

超長大吊橋補剛桁のフラッター安定化に関する研究

松本 勝¹・浜崎 博²・吉住文太³

1正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科 (〒606 京都府京都市左京区吉田本町)

2正会員 工修 富士総合研究所 研究開発第一部 (〒108 東京都港区海岸3-2-12)

3学生員 京都大学大学院工学研究科土木工学専攻 (〒606 京都府京都市左京区吉田本町)

近年、長大橋梁の建設が盛んになるにつれ、フラッターをはじめとする動的振動現象が重要な問題となってきている。本研究では、矩形断面、楕円断面、逆三角形断面等の構造基本断面について風洞実験を行った結果から非定常空気力係数を求め、これらの断面のフラッター特性について実証的に考究するとともにフラッターに有利な断面の空力特性を検討した。さらに、フラッター現象についてその発生機構を明らかにするため、非定常空気力係数とフラッターの発生機構との関連について検討した。

Key Words : aerodynamic derivatives, flutter mechanism, flutter analysis, unsteady pressure

1. 序

近年、高強度鋼の開発にとともに吊橋の長大化が可能となり、また、溶接技術の進歩によりすべり摩擦に伴うエネルギーの散逸が減少することにより桁の水平変形量及びねじれ変形量が大幅に増加し、さらに固有振動数及び構造減衰が大幅に低下している。このことにより、超長大吊橋では、風による動的振動現象が発生しやすくなっており、より耐風性に優れた安定化策が必要とされている。現在、各研究機関によって多くの研究が行われている。佐藤ら¹⁾は、超長大吊橋の箱桁を仮定し、その箱桁のグレーチングの開口率を変化させることによる、耐風安定性への影響について調べた。日下部ら²⁾は、断面周りの流体制御に注目し、鉛直板の振動を制御することによってフラッターの発現の阻止を目指した。フラッター制御にはこのように様々なアプローチが考えられるが、本研究では、断面周りの流れのパターンの制御に着目し、より優れたフラッター安定性を持つ桁断面の提案を最終目標とした。

2. フラッター発生機構

一般に構造物に作用する空気力は、時間的に変動しない定常(静的)空気力と時間的に変動する非定常(動的)空気力に分類される。そのうち非定常空気力は、構造物の振動性状に影響されることが少なく強制的な外力(強制振動)として作用する空気力と、流れの中の物体が振動することによって励起さ

れる自励的特性(自励振動)をもつ空気力とに分けられる。

非定常空気力が自励的特性を有することにより発生する自励振動現象として、例えば、たわみ・ねじれ振動が連成する連成フラッター、ねじれ振動が卓越するねじれフラッター、たわみ振動が卓越するギャロッピング、および渦励振が挙げられる。以上の空力不安定現象のうちフラッター振動、ギャロッピング振動は、いったん発生すると構造物の破壊につながりかねない危険な現象である。特に長大橋梁の桁あるいは床板部を対象とすれば、連成フラッターとねじれフラッター³⁾の発生の可能性が知られている。しかし、このフラッター現象の発生メカニズムについてはなお未解明の部分が多い。本研究では、このフラッター現象のメカニズムを明らかにするために、以下のような(1)非定常空気力係数間の従属性、(2)自由度間の連成作用を考えた解析法、を考えた。

(1) 非定常空気力係数とその従属性

長大橋梁の桁断面のフラッターを考える場合には、桁断面が流体(この場合風)から受ける非定常な力をいかに正確に評価できるかが重要な課題の一つである。たわみとねじれの連成振動をする桁断面に作用する非定常揚力 L 、非定常モーメント M は8個の非定常空気力係数を用いて次式のように表される⁴⁾。

$$L = \frac{1}{2} \rho (2b) U^2 \left[kH_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + kH_2^* \frac{b\dot{\phi}}{U} + k^2 H_3^* \phi + k^2 H_4^* \frac{\eta}{b} \right],$$

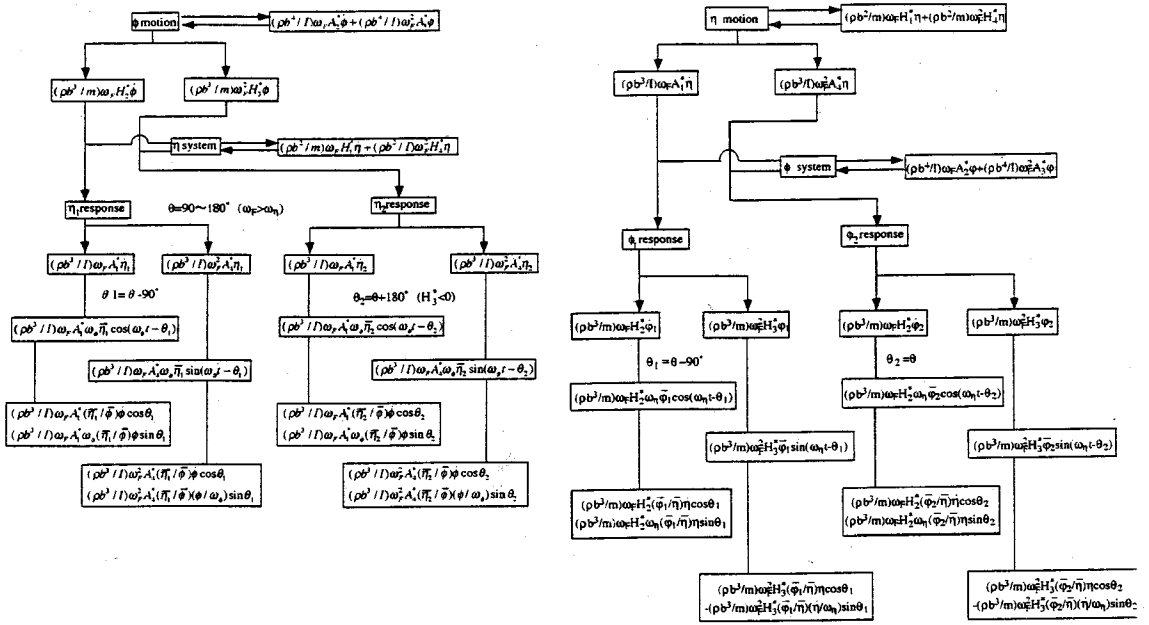


図-1 ねじれ分枝(左)及びたわみ分枝(右)における非定常空気力係数の相関図

$$M = \frac{1}{2} \rho (2b)^2 U^2 \left\{ kA_1^* \frac{\dot{\eta}}{U} + kA_2^* \frac{b\dot{\phi}}{U} + k^2 A_3^* \phi + k^2 A_4^* \eta \right\} \quad (1)$$

ここで、 L ：単位スパン当たりの揚力（下向き正）， M ：単位スパン当たりのモーメント（頭上げ正）， η ：たわみ変位（下向き正）， ϕ ：ねじれ変位（頭上げ正）， (\cdot) ：時間微分， U ：風速， ρ ：空気密度， b ：半弦長， k ：換算振動数($=b\omega/U$)， ω ：円振動数，

8個の非定常空気力係数の内 H_1^* ， H_4^* ， A_2^* ， A_3^* が非連成項， H_2^* ， H_3^* ， A_1^* ， A_4^* が連成項である。

これら H_i^* ， A_i^* の8個の非定常空気力係数は，振動する断面まわりの変動圧力特性に支配され，8つの係数が全く独立に存在するわけではない。筆者らは，実験により明らかとなったたわみ振動とねじれ振動の空気力の相似性から換算振動数 k を介して近似的に次の従属性が存在することを示している⁵⁾。

$$H_3^* = \frac{H_1^*}{k}, H_2^* = -\frac{H_4^*}{k}, A_3^* = \frac{A_1^*}{k}, A_2^* = -\frac{A_4^*}{k} \quad (2)$$

さらに，二次元平板の Wagner 関数に相当する等価 Wagner 関数を考えることにより H_1^* と H_4^* ， H_2^* と H_3^* ， A_1^* と A_4^* ， A_2^* と A_3^* の間にも従属性が存在することを示している⁶⁾。これらの従属性の検討は8章で行う。

(2) 連成フラッターの発生機構

連成フラッターの発生している2自由度振動系において，一方の自由度を拘束して1自由度にすると振動は減衰することから，連成フラッターの発生には自由度間の連成作用が深くかかわっている。一般に，橋梁断面におけるたわみねじれ二自由度振動系の連成フラッターの解析では，ねじれ分枝（卓越モード）が発散振動解になり，たわみ分枝（卓越モード）は減衰振動解となる。本研究では，ねじれ分枝における非定常空気力係数の連成項を介したねじれ振動とたわみ振動の相関から，連成フラッターの発生機構の解明を試みた。しかし，松本ら⁷⁾によつてたわみ分枝によってフラッターが発生する断面の報告もなされているため，同様の解析をたわみ分枝で発生するフラッター現象についても行った。ねじれ分枝及びたわみ分枝における非定常空気力係数の相関の図を図-1に示す。これらの具体的な検討は8章で行う。

3. 風洞実験概要

(1) 強制加振実験

本研究で対象とした断面は図-2に示すとおり，矩形断面，楕円断面，センターバリア付矩形断面，逆三角形断面とタンデム楕円断面である。各模型とも木製であり，スパン長はすべて600mmである。また，各断面の中央部には圧力測定用の圧力孔が設けられており，また，気流の2次元性確保のために端板を

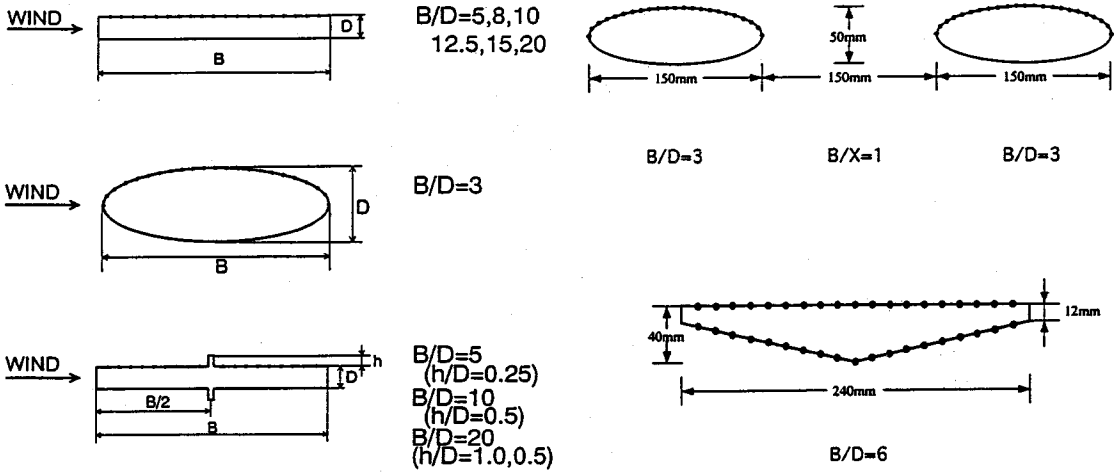


図-2 実験に使用した模型の横断面

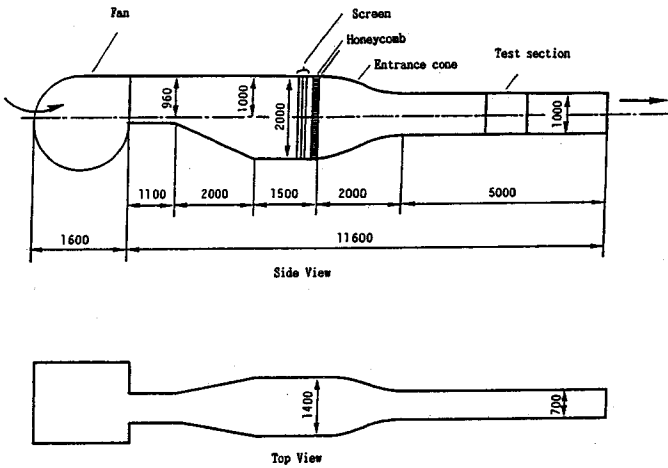


図-3 実験に使用した風洞

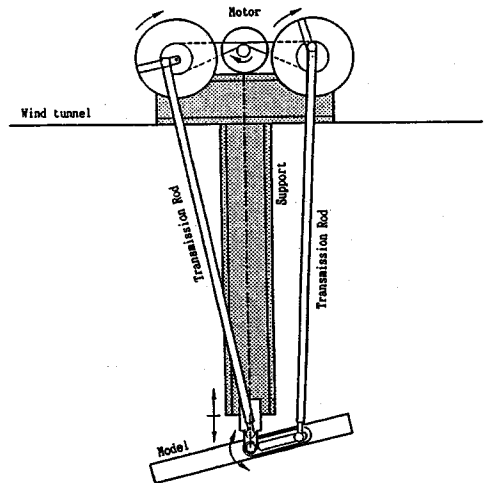


図-4 実験に使用した2自由度電動加振機

設けてある。実験に使用した風洞は、京都大学工学部土木工学教室に設置された吹き出し式エッフェル型風洞（測定部高さ1.0m、幅員0.7m、長さ5.0m）である（図-3）。非定常圧力測定用の模型の加振は、2自由度電動加振機（図-4）により行った。過去に行った断面辺長比 $B/D=20$ の矩形断面の2自由度バネ支持実験⁸⁾において、たわみとねじれの連成振動の定常振動が得られた際のたわみ振幅とねじれ振幅の振幅比 η_0/ϕ_0 が 0.1408m/rad であった。たわみ1自由度振動時における変動圧力は非常に小さいため、ある程度の振幅を与える必要がある。そこで本研究ではたわみ1自由度振動実験での倍振幅を $2\eta_0=10\text{mm}$ に設定し、ねじれ1自由度振動におけるねじれ振幅は、たわみとねじれの振幅比が 0.1408m/rad となるように調節した。

(2)変位、空気力、表面圧力の定義

たわみ変位は下向きを正としている。したがって、たわみ1自由度振動時において相対迎角が頭上げ最大となる瞬間は、たわみ速度が下向き最大となるときで、これはたわみ変位が最大となる時よりも 90° 位相が進んでいることになる。ねじれ変位は頭上げを正としている。ねじれ1自由度振動時ではねじれ速度が小さいならば、近似的に相対迎角はねじれ変位そのものと考えることができる。

空気力については、揚力は下向きを正とし、モーメントは頭上げを正とした。

非定常圧力測定実験から得られた非定常圧力データは、次のように整理した。模型表面の圧力孔位置における時間平均圧力は接近流の動圧を用いて無次元化し、平均圧力係数 \bar{C}_p として整理した。変動圧

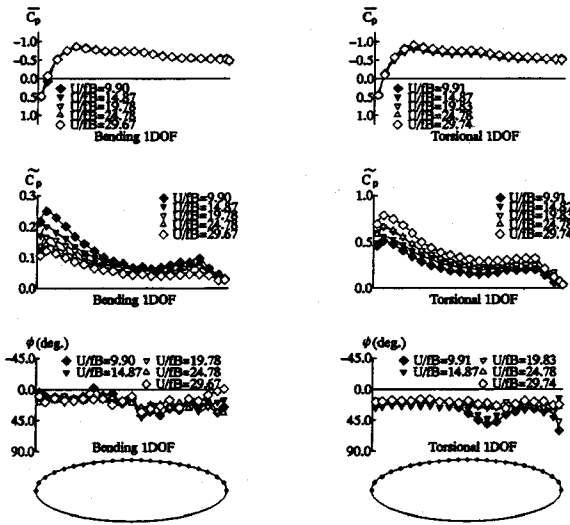


図-5 楕円断面の変動圧力特性

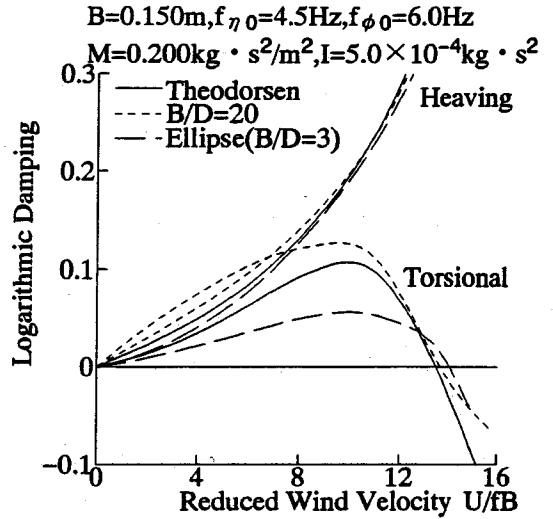


図-7 楕円断面の複素固有値解析結果

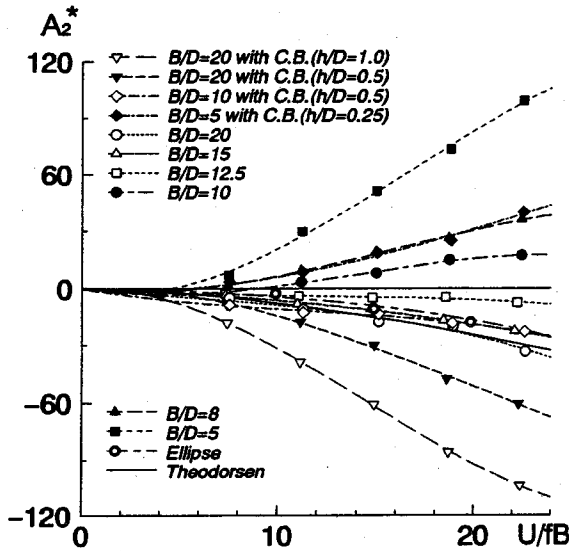


図-6 非定常空気力係数 A_2^*

力については直流増幅器を通しバンドパスフィルターを介して模型振動数成分の変動圧力をリニアコーダーで読みとった。その倍振幅を動圧により無次元化して変動圧力係数 \tilde{C}_p として整理した。また、変位と変動圧力との位相差 ψ は、たわみ1自由度振動実験の場合はたわみ速度が下向き最大となる瞬間から模型上面の負圧が最大となるまでの位相遅れを正とし、ねじれ1自由度振動の場合には、ねじれ変位が頭上げ最大となる瞬間から模型上面の負圧が最大となる瞬間までの位相遅れを正とした。

4.楕円断面の空力特性

楕円断面の変動圧力特性を図-5に示す。風は左から吹いているものとする。変動圧力係数 \tilde{C}_p に着目すると断面側面上で前半部と後半部で2つのピークをとり、剥離点が上流側、下流側の二カ所に存在するといえる。位相差に関してはほぼ前縁から後縁にかけて一定の値をとる。

これらの変動圧力特性を用いて非定常空気力係数を求めた。非定常空気力係数のうちフラッター安定性に大きく寄与すると言われている A_2^* を図-6に示す。 A_2^* の値が正だとねじれフラッターが発現し、 A_2^* の値が負だと連成フラッターが発現する。一般的にBluffな矩形断面の場合は前者であり、扁平になると後者に移行し、後者の方が発現風速が高い。楕円断面では A_2^* は負の値を維持している。これはねじれ1自由度で上流側の剥離バブル付近における圧力の位相が遅れるためである。 A_2^* が負なので、発生するフラッターは連成型となる。

実験により求められた8つの非定常空気力係数を用いて複素固有値解析を行った。複素固有値解析では構造減衰を0としており、構造諸元(断面幅員B、たわみ及びねじれ固有振動数 $f_{\eta 0}$ 、 $f_{\phi 0}$ 、単位スパン当たりの質量M、及び慣性モーメントI)は図-7に示す値とした。参考に、楕円同様の強制加振実験を通して得られたB/D=20の矩形断面の解析結果、Theodorsen関数を用いた二次元平板の解析結果も合わせて示す。楕円断面がB/D=20の矩形断面と同程度のフラッター発現風速を示している。楕円断面の断面辺長比B/Dが3であることを考慮すると、楕円断面はフラッターに対して非常に安定な断面であるといえる。

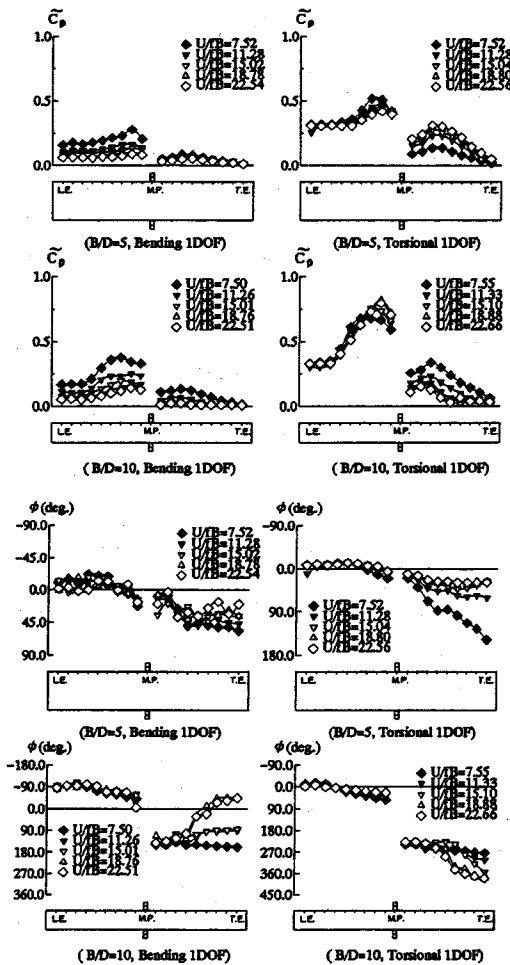


図-8 センターバリア付矩形断面の変動圧力特性

5. センターバリア (C.B.) 付き矩形断面の空力特性

変動圧力特性を図-8に示す。変動圧力係数 \bar{C}_p に着目すると楕円断面と同様に断面側面上で前半部と後半部で2つのピークを持ち、位相差に関しては $B/D=10$ ではセンターバリア後で 180° の位相遅れが生じるが、 $B/D=5$ では生じない。これは、 $B/D=5$ の場合センターバリアによる剥離より前縁での剥離による圧力変動が支配的であるためと考えられる。

非定常空気力係数のうちフラッター安定性に大きく寄与すると言われている A_2^* を図-6に示す。構造減衰を無視した複素固有値解析の結果を図-9に示す。これより、センターバリアを設けることによってフラッター発現風速が向上することが明らかとなった。以上より、センターバリアが有用なフラッター安定化策であることがわかった。

6. 逆三角形の空力特性

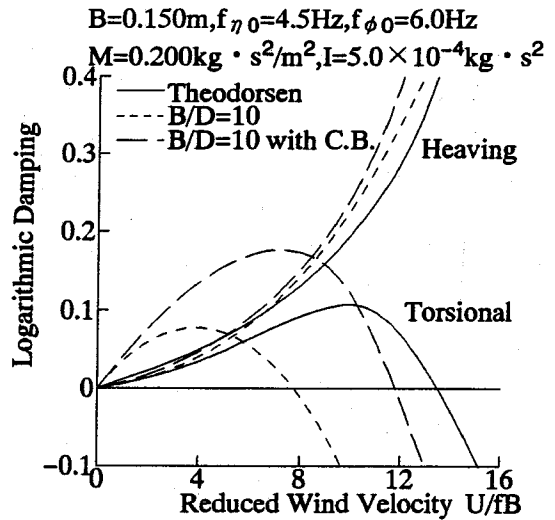


図-9 センターバリア付矩形断面の複素固有値解析結果

逆三角形の変動圧力特性を図-10に示す。上面の変動圧力係数は、ほぼ $B/D=15$ や 20 の矩形断面と同様な傾向を示す。これに対して、下面での変動圧力係数は2点目以降はほぼゼロであり、振動数成分の変動は大変小さい。

非定常空気力係数のうちフラッター安定性に大きく寄与すると言われている A_2^* を図-11に示す。比較のために $B/D=20$ の矩形断面の結果も併せて載せる。このことより、逆三角形断面はほぼ $B/D=20$ の矩形断面と同様な傾向を示していることがわかる。構造減衰を無視した複素固有値解析の結果を図-12に示す。このことから、この $B/D=6$ の逆三角形断面はほぼ $B/D=20$ の矩形断面と同程度のフラッター安定性を示すことが明らかとなった。

7. タンDEM楕円の空力特性

楕円断面においては、静的空気力測定実験の際レイノルズ数依存性が認められたため、風速は約 $8m/s$ に固定し、加振振動数を $f=1.8, 2.16, 2.7, 3.6, 5.4Hz$ に変化させた5つの無次元風速で強制加振実験を行った。Richardsonの提案したTwin-bridgeの概念に習い、図-13に示すように、たわみ及びねじれ振動を仮定した。このような振動モードでは、たわみ振動もねじれ振動もともに個々の楕円のたわみ振動で表現され、たわみ振動とねじれ振動の固有振動数比を1に近づけられる。相対迎角は、たわみ振動は下向き速度最大のとき、ねじれ振動は上流側の模型の上向き変位最大(つまり、下流側の模型の変位は下向き最大)のときを最大とした。断面変位と変動圧力との位相差の定義は、相対迎角最大から模型上面負圧最大までの位相遅れを正とした。

たわみ1自由度及びねじれ1自由度振動時の変動圧

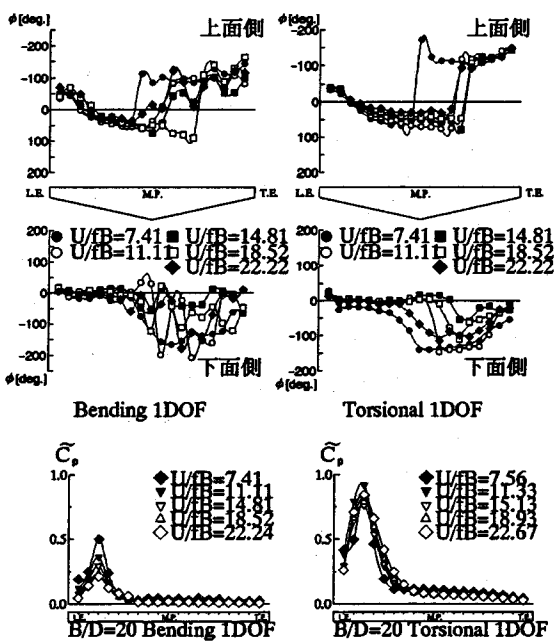
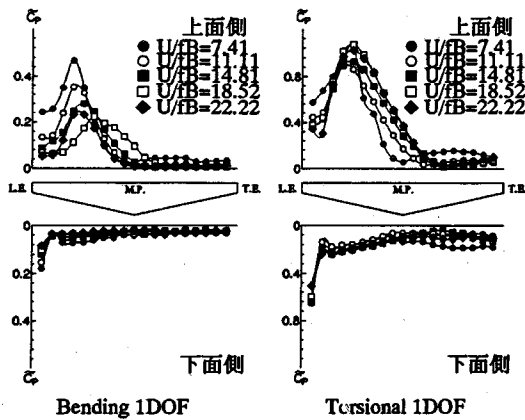


図-10 逆三角形断面の変動圧力特性とB/D=20の矩形断面の変動圧力係数

力係数の分布を図-14に示す。たわみ1自由度及びねじれ1自由度振動時の上流側及び下流側の変動圧力係数は風速によらず前縁から3番目の圧力孔付近と後縁から5番目の圧力孔付近の2カ所にピークがみられる。また、上流側の断面に注目するとほぼ単独の場合の結果と同様の結果が得られた。下流側は、上流側と比べると前縁部のピーク値が大きくなるが、後縁部でのピーク値はほぼ同程度である。図-15に、位相差を示す。まず、たわみ振動に注目すると、上流側の断面の位相差はほぼ前縁から後縁にかけて一定の値をとり単独の楕円断面と同様な傾向を示す。それに対して下流側の位相差は前縁から後縁にかけて一定に位相が進む。ねじれ振動に注目すると、上流側の断面は単独楕円断面と同様に前縁から

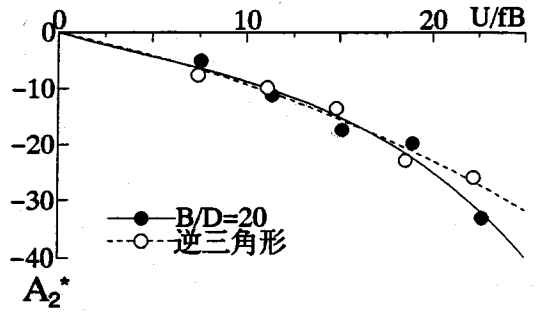


図-11 逆三角形断面の非定常空気力係数 A_2^*

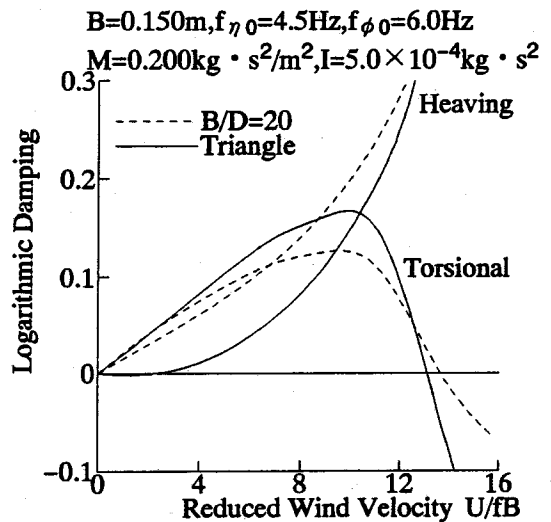


図-12 逆三角形断面の複素固有値解析結果

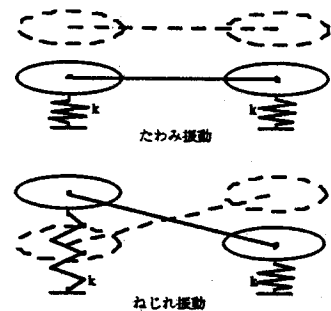


図-13 タンDEM楕円のたわみ振動及びねじれ振動

後縁にかけてほぼ一定の値をとるが下流側断面では断面側面の中央付近まで位相が進んだ後急に位相が遅れ、その後はほぼ一定に推移する。

図-16に示すような上流側・下流側断面に作用する非定常空気力を組み合わせることによって、非定常空気力係数を求めた。タンDEM化による振動数比(f_p/f_n)による影響を考慮して f_p/f_n を変化させて、構造減衰を無視した複素固有値解析を行った。その結

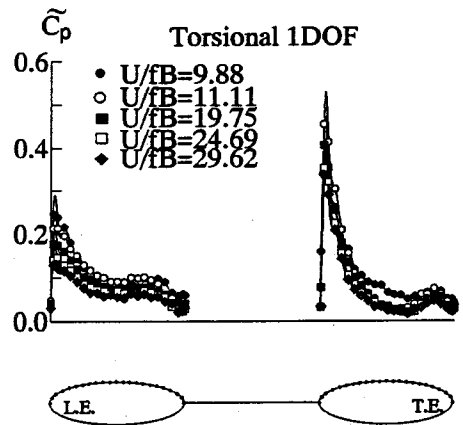
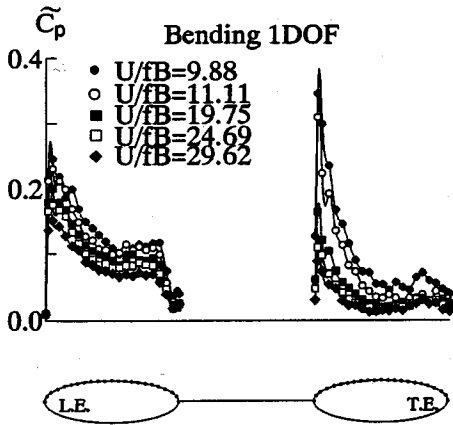


図-14 タンダム楕円の変動圧力特性 (変動圧力係数)

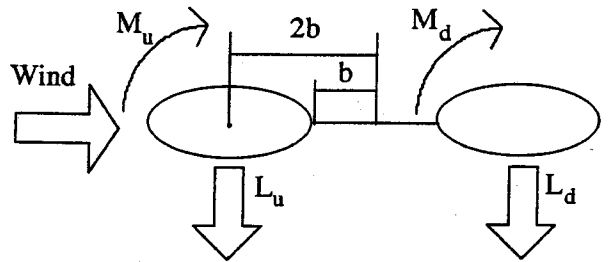
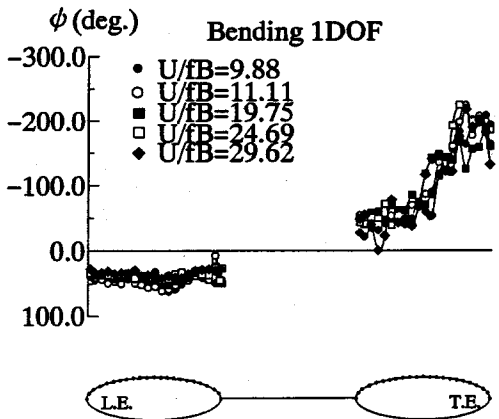


図-16 タンダム楕円にかかる空気力

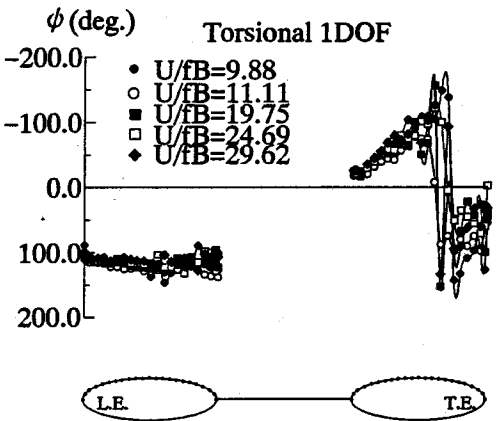


図-15 タンダム楕円の変動圧力特性 (位相差)

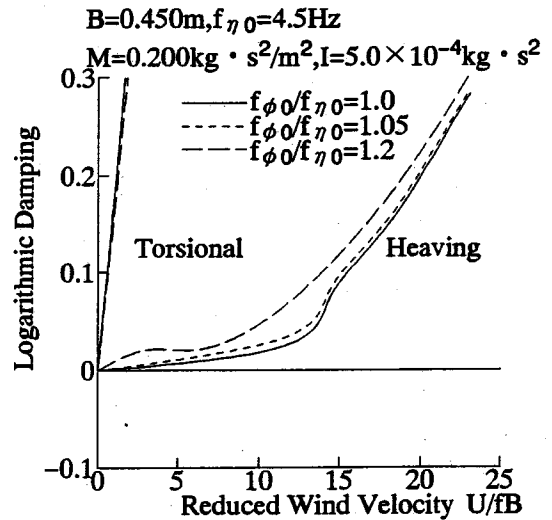


図-17 タンダム楕円の複素固有値解析結果

果を、図-17に示す。タンダム楕円については、本研究において仮想した振動モードではどの振動数比においてもフラッターの発現は特定できなかった。参考として $B/D=20$ の矩形断面についても同様の解析を行った。その結果を、図-18に示す。 $B/D=20$ の矩形断面は、振動数比が1のときのみフラッターが発

生せず、その他の振動数比では発生する。以上のことより、仮想した振動モードではタンダム楕円のフラッター安定性が高いと考えられる。これは仮定した振動モードでは、上流側楕円と下流側楕円の空気力が相殺されてしまうような変動圧力特性が得られるためと考えられる。しかし、仮想した振動モード

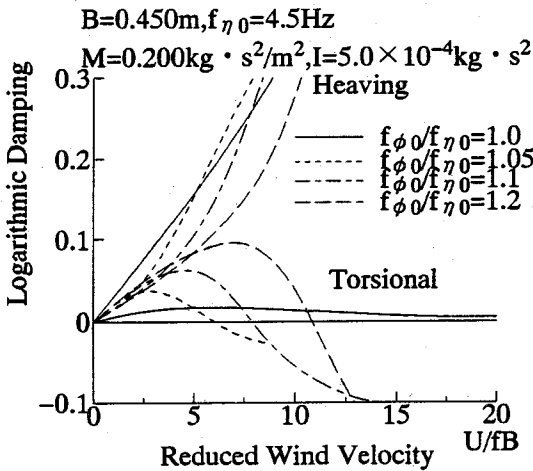


図-18 B/D=20の矩形断面におけるねじれ/たわみ固有振動数比の影響

を実橋において厳密に再現することは困難であり、実用化に向けてこの点の検討が必要である。

8. フラッターの発生機構と安定化に関する研究

フラッターの発生機構を明らかにするため、以下に示すようなStep-by-step解析、及び非定常空気力係数間の従属性について検討を行った。

(1) Step-by-step analysis

非定常空気力係数を用いて、風速の変化に伴う減衰、振動数の変化を解析することができる。一般には、複素固有値解析が用いられるが、この方法では各非定常空気力係数の役割が不明確である。そこで、非定常空気力係数の連成項を介したねじれ振動とたわみ振動の相関から連成フラッターの発生機構の解明を試みるために、Step-by-step解析法¹⁰⁾を考え解析を行った。この解析法においては、ねじれ卓越モード、たわみ卓越モードそれぞれについて解析が行われる。このうちねじれ卓越モードにおける解析の流れは以下のものである。

構造減衰を無視するとねじれ1自由度振動においては、式(1)より運動方程式は以下ようになる。

$$\ddot{\phi} + \omega_{\phi 0}^2 \phi = (\rho b^4 / I) \omega_F A_2^* \dot{\phi} + (\rho b^4 / I) \omega_F^2 A_3^* \phi \quad (3)$$

$\omega_{\phi 0}$: ねじれ固有振動数, ω_F : フラッター振動数, I : 単位スパンあたりの慣性モーメント, 右辺を移項して以下のようにおく。

$$\ddot{\phi} + 2\zeta_{\phi} \omega_{\phi} \dot{\phi} + \omega_{\phi}^2 \phi = 0 \quad (4)$$

収束計算により最終的には、 $\omega_{\phi} = \omega_F$ となる。このねじれ振動により励起されるたわみ振動を考えるとその運動方程式は、

$$\ddot{\eta} + \omega_{\eta 0}^2 \eta = (\rho b^2 / m) \omega_F H_1^* \dot{\eta} + (\rho b^3 / m) \omega_F H_2^* \dot{\phi} + (\rho b^3 / m) \omega_F^2 H_3^* \phi + (\rho b^2 / m) \omega_F^2 H_4^* \eta \quad (5)$$

$\omega_{\eta 0}$: たわみ固有振動数, m : 単位スパンあたりの質量,

式(5)の右辺の1, 4項目を左辺に移項して以下のようにおく。

$$\ddot{\eta} + 2\zeta_{\eta} \omega_{\eta} \dot{\eta} + \omega_{\eta}^2 \eta = (\rho b^3 / m) \omega_F H_2^* \dot{\phi} + (\rho b^3 / m) \omega_F^2 H_3^* \phi \quad (6)$$

ここで、ねじれ変位を以下のようにおく。

$$\phi = \phi \sin \omega_F t \quad (7)$$

式(6)において、 ϕ による応答を η_1 、 $\dot{\phi}$ による応答を η_2 とすると、

$$\eta_1 = \frac{(\rho b^3 / m) \omega_F^2 H_2^* \phi \cos(\omega_F t - \theta)}{\sqrt{(\omega_{\eta}^2 - \omega_F^2)^2 + 4\zeta_{\eta}^2 \omega_{\eta}^2 \omega_F^2}} = \frac{(\rho b^3 / m) \omega_F^2 H_2^* \phi \sin(\omega_F t - \theta_1)}{\sqrt{(\omega_{\eta}^2 - \omega_F^2)^2 + 4\zeta_{\eta}^2 \omega_{\eta}^2 \omega_F^2}} \quad (8)$$

$$\eta_2 = \frac{(\rho b^3 / m) \omega_F^2 H_3^* \phi \sin(\omega_F t - \theta)}{\sqrt{(\omega_{\eta}^2 - \omega_F^2)^2 + 4\zeta_{\eta}^2 \omega_{\eta}^2 \omega_F^2}} = \frac{(\rho b^3 / m) \omega_F^2 H_3^* \phi \sin(\omega_F t - \theta_2)}{\sqrt{(\omega_{\eta}^2 - \omega_F^2)^2 + 4\zeta_{\eta}^2 \omega_{\eta}^2 \omega_F^2}}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_{\eta} \omega_{\eta} \omega_F}{\omega_{\eta}^2 - \omega_F^2} \right), \quad \theta_1 = \theta - \frac{\pi}{2},$$

$$\theta_2 = \theta + \pi \quad (\because \text{一般に } H_3^* < 0),$$

このたわみ振動による連成力が加わることで、ねじれ振動の運動方程式は、

$$\ddot{\phi} + \omega_{\phi 0}^2 \phi = (\rho b^4 / I) \omega_F A_2^* \dot{\phi} + (\rho b^4 / I) \omega_F^2 A_3^* \phi + (\rho b^3 / I) \omega_F A_1^* (\dot{\eta}_1 + \dot{\eta}_2) + (\rho b^3 / I) \omega_F^2 A_4^* (\eta_1 + \eta_2) \quad (9)$$

式(8)を式(9)に代入して、 ϕ の係数について左辺でまとめたものが連成項を含めたねじれ振動の減衰係数となる。この減衰係数に、 (π / ω_F) を乗じて対数減衰率 δ_{ϕ} とすると以下のようになる。

$$-\delta_{\phi} = \textcircled{1} A_2^* + \textcircled{1} \textcircled{2} A_1^* H_2^* \cos \theta_1 + \textcircled{1} \textcircled{2} A_1^* |H_3^*| \cos \theta_2 - \textcircled{1} \textcircled{2} A_4^* H_2^* \sin \theta_1 - \textcircled{1} \textcircled{2} A_4^* |H_3^*| \sin \theta_2 \quad (10)$$

ただし、

$$\textcircled{1} : (\rho b^4 / I) \pi, \quad \textcircled{2} : (\rho b^2 / m) (\omega_F / \omega_{\eta})^2 (\textcircled{3})^{-1/2},$$

$$\textcircled{3} : \{1 - (\omega_F / \omega_{\eta})^2\}^2 + 4\zeta_{\eta}^2 (\omega_F / \omega_{\eta})^2$$

たわみ卓越モードの場合も同様に以下のようになる。たわみ1自由度振動においては、式(1)より運動方程式は以下のようになる。

$$\ddot{\eta} + \omega_{\eta 0}^2 \eta = (\rho b^2 / m) \omega_F H_1^* \dot{\eta} + (\rho b^2 / m) \omega_F^2 H_4^* \eta \quad (11)$$

右辺を移項して以下のようにおく。

$$\ddot{\eta} + 2\zeta_{\eta} \omega_{\eta} \dot{\eta} + \omega_{\eta}^2 \eta = 0 \quad (12)$$

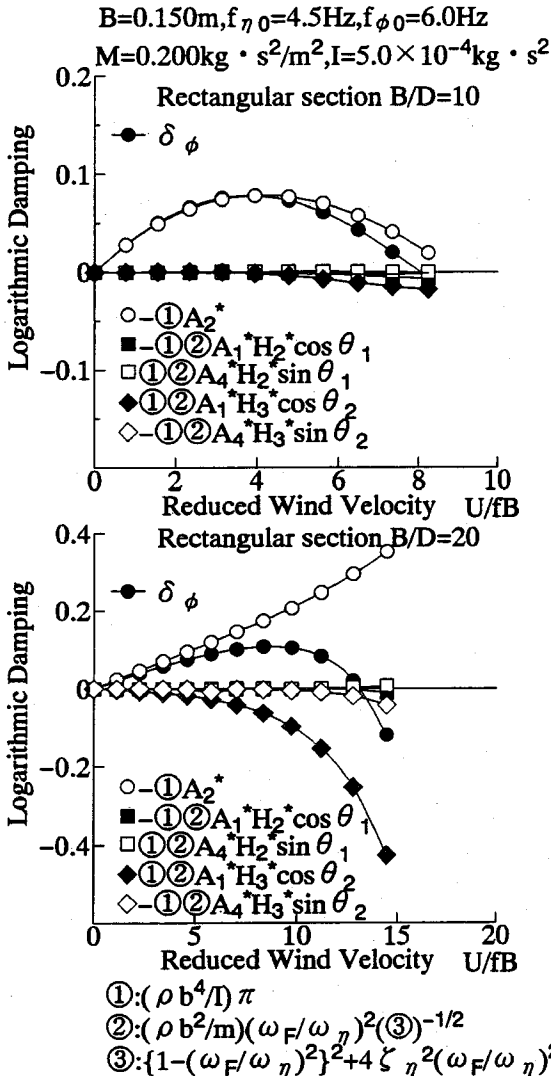


図-19 Step-by-step解析の結果 (ねじれ卓越branch)

収束計算により最終的には、 $\omega_\eta = \omega_F$ となる。このたわみ振動により励起されるねじれ振動を考えるとその運動方程式は、

$$\ddot{\phi} + \omega_{\phi 0}^2 \phi = (\rho b^3/l)\omega_F A_1^* \dot{\eta} + (\rho b^4/l)\omega_F A_2^* \ddot{\phi} + (\rho b^4/l)\omega_F^2 A_3^* \phi + (\rho b^3/l)\omega_F^2 A_4^* \dot{\eta} \quad (13)$$

式(13)の右辺の2, 3項目を左辺に移項して以下のようにおく。

$$\ddot{\phi} + 2\zeta_\phi \omega_\phi \dot{\phi} + \omega_\phi^2 \phi = (\rho b^3/l)\omega_F A_1^* \dot{\eta} + (\rho b^3/l)\omega_F^2 A_4^* \dot{\eta} \quad (14)$$

ここで、たわみ変位を以下のようにおく。

$$\eta = \bar{\eta} \sin \omega_F t \quad (15)$$

式(14)において、 $\bar{\eta}$ による応答を ϕ_1 、 η による応答を

ϕ_2 とすると、

$$\phi_1 = \frac{(\rho b^3/l)\omega_F^2 A_1^* \bar{\eta} \cos(\omega_F t - \theta)}{\sqrt{(\omega_\phi^2 - \omega_F^2)^2 + 4\zeta_\phi^2 \omega_\phi^2 \omega_F^2}} = \frac{(\rho b^3/l)\omega_F^2 A_1^* \bar{\eta} \sin(\omega_F t - \theta_1)}{\sqrt{(\omega_\phi^2 - \omega_F^2)^2 + 4\zeta_\phi^2 \omega_\phi^2 \omega_F^2}} \quad (16)$$

$$\phi_2 = \frac{(\rho b^3/l)\omega_F^2 A_4^* \bar{\eta} \sin(\omega_F t - \theta)}{\sqrt{(\omega_\phi^2 - \omega_F^2)^2 + 4\zeta_\phi^2 \omega_\phi^2 \omega_F^2}} = \frac{(\rho b^3/l)\omega_F^2 A_4^* \bar{\eta} \sin(\omega_F t - \theta_2)}{\sqrt{(\omega_\phi^2 - \omega_F^2)^2 + 4\zeta_\phi^2 \omega_\phi^2 \omega_F^2}}$$

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{2\zeta_\phi \omega_\phi \omega_F}{\omega_\phi^2 - \omega_F^2} \right), \quad \theta_1 = \theta - \frac{\pi}{2}$$

ただし、

このねじれ振動による連成力が加わることで、たわみ振動の運動方程式は、

$$\ddot{\eta} + \omega_{\eta 0}^2 \eta = (\rho b^2/m)\omega_F H_1^* \dot{\eta} + (\rho b^2/m)\omega_F^2 H_4^* \dot{\eta} + (\rho b^3/m)\omega_F H_2^* (\phi_1 + \phi_2) + (\rho b^3/m)\omega_F^2 H_3^* (\phi_1 + \phi_2) \quad (17)$$

式(16)を式(17)に代入して、 $\dot{\eta}$ の係数について左辺でまとめたものが連成項を含めたたわみ振動の減衰係数となる。この減衰係数に (π/ω_F) を乗じて対数減衰率 δ_η が以下ようになる。

$$-\delta_\eta = ① H_1^* + ① ② A_1^* H_2^* \cos \theta_1 + ① ② A_4^* H_2^* \cos \theta_2 - ① ② A_1^* H_3^* \sin \theta_1 - ① ② A_4^* H_3^* \sin \theta_2 \quad (18)$$

ただし、

$$① : (\rho b^2/m)\pi, \quad ② : (\rho b^4/l)(\omega_F/\omega_\phi)^2 ③^{-1/2},$$

$$③ : \{1 - (\omega_F/\omega_\phi)^2\}^2 + 4\zeta_\phi^2 (\omega_F/\omega_\phi)^2$$

以上の解析の流れを図-1に示す。ねじれ卓越でフラッターが発現する場合について、Step-by-step解析法を用いてねじれ卓越モードの解析を行った結果を図-19に示す。B/Dが小さい矩形断面では、 A_2^* の役割が支配的でありねじれフラッターが発現していることがわかる。一方、 A_2^* が負の値を示すB/Dが大きい矩形断面では、 $① ② A_1^* H_3^* \cos \theta_2$ の項が支配的である。即ち、 A_1^* と H_3^* という連成項が積の形でフラッター発現に大きく寄与していることがわかる。

たわみ卓越でフラッターが発現する例としてB/D=20のセンターバリア付矩形断面を解析した場合が挙げられる。そのStep-by-step解析によるたわみ卓越モードの解析結果を図-20に示す。 $① ② A_4^* H_3^* \sin \theta_2$ の項がフラッター発現において支配的である。ここでも、 A_4^* と H_3^* という連成項が積の形でフラッター発現に大きく寄与している。このことより、連成フラッターにおいては、ねじれ卓越で発現する場合であってもたわみ卓越で発現する場合であっても、たわみにより生じるモーメント (A_1^* , A_4^*) と

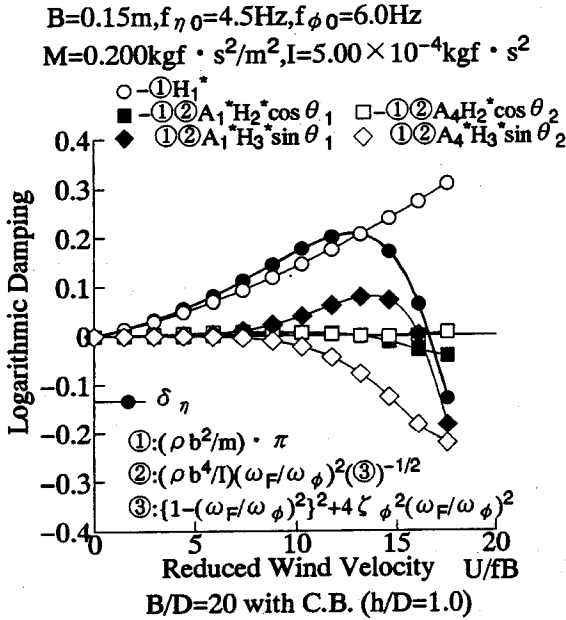


図-20 Step-by-step解析の結果 (たわみ卓越branch)

H_3^* という連成項が積の形でフラッター発現に大きく寄与しているものと考えられる。

(2) 従属性

2章でのべた非定常空気力係数間の従属関係の妥当性を検討した。

a) 換算振動数を媒介変数とする従属性

たわみ振動とねじれ振動の空気力の相似性、即ち相対迎角を基準に考えるとねじれ振動時とたわみ振動時の非定常圧力特性に大きな違いがないということから、非定常空気力係数間には次のように換算振動数 k を介した従属関係が成立する5)。

$$H_3^* = \frac{H_1^*}{k}, H_2^* = -\frac{H_4^*}{k}, A_3^* = \frac{A_1^*}{k}, A_2^* = -\frac{A_4^*}{k} \quad (2)$$

まず、B/D=20とB/D=12.5の矩形断面について実験より求められた非定常空気力係数間の従属性を検討したところ図-21の様になった。この図より、非定常空気力係数間において(2)の従属関係が成り立っていると考えられる。 H_2^* と $-H_4^*/k$ 或いは A_2^* と $-A_4^*/k$ との間に若干の開きがあるのは H_4^* と A_4^* の測定精度に問題があるためではないかと考えられる。図-21には示されていないが、図-2に示されるB/D=5~20の全ての矩形断面において(2)の従属関係がよく成り立つ。よって、これらの矩形断面においては相対迎角

(ねじれ振動では η/U 、たわみ振動では ϕ)を基準に考えるとねじれ振動とたわみ振動の非定常圧力特性に大きな違いはなく、相対迎角に対して ϕ の影響は無視できることがわかる。

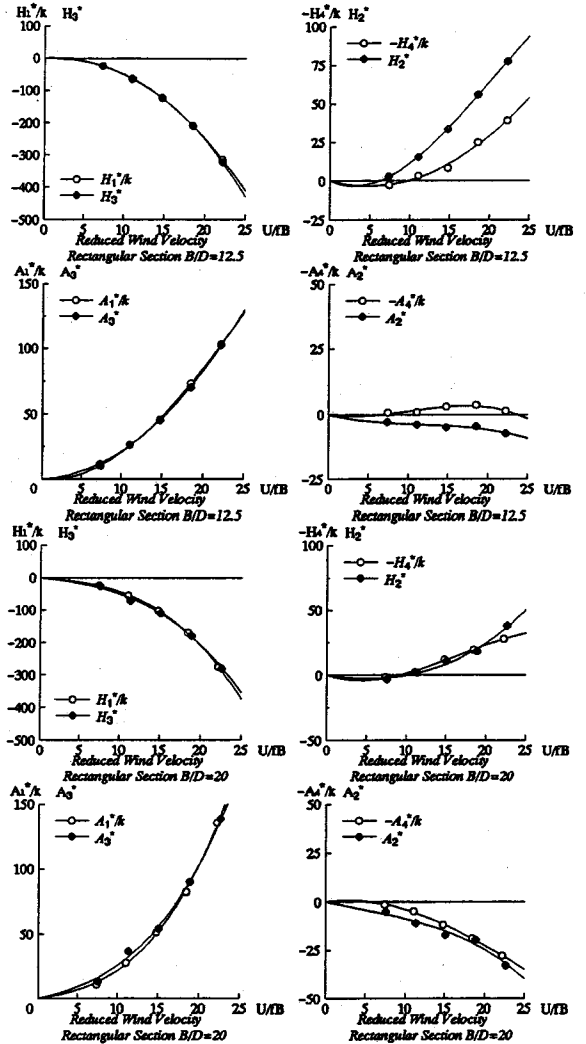


図-21 換算振動数 k を介した非定常空気力係数間の従属性

次に、従属関係を用いて複素固有値解析を行った。解析結果を図-22に示す。実際は $H_1^* \sim H_4^*, A_1^* \sim A_4^*$ の8つの非定常空気力係数全てについて実験で求めた数値を直接用いて解析した場合である。破線は、 $A_2^*, A_3^*, H_1^*, H_4^*$ の4つの非連成項は実験で求めた数値を採用し、残り4つの連成項は非連成項の実験値をもとに従属関係を用いて求めた数値を採用した場合である。後者では実験で直接求めるべき係数の数が8つから半分4つになっていることになる。両者はほぼ同じ解析結果を示しており、複素固有値解析の結果においても従属関係は妥当といえる。よって、4つの非連成項を精度良く求めれば従属関係を用いてフラッター解析が行えるといえる。

b) 等価Wagner関数を介した従属性

二次元平板におけるWagner関数にならない、矩形断

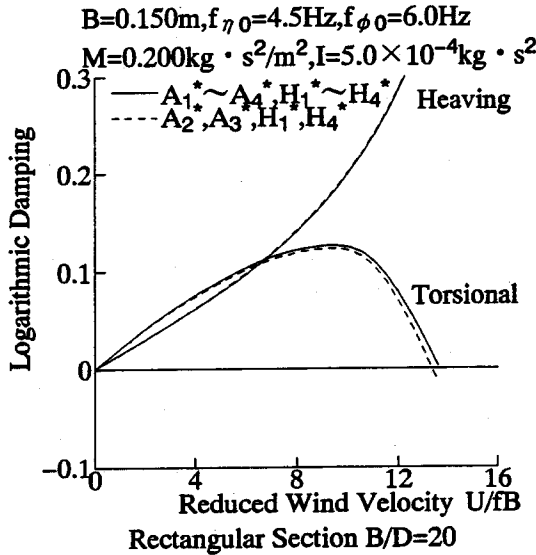
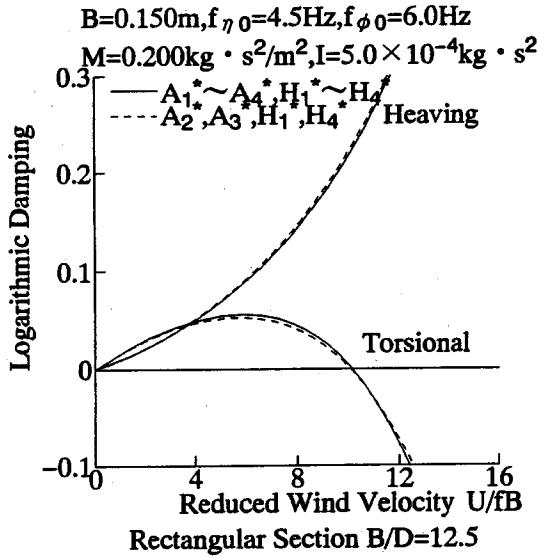


図-22 換算振動数 k を介した非定常空気係数間の従属性を用いた場合の複素固有値解析結果

面においてもそれに相当する等価Wagner関数を考える。等価Wagner関数を考えることで H_1^* と H_4^* 、 H_2^* と H_3^* 、 A_1^* と A_4^* 、 A_2^* と A_3^* の間にも従属関係を考えることができる⁶⁾。この等価Wagner関数を介する従属関係とa)で示した従属関係を用いれば、一つの H_1^* から他の三つの H_i^* を、一つの A_1^* から他の三つの A_i^* を算出でき、実験から直接求めた数値を使う非定常空気係数は、 H_1^* 、 A_1^* それぞれ一つずつとなる。実験で求められた $B/D=20$ の矩形断面の非定常空気係数について等価Wagner関数を介した従属性を図-23に示す。 A_2^* の実験値を基に等価

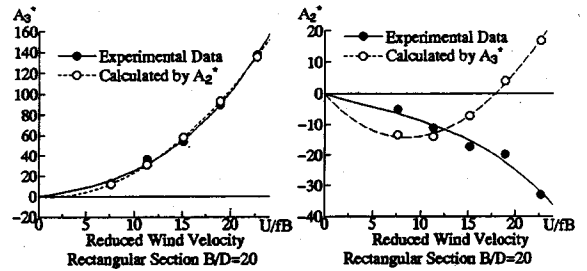


図-23 等価Wagner関数を介した非定常空気係数間の従属性

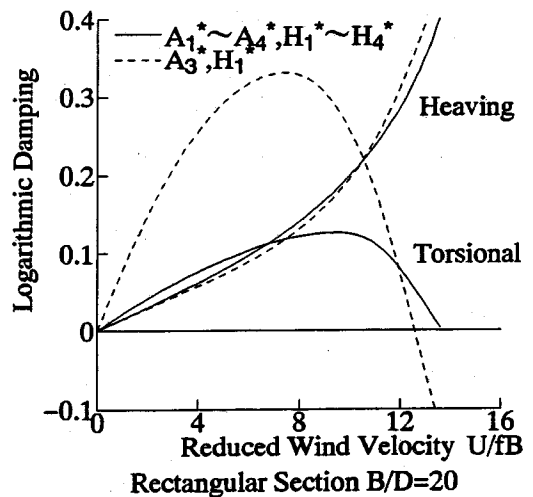
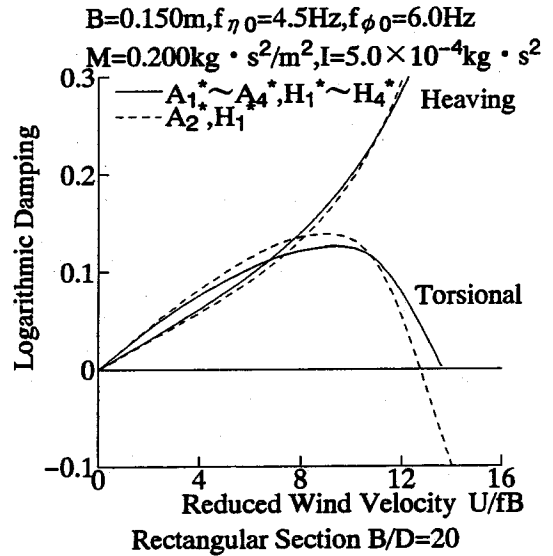


図-24 等価Wagner関数を介した非定常空気係数間の従属性を用いた場合の複素固有値解析結果

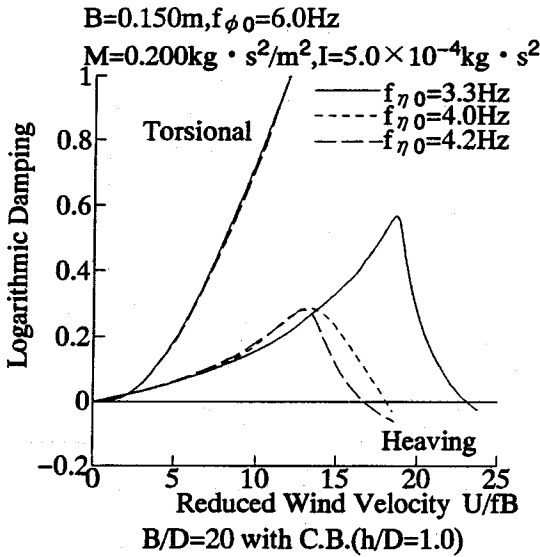


図-25 ねじれ/たわみ固有振動数比のbranchへの影響

Wagner関数を介した従属関係を用いて計算した A_3^* の値は、実験で求めた A_3^* の値とほぼ合致する。逆に、 A_3^* の実験値を基に等価Wagner関数を介した従属関係を用いて計算した A_2^* の値は、実験で求めた A_2^* の値とは合致しない。このことは、等価Wagner関数を求めるときの計算方法に精度上の問題があるためと考えられる。複素固有値解析の結果を図-24に示す。実線は、 $H_1^* \sim H_4^*$ 、 $A_1^* \sim A_4^*$ の8つの非定常空気力係数全てについて実験で求めた数値を直接用いて解析した場合である。破線は、上の図では A_2^* 、 H_1^* の2つの非連成項は実験で求めた数値を採用し、残り6つの連成項は A_2^* 、 H_1^* の実験値をもとに従属関係を用いて求めた数値を採用した場合である。下の図における破線は、 A_3^* 、 H_1^* は実験値を用い他は従属関係で求めた場合である。実験値として、 A_3^* 、 H_1^* を用いた場合はやはりあまり合致しないが、 A_2^* 、 H_1^* を用いた場合はよく合致する。等価Wagner関数をうまく決定することが重要である。

(3) たわみ・ねじれ固有振動数比のフラッター発生branch (mode) への影響

センターバリア付き矩形断面($B/D=20, h/D=1.0$)は、フラッター振動がたわみ卓越modeで発生することが報告されている。そこで、本研究では、複素固有値解析を用いてねじれ/たわみ固有振動数比変化の与えるbranch (mode) への影響について考察を行った。その結果を、図-25に示す。しかし、全ての振動系において、たわみでフラッターが発生しており、固有振動数比によりbranchが変化しないことが明らかとなった。このことより、フラッター発生

branch は断面形状によって決定されると考えられる。

9. 結論

本研究で得られた結論を以下に列挙する。

(1) 非定常空気力係数間の従属性

桁断面が風から受ける非定常力を表わす非定常空気力係数について、次の二つの従属関係について検討を行った。

a) 次式に示す無次元振動数 k を媒介変数とする従属関係。

$$H_3^* = \frac{H_1^*}{k}, H_2^* = -\frac{H_4^*}{k}, A_3^* = \frac{A_1^*}{k}, A_2^* = -\frac{A_4^*}{k}$$

b) 等価Wagner関数を考えることで得られる H_1^* と H_4^* 、 H_2^* と H_3^* 、 A_1^* と A_4^* 、 A_2^* と A_3^* の間の従属関係。

これらの従属関係を用いて複素固有値解析を行い、従属関係を用いない場合との比較を行った。その結果、非定常空気力係数間には二つの従属関係が介在していると言える。このことより、フラッターを安定化させるにはこれら従属関係を念頭において変動圧力特性を操作し、最適な非定常空気力係数を持つ桁断面の開発が重要であることがわかる。

(2) 連成フラッターの発生機構

フラッターが起こる際の、非定常空気力係数の連成項を介したねじれ振動とたわみ振動の相関について検討(Step-by-step解析)を行い、連成フラッターの発生機構を明らかにした。さらに、たわみ/ねじれ振動数比のフラッター安定性への影響についても考察を加えた。以下に、その結果を示す。

a) フラッター安定性を高めるには、まず非連成項の内、たわみ、ねじれそれぞれの1自由度振動の減衰項となる A_2^* 、 H_1^* を負に保つことが必要である。また、連成フラッターにおいては、ねじれ振動が卓越する場合もたわみ振動が卓越する場合もたわみにより生じるモーメント(A_1^* 、 A_4^*)と H_3^* という連成項が積の形でフラッター発現に大きく寄与していると考えられる。

b) 矩形断面において、固有振動数比によって、フラッター発生branch (mode) は変化しない。このことより、矩形断面においてはフラッター発生branch (mode) は断面形状によって決定されているものと考えられる。

(3) 楕円断面の空力特性

この断面の断面辺長比が3であることを考慮すると、楕円断面は非常に有用なフラッター安定化策であると考えられる。これは、ねじれ1自由度振動において上流側の \bar{C}_p がピークを取る箇所位相が遅

れ A_2 が負の値を維持するためである。

(4)センターバリア (C.B.) 付き矩形断面の空力特性

複素固有値解析より、センターバリアを設けることによってフラッター安定性が向上することが明らかとなった。変動圧力係数 \tilde{C}_p がピークを持つ位置で位相差が改善しているためである。

(5)逆三角断面の空力特性

逆三角断面は、 $B/D=20$ の矩形断面とほぼ同様のフラッター特性を示し、断面辺長比 $B/D=6$ であることを考慮すると、フラッターに対し有利な断面であるといえる。その原因としては、ねじれ1自由度振動において上流側の \tilde{C}_p がピークを取る箇所位相が遅れ A_2 が負の値を維持するためである。

以上、(3)~(5)はいずれも変動圧力係数 \tilde{C}_p がピークを持つ位置で位相差が改善していることがフラッター安定性向上の要因となっている。

(6)タンデム楕円の空力特性

過去の研究によりその高いフラッター安定性が明らかにされている楕円断面をタンデム化した場合の変動圧力特性及びフラッター安定性への影響について実験及び解析を行った。以下にその結果及び考察を列挙する。

a)解析に用いた振動モードにおいてはフラッター振動の発現は特定できなかったが、仮定した振動モードでは上下流の断面の間で空気力を相殺するような変動圧力特性になっており、高い耐フラッター性能が期待できるといえる。

b)しかし、仮想した振動モードは実橋で厳密に再現することは困難であるため実用化に向けてこの点の

検討が必要であると考えられる。

参考文献

- 1) 佐藤, 鳥海, 関谷, 渡辺: 超長大橋の耐風安定性確保に関する基礎的検討, 第13回風工学シンポジウム論文集, pp.419-424, 1994.
- 2) 日下部, 佐藤, 関谷: アクティブコントロールによるフラッター制振に関する実験的研究, 第13回風工学シンポジウム論文集, pp.431-436, 1994.
- 3) 松本, 白石, 白土, 重高, 新原, 山口: 構造基本断面の非定常空気力係数に関する研究, 第12回風工学シンポジウム論文集, pp.231-236, 1992.
- 4) Scanlan, R.H., Beliveau, J.G. and Budlong, K.S.: Indicial Aerodynamic Functions for Bridge Decks, Journal of the Engineering Mechanics Division, *Proceeding of ASCE*, Vol.100, EM4, August, pp.657-672, 1974.
- 5) 吉住, 松本, 浜崎, 白石: 非定常空気力係数間の従属関係を用いたフラッター解析, 土木学会平成7年度関西支部年次学術講演会講演概要集, I-69, 1995.
- 6) 松本, 新原, 小林: 構造基本断面のフラッター発生機構に関する研究, 構造工学論文集Vol.40A, pp.1019-1024, 1994.
- 7) 浜崎, 松本, 白石, 小林, 川合: 非定常空気力に着目したフラッター安定化策についての考察, 土木学会第49回年次学術講演会講演概要集, 第1部, pp.952-953, 1994.
- 8) 松本, 白石, 白土, 重高, 新原, 山口: 構造基本断面の非定常空気力に関する研究, 第12回風工学シンポジウム論文集, pp.231-236, 1992.
- 9) 松本, 小林, 浜崎: 非定常空気力に着目したフラッター安定化策についての考察, 第13回風工学シンポジウム論文集, pp.377-382, 1994.
- 10) 松本, 小林, 浜崎: 構造基本断面の非定常空気力における連成フラッターの発生機構に関する研究, 第13回風工学シンポジウム論文集, pp.359-364, 1994.

(1995.2.14 受付)

ON FLUTTER STABILITY OF DECKS FOR SUPER LONG-SPAN BRIDGE

Masaru MATSUMOTO, Hiroshi HAMASAKI and Fumitaka YOSHIKUMI

Because of increase of span length of suspension bridges, it has become more important to evaluate the stability of flutter phenomena. This study aims to clear the mechanism of coupled flutter. In order to clear it, wind tunnel test is carried out on fundamental bluff bodies to calculate aerodynamic derivatives of them, and roles of aerodynamic derivatives on flutter is investigated by using step-by-step analysis in place of conventional complex eigen value analysis.