

# 冬期石狩湾において豪雪をもたらす 冷気流張り出しに関する研究

中山恵介<sup>1</sup>・長谷川和義<sup>2</sup>・藤田睦博<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 北海道大学助手 工学部土木工学科 (〒060 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>2</sup>正会員 工博 北海道大学助手 工学部土木工学科 (〒060 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

<sup>3</sup>正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科 (〒060 北海道札幌市北区北13条西8丁目)

冬期石狩湾上でみられる帶状収束雲の発生要因である冷気流について観測及び二層流モデルによる再現を行ったものである。カイト気球観測を行うことにより、冷気流はあたかも密度流のごとき振る舞いをしていることが分かった。その結果を用いた二層流モデルにおいて、密度差のみを考慮しても十分な再現性が得られたが、更に海上と冷気流との間の熱交換を考慮することにより、より良い再現性が得られた。冷気流の安定計算を行った結果、K-Hの不安定問題にみられるような、冷気流張り出し距離に比べて小さな波長の擾乱は発生しないことが分かった。以上のモデルを実地形へ適用した結果、かなりの精度で予測可能であることが分かった。

**Key Words :** cold air flow, kite balloon, convergence band cloud, stratified flow model, stability analysis, extended length of cold air flow

## 1. はじめに

冬期間、日本北部に位置する都市は豪雪による交通麻痺等の社会的な問題に悩まされている。札幌では、1993年に非常に大きな降雪が観測された。これらの問題を解決するために、降雪域の予測を行い、事前に降雪に対し準備することが必要とされている。本論文は、札幌に豪雪をもたらす雪雲のうち特定の現象に着目し、降雪予測の基礎的指標を与えることを目的としている。

冬期石狩湾において、札幌に豪雪をもたらす雪雲がいくつかのパターンで発生している。その中で、もつとも大きな降雪をもたらす雪雲の一つが冷気流張り出しをともなったものである。季節風がある程度弱まった期間に、夜間北海道内陸部において冷却された冷気が山間部を縫うように降下してゆき、海上に張り出す。その張り出した冷気流の先端が、あたかも前線のフロントを形成するかのごとく働き、雪雲を発生させる。その際、冷気流フロントは南北方向に正弦波状に石狩湾中央部に停滞する。そのため、発生する雪雲は南北方向に長細いものとなり、更に雪雲発生箇所が季節風と冷気流との収束帯に対応していることから、その雪雲は収束雲と呼ばれる。この収束雲は冷気流が石狩湾状に停滞している間発生・発達し続け、季節風により札幌上空に運ばれ、強い対流性を持続しながら市

内周辺に豪雪をもたらす。そのため、この冷気流の張り出しの機構を解析することは、帶状雲の発生予測にきわめて重要であると思われる。

これまで、様々な雲の推移の推定が行われてきた。過去と現在の水平断面内の雲の推移をマッチングにより推定する方法、簡単な雲物理過程を含んだ雲推移モデルを用いた方法等が存在する。流域規模のモデルへの関連づけはされていないが二酸化炭素変化量まで考慮したもの<sup>1)</sup>、地形効果を考慮し3次元数値シミュレーションを行い予測を行うもの<sup>2)</sup>、偽湿潤断熱過程を考慮し予測を行いドップラーレーダ観測結果と風速場の精度をチェックするもの<sup>3)</sup>、移流の効果に着目し降雪予測を行うもの<sup>4)</sup>がある。風の場だけに着目すると、疑似ポテンシャル流<sup>5)</sup>、MASCON法<sup>6)</sup>等がある。

これらの手法は、主に雲発生後の状態からの変化を予測するものである。更に、陸側からの冷気流の張り出しを明確な実体としてとらえ、これを解析的に解いた研究は存在しない。本論文で対象としている雪雲は、北海道大学低温科学研究所において多くの観測が行われており、冷気流によってその発生位置が規定されていることが確認されている<sup>7)</sup>。従って、冷気流の発生を予測することができれば、雲発生位置を予測することが出来る。気象の分野において、冷気流に関しては実験及び解析によりその特性の検討を行ったもの<sup>8)9)</sup>、アメダス等を用いた解析<sup>10)</sup>がある。本論文は雪

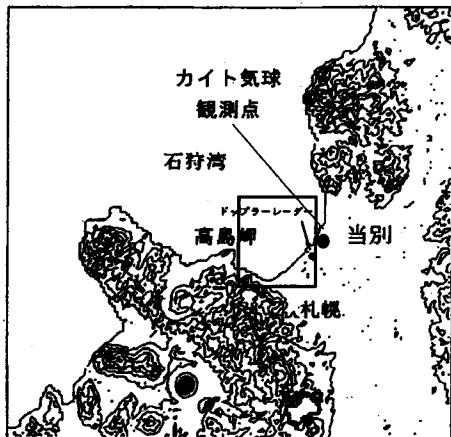


図-1 研究対象範囲図（コンタは等高線を示す）

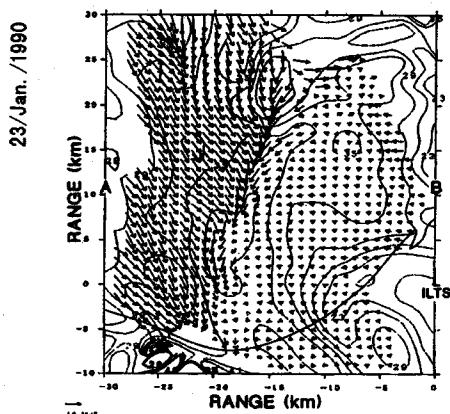


図-2 標高2500m冷気流張り出し時の帶状雲  
(図-1の四角に対応する)

(図-2のベクトル図は、佐藤晋介、若濱五郎<sup>11)</sup>から引用した。)

雲発生の大きな要因である冷気流を簡単な2層流としてモデル化し、種々の条件下における張り出し長、張り出し形状、安定性などについて検討したものである。

## 2. デュアルドップラーレーダによる観測結果

1990年1月23日、北海道大学低温科学研究所のデュアルドップラーレーダ観測により石狩湾上空に雪雲の発生が確認された。その結果を図-2に示す。観測範囲は図-1に示す四角で囲まれた部分である。

図-2には冷気流が発生し、そのフロントで雪雲が形成されているときのレーダ反射強度及び速度ベクトルが示されている。状態としては収束雲が発生し発達してゆく初期段階におけるものであり、石狩内陸に降雪をもたらした。当別あたりから冷気流が降下し、海上に張り出しているのが分かる。そして、レーダ反射強

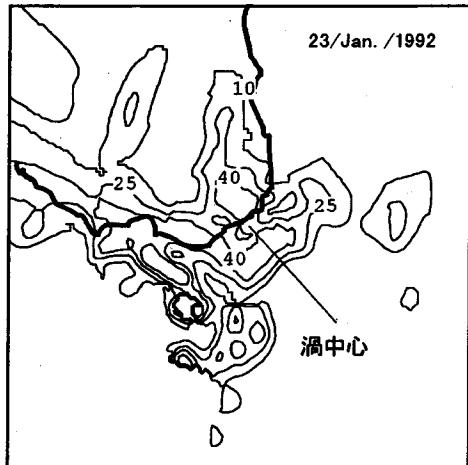


図-3 石狩湾小低気圧  
(図中の値はレーダ反射強度であるdbを示す)

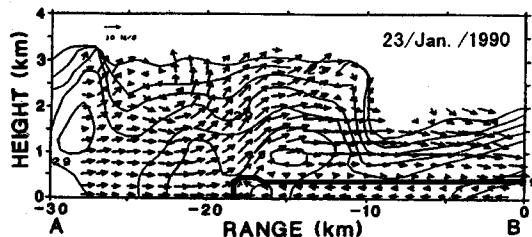


図-4 鉛直断面内の冷気流(図-2のA-Bに対応する)

(図-4のベクトル図は、佐藤晋介、若濱五郎<sup>11)</sup>から引用した。)

度の強い部分は冷気流先端に位置しており、冷気流の発達過程は雪雲発生にきわめて密接に関係しているといえる。更に、収束雲は冷気流先端の形状効果により発生するとともに、強い対流性を持ち上陸後も衰退していくことが観測されている。

また、冷気流をともない発生する雪雲はその対流性の強さのため、水平渦をともなう石狩湾小低気圧へと発達する場合がある。(収束帯に何らかのきっかけが加えられることにより渦を生じる。)図-3に、石狩湾小低気圧の例として石狩湾周辺域における一台のドップラーレーダにより得られたレーダ反射強度を示す。石狩川河口付近海岸線部に渦の中心が存在し、渦が生じている。この石狩湾小低気圧もまた札幌に豪雪をもたらすことが知られている。

以上の観測例から、冷気流の発生・発達・衰退を予測することは、それとともに種々の雲(収束雲・石狩湾小低気圧)の発生・推移予測を行う上で、非常に重要であると考えられる。

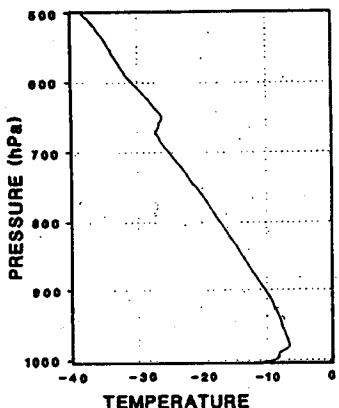


図-5 帯状雲発生時の鉛直温度分布

(図-5の図は、牛山朋来・佐藤晋介、遠藤辰雄、藤吉康志・武田喬男<sup>12)</sup>から引用した。)

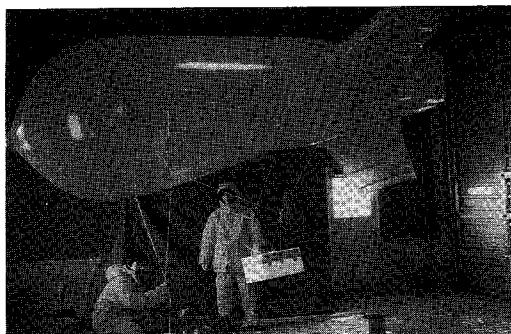


図-6 カイト気球

### 3. 冷気流のモデル化

図-4に冷気流発生時の鉛直断面内のレーダ反射強度及び風速を示す。冷気流が寒気下部に滑り込むように侵入しているよう様子が分かる。河口において塩水が侵入してくる様子に非常によく似ているようである。

図-5は、図-4とは異なる日であるが冷気流が発生したときの鉛直方向温度分布図である。下層に冷気の発生とみられる温度の低い部分がみられる。冷気流は寒気より5°C程度低く、大きな密度差が生じていると考えられる。このことからも、冷気流は二層流流れに近似されるものと推測される。このようなモデルを考えた場合、両流体境界に働く力および冷気流と海上との間のせん断力の推定が最も重要である。いま、摩擦係数fを推定するために、塩淡2層流流れの研究を参考に岩崎数式(1)を導入する<sup>13)</sup>。

$$\Psi = Re F_i^2 \quad (1)$$

$$f = F(\Psi) \quad (2)$$

$$f = 0.136 \left( \frac{k_s}{H} \right) \quad (2)$$

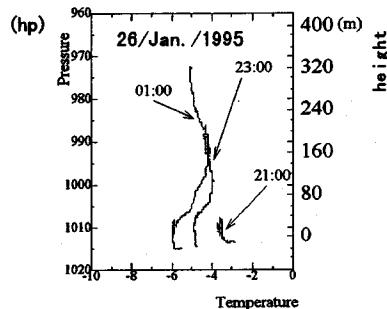


図-7 冬期夜間の鉛直温度分布

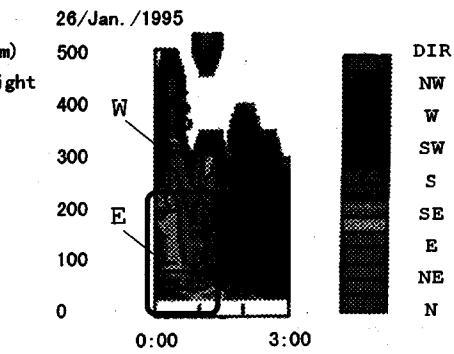


図-8 ソーダデータ

(図-8の図は、牛山朋来、低温科学研究所に提供いただいた。)

ここで、 $\Psi$ :岩崎数、 $Re$ :レイノルズ数、 $F_i^2$ :内部フルード数、 $F(\Psi)$ :水理公式集による<sup>13)</sup>、 $H$ :冷気流高さ、 $k_s$ :粗度高さである。

温度差5°Cの条件のもとで、式(1)で示される岩崎数を計算し摩擦係数を推定すると<sup>13)</sup>およそ0.01という値となる。一方、冷気流と海上との間の摩擦係数は式(2)によって与えられる。冬期日本海の海上での波の高さから相当粗度を推定すると1m程度となることから、摩擦係数に換算しておよそ $f=0.0032$ となる。従って、冷気流と寒気との間の摩擦力が海上との摩擦力よりも卓越し、これが冷気流形状維持に大きく関与している。

これらに関連して著者らは1995年1月・2月にカイト気球を用いた観測を行った。観測地点は石狩川河口付近であり図-1に示す。図-6は観測に用いたカイト気球である。計測器は以下に示す性能を持つ気温・湿度・気圧計である。(CTIサイエンスシステムによる。)

	測定方法	測定範囲
気温	半導体センサー	-50~100°C
湿度	高分子膜	0~100%
気圧	圧力式	800~1060hPa

観測はカイト気球を上空400m近くまで急上昇させ、ゆっくりと下降させる間に計測するといった方法で

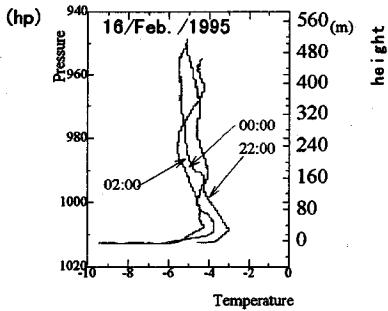


図-9 冬期夜間の鉛直温度分布

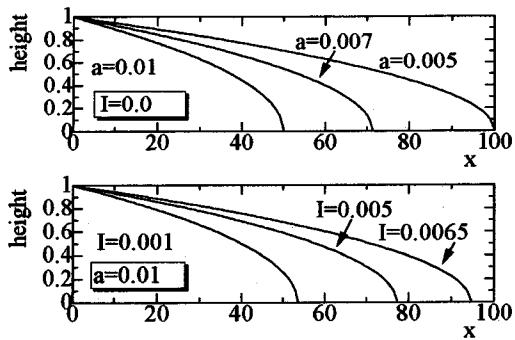


図-11 冷気流張り出し変化図

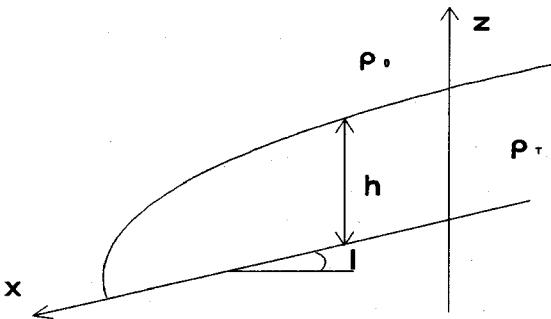


図-10 二層流モデル概略図

行った。上空での風速は、低温科学研究所で得られたソーダによる観測値を利用し、北石狩衛生センターにおける値を参考に用いた。

図-7は1月26日のカイト気球観測による結果である。気温の低い部分が冷気流に対応している。図-8は図-7と同日に行なったソーダデータの観測結果である。0時付近において、風向が逆転している点が現れていた。1月のデータは、気温があまり低くないにもかわらず冷気流と思われる気温の低い域が厚く(200~300m)現れている。寒気流風速は7~8m/secであった。図-9は2月16日における観測結果図である。冷気流は気温がかなり低いにもかわらず非常にうすく現れていた。寒気流風速はほぼ0m/secであった。このことから、寒気流風速がある程度の大きさをもつことが、冷気流形成に対して重要であると思われ、冷気流と寒気との摩擦力の影響が大きいと考えられる。

冬期石狩湾において、海温はおよそ7~8°Cであり、冷気流との温度差は20°Cにも及ぶ。温度差が大きくなると両者における熱交換が大きく、冷気流形成に影響を及ぼすものと考えられる。そこで、本論文では熱の交換も考慮に入れた。

#### 4. 2次元鉛直断面内での冷気流の張り出し

冷気の張り出し構造をシンプルな形で理解するため、2次元モデルによる冷気の張り出しの再現を試み

る。また、微小擾乱を与えた場合の線形安定解析を行う。その際、形状推定に対しては密度及び温度効果を考慮したモデルを用い、安定解析に対しては密度効果のみを考慮したモデルを行った。

##### (1) 密度効果のみを考慮した場合

図-10のように一様な勾配をもつ斜面上に二次元的な広がりをもつ冷気流場を想定し、図中のように軸を設定する。

ここでは、冷気流が密度差に大きく起因して発生しているとして張り出し形状を求める。紙数の都合上、式(3)に地形勾配を含んで冷気流が張り出す場合の基礎方程式のみを示す<sup>14)</sup>。

$$\frac{\partial h}{\partial x} - I + \frac{a}{h} = 0 \quad (3)$$

$$a = F_i^2 f_i, \quad F_i^2 = \frac{U^2}{g \epsilon h_0}$$

ここで、x:張り出し距離、h:冷気流高さ、 $h_0: x=0$ におけるhの値、 $\rho_T$ :冷気流密度、 $\rho_o$ :寒気密度、 $\epsilon: (\rho_T - \rho_o)/\rho_T$ 、I:地形勾配、 $f_i$ :摩擦係数、 $F_i^2$ :内部フルード数であり、x, hはそれぞれ冷気流高さ $h_0$ で無次元化された値である。

図-11に、内部フルード数及び地形勾配をパラメータとする冷気流張り出し形状の変化を示す。結果は、内部フルード数・摩擦係数が小さいほど、地形勾配が大きいほど、張り出し長が大きくなることを示している。

図-4の観測結果は、 $a=0.00762$ ,  $I=0.00$ の場合に相当し、 $x=63$ となっている。式(3)からの推定値は $x=59.1$ であり、ほぼこれに近いものとなっている。

##### (2) 線形理論における微小擾乱成長率

安定解析<sup>15)</sup>を行うことにより、帶状雲の発生間隔と関係する冷気流の卓越波長が求められる。式(4), (5), (6)に安定解析に用いた運動方程式・Kinematic Wave連続式・連続式を示す。

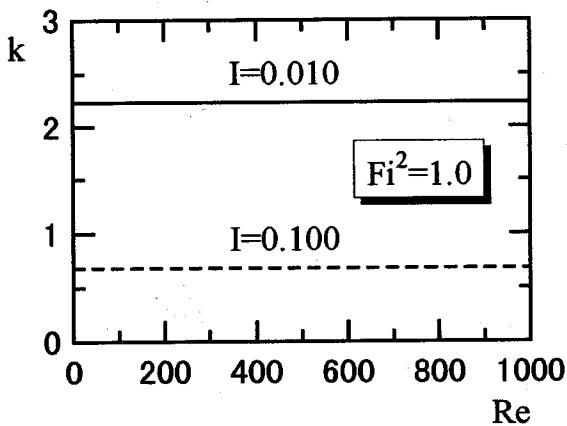


図-12 レイノルズ数の変化による限界波数変化図

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\rho_T h}{g} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\rho_T h}{g} u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\rho_T f_i}{g} (U - u)^2 = -\frac{1}{g} \int_0^h \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) dz \\ + h(\rho_T - \rho_0) I + \frac{\rho_T h}{g} \left( v_H \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v_V \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_T} \frac{\partial p}{\partial z} \end{array} \right. \quad (4)$$

$$-g + v_H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v_V \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (6)$$

ここで、 $u$ :x方向風速、 $w$ :z方向風速、 $g$ :重力加速度  
9.8m/sec<sup>2</sup>、 $p$ :圧力、 $U$ :外部風速、 $v_H$ :水平方向の渦粘性係数、 $v_V$ :鉛直方向の渦粘性係数である。

運動方程式(4)は、冷気流と寒気との摩擦および地形勾配を含み、圧力項は鉛直方向の運動方程式により決定されるものになっている。Kinematic Wave連続式(5)は冷気流境界を考慮するため鉛直方向に連続式を積分し境界条件を考慮したものである。これらの式に、 $u=u+u'$ 、 $h=h+h'$ とした擾動を代入し、平均値を差し引き高次微小項を省略した式に、式(7)で与えられる微小擾乱を与えると、式(8)の固有値方程式を得る。

$$\left\{ \begin{array}{l} h' = h_a e^{i(kx+\omega t)} \\ u' = u_a e^{i(kx+\omega t)} \end{array} \right. \quad (7)$$

ここで、 $h_a$ :微小擾乱振幅、 $u_a$ :微小擾乱風速、 $i$ :虚数単位、 $\omega$ :角速度、 $k$ :波数、 $t$ :時間、 $Re_H$ :水平方向レイノルズ数である。

図-12はレイノルズ数の変化による安定限界波数の変化、図-13は地形勾配及び内部フルード数の変化に

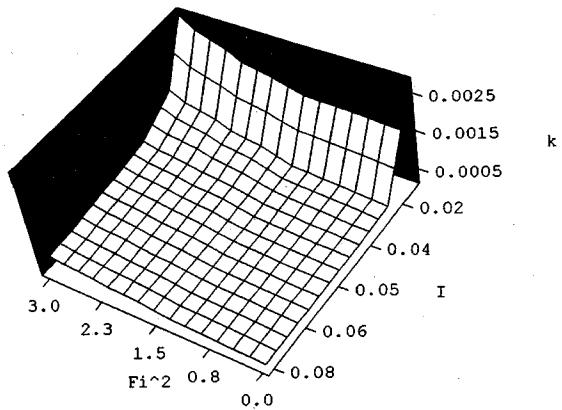


図-13 安定解析結果  
(領域上部が不安定側をあたえる)

$$\begin{aligned} & \omega^2 \left( -iF_i^2 h_r - \frac{i}{3} F_i^2 k h_r^3 - F_i^2 k h_r^2 \frac{\partial h_r}{\partial x} \right) + \omega \left( 2f_i F_i^2 + \frac{1}{Re_H} F_i^2 k^2 h_r + \frac{1}{3Re_H} F_i^2 k^4 h_r^3 - i \frac{1}{Re_H} F_i^2 k^3 h_r^2 \frac{\partial h_r}{\partial x} \right) \\ & - ikh_r - i \frac{k^2 \rho_0 h_r^2}{\epsilon \rho_T} - iI \frac{\partial h_r}{\partial x} - \frac{2k \rho_0 h_r}{\epsilon \rho_T} \frac{\partial h_r}{\partial x} + i \frac{\rho_0 h_r}{\epsilon \rho_T} \frac{\partial^2 h_r}{\partial x^2} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

より安定限界波数を示す。これらの図は安定限界波数がレイノルズ数によらず、地形勾配が増すほど小さくなり、内部フルード数が大きいほど大きくなるという傾向を示している。前述のように内部フルード数が小さくなるほど、また地形勾配が大きくなるほど冷気流の張り出し距離が大きくなるが、その際安定限界波長も大きくなる。張り出し距離に比例して安定限界波長が変化することを意味している。

ケルビン・ヘルムホルツ不安定問題(以下K-H問題)は、2層間の渦列発生に着目して解析される。我々が行った安定解析は、式(3)にみられる冷気流全体の形状にある波長の擾乱が生じた場合の安定・不安定であり、結果として数十キロ単位の波長までは現実的な条件において安定していることを示す。このことから、K-H問題に見られるような波長の小さな渦は発生する可能性をもつが、全体として冷気流は安定していると言いうことができる。小さな渦の発生は、モデルの中の摩擦係数に集約されていることになる。

ある波数に着目すると内部フルード数が増せば、不安定領域はより大きな勾配にまで及ぶ。なお、図-13は地形勾配がある値以下になると、擾乱が常に発達する結果を示している。

### (3) 温度効果を考慮した場合

冬期、海温と冷気流との温度差は大きく20°Cにもお

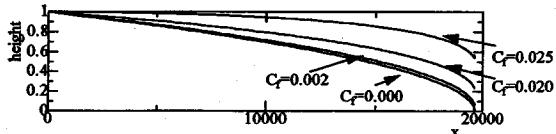


図-14 热交換を考慮した冷気流形状

より、この海上からの熱の供給は冷気流の張り出しに大きな影響を与えていたと思われる。本論文では、熱の交換を海上と冷気流のみにおいて考慮し、冷気流と寒気との間で考慮しないこととする。理由は、1. 冷気流と寒気との間の温度勾配はかなり大きな正の勾配を持っている、2. 冷気流と海上との温度差に比べ、冷気流と寒気との温度差は半分以下である。式(9), (10), (11)に温度によって影響を受けた場合の冷気流高の第一摂動方程式と冷気流内部の温度を示す。ここで、冷気流内部の温度分布は鉛直方向に一様としている。式(11)はx方向の移流項及び下面からの熱の供給を考慮するためz方向の拡散項を考慮した式より導かれていく。

$$h = h_0 + b h_1 + b^2 h_2 + b^3 h_3 + \dots \quad (9)$$

$$b = \frac{1}{2} (1 + \alpha \Delta \theta) C_f$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial x} + \frac{1}{h_0} \left( \frac{\partial h_0}{\partial x} - I \right) h_1 = 1 + \frac{x}{h_0} \frac{\partial h_0}{\partial x} \quad (10)$$

$$\theta = \frac{1}{2h} C_f \Delta \theta x + \theta_T \quad (11)$$

ここで、 $h_0$ : 地形勾配のみ考慮した冷気流高さ、 $h_1, h_2, h_3 \dots$ : 温度効果を考慮した冷気流高さの一次解・二次解…、 $\Delta \theta$ : 冷気流と海との温度差、 $\theta_T$ : 冷気流温度、 $b$ : 摂動パラメータ、 $C_f$ : バルク係数、 $\alpha$ : 熱伝達係数である。

図-14に $h_0$ として式(3)を与える、式(10)(11)を通じて $h_1$ を求めた結果を示す。冷気流の形状がバルク係数により大きな影響を受けていることが分かる。実際現象に近い冷気流形状を与えるバルク係数は、かなり大きなものとなり、 $C_f=0.01$ ほどになる。通常知られている値の数十倍の値を持つことになるが、冬期石狩湾は波が高く、また海上温度が冷気流温度より高く安定度が低いと考えられることから、この程度のバルク係数を見積もることは不自然ではないものと考える。これらの数値については今後とも検討をしてゆくつもりである。

## 5. 3次元的な冷気流の張り出し

冷気流は地形にそって発達することが知られている。従って、本来3次元現象として扱う必要があろう。

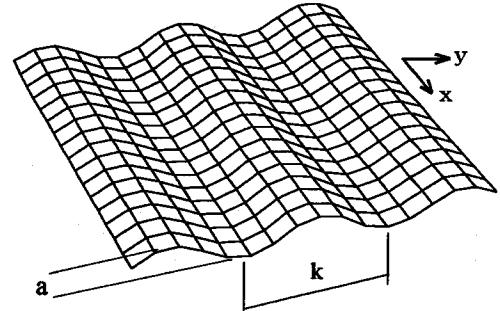


図-15 山間部モデル地形

本論文では、前節までに明らかにされた冷気流の基本的性質をふまえて、3次元解析を試みる。

### (1) 山間部を降下する冷気について

冷気流が形成される要因は、夜間の冷却による冷気の供給であることが、Tachibana<sup>10)</sup>により確認されている。ここでは、山間部がある勾配を持った正弦波で表現されると考え、泉ら<sup>16)</sup>の並列チャンネル流れの解法を応用して、山間部を降下する冷気流を解析することとした。すなわち、図-15に示すような、 $h_0$ により無次元化された振幅 $a$ 、波長 $k$ をもつ山波がサインカーブに従って変化し、海岸に向かって直線的に高さを減じているモデル地形を考え、この上の冷気流がどのように海上に張り出すかを解いてみる。軸を図中に定義したように用いると、運動方程式及び連続式は式(12)のようになる。

$$\begin{cases} \varphi F_i^2 u \frac{\partial u}{\partial x} + F_i^2 v \frac{\partial v}{\partial y} - \zeta fv + f_i F_i^2 \frac{1}{h} \left( \frac{U}{V_b} - u \right)^2 = -\varphi \frac{\partial h}{\partial x} + I \\ \varphi F_i^2 u \frac{\partial v}{\partial x} + F_i^2 v \frac{\partial v}{\partial y} + \zeta fu + f_i F_i^2 \frac{1}{h} \left( \frac{V}{V_b} - v \right)^2 = -\frac{\partial h}{\partial y} - ak \sin(ky) \\ \varphi \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \frac{\partial(vh)}{\partial y} = \varphi R \end{cases} \quad (12)$$

ここで、 $V_b$ : 代表風速、 $U$ :  $x$ 方向寒気風速、 $V$ :  $y$ 方向寒気風速、 $u, v: V_b$ で無次元化された風速、 $\varphi$ : 冷気流高さと張り出し距離との比、 $\zeta$ : コリオリパラメータ、 $R$ : 冷気発生密度である。

泉らにならい、 $u, v, h$ を地形起伏の振幅 $a$ によって摂動展開すると、

$$\begin{cases} u = u_0(x) + au_1(x, y) + \dots \\ v = av_1(x, y) + \dots \\ h = h_0(x) + ah_1(x, y) + \dots \end{cases} \quad (13-1)$$

のように書ける。さらに、 $u, h$ が $\varphi, \zeta$ の影響を受けることを考慮して、摂動展開は、 $\varphi, \zeta$ 、山の振幅成分 $a$ により行った。

$$\begin{cases} u_0(x) = u_{000}(x) + \varphi u_{010}(x) + \zeta u_{001}(x) + \dots \\ h_0(x) = h_{000}(x) + \varphi h_{010}(x) + \zeta h_{001}(x) + \dots \end{cases} \quad (13-2)$$

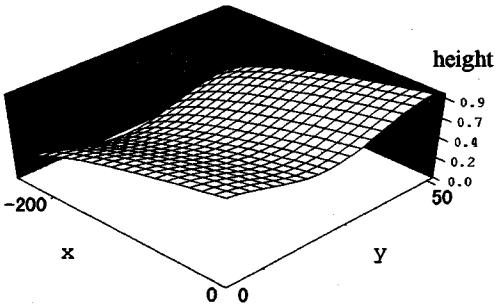


図-16 山間部を降下する冷気流形状

$$\begin{cases} u_1(x, y) = u_{100}(x, y) + \phi u_{110}(x, y) + \zeta u_{101}(x, y) + \dots \\ v_1(x, y) = v_{100}(x, y) + \phi v_{110}(x, y) + \zeta v_{101}(x, y) + \dots \\ h_1(x, y) = h_{100}(x, y) + \phi h_{110}(x, y) + \zeta h_{101}(x, y) + \dots \end{cases} \quad (13-3)$$

ここで、添え字第一番目：山間部効果の有無、第二番目： $\phi$ 効果、第三番目： $\zeta$ 効果を示す。ゼロ次方程式の解は解析的に求めることができ、次ページの形になる。ゼロ次解となる風速・高さが3次方程式の解となつたため、指数近似により簡略化し、基本解とした。1次数以降の解がゼロ次解のみから影響を受けていることを考えると妥当な近似であるといえる。

$$h_{000} = \frac{Rx}{u_{000}} \quad (14-1)$$

$$\begin{aligned} u_{000} = & \frac{2U}{3V_B} + \left( -\frac{U^3}{27V_B^3} + \frac{IR\zeta}{2f_i F_i^2} + \frac{1}{2 \times 3^{3/2}} \sqrt{\left( f_i F_i^2 \right)^2 V_B^3} \left( -4f_i F_i^2 U^3 + 27IRV_B^3 x \right) \right)^{1/3} \\ & + \left( \frac{U^3}{27V_B^3} + \frac{IR\zeta}{2f_i F_i^2} - \frac{1}{2 \times 3^{3/2}} \sqrt{\left( f_i F_i^2 \right)^2 V_B^3} \left( -4f_i F_i^2 U^3 + 27IRV_B^3 x \right) \right)^{1/3} \end{aligned} \quad (14-2)$$

これらの解を用いると、第一摂動に関する解は、それぞれ以下に示すものとなる。

地形の効果を受けず、一次の $\phi$ の影響を考慮した解：

$$h_{010} = -\frac{h_{000}}{u_{000}} u_{010} \quad (14-3)$$

$$u_{010} = h_{000} \frac{\frac{\partial h_{000}}{\partial x} + F_i^2 u_{000} \frac{\partial u_{000}}{\partial x}}{-I \frac{h_{000}}{u_{000}} + \frac{2f_i F_i^2 U}{V_B} - 2f_i F_i^2 u_{000}} \quad (14-4)$$

地形の効果を受けず、一次の $\zeta$ の影響を考慮した解：

$$h_{001} = -\frac{h_{000}}{u_{000}} u_{001} \quad (14-5)$$

$$u_{001} = 0 \quad (14-6)$$

地形の効果を受けた、ゼロ次解：

$$h_{100} = -\cos(ky) \quad (14-7)$$

$$u_{100} = \frac{I}{2f_i F_i^2} \frac{\cos(ky)}{u_{000} - \frac{U}{V_B}} \quad (14-8)$$

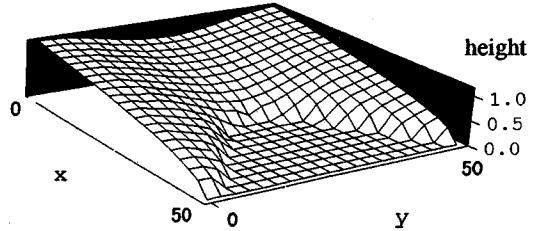


図-17 3次元冷気流張り出し形状

$$v_{100} = 0 \quad (14-9)$$

地形の効果を受け、一次の $\phi$ の影響を考慮した解：

$$h_{110} = -\frac{1}{h_{000}} \int h_{010} \left( k \sin(ky) + \frac{\partial h_{100}}{\partial y} \right) dy = 0 \quad (14-10)$$

$$\begin{aligned} u_{110} = & \frac{1}{2f_i F_i^2 \left( \frac{U}{V_B} - u_{000} \right)} \left( 2f_i F_i^2 u_{010} u_{100} \right. \\ & \left. + F_i^2 h_{100} u_{000} \frac{\partial u_{000}}{\partial x} + \frac{\partial h_{000} h_{100}}{\partial x} + F_i^2 \frac{\partial u_{000} u_{100}}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (14-11)$$

$$v_{110} = -\frac{1}{h_{000}} \frac{\partial}{\partial x} \int (u_{100} h_{000} + u_{000} h_{100}) dy \quad (14-12)$$

地形の効果を受け、一次の $\zeta$ の影響を考慮した解：

$$h_{101} = -\frac{1}{h_{000}} \int (h_{100} u_{000} + h_{000} u_{100}) dy \quad (14-13)$$

$$u_{101} = \frac{I h_{101}}{2f_i F_i^2 \left( \frac{U}{V_B} - u_{000} \right)} \quad (14-14)$$

$$v_{101} = 0 \quad (14-15)$$

図-16に1次までの解を合成した後の冷気流形状を示す。山間部を降下する冷気流の大きな特徴は、山の正弦波に対応した高さをもって降下することである。すなわち、地形効果による影響が最も大きいものと思われる。

## (2) 温度効果を無視した冷気の張り出し

前節(1)で得られた解を境界条件として冷気流の海上への張り出しを解く。基本的には2次元解析において得られた結果を応用する。式(15)に計算に用いた運動方程式及び連続式を示す。

$$\begin{cases} F_i^2 h u \frac{\partial u}{\partial x} + F_i^2 \phi h v \frac{\partial u}{\partial y} - \zeta h v + f_i F_i^2 \left( \frac{U}{V_B} - u \right)^2 = -h \frac{\partial h}{\partial x} \\ F_i^2 h u \frac{\partial v}{\partial x} + F_i^2 \phi h v \frac{\partial v}{\partial y} + \zeta f_i u + f_i F_i^2 \left( \frac{V}{V_B} - v \right)^2 = -\phi h \frac{\partial h}{\partial y} \\ \frac{\partial(uh)}{\partial x} + \phi \frac{\partial(vh)}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (15)$$

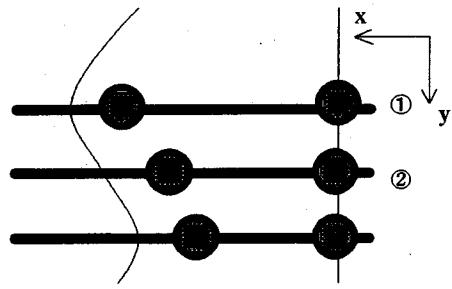


図-18 安定計算箇所  
(図-17を上面からみたものに対応する)

前項と同様に無次元化・擾動展開を行う。式(16)に擾動式及び解を示す。

$$\begin{cases} u(x, y) = u_{00}(x, y) + \phi u_{01}(x, y) + \zeta u_{10}(x, y) + \dots \\ v(x, y) = v_{00}(x, y) + \phi v_{01}(x, y) + \zeta v_{10}(x, y) + \dots \\ h(x, y) = h_{00}(x, y) + \phi h_{01}(x, y) + \zeta h_{10}(x, y) + \dots \end{cases} \quad (16)$$

ゼロ次解：

$$h_{00} = \sqrt{\left(1 + \alpha \cos(y)\right)^2 - 2f_i F_i^2 \left(\frac{U}{V_B} - u\right)^2} x \quad (17-1)$$

$$u_{00} = \left( \left(1 + \alpha \cos(y)\right)^2 - 2f_i F_i^2 \left(\frac{U}{V_B} - u\right)^2 x \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (17-2)$$

$$v_{00} = 0 \quad (17-3)$$

$\phi$  の一次解：

$$h_{01} = 0 \quad (17-4)$$

$$u_{01} = 0 \quad (17-5)$$

$$v_{01} = \alpha \sin(y)(1 + \alpha \cos(y))x \quad (17-6)$$

$\phi$  の二次解：

$$h_{10} = 0 \quad (17-7)$$

$$u_{10} = 0 \quad (17-8)$$

$$v_{10} = -\frac{1}{F_i^2} x \quad (17-9)$$

図-17に以上の計算により得られた冷気流形状を示す。海上への冷気流の張り出しが、地形効果を受けて降下してくる冷気の影響を受けている。地形の形状を正確に把握することが重要であることを意味している。冷気流内部にコリオリ力の影響を受けた流れが生じている( $V_{10}$ :式(17-9))。しかし、式(17-7)に示されるように  $h_{10}=0$  であり、冷気流形状に影響を及ぼすものではなかった。冷気流の形状の影響を受けた分岐流が谷部から山部へ現れていた( $V_{01}$ :式(17-6))。3次元解析は2次元解析を基本としていることから、張り出し距離の違いは現れていない。

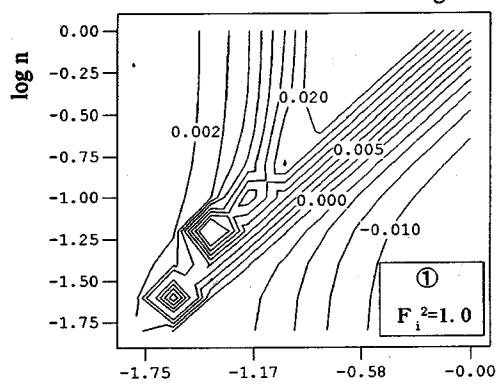
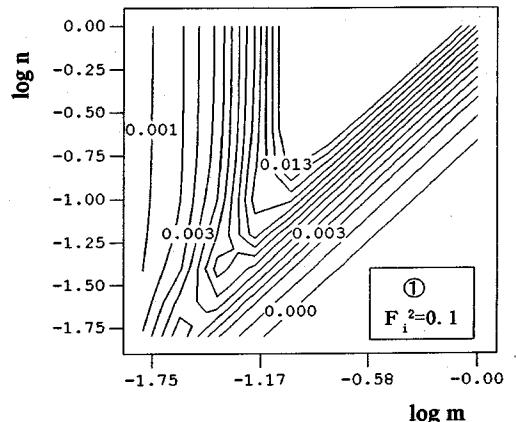


図-19(a) 3次元安定計算結果

### (3) 線形理論における微小擾乱成長率

2次元解析において安定解析を行ったが、雪雲との関係を詳しく知るためには、面的な広がりを持つ3次元的な安定解析を行う必要がある。式(16)に解析に用いた基礎方程式を示す。

$$\begin{aligned} & \frac{\rho_r h \partial u}{g} + \frac{\rho_r h}{g} u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\rho_r h}{g} v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\rho_r h}{g} f v + \frac{\rho_r h}{g} (U - u)^2 \\ &= -\frac{1}{g} \int_0^h \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) dx + h (\rho_r - \rho_0) I_x + \frac{\rho_r h}{g} \left( v_H \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v_H \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + v_V \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) \\ & \frac{\rho_r h \partial v}{g} + \frac{\rho_r h}{g} u \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\rho_r h}{g} v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\rho_r h}{g} f u + \frac{\rho_r h}{g} (V - v)^2 \\ &= -\frac{1}{g} \int_0^h \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right) dx + h (\rho_r - \rho_0) I_y + \frac{\rho_r h}{g} \left( v_H \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + v_H \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + v_V \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) \\ & \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{g} \frac{\partial p}{\partial z} - g + v_H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + v_H \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + v_V \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \\ & \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} + h \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial y} + h \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \\ & \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (18)$$

この式を2次元安定解析で行ったと同様な無次元化及び擾動展開を用いて計算する。その際、2次元解析において確認されたこと(レイノルズ数の変化による限界波数の変化が非常に小さく、粘性項を無視しても

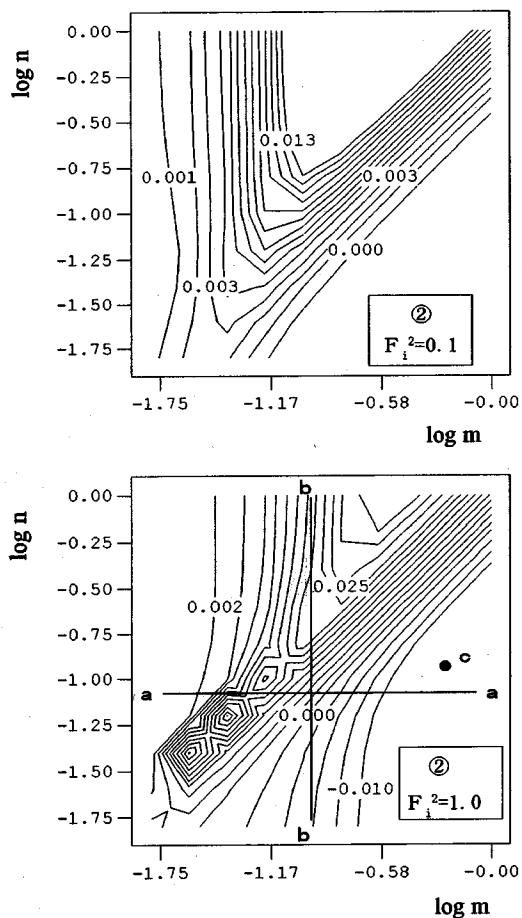


図-19 (a), (b) 3次元安定計算結果

解析結果に影響を及ぼさない)を利用して、粘性項を省略した。これらの方程式によって規定される固有値方程式は非常に複雑なものとなるため、微小項について省略した。

図-18に微小擾乱を与えて解析を行った点の位置を示す。これらの点は、基礎方程式である擾動方程式中に変数として冷気流高さが含まれているために、冷気流各点において安定解析結果が得られるためである。図-19(a), (b)の一連の図は、これらの点における $\omega$ の虚数部のコンターラインを示す。横軸は張り出し方向の波数を、縦軸は張り出し方向に直角な方向の波数を示している。コンターライン上の値がプラスの場合は安定領域、マイナスの場合は不安定領域を示している。②  $F_i^2=1.0$ (図-19(b))のケースに示したa-a線は、冷気流が降下してくるモデル山間の波長を波数に換算した値を示し、b-b線は冷気流の張り出し距離を波数に換算した値である。点cは帶状雪雲の観測値から波数をプロットしたものである。a-a線に着目すると、山間部波数よ

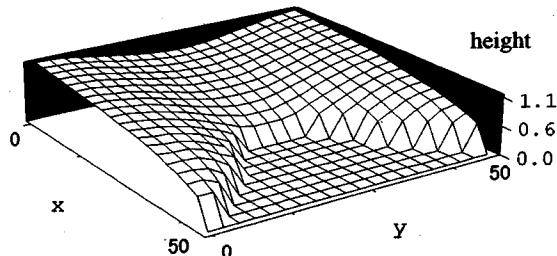


図-20 热交換を考慮した3次元冷気流張り出し

り小さな波数領域が大きな波数領域より不安定であることが分かる。2次元解析においても触れたように、K-H問題に対する安定性は、その卓越波数がa-a線より大きな波数域にはいることから、直接問題とはならない。a-a線とb-b線が交差する点は、ほぼ中立安定の領域に位置しており、冷張り出し長と同程度の擾乱に対して冷気流は形状を保つつも変位を受けやすい存在であることが分かる。一方、張り出し方向に直角な擾乱に対しては、張り出し方向の擾乱波長より大きな波長域において、擾乱が発達するという結果が得られている。このことは、冷気流の張り出し方向に直交した長細い雪雲が発生しやすいことを示していると思われる。点cがそれを示す点に位置していることも、この現象の証明をしているものと思われる。

#### (4) 温度効果を考慮した場合

冷気流に対する熱供給の式は2次元解析と同じものを用いる。式(19)に基礎方程式を示す。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\rho_r h}{g} u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\rho_r h}{g} v \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\rho_r h}{g} fv + \frac{f_r \rho_r}{g} (U-u)^2 = -\frac{1}{g} \int_0^h \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right) dz \\ \frac{\rho_r h}{g} u \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\rho_r h}{g} v \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\rho_r h}{g} fu + \frac{f_r \rho_r}{g} (V-v)^2 = -\frac{1}{g} \int_0^h \left( \frac{\partial p}{\partial y} \right) dz \\ 0 = -\frac{1}{\rho_r} \frac{\partial p}{\partial z} - g + \alpha g(\theta - \theta_r) \\ u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} = \kappa_h \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \right) + \kappa_v \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \end{array} \right. \quad (19)$$

式(20)に3次元張り出しにおける解との擾動式および解析解を示す。 $\phi$ ,  $\zeta$ は式(16)と同様に存在し、温度効果を示す擾動項が新しく加わっている。

$$\begin{aligned} h &= h_{000} + \phi h_{001} + \zeta h_{010} + b h_{100} + \dots \\ b &= \frac{1}{2} (1 + \alpha \Delta \theta) C_f \end{aligned} \quad (20)$$

前節と同様の無次元化と擾導展開を行い解析を進め。式(21)は温度効果を考慮した場合の冷気流の形状に関する0次の方程式である。他の $\phi$ ,  $\zeta$ に関わる解は式(17)と同様であるので省略する。

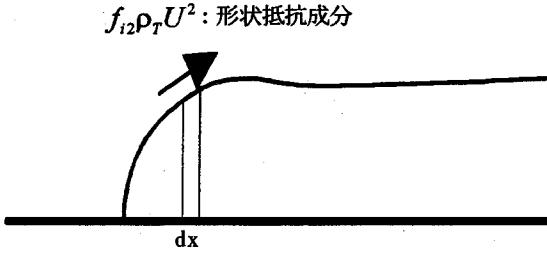


図-21 冷気流先端における取り扱い

$$\frac{\partial h_{100}}{\partial x} - \frac{a}{h_{000}^2} = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{a}{h_{000}^2} x \right) + C_2 C_3 x^2 \left( 3 - \frac{a}{h_{000}^2} x \right) + C_1 C_3 \left( 4 - \frac{a}{h_{000}^2} x \right)$$

$$C_1 = -\frac{f_i}{64 F_i^2 V_B^2} \left( \frac{U}{V_B} - u \right)^2 \quad (21)$$

$$C_2 = \frac{f_i}{48 (F_i^2)^2} (1 + \cos(y))^2$$

$$C_3 = (-2\beta + 2a^2 F_i^2 \sin(y) + a^3 F_i^2 \sin(2y))^2$$

基本的には2次元冷気流解析において示された方程式と変わらないが、新たにコリオリ力及び冷気流形状の横断方向特性による効果が現れているのが分かる。図-20に、バルク係数を変化させた場合の冷気流形状の変化図を示す。式(21)はルンゲ・クッタを用い数値的に解いた。

2次元解析と同様、バルク係数の変化にともなって大きく変化し、バルク係数が大きく見積もられた場合に実際の冷気流形状に近づく。3次元解析でのみ現れるコリオリ項及び冷気流形状の横断方向特性項は2次元解析において存在していた項に比べ非常に小さかった。実現象への適用検証は後節において行う。

### (5) 冷気流先端形状について

一般に、海上から冷気流へと熱の供給が起こることにより、冷気流と寒気との温度差が小さくなり内部フルード数が大きくなる。内部フルード数が大きくなることは、密度流的な取り扱いが出来なくなることを示している。そこで、内部フルード数が大きくなる場合の冷気流先端部形状については別途方程式をたて解析を行った。図-21に解析に用いた方法を示す。基礎方程式は図中に示す微小幅:  $dx$  についてたてる。今までの解析において無視していた冷気流形状先端部における形状抵抗力(図中に示す矢印)を  $z$  方向運動方程式に加える。その式より得られた圧力  $p$  を  $x$  方向の運動方程式中に加えると式(22)が得られる。

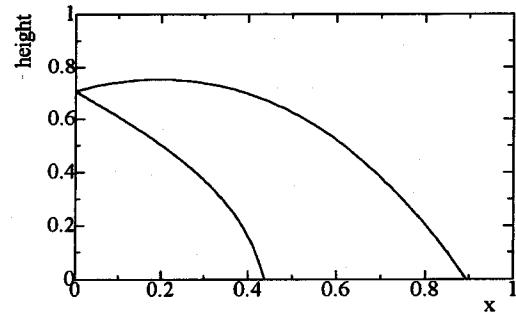


図-22 冷気流先端部張り出し形状

$$h \frac{\partial h}{\partial x} + f_{i2} F_i^2 \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^3 + f_i F_i^2 - F_i^2 \frac{1}{h^2} \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (22)$$

ここで  $f_{i2}$ : 形状抵抗係数である。この方程式中の内部フルード数に着目し他の項を省略し  $\zeta = (x - x_0) / \delta$ ,  $\delta^2 = \varepsilon$  の変換を行うことにより式(23)を得る。

$$h^2 \left( \frac{\partial h}{\partial \zeta} \right)^3 + \varepsilon - \frac{\partial h}{\partial \zeta} = 0 \quad (23)$$

これを式(24)の摂動展開により解くことにより3種類の解を得ることができる。

$$h = h_0 + \varepsilon h_1 + \varepsilon^2 h_2 + \dots \quad (24)$$

解のうち一つは一定値をとるものであるので省略する。有意な解は式(25)にて与えられる。

$$h_0 = \sqrt{\frac{H^2}{2} \pm \zeta} \quad (25-1)$$

$$h_1 = -\frac{(H^2 + 2x)}{4} (H^2 + x)x \quad (25-2)$$

$$h_1 = \frac{1}{4(-H^2 + 2x)} (H^6 - 3H^4 x + 4H^2 x^2 - 2x^3)x \quad (25-3)$$

図-22に、式(25-2), (25-3)の二つの解を示す。一つは単調に厚さを減ずるものであり、他の一つは一度膨らんで後減少衝突するものである。これは、冷気流先端形状が2価性を持っていることを示すものであり、あるきっかけからどちらの形状をとるかは今のところ判断するのは難しい。寒気内での雪雲の発生等を考慮する上で解決される問題であるかもしれない。

### 6. 実地形への適用

3次元解析において得られた温度効果まで考慮した結果を、1990年1月23日の降雪データに適用する。図-23にレーダーデータ解析範囲(風速ベクトル表示)および3次元冷気流解析適用概要を示す。矢印で冷気流の張り出し方向を示す。実際の冷気流は北部山間部から流

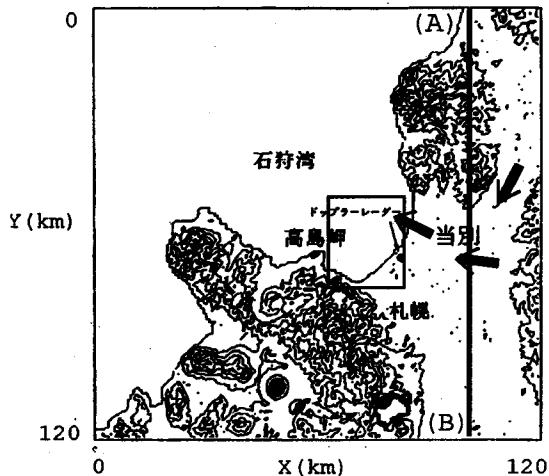


図-23 冷気流経路図

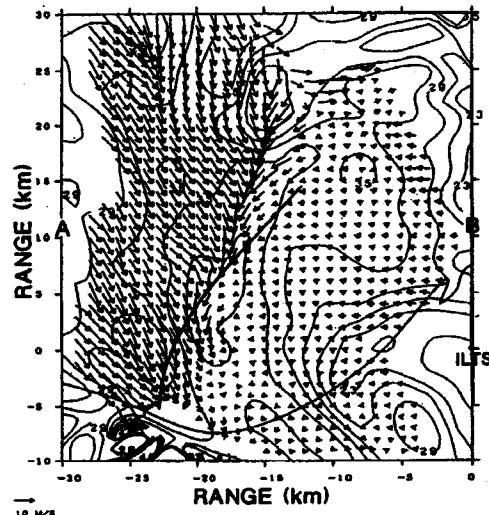


図-25 解析結果とレーダ强度

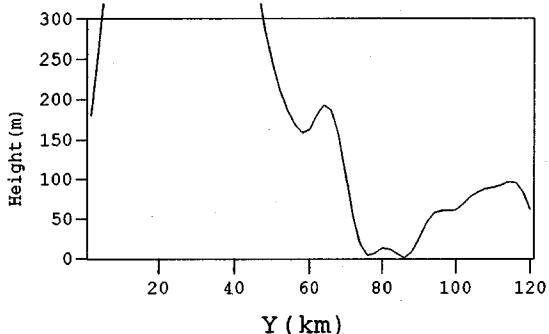


図-24 図-23のA-B断面

れ出て、回り込む形で海上に流れ出している。山間部を降下してくる冷気流の解析には回り込みの効果を取り入れていないが、近似的に適用出来るものとした。図-24に地形勾配 $I$ がほぼ0になる直前の横断地形を示す。この図を基に山間部の波長及び振幅を推定した。

この日時における上空寒気の風向はほぼ北西であった。そこで、冷気張り出しの境界(張り出し方向に直交する)を北西に直行する地形勾配 $I=0$ のラインラインA-Bに選んだ。境界条件はレーダ観測によって得られたレーダ直上の風速ベクトルから推定したものを使いた。

図-25に解析結果をレーダデータ図と重ねたものを示す。図には冷気流張りだし先端部を示している。冷気流先端付近で上昇流が大きくなり雪雲が生じていると考えると、解析結果の再現性は非常によいものであると思われる。

## 7. 結論

冬期札幌に豪雪をもたらす雪雲発生の大きな要因である冷気流の発生を、カイト気球観測を行い内部構造を調査し、2次元及び3次元的な冷気流の再現、安定計算を行った。

以上より、冷気流について以下の結果が得られた。

- (1) 本学低温科学研究所のドップラーレーダーデータを使用することにより、冷気流張り出しとともに生じる雪雲発生時の風の場の詳細を知ることができた。
- (2) 冬期石狩湾中央入り口においてカイト気球観測を行うことにより、鉛直温度分布を測定することができた。冷気流発生時には冷気と寒気の間で不連続な温度分布が生じており、冷気流が2層流的な振る舞いをしていることが分かった。冷気流形成に寒気風速の大小が大きく作用しており、冷気と寒気との摩擦が冷気流形成に大きな影響を及ぼしていることが分かった。
- (3) 冷気流を密度流モデル化し、2次元解析を試みることにより、現実に近い張り出し形状を再現することが出来た。更に、温度効果を考慮することによって、よりより再現性が得られた。安定解析の結果、冷気流張り出し距離よりも短い波長の擾乱が安定であることが分かった。冷気と寒気との間で生じるK-H不安定は、冷気流張り出しそれよりも短い波長において起こるものと考えられ、K-H不安定をきっかけとした冷気流不安定は発生しないものと思われる。
- (4) 波状のモデル地形を想定し、泉らのチャンネルネットワーク理論を用いることにより、3次元解析を試みた結果、降下方向に直行する断面において、山間部波長に対応した解の卓越することが知られた。2次元解

析において得られた解析結果を利用することにより海上における冷気流張り出しを再現することができた。ドップラーレーダによる雪雲発生時の風の場の収束状況は、解析結果によく一致しており、モデルの成立性を裏付けている。安定解析の結果、K-H問題は2次元解析と同様に解釈すべきことが明らかになった。張り出した冷気流が中立安定的性質を有することも確認された。

**謝辞：**本研究を進めるにあたり、本学低温科学研究所の牛山朋来氏にデータの入手及び研究に対して多くの助言を頂いた。記して、感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) 中津川誠, K. K. KAVVAS: 大気-水文諸過程を考慮した単純なモデルによる気候変化の検討, 水工学論文集第36巻, pp. 513-520, 1992.
- 2) 沖大幹, 虫明功臣, 小池俊雄: 地形と風向による豪雨時の降水分布の推定, 土木学会論文集第417号, pp. 199-207, 1990.
- 3) 中北英一, 田中実, 椎葉充晴, 池渕周一, 高樟琢馬: 3次元レーダーによるエコー強度情報を用いた水蒸気相変化量と大気3次元風速の同時推定手法, 水工学論文集第36巻, pp. 483-488, 1992.
- 4) 小野節夫, 菅原透, 笹本誠, 堀茂樹, 平山健一: 風の影響を考慮した降雪分布予測について, 水工学論文集第34巻, pp. 103-108, 1990.
- 5) 市川陽一, 四方浩: 風の場計算のための疑似ボテンシャル流モデルの開発, 土木学会論文集第363号, pp. 61-69, 1985.
- 6) 張旭紅, 首藤伸夫: MASCON法を用いた北上川上流域の風場の計算, 水工学論文集第34巻, pp. 109-114, 1990.
- 7) 菊池勝弘: 都市の豪雪災害の予測と軽減・防除に関する研究, 1993
- 8) R.E.BRITTER, J.E.SIMPSON: Experiments on the dynamics of a gravity vurrent head, *J.Fluid Mech.*, vol.88, pp.223-240, 1978.
- 9) J.E.SIMPSON, R.E.BRITTER: The dynamics of the head of a gravity vurrent advancing over a horizontal surface, *J.Fluid Mech.*, vol.94, pp.477-495, 1979.
- 10) Yoshihiro TATIBANA: SNOWFALLS AND THEIR RELATION TO COLD AIR DRAINAGE IN HOKKAIDO ISLAND, Institute of Low Temperature Science, Hokkaido University, January, 11, 1994
- 11) 佐藤晋介, 若濱五郎: 2台のドップラーレーダによる3次元風速場の測定, 本学低温科学研究所業績第3509号
- 12) 牛山朋来・佐藤晋介, 遠藤辰雄, 藤吉康志・武田喬男: 石狩湾上における帯状雲の三次元風速場と発達過程, 北海道大学低温科学研究所業績第3632号, 1992
- 13) 土木学会編: 水理公式集, p. 61, 1971.
- 14) 中山恵介, 長谷川和義, 藤田睦博: 冬期石狩湾における鉛直断面内の冷気流形状に関する研究, 水工学論文集第39巻, 1995.
- 15) 京篠敏達: 河川早瀬の不安定波に関する理論的研究, 水工学論文集第38巻, pp. 449-456, 1994
- 16) 泉典洋・パーカー, ゲーリー: チャンネルネットワークの初期形成機構, 水工学論文集第38巻, pp. 203-208, 1994

(1995. 8. 2 受付)

#### ANALYSIS OF COLD AIR FLOW WITH SNOW CLOUD IN ISHIKARI BAY

Keisuke NAKAYAMA, Kazuyoshi HASEGAWA and Mutsuhiro FUZITA

This study analyze cold air flow which causes convergence of band cloud in winter season by using the stratified flow model with two layers. It was found from our observation using a kite balloon that the cold air flow has the structure of two layers to be similar to a stratified flow like salt water flow. Extended distance and the profile of cold air flow were predicted by the numerical model with considering the thermal effect from Ishikari Bay. The results of the model applying to the Ishikari Bay area showed wind field estimated with a doppler radar near the bay. Stability analysis for the stratification of cold air flow was also intended to be found that the Kelvin-Helmholz instability should not effect the stability of the cold air flow.