

膜応力と板曲げ応力を受ける ストップホールの疲労強度

大倉一郎¹・塩崎哲也²・中西芳文³

¹正会員 工博 大阪大学助教授 工学部土木工学科 (〒565 吹田市山田丘2-1)

²正会員 工修 (株)大林組 (〒113 東京都文京区本郷2-2-9)

³正会員 三菱重工 (株)長崎造船所 (〒850-91 長崎市飽の浦町1-1)

円孔を有する帯板の引張り疲労試験と曲げ疲労試験を実施することにより、膜応力および板曲げ応力を受ける円孔の疲労強度を調べる。そして、膜応力と板曲げ応力を同時に受ける円孔からの疲労亀裂の発生を防止する条件を与える。次に、板要素を用いた有限要素解析によって算出される膜応力と板曲げ応力を用いて、ストップホール縁に生じる最大応力を推定する式を与える。最後に、横桁と主桁の連結部において主桁ウェブに発生する疲労亀裂にストップホールを適用した例を示す。

Key Words: fatigue, drilled hole, stress concentration factor, membrane stress, plate-bending stress, S-N curve, repair

1. はじめに

鋼橋に疲労亀裂が発生した場合、亀裂先端にドリル孔を開けることにより亀裂の進展を止める補修法がある。亀裂の進展をストップさせるという意味から、このドリル孔はストップホールと呼ばれている。

ストップホールによって疲労亀裂を補修した事例が、Fisherによって数多く報告されている¹⁾。彼はストップホールからの疲労亀裂の再発生を防ぐ条件として次式を提案した²⁾。

$$\frac{\Delta\sigma_{mn}\sqrt{\pi a}}{\sqrt{\rho}} < 10.5\sqrt{\sigma_Y} \quad (1)$$

ここに、 $\Delta\sigma_{mn}$ ：構造力学によって算出される膜応力範囲 (単位MPa)

a ：ストップホール先端までの長さと同じ長さを有する亀裂の長さの半分 (cm)

ρ ：ストップホールの半径 (cm)

σ_Y ：鋼材の降伏応力 (単位MPa)

その後、主桁ウェブの面外変形に起因する板曲げ応力がストップホールの周りに生じる場合、板曲げ応力の大きさに依存して、式(1)を満足するストップホールから疲労亀裂が再発生することがあることをFisherは報告した³⁾。

山田は、公称応力範囲にストップホール先端の応力集中係数を乗じて得られる応力範囲と疲労亀裂の

発生寿命の関係を与えた^{4), 5)}。森は、ボルト締めがストップホールの疲労強度の向上に与える効果を調べた⁶⁾。これらの研究は、いずれも膜応力を受けるストップホールの疲労強度を扱っている。

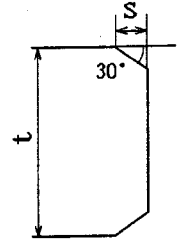
これまで報告された鋼橋の疲労亀裂の多くは、横桁、対傾構、横構等の2次部材と主桁との連結部で発見されている^{1), 7)~10)}。これらの連結部の主桁ウェブには膜応力と板曲げ応力が生じる。前者は、構造力学によって推定される通常の曲げ応力である。後者は、2次部材やコンクリート床版の橋軸直角方向の挙動に起因して引き起こされる応力である¹¹⁾。

したがって、実橋に生じる疲労亀裂にストップホールを適用するためには、膜応力と板曲げ応力を同時に受けるストップホールの疲労限を明らかにしなければならない。しかし、前述したように、膜応力と板曲げ応力を同時に受けるストップホールの疲労限は未だ明らかにされていない。

本論文は、円孔を有する帯板の引張り疲労試験と曲げ疲労試験を実施することにより、膜応力および板曲げ応力を受ける円孔の疲労強度を調べる。そして、膜応力と板曲げ応力を同時に受ける円孔からの疲労亀裂の発生を防止する条件を与える。次に、板要素を用いた有限要素解析によって算出される膜応力と板曲げ応力を用いて、ストップホール縁に生じる最大応力を推定する式を与える。最後に、横桁と主桁の連結部において主桁ウェブに発生する疲労亀

表-1 試験片の板厚と面取り長さ

試験片	t (mm)	s (mm)
T-1	8.74	—
T-2	8.73	—
B-1	8.75	0.76
B-2	8.75	0.83
B-3	8.76	0.68
B-4	8.77	0.62
B-5	8.77	0.61
平均	8.75	0.70



T : 引張り試験片
B : 曲げ試験片

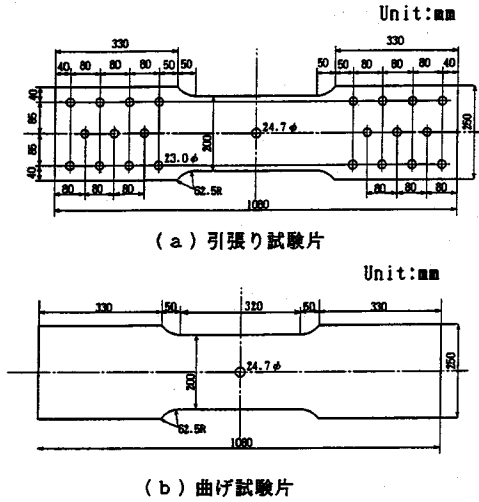


図-1 試験片

表-2 試験片の材料特性

試験片	T	B
材質	SS400	SS400
降伏応力 (MPa)	273.7	274.8
引張強さ (MPa)	415.7	423.4
伸び率 (%)	29.7	29.8
ヤング率 (MPa)	2.005×10^5	2.027×10^5

T : 引張り試験片
B : 曲げ試験片

裂にストップホールを適用した例を示す。

2. 膜応力および板曲げ応力を受ける円孔の疲労強度

(1) 試験片

試験片の形状を図-1に示す。引張り試験片では、試験片を疲労試験機に取り付けるためにドリル孔が試験片の両側に設けられている。引張り試験片と曲げ試験片の両者とも、試験片の中央に、直径24.7mmのドリル孔が設けられている。円孔縁の角には、直径24.7mmより大きいドリルによって面取りが施されている。試験片の板厚と面取り長さを表-1に示す。面取り角度はいずれも30°である。板曲げ応力の引張側の面取り長さが表に示してある。円孔縁の板厚と面取りを#100のサンドペーパーで平滑に仕上げた。試験片の材料特性を表-2に示す。

(2) 疲労試験

疲労試験の状況を図-2に示す。引張り疲労試験においては、試験片の上下端にヒンジを設けることにより、試験片に板曲げ応力が発生しないようにした。曲げ疲労試験においては、2点载荷2点支持とし、支持間隔300mmの間に一定の曲げモーメントが生じるようにした。円孔の周りに生じる応力集中を調べるために、円孔の近傍の対称な位置の二箇所に応力集中ゲージを貼付した。引張り試験片においては、試験片の裏面にも表面と同じ位置に単軸ゲージと応

力集中ゲージを貼付した。板曲げ応力が生じないように、表裏面の単軸ゲージが同じ値を示すように引張り試験片を疲労試験機に取り付けた。

動的容量50 tonfの油圧サーボ式疲労試験機で引張り疲労試験、動的容量10 tonfの油圧サーボ式疲労試験機で曲げ疲労試験を行った。疲労試験は、いずれも荷重比が0.1の正弦波の荷重制御で実施した。

(3) 疲労試験の結果

疲労試験の結果を表-3に示す。表-3(a)の $\Delta\sigma_{mn}$ と表-3(b)の $\Delta\sigma_{bn}$ はそれぞれ次式で定義される公称膜応力範囲と公称板曲げ応力範囲である。

$$\Delta\sigma_{mn} = \frac{\Delta P}{A} \quad (2)$$

$$\Delta\sigma_{bn} = \frac{\Delta M}{W} \quad (3)$$

ここに、 $\Delta\sigma_{mn}$: 公称膜応力範囲

$\Delta\sigma_{bn}$: 公称板曲げ応力範囲

ΔP : 引張り疲労試験において、引張り荷重の範囲

表-3 疲労試験の結果

(a) 引張り疲労試験

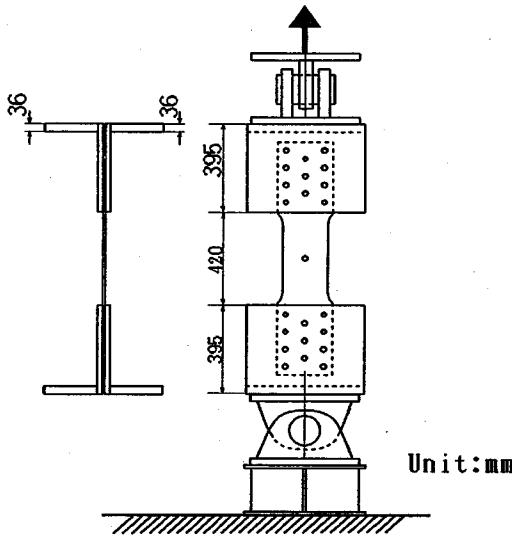
試験片	$\Delta \sigma_{mn}$ (MPa)	$\Delta \sigma_m$ (MPa)	N_i ($\times 10^4$ cycles)
T-1	187.9	588.3	4.7
T-2	187.9	588.3	4.9
T-3	150.3	470.6	24.3
T-4	169.1	529.5	7.5
T-5	131.6	412.0	68.1
T-6	112.8	353.2	259.6*
T-7	126.9	397.3	93.0
T-8	122.2	382.6	92.6
T-9	117.5	367.9	380.0*
T-10	122.2	382.6	294.9*

*: 疲労亀裂発生せず
R=0.1

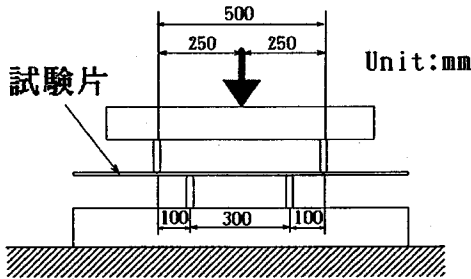
(b) 曲げ疲労試験

試験片	$\Delta \sigma_{bn}$ (MPa)	$\Delta \sigma_b$ (MPa)	N_i ($\times 10^4$ cycles)	
			one crack	the other crack
B-1	207.4	372.3	320.0*	320.0*
B-2	241.9	434.2	64.0	130.0
B-3	293.8	527.4	26.0	—
B-4	276.5	496.3	45.0	71.0
B-5	224.6	403.2	141.6	184.0

*: 疲労亀裂発生せず
R=0.1



(a) 引張り疲労試験



(b) 曲げ疲労試験

図-2 疲労試験

A : 試験片の総断面積 (= Bt)

ΔM : 曲げ疲労試験において, 試験片の支持間隔300mmの間に生じる一定の曲げモーメント範囲

W : 試験片の断面係数 (= $Bt^2/6$)

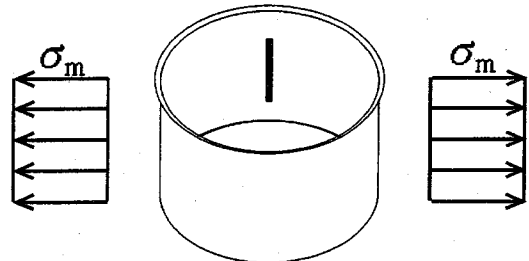
B : 試験片の総幅

t : 試験片の板厚

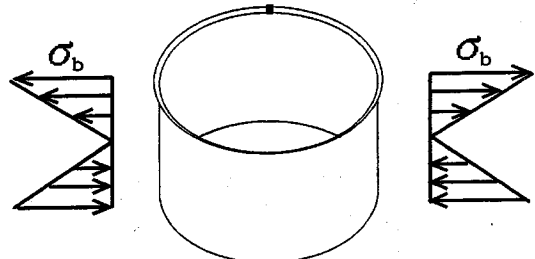
$\Delta \sigma_{mn}$ と $\Delta \sigma_{bn}$ の応力比Rはいずれも0.1である。

疲労亀裂の発生位置を図-3に示す。亀裂は、引張り疲労試験において円孔縁の板厚に生じ、曲げ疲労試験において円孔縁の面取りに生じた。円孔の近傍に貼付した応力集中ゲージで円孔縁に最も近いひずみゲージが与えるひずみの変化と染色浸透探傷剤を用いた目視観察によって微小亀裂が確認されたときの荷重の繰返し回数を亀裂の発生寿命 N_i とした。

N_i を表-3に示す。引張り疲労試験においては、円孔縁の対称な位置の板厚に発生した二つの微小亀裂の発生寿命 N_i はほぼ同じであった。しかし、表



(a) 引張り疲労試験



(b) 曲げ疲労試験

図-3 疲労亀裂の発生位置

図-3(b)に示すように、曲げ疲労試験においては、円孔縁の対称な位置の面取りに発生した二つの微小亀

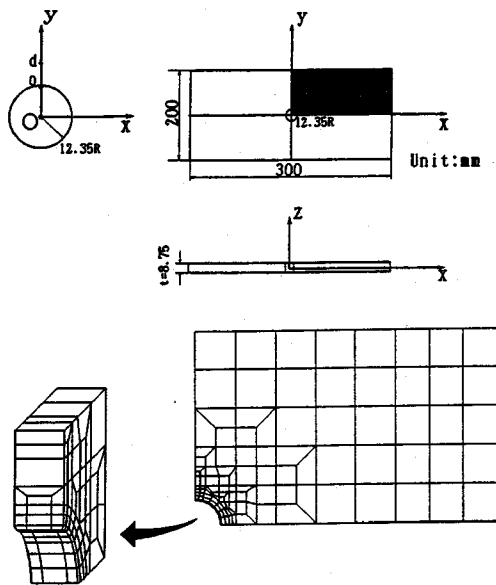


図-4 解析対象と要素分割

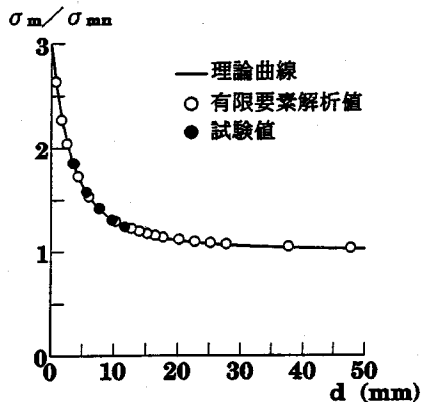
裂の発生寿命 N_f はかなり異なった。

(4) 亀裂発生点の応力範囲

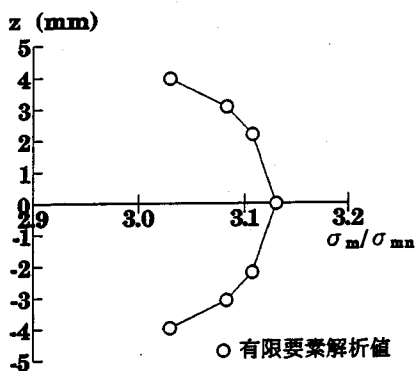
亀裂発生点にひずみゲージを貼付することができなかったため、亀裂発生点の応力範囲を知るために立体要素を用いた有限要素解析を行った。図-4に示すように、試験片の円孔を含む300 mm×200 mmの長方形の領域を解析対象とした。対称性から、この長方形の領域の1/4の部分を要素分割した。x=0とy=0に対称性の境界条件を設けた。膜応力または板曲げ応力に対する荷重条件をx=150 mmの断面に与えた。表-1に示した試験片の測定板厚の平均値8.75 mmをこの解析モデルの板厚とした。さらに、表-1に示した試験片の面取り長さの平均値0.7 mm、面取り角度30°をこの解析モデルの面取り形状とした。使用した立体要素は20節点アイソパラメトリック立体要素である¹²⁾。

a) 引張り試験片の亀裂発生点の応力範囲

引張り試験片に対する、x=0の断面の板表面の σ_m/σ_{mn} の分布を図-5(a)に示す。ここに、 σ_{mn} はx=150 mmの断面に作用させた公称膜応力であり、 σ_m は円孔縁の近傍に生じるx軸方向の応力である。円孔縁からの距離dが横軸にとってある。理論曲線は、一個の円孔を持つ無限板が引張り力を受ける場合に対する解である¹³⁾。理論曲線には円孔縁の面取りが考慮されていない。理論曲線の σ_m/σ_{mn} は円孔縁で3.0になる。試験値は測定ひずみに試験片



(a) x=0の断面の板表面の σ_m/σ_{mn} の分布



(b) 円孔縁の(x,y)=(0,0,12.35mm)の位置の板厚方向の σ_m/σ_{mn} の分布

図-5 σ_m/σ_{mn} の分布

のヤング率を乗じた値である。有限要素解析値と試験値は理論曲線の上に乗っている。

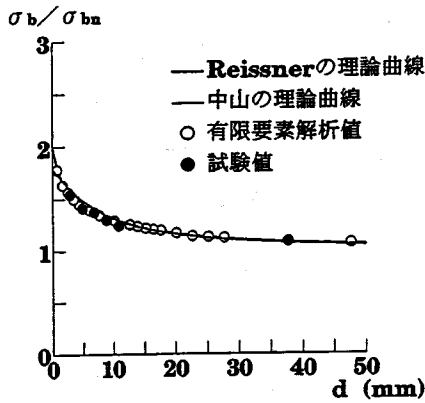
円孔縁の(x,y)=(0, 12.35mm)の位置の σ_m/σ_{mn} の板厚方向の分布を図-5(b)に示す。これは有限要素解析の結果である。 σ_m/σ_{mn} は板厚中央で最大値3.131を取る放物線分布を示す。前述したように、引張り疲労試験においては試験片の円孔縁の板厚に疲労亀裂が観察された。したがって引張り試験片の亀裂発生点の応力範囲を次式で推定する。

$$\Delta\sigma_m = 3.131\Delta\sigma_{mn} \quad (4)$$

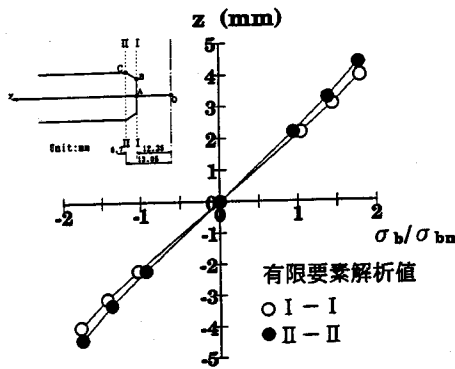
ここに、 $\Delta\sigma_m$ ：引張り試験片の亀裂発生点の応力範囲

b) 曲げ試験片の亀裂発生点の応力範囲

曲げ試験片に対する、x=0の断面の板表面の σ_b/σ_{bn} の分布を図-6(a)に示す。ここに、 σ_{bn} はx=150 mmの断面に作用させた公称板曲げ応力であり、 σ_b は円孔縁の近傍に生じるx軸方向の応力である。中山の理論曲線は、一個の円孔を持つ無限



(a) $x=0$ の断面の板表面の σ_b / σ_{bn} の分布



(b) 円孔縁の $(x,y)=(0,0,12.35\text{mm})$ と $(0,0,13.05\text{mm})$ の位置の板厚方向の σ_b / σ_{bn} の分布

図-6 σ_b / σ_{bn} の分布

板が曲げを受ける場合に対して、通常の板の偏微分方程式を解くことによって得られる解である¹⁴⁾。Reissnerの理論曲線は、同じ問題に対して、板のせん断変形を考慮した板の偏微分方程式を解くことによって得られる解である¹⁵⁾。これらの理論曲線には円孔縁の面取りが考慮されていない。中山とReissnerの理論曲線は円孔縁の極近傍を除いて同じ分布を示す。中山とReissnerの σ_m / σ_{mn} は円孔縁でそれぞれ1.788と1.986になる。有限要素解析値と試験値は両者の理論曲線上に乗っている。

円孔縁の $(x,y)=(0,12.35\text{mm})$ と $(0,13.05\text{mm})$ の位置の σ_b / σ_{bn} の板厚方向の分布を図-6(b)に示す。 σ_b / σ_{bn} は板厚中央で0の直線分布を示す。前述したように、曲げ疲労試験では試験片の円孔縁の面取りに疲労亀裂が観察された。図-6(b)に示す面取りの点Bと点Cの位置の σ_b / σ_{bn} の値はそれぞれ1.795と1.778になる。したがって曲げ試験片の亀裂発生点の応力範囲を次式で推定する。

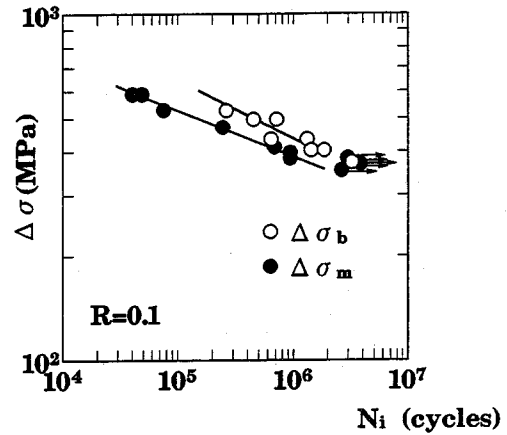


図-7 S-N曲線

$$\Delta\sigma_b = 1.795\Delta\sigma_{bn} \quad (5)$$

ここに、 $\Delta\sigma_b$: 曲げ試験片の亀裂発生点の応力範囲

(5) 膜応力および板曲げ応力を受ける円孔の疲労強度と疲労限

式(4)と(5)を用いて推定される亀裂発生点の応力範囲 $\Delta\sigma_m$ と $\Delta\sigma_b$ を表-3に示す。さらに応力範囲 $\Delta\sigma_m$ および $\Delta\sigma_b$ と亀裂発生寿命 N_i の関係を図-7に示す。最小2乗法によって決定される、 $\Delta\sigma_m$ と $\Delta\sigma_b$ に対するS-N曲線はそれぞれ次の通りである。

$$\log N_i = \log(1.419 \times 10^{25}) - 7.4 \log(\Delta\sigma_m) \quad (6)$$

(標準偏差 $\xi_N = 0.0704$)

$$\log N_i = \log(2.056 \times 10^{21}) - 5.8 \log(\Delta\sigma_b) \quad (7)$$

(標準偏差 $\xi_N = 0.1432$)

ここで、 $\Delta\sigma_m$ と $\Delta\sigma_b$ の単位はMPaである。

図-7から分かるように、疲労亀裂が発生しなかった長寿命領域において、 $\Delta\sigma_m$ と $\Delta\sigma_b$ の結果は一つの集団の中であらう。表-3において、亀裂が発生しなかった試験片の中で最も低い応力範囲は353.2 MPaである。したがって、膜応力および板曲げ応力を受ける円孔の疲労限として353.2 MPaを採用する。

(6) 円孔からの疲労亀裂の発生を防止する条件

BarsomとRolfeは、切欠き先端からの疲労亀裂の発生を防止する条件として次式を提案した¹⁶⁾。

$$\frac{\Delta K}{\sqrt{\rho}} < 23.6\sqrt{\sigma_Y} \quad (8)$$

ここに、 ΔK ：切欠き先端までの長さと同じ長さを有する亀裂に対する応力拡大係数範囲 ($\text{MPa}\sqrt{\text{cm}}$)

ρ ：切欠き先端の曲率半径 (cm)

σ_Y ：鋼材の降伏応力 (単位MPa)

この関係は、 $-10 \leq R \leq 0.5$ の応力比に対して成立することが実験的に確認されている。1章で述べたストップホールからの疲労亀裂の再発生を防ぐ条件としてFisherが提案した式(1)は、BarsomとRolfeが式(8)を誘導した方法を踏襲している²⁾。

切欠き先端の亀裂発生点の応力範囲 $\Delta\sigma_t$ と ΔK の関係が近似的に次式で与えられる¹⁷⁾。

$$\Delta\sigma_t = \frac{2\Delta K}{\sqrt{\pi\rho}} \quad (9)$$

式(8)と(9)から次式を得る。

$$\Delta\sigma_t < 26.6\sqrt{\sigma_Y} \quad (10)$$

この式は、切欠き先端の応力範囲で評価された疲労限界が鋼材の降伏応力の1/2乗に比例することを表している。この関係を本研究の円孔からの疲労亀裂に適用する。本章(5)節で述べたように、膜応力および板曲げ応力を受ける円孔の疲労限界として353.2 MPaを採用した。表-2より、この値を与える引張り試験片の降伏応力は273.7 MPaである。したがって円孔からの疲労亀裂の発生を防止する条件として次式を得る。

$$\Delta\sigma_t < 21.3\sqrt{\sigma_Y} \quad (11)$$

3. ストップホール縁の最大応力の推定方法

(1) 円孔縁の最大応力

表-4の挿入図に示すように、角度 θ が30°と45°、長さ s が0.7 mm, 1.0 mm, 1.4 mm, 2.1 mmの各組み合わせの面取りに対して、図-4の解析モデルを用いて円孔縁の応力を計算した。円孔縁の応力集中係数を表-4に示す。応力集中係数の定義は次の通りである。

$$K_m = \frac{\sigma_m}{\sigma_{mn}} \quad (12)$$

$$K_b = \frac{\sigma_b}{\sigma_{bn}} \quad (13)$$

ここに、 K_m 、 K_b ：それぞれ膜応力集中係数と板曲げ応力集中係数

K_m と K_b の後の括弧の中のA, B, Cは、それぞれ挿入図の点A, B, Cを表す。 $s=0\text{mm}$ は面取りが

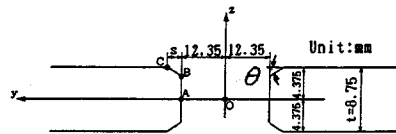
表-4 円孔縁の応力集中係数

(a) 膜応力集中係数 K_m

θ	K_m	s (mm)				
		0.0	0.7	1.0	1.4	2.1
30°	K_m (A)	3.116	3.131	3.150	3.174	3.240
	K_m (B)	2.965	3.029	3.067	3.115	3.201
	K_m (C)	—	2.638	2.531	2.400	2.235
45°	K_m (A)	3.116	3.142	3.172	3.218	3.340
	K_m (B)	2.965	3.064	3.115	3.192	3.328
	K_m (C)	—	2.656	2.561	2.448	2.322

(b) 板曲げ応力集中係数 K_b

θ	K_b	s (mm)				
		0.0	0.7	1.0	1.4	2.1
30°	K_b (A)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	K_b (B)	1.918	1.795	1.744	1.664	1.521
	K_b (C)	—	1.778	1.745	1.711	1.689
45°	K_b (A)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	K_b (B)	1.918	1.694	1.593	1.430	1.131
	K_b (C)	—	1.793	1.772	1.753	1.756



施されていない。

図-5(b)に示したように、円孔縁の σ_m/σ_{mn} の板厚方向の分布形状は、板厚中央で最大値を取る放物線形状になる。図-6(b)に示したように、円孔縁の σ_b/σ_{bn} の板厚方向の分布形状は、板厚中央で0の直線形状になる。したがって、前述の計算結果に対して、円孔縁の σ_m/σ_{mn} と σ_b/σ_{bn} の板厚方向の分布はそれぞれ次式で表される。

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{mn}} = \frac{K_m(A) - K_m(B)}{2} z^2 + K_m(A) \quad (14)$$

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_{bn}} = \frac{K_b(B)}{\frac{t}{2} - s \tan \theta} z \quad (15)$$

式(14)と式(15)の z の適用範囲は次の通りである。

$$|z| \leq \frac{t}{2} - s \tan \theta \quad (16)$$

膜応力と板曲げ応力が同時に作用する場合、円孔縁に生じる応力 σ_t は、式(14)と式(15)を重ね合わせることによって与えられる。すなわち、

$$\sigma_t = \sigma_m + \sigma_b \quad (17)$$

この式は、

$$z = \frac{K_b(B)}{2\{K_m(A) - K_m(B)\}} \frac{\sigma_{bn}}{\sigma_{mn}} \left(\frac{t}{2} - s \tan \theta \right) \quad (18)$$

で次の最大値を取る。

$$\sigma_t = \left[\frac{\{K_b(B)\}^2}{4\{K_m(A) - K_m(B)\}} \left(\frac{\sigma_{bn}}{\sigma_{mn}} \right)^2 + K_m(A) \right] \sigma_{mn} \quad (19)$$

式(18)を式(16)へ代入して、 σ_{bn}/σ_{mn} に対して次の条件を得る。

$$\frac{\sigma_{bn}}{\sigma_{mn}} \leq \phi \quad (20)$$

$$\text{ここに、} \phi = \frac{2\{K_m(A) - K_m(B)\}}{K_b(B)}$$

ϕ の値を表-5に示す。 ϕ は、 $s=0$ mm, すなわち面取りが施されていないとき最大値0.157をとり、 s が大きくなるに従って低下する。

以上より、円孔縁の最大応力の発生位置は次のように分類される。

a) $\sigma_{bn}/\sigma_{mn} \leq \phi$ のとき、最大応力は円孔縁の板厚上に生じ、その値は式(19)で与えられる。

b) $\sigma_{bn}/\sigma_{mn} > \phi$ のとき、最大応力は、表-4の挿入図の点Bまたは点Cに生じる。点Bと点Cの応力はそれぞれ次式で与えられる。

$$\sigma_t = K_m(B)\sigma_{mn} + K_b(B)\sigma_{bn} \quad (21)$$

$$\sigma_t = K_m(C)\sigma_{mn} + K_b(C)\sigma_{bn} \quad (22)$$

表-4 (a) から分かるように、同じ面取り長さ s に対して $K_m(B)$ が $K_m(C)$ より常に大きい。表-4

(b) から分かるように、 $(s, \theta) = (0.7\text{mm}, 30^\circ)$ の場合を除いて、同じ面取り長さ s に対して $K_b(C)$ が $K_b(B)$ より大きい。したがって、 σ_{bn}/σ_{mn} の値に依存して、式(21)または式(22)が最大値を与える。

(2) 板厚の影響

図-4の解析モデルで板厚を厚くすることにより、板厚が膜応力集中係数 K_m と板曲げ応力集中係数 K_b に与える影響を調べた。面取りが施されていない場合に対する結果を表-6(a), $(s, \theta) = (1\text{mm}, 45^\circ)$ の面取りに対する結果を表-6(b)に示す。板厚 t が増加すると、 $K_m(A)$, $K_b(B)$, $K_b(C)$ は増加する。反対に、 $K_m(B)$ と $K_m(C)$ は減少する。 $K_m(A)$, $K_m(B)$, $K_m(C)$ はそれぞれ一定値に収束する傾向を示す。

2章(4)節で述べたように、Reissnerは、板のせん

表-5 ϕ の値

θ	s (mm)				
	0.0	0.7	1.0	1.4	2.1
30°	0.157	0.114	0.095	0.071	0.051
45°	0.157	0.092	0.072	0.036	0.021

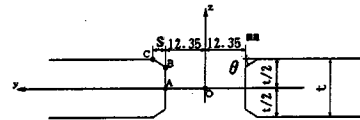
表-6 板厚が応力集中係数に与える影響

(a) $s=0.0\text{mm}$

t (mm)	8.75	17.50	26.25	35.00
$K_m(A)$	3.116	3.172	3.189	3.184
$K_m(B)$	2.965	2.834	2.754	2.722
$K_b(A)$	0.0	0.0	0.0	0.0
$K_b(B)$	1.918	2.018	2.105	2.185
$K_b(C)$	1.985	2.152	2.278	2.376

(b) $s=1.0\text{mm}, \theta=45^\circ$

t (mm)	8.75	17.50	26.25	35.00
$K_m(A)$	3.172	3.191	3.198	3.191
$K_m(B)$	3.115	3.010	2.937	2.896
$K_m(C)$	2.561	2.422	2.334	2.295
$K_b(A)$	0.0	0.0	0.0	0.0
$K_b(B)$	1.593	1.907	2.065	2.177
$K_b(C)$	1.772	1.807	1.856	1.906



断変形を考慮した板の偏微分方程式を誘導し、これに基づいて、曲げを受ける無限板の円孔の応力を求めた¹⁵⁾。Reissnerが与えた板曲げ応力集中係数 K_{bR} は次の通りである。

$$K_{bR} = \frac{3}{2} + \frac{3(1+\nu)K_2(\sqrt{10}\rho/t) - 2K_0(\sqrt{10}\rho/t)}{2(1+\nu)K_2(\sqrt{10}\rho/t) + 4K_0(\sqrt{10}\rho/t)} \quad (23)$$

ここに、 $K_n(\cdot)$: 変形された n 次のベッセル関数¹⁹⁾

ν : ポアソン比

K_{bR} は次の性質を持つ。

$$\lim_{\rho/t \rightarrow 0} K_{bR} = 3 \quad (24)$$

$$\lim_{\rho/t \rightarrow \infty} K_{bR} = \frac{5+3\nu}{3+\nu} \quad (25)$$

2章(4)節で述べたよに、式(25)は、通常の板の偏微分方程式を解くことによって得られる、中山の板曲げ応力集中係数と同じである¹⁴⁾。

$\nu = 0.3$ に対して、 K_{bR} は次式で近似される。

$$K_{bR} = \frac{3.157 + \frac{6.193\rho}{t}}{1 + \frac{3.539\rho}{t}} \quad (26)$$

$0.05 \leq \rho/t \leq 4$ において、式(26)は1%以下の相対誤差で式(23)を近似する。

式(26)から算出される K_{bR} を表-6(a)に示す。板厚 t の増加に対して、 K_{bR} は $K_b(B)$ と同じ傾向を示す。

(3) ストップホール縁の最大応力

1章で述べたように、これまで報告された鋼橋の疲労亀裂の多くは、横桁、対傾構、横構等の2次部材と主桁との連結部で発見されている^{1), 7) ~ 10)}。本章(1)節の円孔縁の最大応力の発生位置の分類に従うと、 $\sigma_{bn}/\sigma_{mn} > 0.157$ のとき、最大応力は円孔縁の面取りに生じる。2次部材と主桁との連結部では、 σ_{bn}/σ_{mn} が0.157を超すことが普通である^{3), 11)}。したがって、疲労亀裂の先端に設けられるストップホールにおいてもその縁の面取りに最大応力が生じる可能性が高い。

表-4から分かるように、面取り長さ s の増加に伴って、 $K_m(B)$ は増加するが、 $K_b(B)$ と $K_b(C)$ は減少する。したがって、面取りを施すことの良否を応力集中係数の値から論ずることは困難である。

道路橋示方書・同解説¹⁸⁾では、塗装される主要部材の自由縁となる切断面の角に面取りを行うことを規定している。そして、面取り長さに対して1 mm 程度を推奨している。したがって、ストップホールに対しても、その縁の塗装寿命を高めるために1 mm 程度の面取りを行う必要がある。

表-4(a)の $(s, \theta) = (1\text{mm}, 45^\circ)$ に対して $K_m(B) = 3.115$ である。表-6(b)に示すように、板厚が増えると $K_m(B)$ は減少する。ストップホール縁の応力推定に対して、3.115よりさらに安全側の値3.15を $K_m(B)$ に採用する。

表-4(b)から分かるように、 $s=0\text{mm}$ 、すなわち面取りが施されていない場合に対する $K_b(B)$ の値が面取りを施された場合に対する $K_b(B)$ および $K_b(C)$ の値より常に大きい。したがって、ストップホール縁の応力推定に対して、安全側に立って面取りが施されていない場合に対する $K_b(B)$ を採用する。表-6(a)に示すように、板厚 t が増えると $K_b(B)$ は増加する。Reissnerが与えた板曲げ応力

集中係数 K_{bR} もこの傾向を示す。現在、 $K_b(B)$ と K_{bR} のどちらが実際に近い値を与えているかは不明である。 K_{bR} が $K_b(B)$ より大きい値を示すので、安全側に立って $K_b(B)$ の代わりに K_{bR} を採用する。

以上の考察から、ストップホール縁に生じる最大応力を推定する基礎式として次式を得る。

$$\sigma_t = 3.15\sigma_{mn} + \frac{3.157 + \frac{6.193\rho}{t}}{1 + \frac{3.539\rho}{t}} \sigma_{bn} \quad (27)$$

ここで、式(27)は、膜応力と板曲げ応力を同時に受ける円孔縁に生じる最大応力を推定する式であって、亀裂の先端に設けられるストップホールに対するものではないことに注意しなければならない。

次章で示すように、ストップホール縁の応力は、板要素を用いた有限要素解析によって算出される。板要素では、ストップホール縁の面取りや板厚の影響を考慮することができない。板要素を用いた有限要素解析では、非常に小さい要素を用いた場合でも、円孔縁の応力集中係数は、膜応力に対して3.0、板曲げ応力に対して1.788になる。後者の値は、通常の板の偏微分方程式を解くことによって得られる、中山の板曲げ応力集中係数である¹⁴⁾。

したがって、板要素を用いた有限要素解析によって算出されるストップホール縁の応力を用いて、次式からストップホール縁に生じる応力を推定する。

$$\sigma_t = 1.05\sigma_{m(FEM)} + \frac{1.766 + \frac{3.464\rho}{t}}{1 + \frac{3.539\rho}{t}} \sigma_{b(FEM)} \quad (28)$$

ここに、 $\sigma_{m(FEM)}$ 、 $\sigma_{b(FEM)}$ ：それぞれ、板要素

を用いた有限要素解析によって算出されるストップホール縁の膜応力と板曲げ応力

式(28)の右辺第1項の係数は式(27)の右辺第1項の係数を3.0で除すことによって得られ、式(28)の右辺第2項の係数は式(27)の右辺第2項の係数を1.788で除すことによって得られる。

膜応力と板曲げ応力を同時に受けるストップホールからの疲労亀裂の発生を防止するためには、式(28)によって与えられる応力範囲 $\Delta\sigma_t$ が式(11)を満足しなければならない。

4. ストップホールの適用例

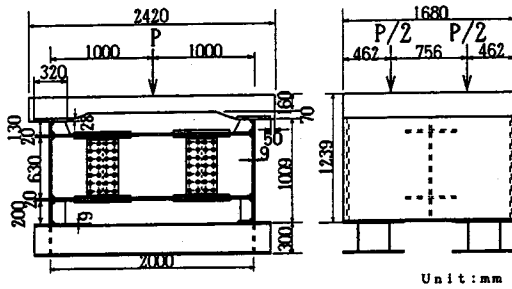


図-8 主桁と横桁の連結部の疲労試験

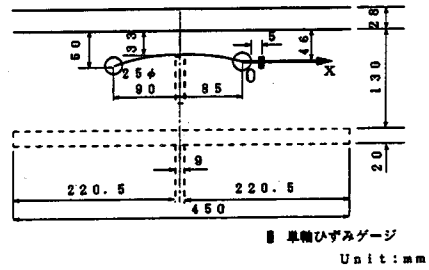


図-9 主桁ウェブの疲労亀裂

(1) 主桁と横桁の連結部の疲労試験

図-8に示す、コンクリート床版、2本の主桁、1本の横桁から成る試験体の疲労試験を実施した²⁰⁾。荷重の繰返し回数が1000.5万回の時の主桁ウェブの疲労亀裂を図-9に示す。この繰返し回数で、亀裂の先端に直径25 mmのストップホールを設けた。ストップホール縁に面取りは施されなかったが、ストップホール縁の角のまくれはサンドペーパーで除去された。荷重を約200万回繰返したが、ストップホールからの亀裂発生はなかった。実橋においては、主桁上フランジと横桁上フランジとの間の接続プレートが、接続プレート自身が発生した疲労亀裂の伝播によって破断している場合がある。したがって、接続プレートと主桁上フランジとを連結する隅肉溶接に沿って、接続プレートを水平方向にガス切断した。この状態で荷重を約200万回繰返したが、ストップホールからの亀裂発生はなかった。さらに、接続プレートを主桁ウェブに連結する隅肉溶接に沿って、接続プレートを鉛直方向にガス切断し、この状態で荷重を約200万回繰返した。しかし、ストップホールからの亀裂発生はなかった。

(2) 試験体の有限要素解析

図-8の試験体に対する有限要素分割を図-10に示す。試験体の1/4の部分を要素分割し、切断面に対称性の境界条件を設けた。主桁のウェブと垂直補剛材の下端を固定した。コンクリート床版に対して、疲労試験の載荷領域と同じ載荷領域に等分布荷重を与えた。過去の論文²¹⁾で述べた、コンクリート床版と主桁上フランジとの間の荷重伝達モデルに基づいて、コンクリート床版と主桁上フランジとの間に両端ヒンジを有する剛棒とスタッドの剛性を持つ棒要素を挿入した。

使用した有限要素は、1節点が6自由度から成る四

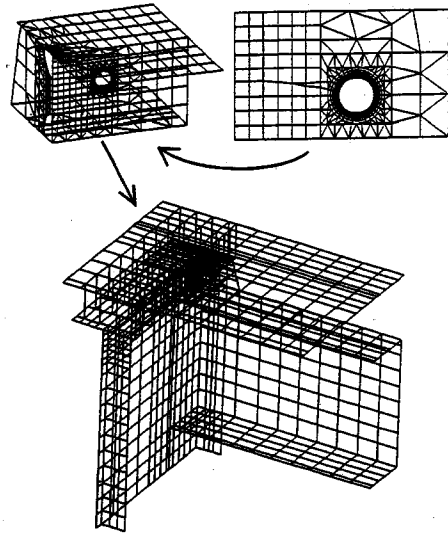


図-10 要素分割

角形または三角形の板要素である¹²⁾。引張りを受ける板の円孔縁の応力に関して相対誤差が0.1%以下となるような要素分割をストップホールの周りに設けた。円孔縁の応力は、円孔縁の近傍の3要素の各要素中心の応力の値を2次曲線によって円孔縁まで外挿することによって求めた。

ストップホールを設けた時の試験体の要素分割を解析モデルⅠと呼ぶ。接続プレートを水平方向にガス切断した時の試験体の要素分割を解析モデルⅡ、さらに、接続プレートを鉛直方向にガス切断した時の試験体の要素分割を解析モデルⅢと呼ぶ。主桁ウェブの亀裂と接続プレートの切断をダブル節点によって表した。

(3) 解析結果

コンクリート床版の中央のたわみについて、解析値と試験値の比較を表-7に示す。表の値は、疲労

表-7 床版の中央のたわみの比較

解析モデル	解析値	試験値
I	1.35	1.12
II	2.08	2.17
III	2.22	2.25

(mm)

表-8 主桁ウェブのひずみの比較

解析モデル	膜ひずみ ($\times 10^{-4}$)		板曲げひずみ ($\times 10^{-4}$)	
	解析値	試験値	解析値	試験値
I	147	287	121	205
II	-118	-57	197	438
III	-157	-153	494	496

試験で採用された荷重範囲142.1 kNに対するものである。解析値は試験値に近い値を示している。したがって、前述のコンクリート床版と主桁上フランジとの間の荷重伝達モデル²¹⁾が、主桁ウェブの亀裂の存在およびコネクションプレートが切断された場合においても、コンクリート床版から主桁上フランジへの力の伝達を適切に表している。

図-9に示すように、ストップホール縁から5 mm離れた位置の鉛直方向のひずみに対して、解析値と試験値の比較を表-8に示す。コネクションプレートを切断することによるひずみの変化の傾向は解析値と試験値と同じであるが、両者の値はかなり異なっている。これは、板要素を用いた有限要素解析では、主桁の上フランジとウェブの各板厚自身の存在が考慮されておらず、さらにコネクションプレートを主桁の上フランジとウェブに連結する隅肉溶接、および主桁の上フランジとウェブとの間の隅肉溶接も考慮されていないからである²¹⁾。

試験体の主桁ウェブの板厚とストップホールの半径はそれぞれ9 mmと12.5 mmであった。これらの数値を式(28)に代入して、試験体のストップホール縁の応力を次式から推定する。

$$\sigma_t = 1.05\sigma_m(FEM) + 1.11\sigma_b(FEM) \quad (29)$$

ストップホール縁の接線方向の膜応力と板曲げ応力を式(29)へ代入して得られる σ_t の分布を図-11に示す。コネクションプレートの破断の状況に依存して、 σ_t の分布形状は変化する。 σ_t の最大値が生じる位置とその値を表-9に示す。

試験体の主桁ウェブの降伏応力は447.6 MPaであった。式(11)より、試験体のストップホールの疲労限は450.6 MPaである。表-9より、解析モデルI, II, IIIを通して σ_t の最大値は112.7 MPaである。この値はストップホールの疲労限の約1/4である。表-8から分かるように、解析値に対して試験値は

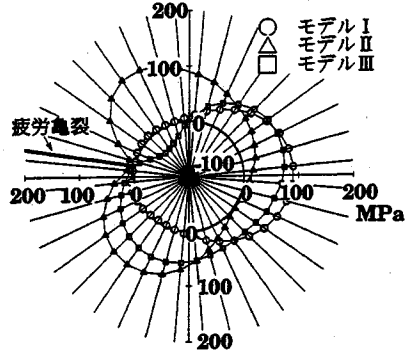
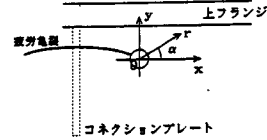
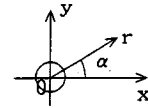


図-11 σ_t の分布

表-9 σ_t の最大値が生じる位置とその値

解析モデル	σ_t の生じる位置 α	σ_t の最大値 (MPa)
I	5°	90.5
II	115°	112.7
III	25°	77.8



最大で約2倍である。したがって、試験体のストップホール縁に発生した応力が疲労限よりかなり低かったために、試験体のストップホールに疲労亀裂が発生しなかったと予想する。

5. 結論

円孔を有する帯板の引張り疲労試験と曲げ疲労試験を実施することにより、膜応力および板曲げ応力を受ける円孔の疲労強度を調べた。引張り試験片の亀裂の発生位置と曲げ試験片の亀裂の発生位置は異なった。そして、亀裂発生点の応力範囲で評価された、引張り試験片のS-N曲線と曲げ試験片のS-N曲線も異なった。しかし、引張り試験片の亀裂発生点の応力範囲と曲げ試験片の亀裂発生点の応力範囲は長寿命領域において一つの集団の中でばらついた。

膜応力と板曲げ応力を同時に受ける円孔からの疲

劣亀裂の発生を防止する条件が次のように与えられた。

$$\Delta\sigma_t < 213\sqrt{\sigma_Y}$$

ここに、 $\Delta\sigma_t$ ：円孔縁の亀裂発生点の応力範囲

(MPa)

σ_Y ：鋼材の降伏応力 (MPa)

有限要素解析によって算出されるストップホール縁の膜応力と板曲げ応力をそれぞれ $\sigma_m(FEM)$ 、 $\sigma_b(FEM)$ とするとき、ストップホール縁に生じる最大応力は次式によって推定される。

$$\sigma_t = 1.05\sigma_m(FEM) + \frac{1.766 + \frac{3.464\rho}{t}}{1 + \frac{3.539\rho}{t}}\sigma_b(FEM)$$

ここに、 ρ 、 t ：それぞれストップホールの半径と板厚

膜応力と板曲げ応力を同時に受けるストップホールから疲労亀裂の発生を防止するためには、この式によって与えられる応力範囲 $\Delta\sigma_t$ が、前述の円孔からの疲労亀裂の発生を防止する条件を満足しなければならない。

ストップホール縁には塗装寿命を高めるために1mm程度の面取りが施されなければならない。

横桁と主桁の連結部において主桁ウェブに発生した疲労亀裂にストップホールを適用した例を示した。

謝辞：試験片の作製に御協力を賜った(株)酒井鉄工所の石崎茂氏に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Fisher, J.W.: *Fatigue and Fracture in Steel Bridges*, John Wiley & Sons, New York, USA, 1984.
- 2) Fisher, J.W., Barthelmy, B.M., Mertz, D.R. and Edinger, J.A.: *Fatigue behavior of full-scale welded bridge attachments*, NCHRP Report 227, Transportation Research Board, National Research Council, USA, November, 1980.
- 3) Fisher, J.W., Jin, J., Wagner, D.C. and Yen, B.T.: *Distortion-induced fatigue cracking in steel bridges*, NCHRP 336, Transportation Research Board, National Research Council, USA, December, 1990.
- 4) 山田健太郎, 酒井吉永, 菊池洋一: ガセットを溶接した引張部材の疲れ強さとストップホールの効果, 土木学会論文報告集, 第341号, pp.129-136, 1984.

- 5) 山田健太郎, 近藤明雅: 鋼部材の亀裂補修・補強後の疲れ挙動, 土木学会論文集, No.368, pp.411-415, 1986.
- 6) 森猛: ストップホールをボルト締めすることによる疲労亀裂の補修, 構造工学論文集, Vol.35A, pp.969-976, 1989.
- 7) 西川和広: 道路橋における疲労問題と補修・補強, 橋梁と基礎, 建設図書, Vol.17, No.8, pp.19-23, 1983.
- 8) 阿部英彦, 谷口紀久, 阿部充: 鋼鉄道橋における疲労問題と補修・補強, 橋梁と基礎, 建設図書, Vol.17, No.8, pp.24-29, 1983.
- 9) 明石重雄: 溶接部疲労の現状と研究, 土木学会論文集, No.350, pp.1-7, 1984.
- 10) 大倉一郎: 鋼橋の疲労, 東洋書店, 1994.
- 11) Okura, I., Yubisui, M., Hirano, H. and Fukumoto, Y.: Local stresses at cross beam connections of plate girder bridge, 土木学会論文集, No.392, pp.111-119, 1988.
- 12) NEC: ACOSソフトウェア複合構造解析システム説明書<ISAP>, FXI52-10, 1989.
- 13) Timoshenko, S. and Goodier, J.N.: *Theory of Elasticity*, Second Edition, McGraw-Hill, USA, 1951.
- 14) Nakayama, I.: The effect of an elliptic hole in a plate subjected to bending, 機械学会誌, 第30巻, 第119号, pp.109-126, 1927.
- 15) Reissner, E.: The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates, *Journal of Applied Mechanics*, USA, pp.A69-A77, June, 1945.
- 16) Barsom, J.M. and Rolfe, S.T.: *Fracture & Fatigue Control in Structures*, Second Edition, Prentice-Hall, Inc., USA, 1987.
- 17) 岡村弘之: 線形破壊力学入門, 培風館, 1976.
- 18) (社)日本道路協会: 道路橋示方書・同解説, I 共通編II鋼橋編, 1994.
- 19) 数学ハンドブック編集委員会編: 理工学のための数学ハンドブック, 丸善株式会社, 1960.
- 20) 大倉一郎, 坂本洋, 塩崎哲也, 福本啓士, 南荘敦: プレートガーダー橋の垂直補剛材の上端の局部応力と疲労亀裂, 構造工学論文集, Vol.40A, pp.1087-1100, 1994.
- 21) 大倉一郎, 塩崎哲也, 福本啓士, 南荘敦: 垂直補剛材上端の疲労亀裂を低減させるスタッド配置, 土木学会論文集, No.525/1-33, pp.97-108, 1995.

(1995.5.8受付)

FATIGUE STRENGTH OF DRILLED HOLES UNDER MEMBRANE AND PLATE-BENDING STRESSES

Ichiro OKURA, Tetsuya SHIOZAKI and Yoshifumi NAKANISHI

Fatigue tests of stripped plates with a circular hole are carried out under tension and bending. The condition of the prevention of the cracking at circular holes subjected to combined membrane and plate-bending stresses is investigated. An equation for estimation of the maximum stress at the edge of drilled holes is established. This equation contains the membrane and plate-bending stresses which are calculated by the finite element analysis with plate elements. An application of the drilled holes is shown for the fatigue cracks propagating in the girder webs where cross beams are connected.

3次元構造解析の
流れを変える

初

What you see is what you want!
3Dの時代、ビジュアルの時代

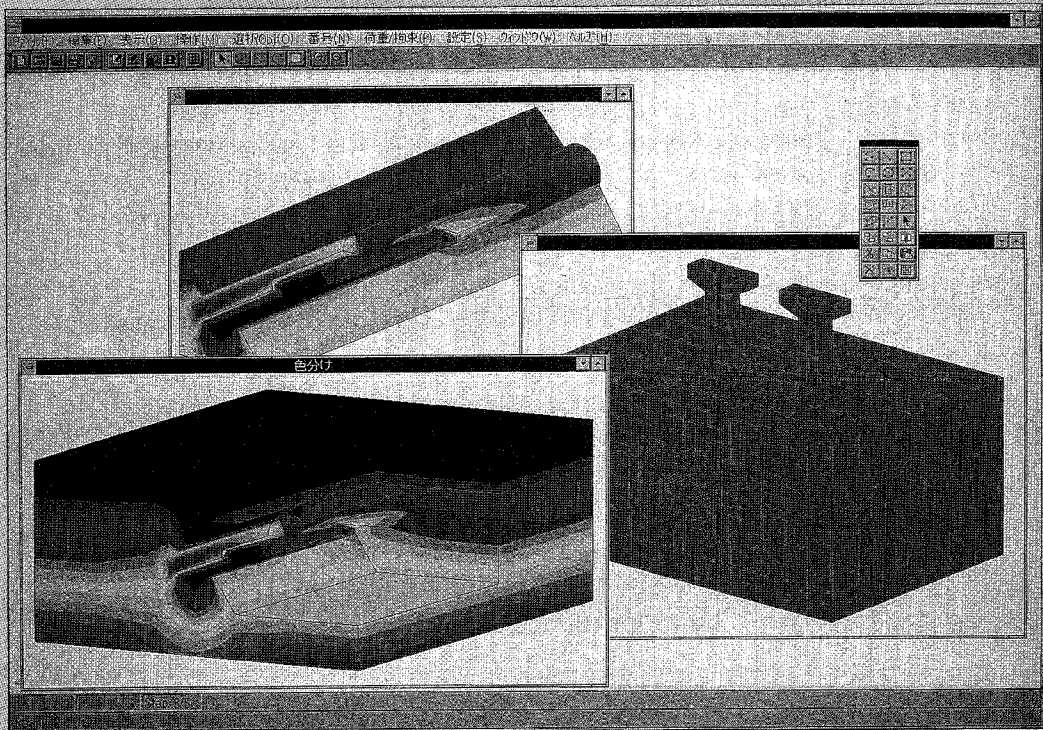
'95.12 Release

3D-σ


3次元土木解析システム

パソコンで
FEMを意識せず
内蔵3次元CADを用いて
解析対象および施工過程(STEP)
をそのまま直感的に入力するだけ!
好評の「2D-σ」のデータも直接利用可能!

■大容量、大規模、高速 ■掘削、盛土、支保などはワンタッチで!



2次元土木解析システム「2D-σ」も 好評発売中!

開発・販売  ソフトブレーン (株) お問い合わせは 03-3592-7659
本社：〒001 札幌市北区北37条西4丁目 王陽ビル TEL 011-736-7009 FAX 011-736-7449

地盤の非線形解析プログラム

■開発元 Dr.Cundall (ITASCA社)

FLAC-2D/3D (Fast Lagrangian Analysis of Continua)

- 幾何学的大変形及び材料非線形を取り扱うことができます。陽解法のため歪み軟化解析が容易です。
- 複雑な3次元地盤をモデル化するため、優れたジェネレーター機能をそなえています。
- 機能追加のための開発ツールFISHプログラミング言語を備えていますので、機能追加が容易です。

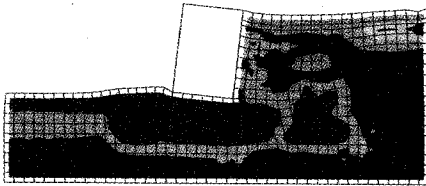
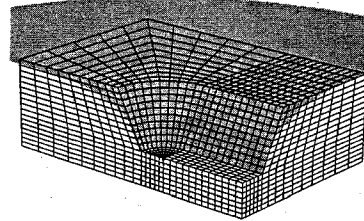
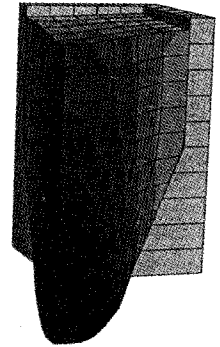


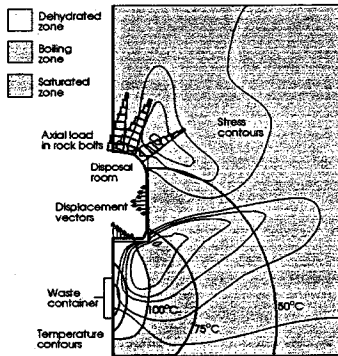
Figure 2. Distorted grid and contours of pore pressure ratio after shaking applied at base



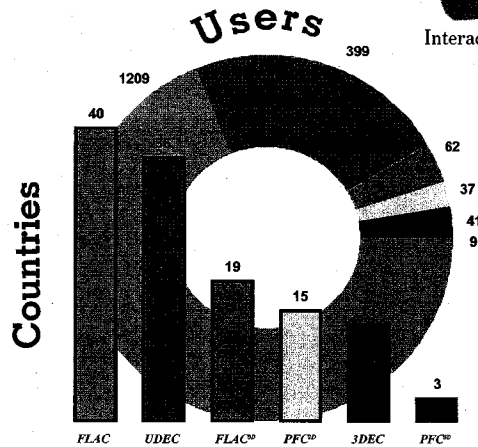
Water flow analysis



Interaction analysis



Thermomechanical conditions five years after nuclear waste emplacement.



■価格(ロード・モジュール)

- FLAC-2D SUN/IBM-PC(標準バージョン)80万円
(Dynamic, Creep, Thermal Optionを含む場合)110万円
- FLAC-3D SUN/IBM-PC(標準バージョン)190万円
(Dynamic, Creep, Thermal Optionを含む場合)250万円

Itasca Software & Windows 95

Yes, Itasca codes do run under Microsoft Windows95. *Windowsは米国マイクロソフト社の商標です。

*当社は1988年7月からITASCA社の販売代理店をしています。

OKL 株式会社 応用工学研究室

TEL.03-3437-2164 FAX.03-3437-2652
〒105 東京都港区虎ノ門5-1-4 東都ビル6F
株システムネットワーク内

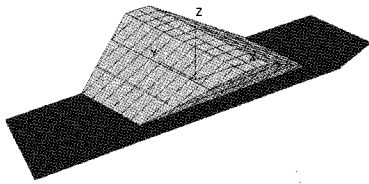


Figure 1. Grid for earth dam and foundation

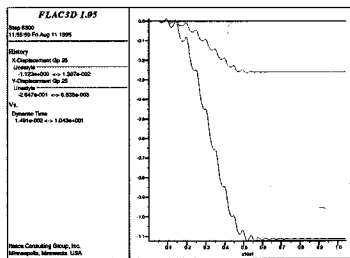


Figure 2. Displacement records (in x- and y-directions) at crest of dam

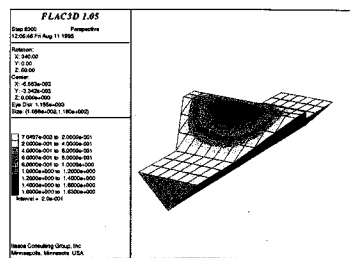
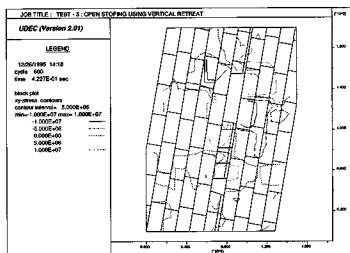


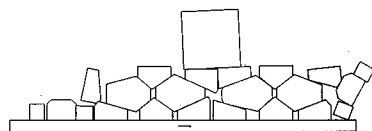
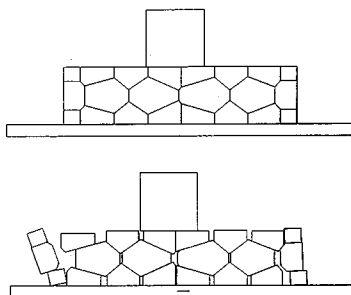
Figure 3. Contours of final displacement magnitude

Dynamic analysis

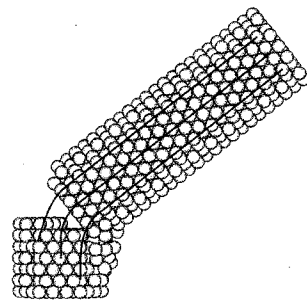
個別要素法プログラムシリーズ



UDEC

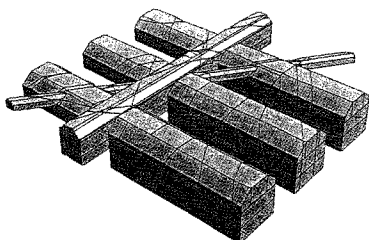


BFLOW

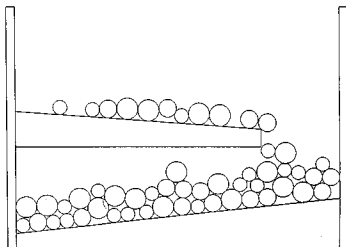


Toppling of pier after horizontal crack forms near base, (reinforcement has pulled out of concrete)

PFC-3D



3DEC



BALL-Poly

■ 価 格

● ロード・モジュール

- ・UDEC SUN/IBM-PC (標準バージョン)110万円
(Barton-Bandis Optionを含む場合)160万円
- ・3DEC SUN/IBM-PC550万円
- ・PFC-2D SUN/IBM-PC70万円
- ・PFC-3D SUN/IBM-PC250万円

● ソース・コード

- ・UDEC SUN/IBM-PC (標準バージョン)190万円
(Barton-Bandis Optionを含む場合)240万円
- ・BFLOW SUN190万円

日本技術開発株式会社



◆FLAC、個別要素法コードとも導入時
初期購入価格の10~15%程度です。
◆当社ではこれらソフトによる解析コン

ん。将来のバージョン・アップ代金は
を除きます。
も行っていきます。

パソコン用、地下水解析トータルシステム

PC/UNISSF Ver. 3.5 for Windows

PC/UNISSF Ver. 3.5 for Windowsは、すでに汎用機やEWSで実績のある準3次元広域地下水変動解析プログラムと断面2次元飽和/不飽和浸透解析プログラムに強力なプリポスト処理プログラムを付加し、Windows版として、生まれ変わったPC用地下水解析トータルシステムです。

準3次元版

PC/UNISSF(H)

¥980,000

断面2次元版

PC/UNISSF(V)

¥700,000

セットの場合
¥1,400,000

プログラムの特徴

■プリ処理 [(H)、(V)共通]

- ★モデル作成のためのメッシュジェネレート機能
- ★地層データ(PC/UNISSF(H)のみで使用)、初期水位データ等の自動発生機能
- ★モデル図を参考しながら、境界条件等各種データの入力、修正が可能
- ★マウス入力とメニュー形式による操作性の向上

■解析機能

[準3次元版PC/UNISSF(H)]

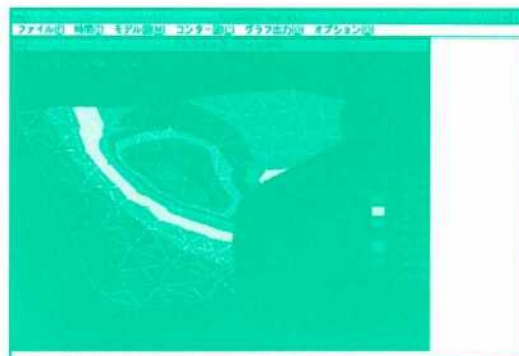
- ★汎用機、EWS版と同一機能(順解析)、同一データフォーマット
- ★約3000~10000節点までのモデルが解析可能
- ★降雨・揚水井・浸出面の取り扱いが可能
- ★水位・流量の経時変化
- ★境界条件の変更、材質の変更
- ★掘削機能・簡易漏水機能
- ★初期定常計算・非定常計算・最終定常計算

[断面2次元版PC/UNISSF(V)]

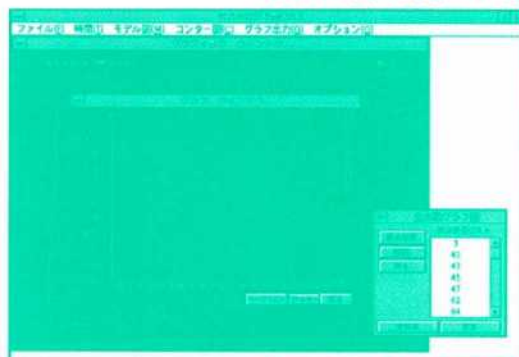
- ★収束状態により Δt を変化
- ★降雨および水位の経時変化に対応可能
- ★鉛直二次元解析だけでなく軸対称解析が可能
- ★自由地下水面を求めることが出来る
- ★浸出点の位置と浸出量を求めることが出来る
- ★①定常計算、②非定常計算、③定常計算を行ったのち非定常計算の3通りが可能

■ポスト処理 [(H)、(V)共通]

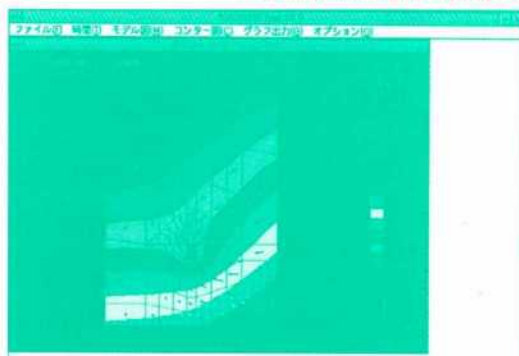
- ★線画に加えて画面塗りつぶし処理が可能
- ★水位の時間変化が簡単にグラフ化可能
- ★マウス入力とメニュー形式による操作性の大幅な向上



PC/UNISSF(H) : 全水頭コンター図



PC/UNISSF(H) : 水位時間変化グラフ



PC/UNISSF(V) : 圧力水頭コンター図と流速ベクトル図

問い合わせ先

株式会社CRC総合研究所

西日本事業部 科学システム営業部

〒541 大阪市中央区久太郎町4-1-3

Tel.06-241-4121 (担当/岩崎)

E-Mail : iwasaki @ crc. co. jp

動作環境

Windows Ver. 3.1
CPU:80486DX 33MHz以上
RAM : 8MB以上
ハードディスク空容量 : 10MB以上

*Windowsは米国マイクロソフト社の商標です。