

長大斜張橋の静的挙動に関する考察

謝 旭¹・山口宏樹²・伊藤 学²

¹ 学生会員 工修 埼玉大学 大学院理工学研究科(〒338 埼玉県浦和市下大久保 255)

² 正会員 工博 埼玉大学教授 工学部建設工学科(〒338 埼玉県浦和市下大久保 255)

スパン 1000m を超える長大斜張橋では、大きな初期断面力及びケーブルのサグの影響などによって、より厳密にその力学特性を予測する必要性が高くなる。本論文では、幾何学的非線形性を合理的に考慮した斜張橋の解析方法を提案し、中央支間 1500m の設計案を例として、構造の面内荷重による非線形挙動及び面外の対風挙動を解析し、長大斜張橋の力学特性とケーブルや桁への風荷重の取り扱い方が橋の挙動結果に及ぼす影響を考察した。

Key Words : cable-stayed bridge, finite displacement analysis, static behavior, wind loading

1. まえがき

ここ 10 年あまりの間、内外で長大斜張橋が建設され、その適用限界スパンや超長大斜張橋の開発についての研究が多く研究者の注目を集めてきた¹⁾⁻⁵⁾。検討支間はすでに 1000 m を超えて、従来の吊橋の適用範囲と考えられている支間領域にまで達するようになっている。このような支間の長大化に伴い、安全性及び経済性を評価することが最も重要な課題となると同時に、これまでは問題とならなかった新たな力学挙動も生じる可能性があると考えられる。このため、適切な手段で構造の力学特性を予測する必要性が高まっているといえる。

斜張橋の有限変位解析や静的特性については既に幾つかの研究が報告されているが³⁾⁻⁹⁾、一般的には、スパン 1000 m までの斜張橋にとって、面内活荷重による構造挙動に及ぼす非線形性の影響は小さいといわれている。これに対して、スパンの長大化に伴ってケーブルのサグが増し、桁及び塔に大きな初期応力が生じることから、風荷重による面外変位が大きくなり、短支間の斜張橋では考えられないような影響を与えることが予想される。しかし、この点に関し、スパン 1000 m を超える長大斜張橋を対象とした検討は、これまでのところ少ない。また、超長大斜張橋の風による面外挙動については検討手法そのものを議論すべきところも少なくない。

本研究では超長大斜張橋の静的力学特性を解明するために、幾何学的非線形性を合理的に考慮した解析手法

を提案し、これを用いて中央スパン 1500 m の斜張橋案を例に、超長大斜張橋の面内挙動、及び面外風荷重による対風挙動を検討した。

2. 斜張橋の解析モデル

計算の自由度が膨大なることを避けるために、長大斜張橋を立体骨組構造としてモデル化する手法が一般的である。本研究においても同じ手法で構造をモデル化するが、任意の荷重を扱えるようにするために、部材に対してより合理的な定式化を行った。

有限変位解析においては、一般に、Lagrange 座標を用いて定式化するが、釣り合い式における変形状態の参照基準によって、Total Lagrangian と Updated Lagrangian とに分けることができる。前者では取り扱う変位が大きいため、柔ケーブルのような非線形性の強い部材に対しては高次の非線形項まで考慮しなければならず、解析が繁雑となる。そこで、本研究では、後者の手法を用いて有限要素法による定式化を行い、同時に、文献 10) の剛体変位除去手法を導入して変位後の部材局所座標を取り扱うこととする。

(1) 仮想仕事原理による部材の増分方程式

仮想仕事の原理によると、次の式が成立する。

$$\delta \Pi = \delta \Delta \bar{U} - \delta \Delta P \quad (1)$$

ここに、 $\Delta\bar{U}$ 及び $\Delta\bar{P}_e$ はひずみエネルギー増分と外力ポテンシャルエネルギー増分であるが、それぞれの変分 $\delta\Delta\bar{U}$ 、 $\delta\Delta\bar{P}_e$ は次のように表わされる。

$$\begin{cases} \delta\Delta\bar{U} = \int_V \left(\{\sigma^0\}^T + \{\Delta\sigma\}^T \right) \delta\{\Delta\varepsilon\} dv = \int_V \{\sigma\}^T \delta\{\Delta\varepsilon\} dv \\ \delta\Delta\bar{P}_e = \int_V \left(\{p^0\}^T + \{\Delta p\}^T \right) \delta\{\Delta u\} dz + \left(\{P^0\}^T + \{\Delta P\}^T \right) \delta\{\Delta u\}^e \end{cases} \quad (2)$$

ただし、 $\{\sigma^0\}$ 、 $\{\Delta\sigma\}$ は初期応力と応力増分、 $\{p^0\}$ 、 $\{\Delta p\}$ は初期分布荷重と分布荷重増分、 $\{P^0\}$ 、 $\{\Delta P\}$ は節点初期集中荷重と集中荷重増分である。

変位増分 $\{\Delta u\}$ により生じるひずみ増分 $\{\Delta\varepsilon\}$ は線形ひずみと非線形ひずみに分けて、次のように書ける。

$$\{\Delta\varepsilon\} = \{\Delta\varepsilon^L\} + \{\Delta\varepsilon^N\} \quad (3)$$

有限要素化を考えるために、形状関数 $[N]$ を導入すれば、線形ひずみと非線形ひずみは節点の変位増分 $\{\Delta u\}^e$ で次のように表示できる¹¹⁾。

$$\begin{cases} \{\Delta\varepsilon^L\} = [B_L] \{\Delta u\}^e \\ \{\Delta\varepsilon^N\} = \frac{1}{2} [A][G] \{\Delta u\}^e \end{cases} \quad (4)$$

式(2)~(4)を仮想仕事原理(1)に代入すれば、有限要素の増分方程式が次のように求められる。

$$([K_L] + [K_\sigma]) \{\Delta u\}^e = \{\Delta F\} \quad (5)$$

ここで、 $[K_L]$ 及び $[K_\sigma]$ は要素の線形剛性マトリックスと幾何剛性マトリックス、 $\{\Delta F\}$ は等価節点荷重ベクトルの増分であり、それぞれ次のように表せる。

$$[K_L] = \int_V [B_L]^T [D] [B_L] dv \quad (6)$$

$$[K_\sigma] = \int_V [G]^T [\sigma] [G] dv \quad (7)$$

$$\{\Delta F\} = \int_V [N]^T \{\Delta p\} dz + \{\Delta P\} \quad (8)$$

ただし、 $[D]$ は材料特性マトリックスを示す。

これらの式に基づき、各部材に対して有限要素法による定式化を以下にまとめておく。

(2) 桁及び塔要素の増分形有限変位方程式

本研究では、桁および塔部材をそれぞれ、その影響を考慮した空間薄肉はり及びその影響を無視する空間梁要素として定式化する。

図-1(a)、(b)に示すような、一軸対称の桁断面及び二軸対称の塔断面に対して、その変位場は次式で表わされる。



図-1 桁と塔の断面の変位場
G: 重心 S: セン断中心

図-1 桁と塔の断面の変位場

$$\text{桁} \begin{cases} U(x, y, z) = u_s - (y - y_s)\theta \\ V(x, y, z) = v_s + x\theta \\ W(x, y, z) = w_G - xu'_s - yv'_s - \omega_s\theta' \end{cases} \quad (9a)$$

$$\text{塔} \begin{cases} U(x, y, z) = u_s - y\theta \\ V(x, y, z) = v_s + x\theta \\ W(x, y, z) = w_G - xu'_s - yv'_s \end{cases} \quad (9b)$$

ここに、 u_s, v_s はせん断中心の x, y 方向変位、 w_G は重心の z 軸方向変位、 θ と ω_s はねじり角度および単位そりである。式(9)において、薄肉はりのそり項 $\omega_s\theta'$ については近似的に開断面と同じように表示したが、長スパンの開断面桁に対して、そり変位の影響は無視できるほど小さいため、誤差は小さいものと思われる。

一方、要素形状関数として Hermit の多項式を用い、軸方向変位 w_G 及び塔要素のねじり変位 θ を z の 1 次関数で、その他の変位を z の 3 次関数で近似する。すなわち、任意点の変位増分を部材両端の増分で次のように表わす。

$$\text{桁} \begin{cases} \Delta w_G = [N_w] [\Delta w_{G1} \ \Delta w_{G2}]^T \\ \Delta u_s = [N_k] [\Delta u_{s1} \ \Delta u'_{s1} \ \Delta u_{s2} \ \Delta u'_{s2}]^T \\ \Delta v_s = [N_k] [\Delta v_{s1} \ \Delta v'_{s1} \ \Delta v_{s2} \ \Delta v'_{s2}]^T \\ \Delta \theta = [N_k] [\Delta \theta_1 \ \Delta \theta'_1 \ \Delta \theta_2 \ \Delta \theta'_2]^T \end{cases} \quad (10a)$$

$$\text{塔} \begin{cases} \Delta w_G = [N_w] [\Delta w_{G1} \ \Delta w_{G2}]^T \\ \Delta u_s = [N_k] [\Delta u_{s1} \ \Delta u'_{s1} \ \Delta u_{s2} \ \Delta u'_{s2}]^T \\ \Delta v_s = [N_k] [\Delta v_{s1} \ \Delta v'_{s1} \ \Delta v_{s2} \ \Delta v'_{s2}]^T \\ \Delta \theta = [N_w] [\Delta \theta_1 \ \Delta \theta_2]^T \end{cases} \quad (10b)$$

ここに、

$$\begin{aligned} [N_w] &= [N_{w1} \ N_{w2}] = [1 - z/l_j \ z/l_j] \\ [N_k] &= [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4] = [1 - 3(z/l_j)^2 + 2(z/l_j)^3 \\ &\quad z - 2z^2/l_j + z^3/l_j^2 \ 3(z/l_j)^2 - 2(z/l_j)^3 \ -z^2/l_j + z^3/l_j^2] \end{aligned} \quad (11)$$

変位増分ベクトルを

$$\{\Delta u\}_{\text{girder}} = [\Delta w_G \ \Delta v_s \ -\Delta v'_s \ \Delta u_s \ \Delta u'_s \ \Delta \theta \ \Delta \theta']^T \quad (12a)$$

$$\{\Delta u\}_{\text{tower}} = [\Delta w_G \ \Delta v_s \ -\Delta v'_s \ \Delta u_s \ \Delta u'_s \ \Delta \theta]^T \quad (12b)$$

と定義し、また、変位増分 $\{\Delta u\}$ により生じる非線形ひずみ増分については

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon_z^N &= \frac{1}{2} \{ (\partial \Delta U / \partial z)^2 + (\partial \Delta V / \partial z)^2 + (\partial \Delta W / \partial z)^2 \} \\ &= \frac{1}{2} \{ (\partial \Delta U / \partial z)^2 + (\partial \Delta V / \partial z)^2 \}\end{aligned}\quad (13)$$

のように軸方向ひずみのみ考慮すれば、式(7)でのマトリックス $[G]$ は次式のように求められる。

$$[G]_{\text{girder}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & N'_1 & N'_2 & -(y-y_s)N'_1 & -(y-y_s)N'_2 \\ 0 & N'_1 & N'_2 & 0 & 0 & xN'_1 & xN'_2 \\ 0 & 0 & 0 & N'_3 & N'_4 & -(y-y_s)N'_3 & -(y-y_s)N'_4 \\ 0 & N'_3 & N'_4 & 0 & 0 & xN'_3 & xN'_4 \end{bmatrix}\quad (14a)$$

$$[G]_{\text{lower}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & N'_1 & N'_2 & -yN'_{w1} \\ 0 & N'_1 & N'_2 & 0 & 0 & xN'_{w1} \\ 0 & 0 & 0 & N'_3 & N'_4 & -yN'_{w2} \\ 0 & N'_3 & N'_4 & 0 & 0 & xN'_{w2} \end{bmatrix}\quad (14b)$$

式(13)では軸方向の非線形ひずみ ε_z^N のみ考慮したので、式(6)における応力マトリックス $[\sigma]$ は次のように σ_z しか含まない。

$$[\sigma]_{\text{girder}} = \sigma_z = \frac{P_z}{A} + \frac{M_x y}{I_{xx}} - \frac{M_y x}{I_{yy}} + \frac{M_{\omega} \omega_s}{I_{\omega\omega}}\quad (15a)$$

$$[\sigma]_{\text{lower}} = \sigma_z = \frac{P_z}{A} + \frac{M_x y}{I_{xx}} - \frac{M_y x}{I_{yy}}\quad (15b)$$

ここに、

$$I_{xx} = \int_A x^2 dA, \quad I_{yy} = \int_A y^2 dA, \quad I_{\omega\omega} = \int_A \omega_s^2 dA\quad (16a-c)$$

であり、 P_z 、 M_x 、 M_y 、 M_{ω} は断面の軸力、曲げモーメント、およびねじり曲げモーメントである。

閉断面の場合、その影響が小さいため、式(14a)において $M_{\omega} \omega_s / I_{\omega\omega}$ 項の影響を無視すれば、桁と塔部材の幾何剛性マトリックスは式(7)を積分して次のように表示される。

$$[K_{\sigma}] = [K_{P_z}] + [K_{M_x}] + [K_{M_y}]\quad (17)$$

ここに、 $[K_{P_z}]$ 、 $[K_{M_x}]$ 、 $[K_{M_y}]$ はそれぞれ軸力および曲げモーメントによって生じる要素の幾何剛性マトリックスを表す。計算にあたっては、両端の断面力と要素に作用する外力の釣り合い条件から応力を算定し、断面力の分布状態を考慮して、幾何剛性を評価する(付録を参照されたい)。

(3) 柔ケーブル要素の増分形有限変位方程式

支間の長大化に伴って、橋全体の剛性に対して果たすケーブルの役割が大きくなり、長大斜張橋の解析にあ

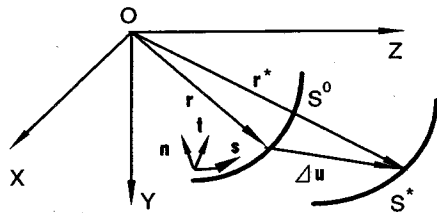


図-2 ケーブルの座標系及び変形

たっては、ケーブルの挙動を正確に取り扱うことが重要となる。現状では、任意の外乱による長大斜張橋の架設系及び完成系の挙動について不明な点が多く、このことから、ケーブルへ作用する荷重の影響をより厳密に調べることが必要である。このために、著者らは Updated Lagrangian 手法による曲線柔ケーブルの増分形有限変位方程式を誘導している¹³⁾。以下にその要点を示す。

図-2に示すように、ケーブルの軸線 s 、曲率平面と直交する法線 n 、及び曲率平面の法線 t から構成された曲線局所座標系の基ベクトル e_s 、 e_t 、 e_n は、空間固定デカルト座標の基ベクトル i 、 j 、 k を用いて以下のように表示される。

$$\begin{cases} e_s = e_{13}i + e_{23}j + e_{33}k = \frac{\partial r}{\partial s} \Big/ \left| \frac{\partial r}{\partial s} \right| \\ e_t = e_{12}i + e_{22}j + e_{32}k = \frac{\partial^2 r}{\partial s^2} \Big/ \left| \frac{\partial^2 r}{\partial s^2} \right| \\ e_n = e_{11}i + e_{21}j + e_{31}k = e_s \times e_t \end{cases}\quad (18)$$

また、両座標系間の変換マトリックスは曲線座標の基ベクトルからなるマトリックス $[e]$ で表示できる。

$$[e] = [e_n \ e_t \ e_s] = \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \end{bmatrix}\quad (19)$$

一方、柔ケーブルの断面力は軸力しか生じないから、ひずみエネルギー増分の変分 $\delta \Delta \bar{U}$ は

$$\delta \Delta \bar{U} = \int_1 (T^0 + \Delta T) \delta \Delta \varepsilon ds\quad (20)$$

と表せる。ここで、 T^0 及び ΔT はケーブルの初期張力と張力増分である。

本論文ではケーブルを曲線要素で表し、図-3に示すように、1要素につき4節点を設ける。形状関数を $[N(s)]$ とすれば、要素内部の変位増分と空間座標はそれぞれ節点変位、節点座標で以下のように表わされる。

$$\begin{cases} \Delta u(s) = [N(s)] [\Delta u_1, \Delta u_2, \Delta u_3, \Delta u_4]^T = [N] \Delta u^0 \\ X(s) = [N(s)] [X_1, X_2, X_3, X_4]^T = [N] X^0 \end{cases}\quad (21)$$

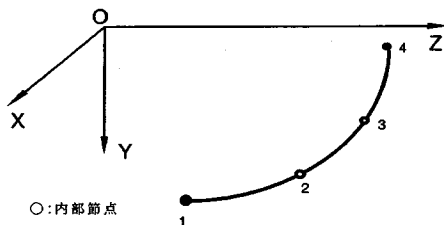
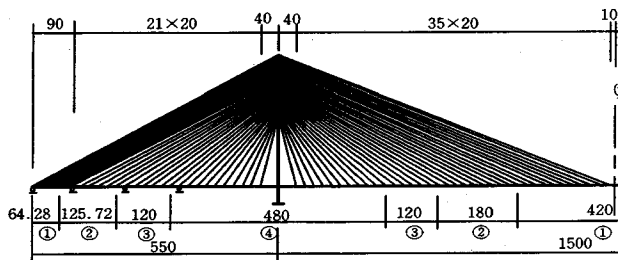


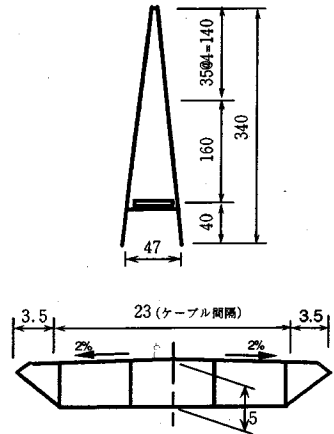
図-3 曲線ケーブル要素

表-1 断面諸元 (単位: m² or m⁴)

部材	①	②	③	④	一本塔柱
断面積	1.428	1.815	2.104	2.385	1.792
I _x (面内)	6.090	7.832	9.095	10.301	29.149(塔面内)
I _y (面外)	113.73	144.71	166.66	188.71	45.438(塔面外)
ねじり定数	12.22	16.72	19.15	22.99	40.445
ケーブル断面積(片面一本): 0.007502-0.018755					



(a)橋の側面図



(b)塔の形状と桁断面

(単位:m)

図-4 スパン1500m長大斜張橋モデル

ここに、 $\mathbf{X}(s)$ と \mathbf{X}^* は要素内部及び節点での空間座標ベクトルである。また $\Delta\mathbf{u}^*$ は節点変位ベクトルの増分を示す。

曲率の影響を考慮するものとし、柔ケーブルの線形ひずみ増分 $\Delta\epsilon^L$ と非線形ひずみ増分 $\Delta\epsilon^N$ を

$$\Delta\epsilon^L = \frac{\partial\Delta u_s}{\partial s} - \frac{\Delta u_t}{R} \quad (22)$$

$$\Delta\epsilon^N = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial\Delta u_n}{\partial s} \right)^2 + \left(\frac{\partial\Delta u_t}{\partial s} + \frac{\Delta u_s}{R} \right)^2 + \left(\frac{\partial\Delta u_s}{\partial s} - \frac{\Delta u_t}{R} \right)^2 \right] \quad (23)$$

のように表すと、式(6)、(7)でのマトリックス $[\mathbf{B}_L]$ 、 $[\mathbf{G}]$ は次のように書かれる。

$$[\mathbf{B}_L] = \frac{\partial^2 \mathbf{X}^T}{\partial s^2} [\mathbf{N}] + \frac{1}{J} \mathbf{e}_s^T \frac{\partial [\mathbf{N}]}{\partial \xi} - \sqrt{\left(\frac{\partial^2 X}{\partial s^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 Y}{\partial s^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 Z}{\partial s^2} \right)^2} \mathbf{e}_n^T [\mathbf{N}] \quad (24)$$

$$[\mathbf{G}] = \left[\frac{1}{J} \frac{\partial N_1}{\partial \xi} [\mathbf{e}]^T + N_1 \frac{\partial [\mathbf{e}]}{\partial s} + \frac{N_1}{r} [\mathbf{e}^*] \right], \dots, \left[\frac{1}{J} \frac{\partial N_4}{\partial \xi} [\mathbf{e}]^T + N_4 \frac{\partial [\mathbf{e}]}{\partial s} + \frac{N_4}{r} [\mathbf{e}^*] \right] \quad (25)$$

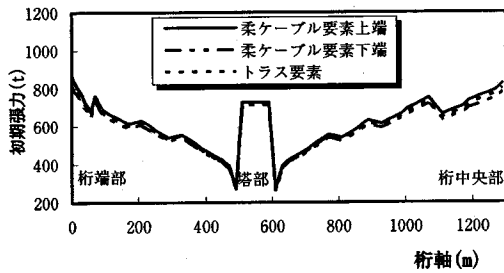
ここに、 R は増分変形前のケーブル形状の曲率半径である。また、 J はJacobianを表わし、マトリックス $[\mathbf{e}^*]$ は次式で定義している。

$$[\mathbf{e}^*] = \begin{bmatrix} e_{13} & e_{23} & e_{33} \\ 0 & 0 & 0 \\ -e_{11} & -e_{21} & -e_{31} \end{bmatrix} \quad (26)$$

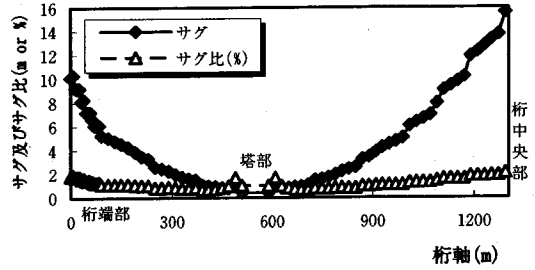
Gauss 積分法を用いて式(6)と式(7)の積分を評価すれば、柔ケーブル要素の剛性マトリックスが算出される。

3. 超長大斜張橋の静的挙動

本研究では、以上のように定式化された要素の剛性方程式を用いて、立体有限変位解析プログラム NACSB (Non-linear Analysis of Cable Stayed Bridge)を開発し、文献14)に示されている中央スパン1500mの斜張橋モデル(表-1、図-4)を解析して、超長大斜張橋の面内活荷重および面外風荷重による静的挙動を検討した。と同時に、解析手法の差異による影響についても幾つかの考察を加えた。なお、スパン1000mを超える長大斜張橋では全



(a) 初期張力



(b) 初期サグ, サグ比

図-5 ケーブルの初期状態 (半橋片面)

側剛性の確保や経済性などの点から側径間の支点が不可欠という結論がすでに多くの研究により得られている。そこで、本研究においても解析モデルをより現実的にするために、側径間に三つの補助支点を設けている。

また、各斜張ケーブルは前述の柔ケーブル要素1要素でモデル化している。

(1) ケーブル初期張力及び橋初期状態の設定

斜張橋の経済設計上、重要な役割を果たすケーブル初期張力の決定については、これまでに多くの研究がなされている。ここでは文献15)で提案された方法を採用し、完成時において桁に発生する曲げモーメントを全長にわたり極力0に近づくように平滑化し、かつ塔の曲げモーメントが発生しないという条件からケーブルのプレストレスを決定した。すなわち、ケーブル定着点を支点とした連続桁に死荷重を作用させてその仮想支点の反力を求め、それを鉛直成分として持つように中央支間のケーブル張力を求めた。塔を挟み相対する側径間のケーブル張力については、その水平成分を等しくする条件から算出した。さらに、ケーブル間隔を密に配置する桁端部ではカウンターウェイトを設置し、ケーブル張力の鉛直成分が釣り合うようにしている。

従来、サグを有するケーブルを直線トラス部材でモデル化し、ケーブルの初期張力を決定することが行われていた。しかし、スパンの長大化に伴って、ケーブルのサグが急激に増えるため、初期張力の算出にある程度の影響を与えることが予想される。このことを検証するため、本研究ではケーブルをトラス直線要素、およびサグを有する柔ケーブル要素でモデル化し比較を行った。結果として、図-5(a)に示すように、スパン1500m程の超長大斜張橋においても、トラス要素の結果は柔ケーブル要素と大きな差を生じていない。これは、図-5(b)に示すように、ケーブルのサグは支間の増加によって急速に増えるものの、サグ比の変動は小さいためと考えられる。なお、最下段のケーブルは定着間隔が大きいので、反力が最下段のケーブル支点に集中し、初期張力およびサグ比の変動が大きくなっている。

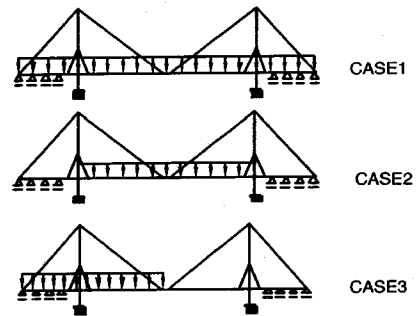


図-6 活荷重のケース

(2) 面内荷重による幾何学的非線形性の影響

長大斜張橋の面内荷重による幾何学的非線形挙動はケーブルのサグ、桁や塔などの初期断面力、及び活荷重による構造の形状変化によって生じる。短支間の斜張橋に対して非線形挙動がほとんど見られないということは既に多くの研究で認められているが、支間の長大化に伴い、サグと初期断面力の増加、及び活荷重による著しい形状変化のため、幾何学的非線形挙動が生じる可能性があるなど、長大斜張橋では多くの不明な点が残っている。ここでは、図-4に示した構造モデルを対象として、中央支間1500mの超長大斜張橋完成系に対して、面内静的挙動を検討する。図-6に示すように、3種類の面内(活)荷重を考え、荷重の強度は3.93t/m (TL-20)とした。

幾何学的非線形性が構造物の挙動結果に及ぼす影響を考察するために、図-6に示す荷重ケースに対して、非線形解析、初期状態の接線剛性を用いる線形化有限変位解析、および線形解析を行った。なお、ケーブルには内部節点を有する柔要素を用いていることから、剛性評価にケーブル張力は不可欠であり、線形解析においてもケーブルの初期張力を考慮している。これによって、厳密には線形解析とは言えないが、桁及び塔の初期軸力も考慮する解析法と区別するために、本論文では「線形解析」と呼ぶこととする。

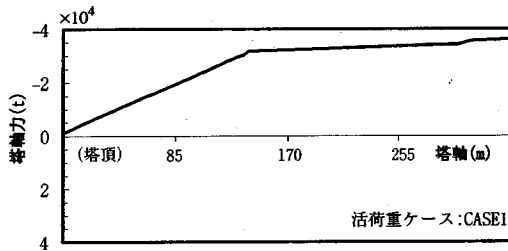
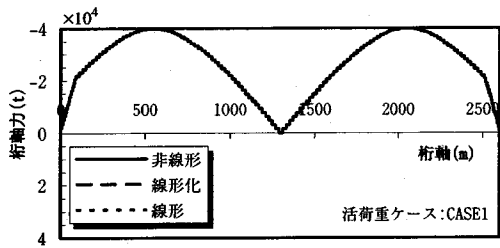


図-7 桁と塔の軸力

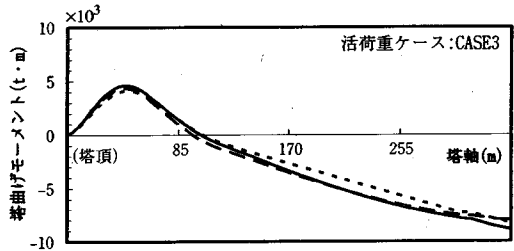
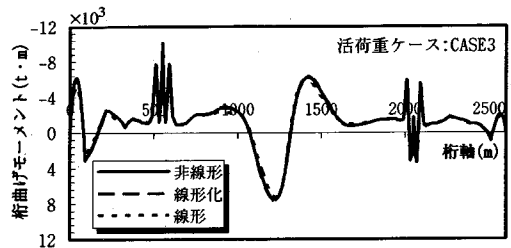


図-9 桁と塔の曲げモーメント(橋面内)

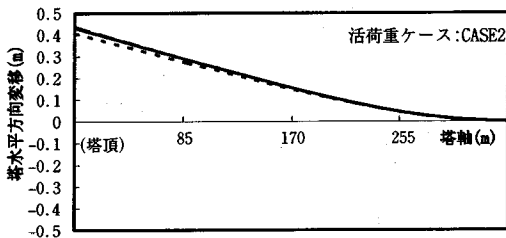
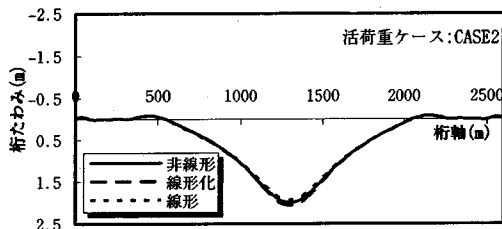


図-8 桁と塔の変位(橋面内)

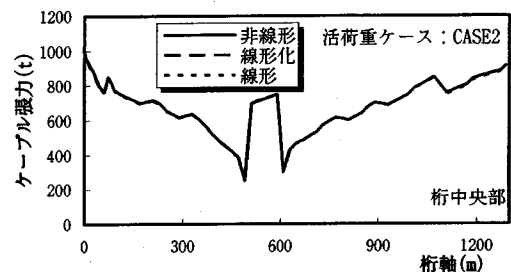


図-10 塔に定着端のケーブル張力(半橋片面)

比較解析の結果、三つの荷重ケースに対して幾何学的非線形性の影響はいずれも小さいことが判明した。桁と塔の一部結果を図-7-9に示す(簡単のため、本論文に示す曲げモーメント及び変位は、各節点での値を直線により連結したものとしている。また、塔については塔柱一本に着目したものである)。図より明らかなように、スパン1500m程度の長大斜張橋でも非線形性の影響が見られない。特に、軸力については三つの解析法による結果はほぼ一致している。桁と塔の曲げモーメントについては解析法によってある程度の差が見られるが、初期接線剛性を用いた線形化有限変位解析と非線形解析との差が小さいのに対して、線形解析から得られた結果は桁の側径間部及び塔において約10%程の差をもたらす

場合もある。これは橋面内の剛性に対してケーブルの剛性寄与の割合が大きいため、桁剛性の変化の構造全体への影響が小さくなるためと考えられる。また、死荷重に比べて、活荷重により生じる部材の軸力変化が小さいので、初期接線剛性を用いた線形化有限変位解析法によっても大きな差を招かないと考えられる。

また、活荷重載荷時のケーブル張力を比較したものが図-10である。これと図-5(a)の初期張力とを比較して明らかなように、活荷重によるケーブルの張力変化は総張力に占める比率が小さいため、三つの解法による差はほとんど見られない。

長大斜張橋の非線形性の度合いをさらに考察するために、活荷重強度を変化させた解析を行った。図-11はその結果であり、活荷重CASE2による桁中央点たわみと塔頂水平変位の荷重-変位曲線を示したものである。同図に示されるように、活荷重が設計強度の5倍程度に大きくなったとしても斜張橋完成系の幾何学的非線形性はあまり強くない。また、荷重の増加に伴い、ケーブル張力が増え、構造の面内剛性を高めるため、非線形解析から得られた変位は接線剛性を用いた線形化有限変位

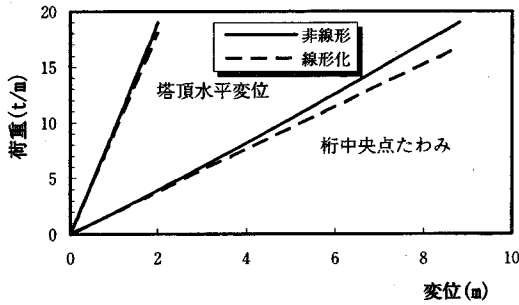


図-11 荷重—変位曲線

解析のより小さくなる。

以上より、スパン 1500 m 程度の超長大斜張橋完成系でも非線形性は著しくなく、設計活荷重による構造挙動を解析する際に、初期接線剛性を用いた線形化有限変位解析で十分な精度の断面力と変位が得られるといえる。

(3) 面外風荷重による静的対風挙動

ケーブルの面外剛性が低いため、斜張橋は面外の風荷重に対して桁自身で抵抗する部分の割合が多くなる。スパンの長大化による桁圧縮力の増加に伴い、橋全体の面外剛性が急速に低くなることから、耐風安定性は超長大斜張橋の設計において最も重要な問題の一つとなる。

従来、斜張橋の静的耐風性を検討する際、一般的に、構造の変形に依存しない固定風荷重を取り扱ってきた。しかし、1000 m を超える長大斜張橋は風荷重により大きな変位を生じ、形状が変化することで新しい風荷重状態を招いて、対風挙動に大きな影響を与える。このため、長大斜張橋の耐風特性を把握するには、より厳密に解析を行うことが必要である。

文献 8) では桁の荷重状態変化の影響を考慮して、スパン 1000 m の長大斜張橋のねじり安定性を考察している。しかし、ケーブルについては部材へ作用する風荷重の影響を考慮しておらず、厳密な取り扱いがなされていない。長大斜張橋の対風挙動を検討する際、特に風速が大きい場合に、ケーブルは風向方向にもたわんで張力の変化を招き、それが橋面内の変位と断面力に対して影響を及ぼすことが考えられる。

超長大斜張橋の対風挙動が明確にされていない現状においては、より厳密にこれらの影響の度合いを検討する必要があると思われる。

図-12 に示すような、桁断面が受ける桁単位長あたりの空気力成分、抗力 D 、揚力 L 及び空力モーメント M は次のように表示される。

$$\begin{cases} D(\alpha) = 0.5\rho V^2 A_n C_D(\alpha) \\ L(\alpha) = 0.5\rho V^2 B C_L(\alpha) \\ M(\alpha) = 0.5\rho V^2 B^2 C_M(\alpha) \end{cases} \quad (27)$$

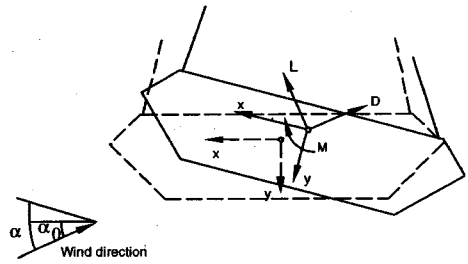


図-12 風荷重を受ける桁断面

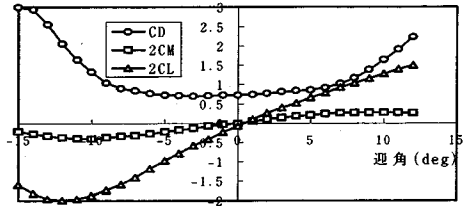


図-13 風荷重の三分力係数⁸⁾

ここで、 B は桁幅、 A_n は風向方向投影高さ、 α は風向が桁の軸となす迎角、 ρ は空気密度である。

本研究では、文献 8) の風荷重三分力係数 C_D 、 C_L 、 C_M (図-13) を用いて、図-4 に示した構造モデルの対風挙動を検討した。計算の際、ケーブルと塔の抗力係数はそれぞれ 0.7、1.2 としている。また各部材の設計風速は $U_z = (Z_0/10)^{1/7} U_{10}$ を用いて決めた。ここに、高度 Z_0 は鉛直プロファイルを考慮する節点の高さ(ケーブル部材)、或いは要素の平均高さ(他の部材)である。

風荷重の取り扱い方が斜張橋の対風挙動解析結果に与える影響を調べるために、ケーブルへの分布風荷重と桁の三分力の考え方として 3 つの場合を考えた。つまり、(1) 桁の三分力を変位依存とし、ケーブルには分布風荷重を考えた解法、(2) 桁の三分力を変位依存とし、ケーブルの風荷重を集中して要素両端の節点に分配する解法、(3) 桁の風荷重を変位によらない抗力のみを考え、かつケーブルの分布風荷重を考えない慣用の耐風解析法である。

図-14 は迎角 $\alpha_0 = 0^\circ$ の場合の完成系着目点の橋面内及び面外挙動の解析結果の比較である。図-14(a)(b) よりわかるように、ケーブルへの風荷重の取り扱い方の違いは、面外挙動に対して影響が小さいものの、面内挙動への影響が風速の増加に従って大きくなっている。特に、風速が 60m/s を超えると、ケーブルへの風荷重の取り扱い方によって、面内挙動に対して大きな差を生じる。また、慣用の耐風解析法(3)の場合、桁の揚力と空力モーメントの影響も無視したため、面内において大きな差をもたらす。このように、長大斜張橋の耐風性照査にあたって、場合によっては、ケーブルへの風荷重による張力

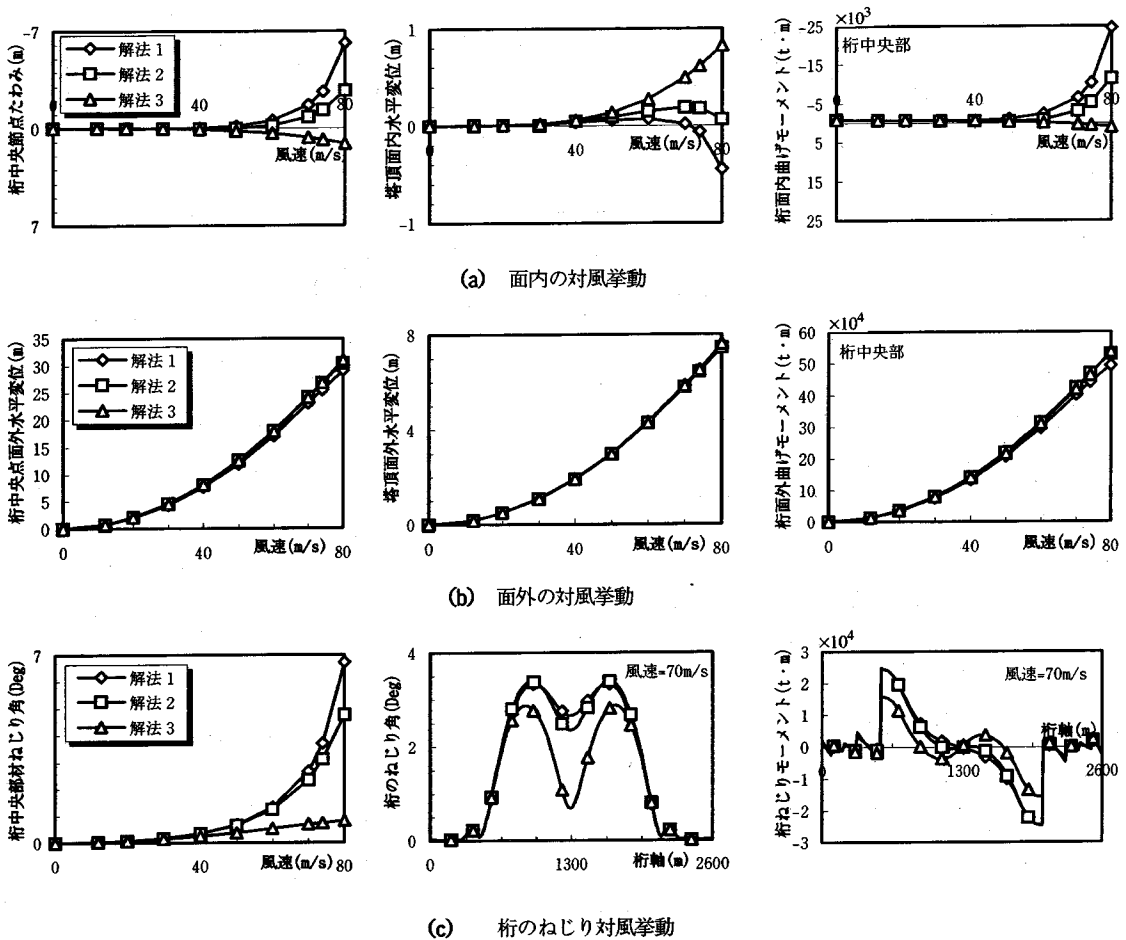


図-14 完成系の対風挙動

変動の影響を考慮する手法で取り扱うことが必要となる。また、設計風速が大きい場合に、ケーブル張力の変動や桁に作用する揚力と空力モーメントによって橋軸直角方向の風荷重でも面内の安定性が問題となり得ることに注意すべきであろう。

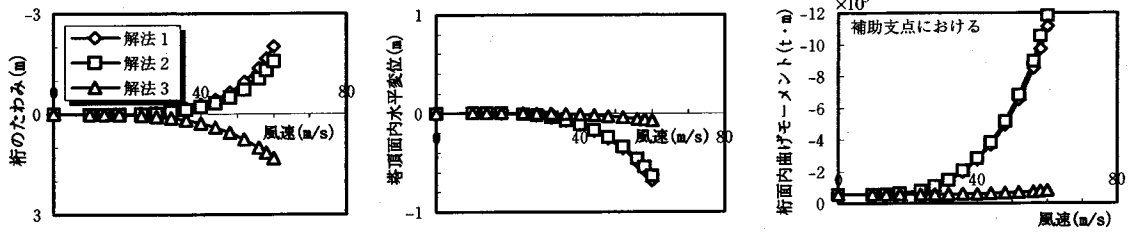
同図(c)に示したように、風速の大きい場合、風荷重の取り扱い方は桁のねじり結果に対しても大きな影響を与える。長大斜張橋のねじり対風挙動を考察する際、厳密にケーブルへの風荷重を取り扱うことも必要であるといえる。

このように、風荷重の取り扱い方の違いにより、斜張橋の面外対風挙動結果に与える影響は小さいのに対して、面内とねじりの対風挙動結果には大きな影響を与える。その理由としては次のように考えられる。ケーブル張力の変動は面外より面内変形に対して影響が大きく、風荷重の増加に伴い、桁と塔に定着点の張力成分が変化するため、面内方向に異なる荷重状態を生じる。また、桁の風荷重として、図-13 に示した桁の抗力係数は $\alpha=0^\circ$ 付

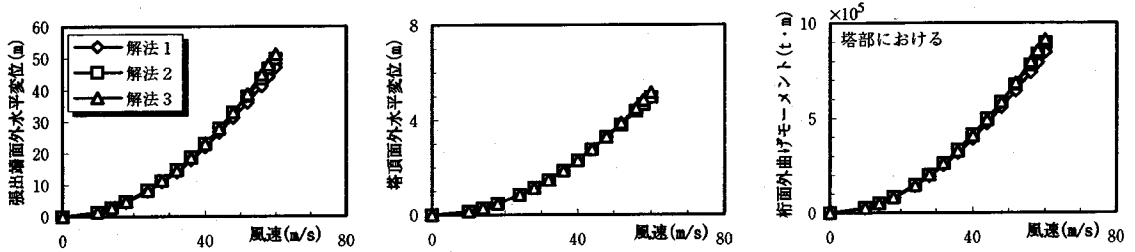
近の迎角に対してはほぼ一定であるため、桁に作用する面外の風荷重条件が構造の変形によってほとんど変わらない。一方、揚力および空力モーメントは迎角の増加に従って大きくなり、風速が大きい場合に、面内およびねじり風荷重が大きく異なる。

図-15 は完成系の半分を対象とする架設系の対風挙動解析の結果である。図に示すように、長大斜張橋の架設系では、桁の張出端が自由で、構造の剛性が小さくなるため、低風速域でも桁の揚力と空力モーメントを無視することによって橋面内対風挙動にかなり大きな差をもたらす。一方、面外においては完成系と同じように、風荷重の取り扱い方によって大きな違いを生じない。しかし、剛性が小さいため、風速の増加に伴い、塔部における桁の断面および張出端には大きな応答を生じる。

また、対象とする風速が完成系より低いため、ケーブルへ作用する風荷重は、架設系の面内と面外の対風挙動に対してある程度の影響を与えるが、大きな差が見られない。



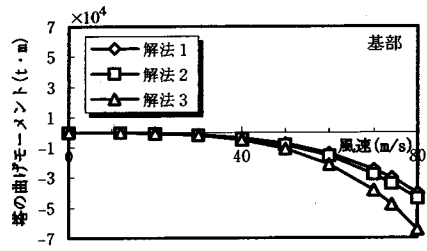
(a) 架設系の対風面内挙動



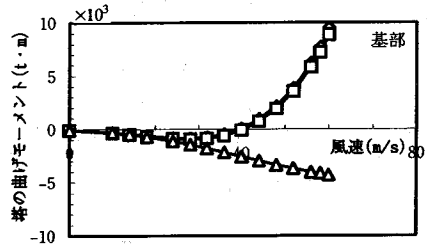
(b) 架設系の対風面外挙動

図-15 架設系の対風挙動

図-16 は塔基部の橋面内曲げモーメントである。図に示すように、風荷重の取り扱い方は完成系と架設系との塔基部の断面力にも影響を及ぼす。これは、ケーブルが桁と塔とを繋ぐため、桁及びケーブルの対風挙動が塔に対しても大きな影響を与えるためと考えられる。特に、架設系の場合、中央支間の剛性が小さいため、風荷重の取り扱い方によって得られた桁たわみはかなり異なる結果となる。



(a) 完成系の塔基部曲げモーメント



(b) 架設系の塔基部曲げモーメント

図-16 塔基部の橋面内曲げモーメント

4. まとめ

本研究では、幾何学的非線形性を考慮した斜張橋の増分方程式を有限要素法により定式化し、スパン1500 mの設計案を例として初期張力の設定、活荷重による面内挙動解析、および面外風荷重による対風挙動解析を行って幾つかの考察を加えた。得られた結論を要約すると以下のとおりである。

(1) 側径間に補助支点を有する中央スパン1500 mの超長大斜張橋では、面内設計活荷重によって生じる幾何学的非線形性があまり強くない。したがって、設計の際には、初期接線剛性を用いる線形化有限変位解析法で十分な精度が得られるといえる。

(2) 桁に作用する空気力の扱いが斜張橋の対風挙動解析に及ぼす影響は、桁の空気力特性によって異なるものの、風速が大きい場合に、面内とねじりの対風挙動に対して大きな影響を与える。

(3) ケーブル張力の変動は桁の面内断面力および変位に影響するため、風速の大きい場合に、ケーブ

ルへの風荷重の取り扱いによって、斜張橋の面内とねじり対風挙動の解析結果に違いが生じる。支間の長大化に伴い、適切にケーブルの風荷重を取り扱うことが必要となる。

(4) 斜張橋の架設系は橋面内剛性が低いため、風荷重の取り扱い方の影響度合いは完成系より大きくなる。また、スパン1500 mの超長大斜張橋の架設系は低風速域でも桁に大きな面外変位と断面力が生じ、実現には施

工対策が不可欠であるといえる。

なお、静的挙動をより厳密に把握するためには、弾塑性有限変位解析を行うことが必要であると考えられ、今後検討を進める予定である。

付録：二軸曲げモーメントを考慮した梁要素の幾何剛性マトリックス

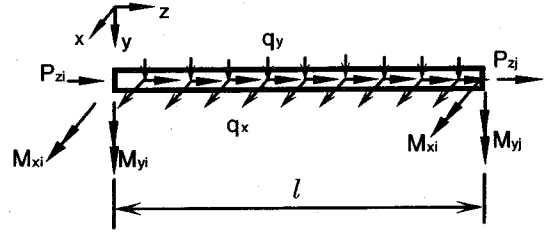
ここでは、その影響を無視した塔要素について、二軸曲げモーメントを考慮した幾何剛性マトリックスを示す。また、桁要素についての幾何剛性マトリックスも同様な手法で求められる。

付図-1に示すような、荷重を受ける要素の釣り合い条件から断面力は次のように表せる。

$$\begin{cases} P_z = -P_{zi} + (P_{zi} + P_{zj})z/l \\ M_x = -M_{xi} + [(M_{xi} + M_{xj})/l + 0.5q_y z]z - 0.5q_y z^2 \\ \quad = -M_{xi} + a_x z + b_x z^2 \\ M_y = -M_{yi} + [(M_{yi} + M_{yj})/l - 0.5q_x z]z + 0.5q_x z^2 \\ \quad = -M_{yi} + a_y z + b_y z^2 \end{cases} \quad (\text{付1})$$

次に式(14b)、(15b)及び(付1)を式(7)に代入して、求められた幾何剛性マトリックスの上三角部の非零項要素を表す。

$$\begin{aligned} K_{\sigma_{2,2}} = K_{\sigma_{4,4}} = K_{\sigma_{8,8}} = K_{\sigma_{10,10}} = -K_{\sigma_{2,8}} = -K_{\sigma_{4,10}} &= \frac{6(P_{zj} - P_{zi})}{10l} \\ -K_{\sigma_{2,3}} = K_{\sigma_{4,5}} = K_{\sigma_{3,8}} = -K_{\sigma_{5,10}} &= \frac{P_{zj}}{10} \\ -K_{\sigma_{2,9}} = K_{\sigma_{4,11}} = K_{\sigma_{8,9}} = -K_{\sigma_{10,11}} &= -\frac{P_{zi}}{10} \\ K_{\sigma_{3,3}} = K_{\sigma_{5,5}} = \frac{(P_{zj} - 3P_{zi})l}{30}; \quad K_{\sigma_{3,9}} = K_{\sigma_{5,11}} &= -\frac{(P_{zj} - P_{zi})l}{60} \\ K_{\sigma_{9,9}} = K_{\sigma_{11,11}} &= \frac{(3P_{zi} - P_{zj})l}{30} \\ K_{\sigma_{2,6}} = -K_{\sigma_{2,12}} = -K_{\sigma_{6,8}} = K_{\sigma_{8,12}} &= \frac{M_{yi}}{l} - \frac{a_y}{2} - \frac{3b_y l}{10} \\ K_{\sigma_{3,6}} = -K_{\sigma_{3,12}} = -K_{\sigma_{6,9}} = K_{\sigma_{9,12}} &= \frac{a_y l}{12} + \frac{b_y l^2}{15} \\ K_{\sigma_{4,6}} = -K_{\sigma_{4,12}} = -K_{\sigma_{6,10}} = K_{\sigma_{10,12}} &= \frac{M_{xi}}{l} - \frac{a_x}{2} - \frac{3b_x l}{10} \\ K_{\sigma_{5,6}} = -K_{\sigma_{5,12}} = -K_{\sigma_{6,11}} = K_{\sigma_{11,12}} &= \frac{a_x l}{12} - \frac{b_x l^2}{15} \\ K_{\sigma_{6,6}} = -K_{\sigma_{6,12}} = K_{\sigma_{12,12}} &= \frac{(\beta_x M_y - \beta_y M_x)}{l} + \\ & \frac{(\beta_y a_x - \beta_x a_y)}{2} + \frac{(\beta_y b_x - \beta_x b_y)l}{3} + \frac{I_{pp}(P_{zj} - P_{zi})}{2Al} \end{aligned}$$



付図-1 要素の断面力

ここに、

$$\begin{aligned} \beta_y &= \frac{\int y(y^2 + x^2)dA}{I_{yy}} \\ \beta_x &= \frac{\int x(y^2 + x^2)dA}{I_{xx}} \\ I_{pp} &= \int_A (y^2 + x^2)dA \end{aligned}$$

参考文献

- 1) 成田, 宮田, 藤野, 長井: 斜張橋の国際セミナー報告—パネルディスカッションを中心として—, 橋梁と基礎, Vol. 26, No. 6, pp.24-28, 1992.
- 2) Gimsing, N. J. (大塚久哲訳): 超長大支間の斜張橋, 橋梁と基礎, Vol. 23, No.6, pp.34-40, 1989.
- 3) 長井, 佐野, 遠藤, 奥井: 長大斜張橋に発生する垂直応力の予測と適用支間に関する検討, 土木学会構造工学論文集, Vol.35A, pp.1031-1043, 1989.3.
- 4) 長井, 藤野: 1000mを超える自定式斜張橋の構造形態に関する主に静的挙動からの一考察, 土木学会構造工学論文集, Vol. 38A, pp.1161-1174, 1992.3.
- 5) 浅野 浩一: 1000mを超える長大斜張橋の開発研究, 長岡技術科学大学修士学位論文, 1993. 2.
- 6) 森, 佐野, 森本, 長井他: ケーブル部材を含む骨組構造の立体非線形解析—斜張橋への適用—, 川崎重工技報, No. 88, pp.79 - 87, 1985.4.
- 7) Nazmy, A. S. and Abdel-Ghaffar, A. M. : Three-Dimensional Nonlinear Static Analysis of Cable-Stayed Bridges, *Computers & Structures*, Vol.34, No.2, pp.257-271, 1990.
- 8) Boonyapinyo, V., Yamada, H. and Miyata, T. : Nonlinear Buckling Instability Analysis of Long-Span Cable-Stayed Bridge Under Displacement-Dependent Wind Load, *Journal of Structural Engineering, JSCE*, Vol.39A, pp.923-936, 1993.3.
- 9) 前田, 林, 瀬戸内, 中村他: 長大斜張橋の立体有限変位解析, 土木学会構造工学論文集, Vol. 41A, pp.443-454, 1995.3.

- 10) 前田, 林: 立体骨組構造物の有限変位解析, 土木学会論文報告集, No.253, pp.13 - 26, 1976.9.
- 11) 小松定夫: 構造解析学 20 年の歩み—補遺, 小松定夫先生退官記念論文集, pp.1-21, 1987.
- 12) 吉田 裕: 有限要素による幾何学的非線形構造解析法の現状と課題, 土木学会論文集, No. 374/I-6, pp.25 - 37, 1986.10.
- 13) 謝, 伊藤, 山口: Updated Lagrangian 手法による柔ケーブルの非線形解析, 土木学会構造工学論文集, Vol. 41A, pp.427-434, 1995.3.
- 14) 野村, 中崎, 成田, 前田他: 長大吊形式橋梁の構造特性と経済性, 土木学会構造工学論文集, Vol. 41A, pp.1003-1014, 1995.3.
- 15) 長井, 赤尾, 佐野, 井澤: 3 径間連続マルチケーブル斜張橋の基本形状決定に関する一考察, 土木学会論文集, Vol. 362/I-4, pp.343-352, 1985.
- 16) 岡内, 伊藤, 宮田: 耐風構造, 丸善, 1977. (1995.6.28.受付)

STATIC BEHAVIORS OF LONG-SPAN CABLE-STAYED BRIDGE

Xu XIE, Hiroki YAMAGUCHI and Manabu ITO

In this paper, the geometrical nonlinear analysis of three-dimensional, long-span cable-stayed bridges is formulated to investigate their static behaviors.

A cable-stayed bridge with 1500m center span is analysed as an example. The static nonlinear behaviors of the bridge under the in-plane live loads as well as those under the displacement-dependent, out-of-plane wind loads are discussed in detail. The analytical results show that the effect of geometrical nonlinearity in the in-plane loading is not remarkable but that the nonlinearity under the wind loading due to the wind-induced deformation of the bridge can be very significant.