込まれているため構造物近傍の散乱場をも扱い得る点、各領域の接続面も含めて水深や浮体喫水の空間的な変化が考慮できる点で、本モデルは従来の各手法をかなり一般化した形で組み合わせていることになる。

4. 流体力の算定法

線形圧力方程式を用いれば、浮体に作用する K 方向の波強制力 $\hat{E}_K^{(J)}$ ($K = 1 \sim 6$) と浮体の J 方向運動による K 方向の流体力 $E_K^{(J)}$ ($J, K = 1 \sim 6$) は以下のように表される。

$$\hat{E}_K^{(J)} = i\rho\sigma E_K^{(J)} e^{-i\omega t} \quad (K = 1 \sim 6) \quad (48)$$

$$E_K^{(J)} = \rho\sigma^2 \delta_J E_K^{(J)} e^{-i\omega t} \quad (J, K = 1 \sim 6) \quad (49)$$

$$E_K^{(J)} = \int_{C_M} \int_{-D}^0 n_K \Phi^{(1,J)} dz dc + \iint_{\overline{S_V}} n_K \Phi^{(2,J)} ds \quad (J = 1 \sim 7; K = 1 \sim 6) \quad (50)$$

ただし、 ρ は流体密度である。 $E_K^{(J)}$ ($J = 1 \sim 7; K = 1 \sim 6$) は、ポテンシャル関数 $\phi_n^{(J)}, \varphi_k^{(J)}, \Lambda^{(J)}$ により次のように求められる。

$$E_1^{(J)} = \int_{C_M} n_X \sum_{n=0}^{\infty} (I_0)_n \phi_n^{(J)} dc + \iint_{\overline{S_V}} D_X \Phi_D^{(2,J)} ds \quad (51)$$

$$E_2^{(J)} = \int_{C_M} n_Y \sum_{n=0}^{\infty} (I_0)_n \phi_n^{(J)} dc + \iint_{\overline{S_V}} D_Y \Phi_D^{(2,J)} ds \quad (52)$$

$$E_3^{(J)} = \iint_{\overline{S_V}} \Phi_D^{(2,J)} ds \quad (53)$$

$$E_4^{(J)} = - \int_{C_M} n_Y \sum_{n=0}^{\infty} \{(I_1)_n - Z_G(I_0)_n\} \phi_n^{(J)} dc + \iint_{\overline{S_V}} \{Y + D_Y(D + Z_G)\} \Phi_D^{(2,J)} ds \quad (54)$$

$$E_5^{(J)} = \int_{C_M} n_X \sum_{n=0}^{\infty} \{(I_1)_n - Z_G(I_0)_n\} \phi_n^{(J)} dc - \iint_{\overline{S_V}} \{X + D_X(D + Z_G)\} \Phi_D^{(2,J)} ds \quad (55)$$

$$E_6^{(J)} = \int_{C_M} \{n_Y X - n_X Y\} \sum_{n=0}^{\infty} (I_0)_n \phi_n^{(J)} dc + \iint_{\overline{S_V}} \{D_Y X - D_X Y\} \Phi_D^{(2,J)} ds \quad (56)$$

$$\Phi_D^{(2,J)} \equiv \sum_{k=0}^{\infty} \varphi_k^{(J)} + \Lambda^{(J)} \Big|_{Z=-D} \quad (57)$$

ここで、 $\overline{S_V}$ は S_V の $O - XY$ 平面への投影である。浮体の J 方向運動による K 方向の付加質量 M_{JK} と造波減衰係数 N_{JK} は、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_{JK} &= \rho Re\{E_K^{(J)}\} \\ N_{JK} &= \rho\sigma Im\{E_K^{(J)}\} \end{aligned} \right\} \quad (J, K = 1 \sim 6) \quad (58)$$

以上により求められた波強制力、付加質量、造波減衰を用いて浮体の運動方程式を解くことにより、各方向の運動振幅 δ_J ($J = 1 \sim 6$) が求められる。

5. 有限要素法による数値モデル化

本研究では、三角形1次要素を用いたガラーキン型の有限要素法に基づいて、式(18), (22), (31)の数値モデル化を行った。

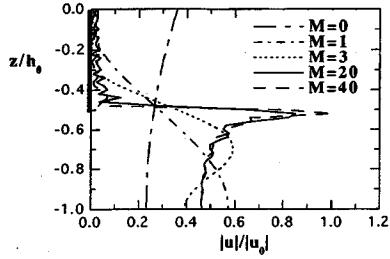
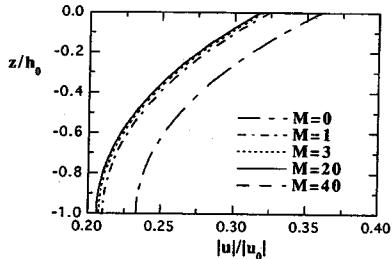
まず、 Ω_1 での進行波成分($m = 0$)については、式(18)の両辺に重み関数 ω をかけて領域内で積分し、さらに第1項を部分積分することにより次式を得る。

$$\begin{aligned} &\int_{C_M \cup C_W \cup C_\infty} \omega a_0 \frac{\partial \phi_0^{(J)}}{\partial n} dc - \iint_{\Omega_1} a_0 \nabla \omega \cdot \nabla \phi_0^{(J)} d\Omega \\ &+ 2 \sum_{n=1}^M \iint_{\Omega_E} \omega b_{n0} \nabla h \cdot \nabla \phi_n^{(J)} d\Omega \\ &+ \iint_{\Omega_1} \omega a_0 k_0^2 \phi_0^{(J)} d\Omega = 0 \quad (J = 1 \sim 7) \end{aligned} \quad (59)$$

ただし、 C_∞ は港口部の境界¹⁷⁾、 M は採用する散乱波モードの数である。また、 Ω_E は散乱波モードを考慮する浮体近傍の領域を表しており、具体的には C_M と C_M から $2h_0$ (h_0 : 浮体重心位置での水深) 程度離れた境界で囲まれる領域である¹¹⁾。式(59)の第1項において、 C_W と C_∞ については先に述べた任意反射率境界と港口部の開境界条件を代入するが、 C_M 上の $\partial \phi_0^{(J)} / \partial n$ は未知数として残しておく。

一方、散乱波モードの振幅は、浮体からの距離に対して指數関数的に減少することが知られている^{4) 19) 20)}。従って、 Ω_E を取り囲む境界ではディリクレ条件 $\phi_m^{(J)} = 0$ またはノイマン条件 $\partial \phi_m^{(J)} / \partial n = 0$ を与えればよい。そこで、有限要素法において取り扱いが簡単になる後者の条件を採用すれば、散乱波モード($m = 1, 2, \dots$)について以下の重み付き残差式が得られる。

$$\begin{aligned} &\int_{C_M} \omega a_m \frac{\partial \phi_m^{(J)}}{\partial n} dc - \iint_{\Omega_E} a_m \nabla \omega \cdot \nabla \phi_m^{(J)} d\Omega \\ &+ 2 \sum_{n=0, n \neq m}^M \iint_{\Omega_E} \omega b_{nm} \nabla h \cdot \nabla \phi_n^{(J)} d\Omega \\ &- \iint_{\Omega_E} \omega a_m k_m^2 \phi_m^{(J)} d\Omega = 0 \quad (m = 1, 2, \dots, M; J = 1 \sim 7) \end{aligned} \quad (60)$$

(a) $Y = B/2$ (b) $Y = B/2 + 5h_0$ 図-3 水平流速振幅の鉛直分布(領域分割法: $k_0 h_0 = 1.0$)

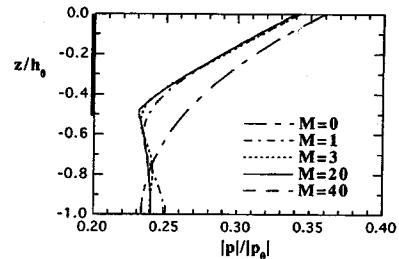
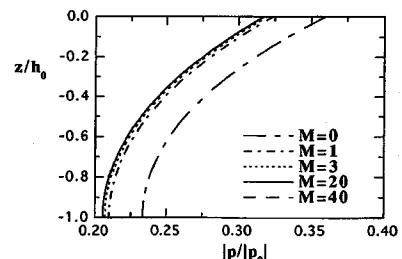
式(31)についても同様な手順を用いれば次式を得る.

$$\begin{aligned} & \int_{C_M} \omega \alpha_l \frac{\partial \varphi_i^{(J)}}{\partial n} dc + \iint_{\Omega_2} \alpha_l \nabla \omega \cdot \nabla \varphi_i^{(J)} d\Omega \\ & -2 \sum_{k=0, k \neq l}^M \iint_{\Omega_2} \omega (\beta_{kl} \nabla h + \gamma_{kl} \nabla D) \cdot \nabla \varphi_k^{(J)} d\Omega \\ & + \iint_{\Omega_2} \omega \alpha_l \nu_l^2 \varphi_i^{(J)} d\Omega = 0 \\ & (l = 0, 1, \dots, M; J = 1 \sim 7) \quad (61) \end{aligned}$$

式(59), (60), (61)を線形要素を用いて空間的に離散化し²²⁾, 重み関数の任意性を考慮すれば, C_M を含む Ω_1 と Ω_2 内の節点における $\phi_m^{(J)}$, $\varphi_i^{(J)}$ および C_M 上での $\partial \phi_m^{(J)} / \partial n$, $\partial \varphi_i^{(J)} / \partial n$ を未知数とする方程式が導かれる. これらの方程式と C_M での境界条件式(37)および(38)を連立して解くことにより上記の未知数が決定される. この場合, 係数マトリックスは J に無関係なバンドマトリックスになるため, Diffraction問題とRadiation問題を同時に解くことができる. 連立方程式の解法としては, 本研究では疎行列用のガウス法²³⁾を用いた. なお, マトリックスのバンド幅は, 節点数だけでなく採用する散乱波のモード数 M により変化する.

6. 1次元モデルによる基本的検討

平面2次元モデルによる計算に先立ち, 断面2次元問題($O-YZ$)を対象とした1次元モデルを用いて, 流体力に及ぼす散乱波モードの影響および本理論で用いている緩勾配仮定の適用性についての基本検討を行う.

(a) $Y = B/2$ (b) $Y = B/2 + 5h_0$ 図-4 圧力振幅の鉛直分布(領域分割法: $k_0 h_0 = 1.0$)

(1) 流体力の予測値に及ぼす散乱波モードの影響

一定水深(h_0)上の幅 $B = 2h_0$, 噫水 $D_0 = 0.5h_0$ の長方形断面浮体を対象に, 領域分割法²⁰⁾と本モデルによる計算を行った.

まず, 散乱波モードが流速場・圧力場にどの程度の影響を及ぼすかについて, 領域分割法による解析解とともに議論する. 図-3, 4は, Diffraction問題($J = 7$)に対する水平流速と圧力の振幅 $|u|$, $|p|$ の鉛直分布を示したものであり, 各図の(a), (b)には, 浮体の透過側面($Y = B/2$)とそこから十分に離れた位置($Y = B/2 + 5h_0$)での結果をプロットしてある. 図中, $|u_0|$ と $|p_0|$ は入射波の静水面上の流速と圧力の振幅である.

図-3(a)における $M = 40$ の結果を見ると, 水平流速は浮体側面上($-0.5 \leq z/h_0 \leq 0$)ではほぼ0になり, 側面と底面の偶角部付近でかなり大きくなっている. M を変化させた他のケースとの比較からわかるように, このような複雑な流速分布を再現するためには, 20個程度の散乱波モードが必要になる. これに対して浮体から十分に離れた位置では, 全ての散乱波モードの振幅が無視でき, 流速の分布は進行波モードに対応したものになる(図-3[b]). 図-4に示されている圧力分布に関しては, 浮体近傍も含めて高次の散乱波モードの影響は顕著には現れず, わずか1項の散乱波モードを考慮した $M = 1$ の結果でも $M = 40$ の結果との差は小さい. ただし, 図-3(b), 図-4(b)に見られるように, 浮体からかなり離れた位置においても $M = 0$ の結果は他のケースとかなり異なる. すなわち, 減衰散乱波成分は浮体近傍のみで有意な大きさを有するが, そ

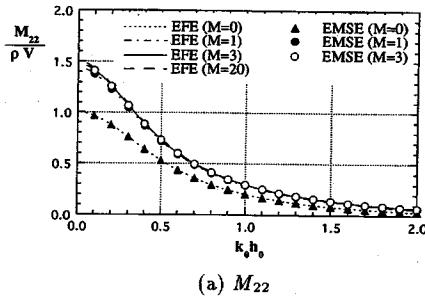
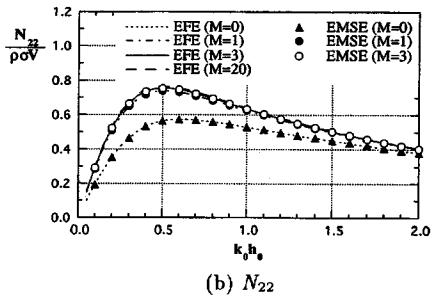
(a) M_{22} (b) N_{22}

図-5 Sway 方向付加質量・造波減衰係数に及ぼす散乱波モードの影響

の存在により進行波成分の振幅がかなり変化する。

図-5 は、Sway 方向の付加質量係数 M_{22} と造波減衰係数 N_{22} に関して、本モデルによる結果 (EMSE) を領域分割法による解析解 (EFE) と比較したものである。図中の V は浮体の没水体積である。本モデルによる計算では、浮体表面から $2h_0$ 以上離れた領域で散乱波モードを無視し、メッシュサイズ Δy は最小波長 L_{min} の $1/15$ 以下とした。図-5 に示されるように、本数値結果は対応する解析解とほぼ完全に一致する。また、散乱波を無視した場合 ($M = 0$) と考慮した場合 ($M \neq 0$) の計算値には有意な差が現れており、散乱波モードを考慮することが流体力を予測する際に非常に重要であることがわかる。ただし、図-4 に示した圧力分布の場合と同様に、 $M = 1$ に対する結果と $M = 20$ (EFE) の結果の差は小さい。したがって、流体力を対象にする限り、第 2 項目以降の散乱波モードの寄与は第 1 項目に比べて小さく、実用上は 1 ~ 3 項程度の散乱波モードを採用すれば十分であろう。

(2) 緩勾配仮定の適用性

本理論では、海底面と浮体底面について空間的な緩勾配を仮定している。このうち海底面に対する緩勾配仮定の適用性については、これまでに多くの検討がなされてきた。そこで、ここでは特に浮体底面に着目し、本モデル (EMSE) と緩勾配仮定を用いていないグリーン公式に基づく境界積分方程式法 (BIEM) との結果の比較から、本理論が実用的にどの程度の勾配まで適用

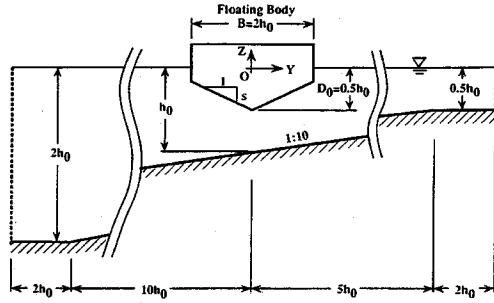
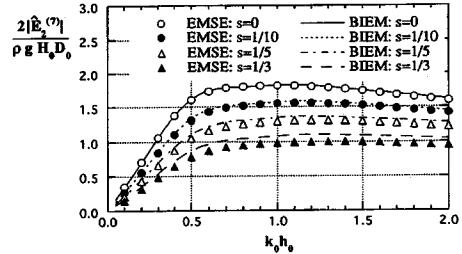
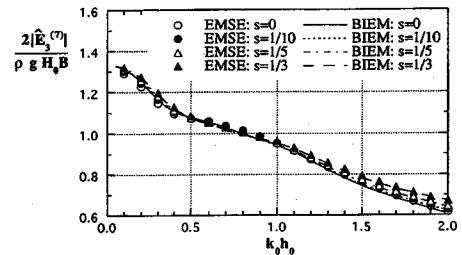


図-6 一定勾配海底面上の 5 角形断面浮体の諸元



(a) Sway 方向波強制力



(b) Heave 方向波強制力

図-7 波強制力に関する BIEM との比較

可能であるかを調べる。

計算は図-6 に示す一定勾配海底面上 (1:10) の 5 角形断面浮体を対象に行った。浮体の幅 B と最大喫水 D_0 はそれぞれ $2h_0$, $0.5h_0$ で一定とし、浮体底面の勾配 s を変化させた。また、本モデルの計算では第 3 項までの散乱波モードを $-3 \leq Y/h_0 \leq 3$ の領域で考慮し、 $\Delta y/L_{min}$ は $1/13$ 以下とした。

図-7, 8 に水平および鉛直方向の波強制力、付加質量・造波減衰係数の比較を示す。図-7 の H_0 は入射波高である。これらの図における BIEM の結果からわかるように、Heave 方向流体力には底面勾配の影響はあまり顕著に現れないが (図-7[b], 図-8[c], [d]), Sway 方向流体力は s によりかなり変化し、 s が大きくなると流体力が小さくなる傾向が見られる (図-7[a], 図-8[a], [b])。また、EMSE と BIEM の差は浮体底面が急勾配になるにつれて大きくなるが、EMSE の結

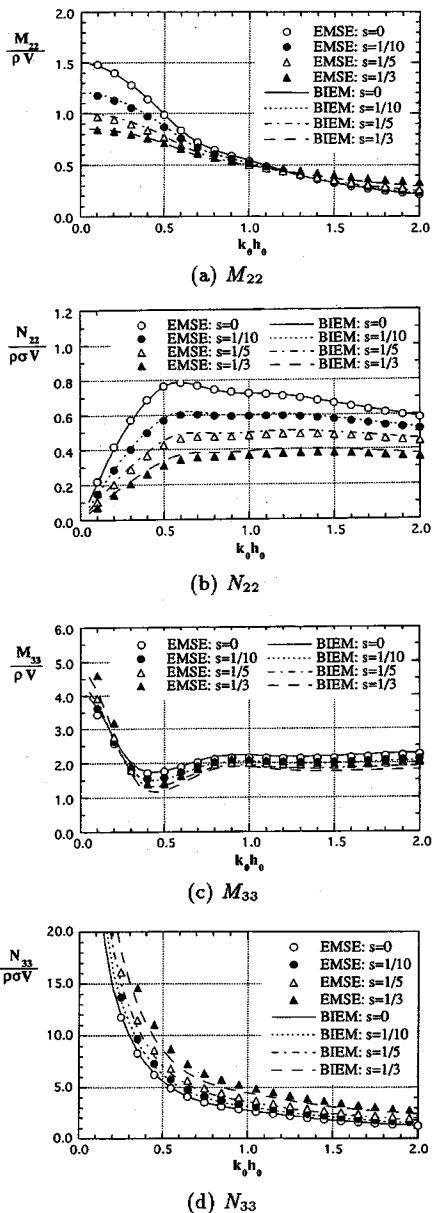


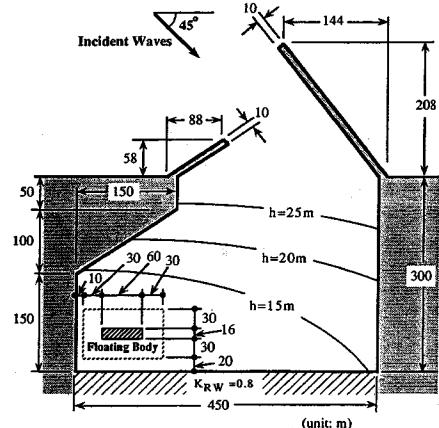
図-8 付加質量・造波減衰係数に関する BIEM との比較

果でも s による水平力特性の変化が良好再現されており、実用的には本理論は s が $1/3$ 程度でも適用可能であると考えられる。

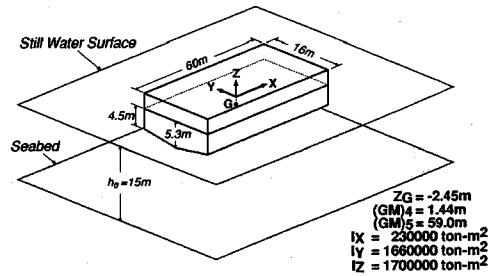
7. 平面 2 次元モデルによる動揺解析例

(1) 部分 3 次元モデルとの比較

従来のモデルに対する計算効率の改善効果を具体的に調べるために、図-9 に示す港湾内の 5 角形断面浮体を対象に、本モデル（平面 2 次元モデル）と部分 3 次



(a) 港湾の平面図



(b) 5 角形断面浮体

図-9 計算で対象とした港湾と浮体の諸元

元モデル¹⁰⁾を用いて動揺解析を行った。港湾内の水深は 15m から 25m までの範囲で変化させているが、浮体近傍の領域では 15m で一定水深とした。図-9(a)に示されるように、一部の岸壁の反射率は 0.8 とし、その他の港湾境界では 1.0 とした。また、簡単のため浮体は係留なしの自由浮体とした。

図-9(a) の破線で囲まれた浮体近傍の領域は、本モデルにおいて散乱波モードを考慮した領域を表している。部分 3 次元モデルではこの領域で 3 次元グリーン関数法³⁾を適用しているが、平面 2 次元領域と 3 次元領域での連立方程式をフルマトリックスとして直接解くためには膨大な計算機容量と計算時間を要することになり、本検討ケースの場合には計算が非現実的なものになる。そこで部分 3 次元モデルについては、疎行列用の解法²³⁾を用いて計算の効率化を図った。なお、メッシュの代表長 Δs は、部分 3 次元モデルの場合 10.8m、本モデルでは 10.0m と設定した。

図-10 に、浮体の運動方程式から求められた各方向の動揺振幅の比較を示す。図中、P3D は部分 3 次元モデルの結果である。本モデルの結果は、散乱波モード数 M を 2 とした場合のものであるが、 M をさらに増

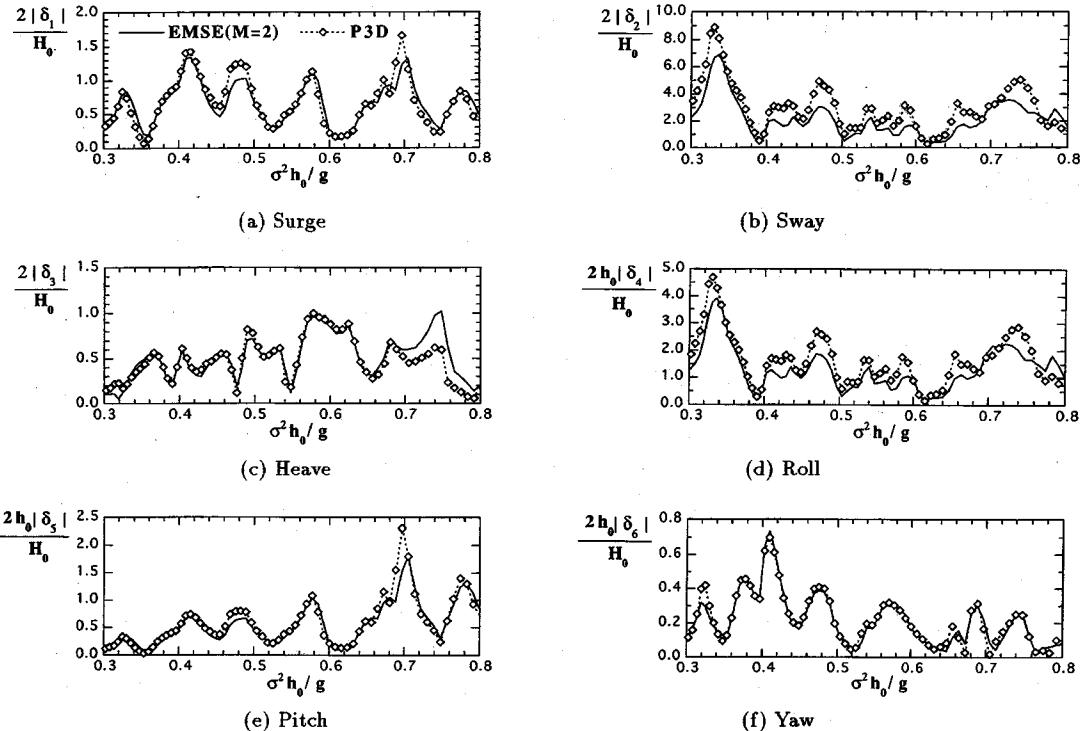


図-10 浮体の動揺振幅に関する部分3次元モデルとの比較

やしても結果はほとんど変わらないことを確認している。図-10からわかるように、港湾内の波の多重反射などの影響で浮体の動揺特性はかなり複雑になっているが、両モデルから得られた結果は良好な一致を示している。

部分3次元モデルの場合、上記の計算効率の改善を行ったにもかかわらず、1周波数あたりの計算時間は369秒～487秒(DEC3900使用；平面2次元領域の節点数：5751、浮体表面の節点数：392)であった。これに対して本モデルでは採用する散乱波モード数により計算時間は変化し、進行波のみを考慮した場合($M = 0$)は30.3秒、 $M = 1, 2, 3$ に対してもそれぞれ51.6秒、82.0秒、154.9秒(DEC3900使用；節点数：5977)であった。このように、港内全領域を平面2次元場として扱うことが可能な本モデルでは、計算時間を大幅に短縮できる。さらに、本検討ケースでは浮体近傍領域の水深を一定としたが、この領域で水深が変化する場合、部分3次元モデルでは海底面上にも節点を設ける必要があるため計算時間はさらに増加することになる(本モデルの計算時間には変化がない)。

(2) 港内波高分布に及ぼす船体の影響

一般に、港内静穏度を検討する際には、船体の存在を無視して計算された波高分布が用いられてきた。し

かし、船体が大型の場合や動揺量が大きい場合には、船体による回折波や動揺に伴う発生波が港内の波動場に有意な影響を及ぼすことが予想される。そこでここでは、図-9に示した港湾モデルを対象に、船体を無視した場合と船体の動揺を考慮した場合の波高分布を比較する。なお前者の計算には、進行波成分のみを考慮した通常の緩勾配方程式モデルを用いた。

図-11(a), (b)は、 $\sigma^2 h_0/g = 0.723$ (周期9.14秒)におけるそれぞれのケースの入射波高比を示したものである。防波堤外の波高分布にはほとんど差が見られないが、港内、特に岸壁A、B、Cに囲まれた泊地領域のパターンは両者で明確に異なる。まず、船体を無視したケースでは岸壁Aと岸壁Cの間で多重反射が起り、この領域で顕著な重複波が形成されている[図-11(a)]。これに対して、船体による回折波と動揺に伴う発生波を考慮したケースでは、岸壁C前面の波高分布がかなり変化している[図-11(b)]。さらにこの場合、泊地の奥の隅角部(岸壁Bと岸壁Cの交点)とそれに対面する船体前面で大きな波高が現れている。この計算例からわかるように、港内の波高分布を精度良く予測するためには、港内船舶の動揺まで考慮することが重要になる。

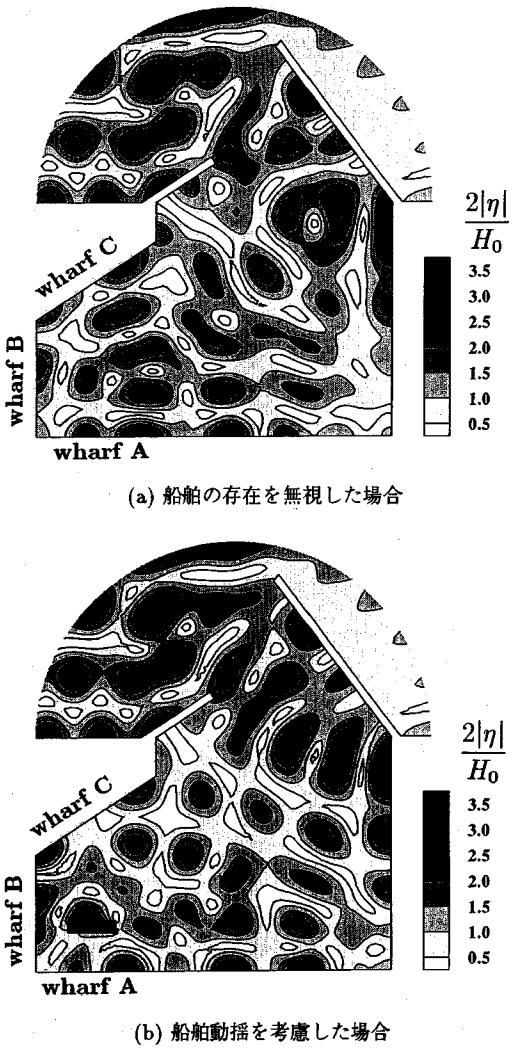


図-11 港内波高分布の比較 ($\sigma^2 h_0/g = 0.723$)

8. おわりに

本研究により得られた主な結論を以下に示す。

- 従来の緩勾配方程式で無視されていた減衰散乱波を考慮して、港内と船体底面下のそれぞれの領域で新たな緩勾配方程式系を誘導した。これらの方程式と各領域間の解の連続条件に基づいて、港内船舶の動揺を効率よく計算する有限要素法モデルを開発した。
- 船体底面下の領域における発生波ポテンシャルについては、水深と浮体の喫水が空間的に変化する場合の特解を新たに導いた。
- 浮体近傍に存在する減衰散乱波は、浮体に作用する流体力や港内の波浪変形に有意な影響を及ぼすことを示すとともに、流体力(波強制力・付加質量・

造波減衰)を対象にする計算では、進行波モードと数項の散乱波モードを考慮すれば実用的には十分であることを明らかにした。

- 本理論で用いている浮体喫水に関する緩勾配仮定は、底勾配が1/3程度までの浮体であれば実用上は適用可能であることがわかった。したがって、ヨットのように船底が極端に変化する場合を除き、一般的な形状のボート・タンカー・漁船などを取り扱う扱う上では、この仮定を用いることはほとんど問題がない。
- 本モデルと従来の部分3次元モデルを用いて、港内船舶の動揺解析を行った。両者の結果が良好に一致することを確かめるとともに、本モデルによる計算効率の改善効果を具体的に示した。
- 港内船舶の存在を考慮した場合と無視した場合の波高分布の比較により、船体による回折波や動揺による発生波が港内の波動場に大きな影響を及ぼす場合があることを示した。

今後は、さらなる実用化を目指し、港内の複数浮体を対象にした動揺解析モデルを開発する予定である。

付録 I Radiation 問題に対する特解 $\Lambda^{(J)}$ の誘導過程

$\Lambda^{(J)}$ に関する基礎方程式と境界条件は以下のとおりである。

$$\nabla^2 \Lambda^{(J)} + \frac{\partial^2 \Lambda^{(J)}}{\partial Z^2} = 0 \quad (I.1)$$

$$\nabla \Lambda^{(J)} \cdot \nabla D + \frac{\partial \Lambda^{(J)}}{\partial Z} = v_J \quad (Z = -D) \quad (I.2)$$

$$\nabla \Lambda^{(J)} \cdot \nabla h + \frac{\partial \Lambda^{(J)}}{\partial Z} = 0 \quad (Z = -h) \quad (I.3)$$

井島ら⁴⁾により示された水深と喫水が一定の場合 ($D_X = D_Y = h_X = h_Y = 0$) に対する解を用いれば、 $\Lambda^{(J)}$ ($J = 1 \sim 6$) は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} \Lambda^{(1)} &= O(\nabla h, \nabla D), \quad \Lambda^{(2)} = O(\nabla h, \nabla D) \\ \Lambda^{(3)} &= -\{X^2 + Y^2 - 2(h + Z)^2\} / (4\bar{h}) \\ &\quad + O(\nabla h, \nabla D) \\ \Lambda^{(4)} &= -Y \{X^2 + Y^2 - 4(h + Z)^2\} / (8\bar{h}) \\ &\quad + O(\nabla h, \nabla D) \\ \Lambda^{(5)} &= X \{X^2 + Y^2 - 4(h + Z)^2\} / (8\bar{h}) \\ &\quad + O(\nabla h, \nabla D) \\ \Lambda^{(6)} &= O(\nabla h, \nabla D) \end{aligned} \right\} \quad (I.4)$$

式(I.4)を境界条件式(I.2), (I.3)に代入し、 h と D に関する高階の空間微分を無視すれば、これらは以下の

ように書き換える。

$$\frac{\partial \Lambda^{(J)}}{\partial Z} = \bar{F}^{(J)} \quad (Z = -D) \quad (I.5)$$

$$\frac{\partial \Lambda^{(J)}}{\partial Z} = \bar{G}^{(J)} \quad (Z = -h) \quad (I.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{F}^{(1)} &= D_X, \quad \bar{F}^{(2)} = D_Y \\ \bar{F}^{(3)} &= 1 + (D_X X + D_Y Y)/(2\bar{h}) \\ \bar{F}^{(4)} &= Y + \{2D_X XY + D_Y(X^2 + 3Y^2)\}/(8\bar{h}) \\ &\quad - D_Y \bar{h}/2 + D_Y(D + Z_G) \\ \bar{F}^{(5)} &= -X - \{D_X(3X^2 + Y^2) + 2D_Y XY\}/(8\bar{h}) \\ &\quad + D_X \bar{h}/2 - D_X(D + Z_G) \\ \bar{F}^{(6)} &= D_Y X - D_X Y \end{aligned} \right\} \quad (I.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{G}^{(1)} &= \bar{G}^{(2)} = \bar{G}^{(6)} = 0 \\ \bar{G}^{(3)} &= (h_X X + h_Y Y)/(2\bar{h}) \\ \bar{G}^{(4)} &= \{2h_X XY + h_Y(X^2 + 3Y^2)\}/(8\bar{h}) \\ \bar{G}^{(5)} &= -\{h_X(3X^2 + Y^2) + 2h_Y XY\}/(8\bar{h}) \end{aligned} \right\} \quad (I.8)$$

$\Lambda^{(J)}$ を $(h + Z)$ のべき級数として

$$\Lambda^{(J)} = \sum_{n=0}^{\infty} \bar{a}_n^{(J)}(h + Z)^n \quad (J = 1 \sim 6) \quad (I.9)$$

と表しておく。ただし、 $\bar{a}_n^{(J)}$ ($J = 1 \sim 6; n = 0, 1, \dots$) は (X, Y) の関数である。式(I.9)を式(I.1), (I.5), (I.6)に代入し、 $O(\bar{V}h, \bar{V}D)$ までのオーダーを考慮することにより、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \bar{V}^2 \bar{a}_0^{(J)} &= -\frac{\bar{F}^{(J)} - \bar{G}^{(J)}}{\bar{h}} - \frac{1}{3}(2\bar{V}h + \bar{V}D) \cdot \bar{V}\bar{F}^{(J)} \\ &\quad + \frac{1}{3}(-4\bar{V}h + \bar{V}D) \cdot \bar{V}\bar{G}^{(J)} - \frac{\bar{h}}{6}(\bar{V}^2 \bar{F}^{(J)} \\ &\quad + 2\bar{V}^2 \bar{G}^{(J)}) \end{aligned} \quad (I.10)$$

$$\bar{a}_1^{(J)} = \bar{G}^{(J)} \quad (I.11)$$

$$\begin{aligned} \bar{a}_2^{(J)} &= \frac{\bar{F}^{(J)} - \bar{G}^{(J)}}{2\bar{h}} + \frac{1}{6}(2\bar{V}h + \bar{V}D) \cdot (\bar{V}\bar{F}^{(J)} \\ &\quad - \bar{V}\bar{G}^{(J)}) + \frac{\bar{h}}{12}(\bar{V}^2 \bar{F}^{(J)} + 2\bar{V}^2 \bar{G}^{(J)}) \end{aligned} \quad (I.12)$$

$$\bar{a}_3^{(J)} = -\frac{1}{6}\bar{V}^2 \bar{G}^{(J)} - \frac{1}{3\bar{h}}\bar{V}h \cdot (\bar{V}\bar{F}^{(J)} - \bar{V}\bar{G}^{(J)}) \quad (I.13)$$

$$\begin{aligned} \bar{a}_4^{(J)} &= \frac{1}{12\bar{h}^2}\bar{V}h \cdot (\bar{V}\bar{F}^{(J)} - \bar{V}\bar{G}^{(J)}) - \frac{1}{24\bar{h}}(\bar{V}^2 \bar{F}^{(J)} \\ &\quad - \bar{V}^2 \bar{G}^{(J)}) \end{aligned} \quad (I.14)$$

$$\bar{a}_5^{(J)} = \bar{a}_6^{(J)} = \dots = 0 \quad (I.15)$$

式(I.7), (I.8)を上式に代入すれば $\bar{a}_n^{(J)}$ が求められる。

付録 II 主要記号一覧表

a_m, b_{nm} : 式(19), (20)で定義される係数

$\bar{a}_n, \bar{b}_n, \bar{c}_n$: 特解 $\Lambda^{(J)}$ 中の係数(式[25], [26])

B : 浮体幅

C_M : Ω_1 と Ω_2 の接続面

C_W : 港湾境界

C_∞ : 港口部の境界

c_{km}, d_{km}, e_{km} : 式(39), (40), (41)で定義される係数

D, D_0 : 浮体の喫水および最大喫水

$(D_X, D_Y) \equiv (\partial D/\partial X, \partial D/\partial Y)$

$\hat{E}_k^{(J)}, E_k^{(J)}$: 流体力、流体力係数(式[48], [49], [50])

F_n : $\Phi^{(1, J)}$ の鉛直分布関数(式[15])

G : 浮体の重心

G_k : $\Psi^{(J)}$ の鉛直分布関数(式[28])

$(GM)_4, (GM)_5$: roll, pitchに関するメタセンター高

g : 重力加速度

H_0 : 入射波高

h : 水深

h_0 : 浮体重心位置での水深

$\bar{h} \equiv h - D$

I_X, I_Y, I_Z : roll, pitch, yawに関する慣性モーメント

K_{RW} : 港湾境界の反射率

k_0 : Ω_1 での波数

k_n : Ω_1 での固有値

M : 採用する散乱波モードの数

M_{JK} : 付加質量係数

N_{JK} : 造波減衰係数

n : 外向き法線

n_X, n_Y, n_Z : n の X, Y, Z 成分

P_m, Q_m, R_l : 式(37), (38)の右辺に含まれる項

S_V : 浮体底面

\bar{S}_V : S_V の $O - XY$ 平面への投影

s : 浮体底面の勾配

t : 時間

V : 浮体の没水体積

(X, Y, Z) : 局所空間座標系(図-2)

(x, y, z) : 全体空間座標系(図-1)

Z_G : 浮体重心の z 座標

$\alpha_l, \beta_{kl}, \gamma_{kl}$: 式(32), (33), (34)で定義される係数

δ_J : 浮体の J 方向運動の複素振幅

ϵ_m : 式(21)で定義される係数

$\Lambda^{(J)}$: $\Phi^{(2, J)}$ に含まれる特解(式[23])

ν_k : 式(29)で定義される Ω_2 の領域での固有値

ρ : 流体密度

σ : 角振動数

$\hat{\Phi}^{(I)}$ ($I = 1, 2$): 各領域の速度ポテンシャル

$\Phi^{(I, 7)}$: 入射・回折波ポテンシャル

- $\Phi^{(I,J)}$ ($J = 1 \sim 6$): 動揺に伴う発生波ポテンシャル
 $\phi_n^{(J)}$: 式(14)で定義されるポテンシャル関数
 $\varphi_k^{(J)}$: 式(27)で定義されるポテンシャル関数
 $\Psi^{(J)}$: $\Phi^{(2,J)}$ に含まれる一般解(式[23])
 Ω_1 : 浮体底面下を除く港内の流体領域
 Ω_2 : 浮体底面下の流体領域
 Ω_E : 散乱波モードを考慮する浮体近傍の領域
 ω : 重み関数
 $\nabla \equiv (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$
 $\bar{\nabla} \equiv (\partial/\partial X, \partial/\partial Y)$

参考文献

- 1) 権木 亨, 久保雅義: 荷役限界からみた港内静穩度に関する研究, 第27回海岸工学講演会論文集, pp.307-311, 1980.
- 2) Garrison, C.J.: Hydrodynamic loading of large offshore structures: Three dimensional source distribution method, *Numer. Method in Offshore Eng.*, Chapt. 3, John Wiley & Sons, 1978.
- 3) 清川哲志, 大山 巧, 小林 浩: グリーン関数法による任意形状浮体の動揺解析, 土木学会論文報告集, 第332号, pp.55-65, 1983.
- 4) 井島武士, 吉田明徳, 湯村やす: 有限水深域の波による橿円および矩形浮体の運動と波の変形, 土木学会論文報告集, 第244号, pp.91-105, 1975.
- 5) Oortmerssen, G.V.: The motions of a moored ship in waves, *N. S. M. B. publication No. 510*, pp.1-138, 1976.
- 6) 清川哲志, 平山彰彦: 岸壁前面の浮体動揺解析における3次元性の影響, 第33回海岸工学講演会論文集, pp.546-550, 1986.
- 7) 権木 亨, 久保雅義, 青木伸一: 港湾Slip内における船体運動および定常漂流力について, 第29回海岸工学講演会論文集, pp.511-515, 1982.
- 8) 権木 亨, 青木伸一, 濱本 敏: 港湾形状を考慮した港内船舶の回折・造波問題の解析, 第35回海岸工学講演会論文集, pp.692-696, 1988.
- 9) 権木 亨, 青木伸一, 馬場英通: 港内係留船の波浪動揺特性とその予測, 海岸工学論文集, 第37巻, pp.709-713, 1990.
- 10) 大山 巧, 土田 充, 清川哲志: 部分3次元モデルによる任意海底地形・任意形状港内の船体動揺解析, 海岸工学論文集, 第39巻, pp.821-825, 1992.
- 11) Ohyama, T. and Tsuchida, M.: Development of partially three-dimensional model for ship motion in a harbor with arbitrary bathymetry, *Proc. 24th Conf. Coastal Eng. ASCE*, Vol.1, pp.871-885, 1994.
- 12) Takagi, K., Naito, S. and Hirota, K.: Hydrodynamic forces acting on a floating body in a harbor of arbitrary geometry, *Proc. 3rd Int. Offshore and Polar Eng. Conf.*, pp. 192-199, 1993.
- 13) Berkhoff, J.C.W.: Computation of combined refraction-diffraction, *Proc. 13th Conf. Coastal Eng. ASCE*, pp.471-490, 1972.
- 14) Smith, J.D. and Sprinks, T.: Scattering of surface waves by a conical island, *J. Fluid Mech.*, 72, pp.373-384, 1975.
- 15) 大山 巧, 土田 充: 散乱波成分を考慮した緩勾配方程式と港内船舶の波力解析への応用, 海岸工学論文集, 第42巻, pp.991-995, 1995.
- 16) Isaacson, M. and Qu, S.: Waves in a harbour with partially reflecting boundaries, *Coastal Eng.*, 14, pp.193-214, 1990.
- 17) Chen, H.S. and Mei, C.C.: Hybrid-element method for water waves, *Proc. of the modelling Techniques Conf.*, 1, pp.63-81, 1975.
- 18) Lozano, C. J. and Meyer, R. E.: Leakage and response of waves trapped round islands, *Phys. Fluids*, 19, pp.1075-1088, 1976.
- 19) Mei, C.C. and Black, J.L.: Scattering of surface waves by rectangular obstacles in waters of finite depth, *J. Fluid Mech.*, 38, pp.499-511, 1969.
- 20) 井島武士: 最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用, 1971年度水工学に関する夏期研修会講義集, B-1, 1971.
- 21) 例えAbramowitz, M. and Stegun, A.: *Handbook of mathematical functions*, Dover Publications, Inc., New York, 1043p., 1972.
- 22) 例えHuebner, K.H.: *The finite element method for engineers*, John Wiley & Sons, 500p., 1975.
- 23) 小国 力編著: 行列計算ソフトウェア, 丸善, pp.323-327, 1991.

(1995. 8. 9 受付)

EXPANDED MILD-SLOPE EQUATIONS FOR THE ANALYSES OF SHIP MOTION IN A HARBOR

Takumi OHYAMA and Mitsuru TSUCHIDA

A new set of mild-slope equations, taking into account of evanescent modes, is derived for the analyses of wave-diffraction and radiation by a floating body in a harbor. A Galerkin-type finite element method is applied to the numerical modeling. In this model, the fluid motion in the whole harbor domain is represented in vertically integrated forms. This achieves much higher computational efficiency as compared to conventional "partially three-dimensional" models. The results of fundamental examinations indicate importance of evanescent modes in predicting hydrodynamic forces and sufficient reliability of the present model. Comparison with a conventional numerical model shows significant improvements in computational efficiency.