

送風時の振動モード情報を利用した 非定常空気力推定法の開発

山田 均¹・宮田 利雄²・中島 州一³

¹正会員 工博 横浜国立大学助教授 工学部建設学科 (〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)

²正会員 工博 横浜国立大学教授 工学部建設学科 (〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)

³正会員 工修 元横浜国立大学大学院 (〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)

吊り形式橋梁の長大化により、連成フラッターも現実的な風速域での耐風検討の対象になってきた。橋梁の連成フラッター挙動は非常に複雑なものとなり、従来の振動の有無を見るだけの部分模型振動法では十分な精度の検討が難しくなり、連成非定常空気力係数を用いたいわゆるフラッター解析が耐風設計法に組み込まれようとしている。この時、連成非定常空気力の十分な精度が要求されてくるが、水平、鉛直、ねじれ方向に運動する吊り構造部の非定常空気力の測定は、鉛直曲げとねじれ運動に限定される従来の方法では拡張性に問題が生じる。そこで、いわゆる自由振動法を拡張し、より柔軟で多自由度の運動に対応が容易に可能な測定法を開発し、風洞実験によって十分な精度を持つ方法であることを検証した。

Key Words : *Coupled Unsteady Aerodynamic Force, Experimental Method, Complex Modal Information, Reverse Analysis*

1. はじめに

長大橋梁の耐風設計では、部分模型を用いた振動応答試験により、空力振動発生状況の直接検討する実験的な方法が長らく用いられてきた。しかし、明石海峡大橋に代表される、吊り形式橋梁の超長大化にともない、空力振動の中でも複雑な応答状況を示す連成フラッター検証の必要性が増加し、風洞実験で測定された空気力を用いた解析的な検討も併せ、行われるようになってきている。空力振動は、曲げ、ないしねじれの1自由度タイプのもものとそれらが連成する2自由度タイプのもんがあり、対応する空気力も振動時の空気力である非定常空気力として、1自由度タイプの表現及びそれを拡張した2自由度タイプの表現が用いられている。非定常空気力は、従来、曲げとねじれ別個の1自由度自由振動応答とそれらの連成した2自由度自由応答を組み合わせた自由振動法、再現する振動状況は同様であるが、強制的に振動させ、その反力として空気力を捕える強制振動法が行われている。いずれの場合でも、空力振動が1自由度の場合では比較的容易に精度良く測定が可能であるが、2自由度系空気力に対しては少なからぬ問題が生じる。特に、より多自由

度で多方向の運動の影響を受けるような空気力測定への拡張は困難である。一方で、長大橋に見られる振動状況は非常に複雑であり、複雑に運動する構造物に作用する非定常空気力を精度良く推定する重要性は増しつつある。複雑な運動を反映し、少なくとも揚力、抗力、空力モーメントの3方向の非定常空気力を鉛直曲げ変位、水平曲げ変位、ねじれ変位の3方向の変位で定義し測定できるような、より柔軟な非定常空気力係数の推定方法の開発が重要になっている。

最近有効な方法が開発されてきたシステム同定法を導入すると、非定常空気力を含む状態方程式を振動応答履歴を用いて直接パラメータ同定する方法を新しい手法1), 2), 3), 4), 5)として設定することができる。しかし、十分に連成した2自由度空気力振動へ適用しようとする、期待した精度を得ることが非常に難しいことが分かってきた。

本論文では、風洞実験による観測応答履歴を用い、パラメータを直接同定する問題として、システム同定法を非定常空気力推定に組み込む場合の問題点を示す。そして、連成フラッターに係わる2自由度空気力測定に関し新たに拡張した手法を提案する。

2. 非定常空気が作用する系の同定

(1) 直接同定の問題

非定常空気の定式化は、水平曲げ振動の影響を含めいくつかの例があるが、まず、2次元部分模型振動実験で見られるような、構造系側では連成はなく、空気力側で連成がある2自由度(連成)振動の場合を想定する。ここでは翼の空気力表現に倣い、また、鉛直変位 y を桁幅 B で無次元化し、次のように無次元化された定係数を持つ形で定式化する。

$$m(\ddot{\eta} + 2\xi_{\eta}\omega_{\eta}\dot{\eta} + \omega_{\eta}^2\eta) = \pi\rho B^2\omega^2 \left(L_{\eta\eta}\eta + L_{\eta\dot{\eta}}\frac{\dot{\eta}}{\omega} + L_{\eta\theta}\theta + L_{\eta\dot{\theta}}\frac{\dot{\theta}}{\omega} \right)$$

$$I(\ddot{\theta} + 2\xi_{\theta}\omega_{\theta}\dot{\theta} + \omega_{\theta}^2\theta) = \pi\rho B^4\omega^2 \left(M_{\theta\eta}\eta + M_{\theta\dot{\eta}}\frac{\dot{\eta}}{\omega} + M_{\theta\theta}\theta + M_{\theta\dot{\theta}}\frac{\dot{\theta}}{\omega} \right)$$

ここで、

$$\eta = y/B \quad (1)$$

また、 m 、 I は振動系の鉛直振動に関する質量および極慣性モーメント、 ξ_{η} 、 ξ_{θ} は鉛直振動、ねじれ振動それぞれの減衰係数、 ω_{η} 、 ω_{θ} は鉛直振動、ねじれ振動それぞれの固有円振動数である。 ω は有風下で実現する円振動数、 ρ は空気密度を示す。添字 η 、 θ 、 R 、 I は、鉛直振動、ねじれ振動成分、変位同相(比例)成分、速度同相(比例)成分を示す。8つの非定常空気力係数 L 、 M は換算風速(U/fB)をパラメータとして与えられる。

1自由度型の空力振動は、この運動方程式のそれぞれの解であり、2自由度型の連成空力振動は両方の運動方程式を満たす固有値問題としての解として表現できる。この1セットの組み合わせから得られる2つの固有振動解は、非定常空気力係数の定義上、同一の換算風速でのものとなり、仮定した換算風速と解として得られた2つの固有振動数の関係から、異なる別々の風速での実現値に読み直されることになる(図-1)。したがって、逆に、上記の運動方程式を、そのまま状態方程式としてシステム同定手法に組み込み、ある風速での観測状況に適用すると別の換算風速の応答を同時に観測していることとなり、これをそのまま式(1)に対する観測入力とすることは換算風速による定式化と不整合が起きることになる。

一方、ガスト応答を除く空力振動が発生している状態では、振動系が多自由度系であっても、空力減衰の関係で1つの振動モードのみははっきりと観測される状況が多い。また、連成フラッターの起きる場合でも、その発生以前の観測状況では振動の連成は少ない。つまり、風洞実験での応答観測では、広い風速範囲で複数の振動モードの混在をふせぎ、対象

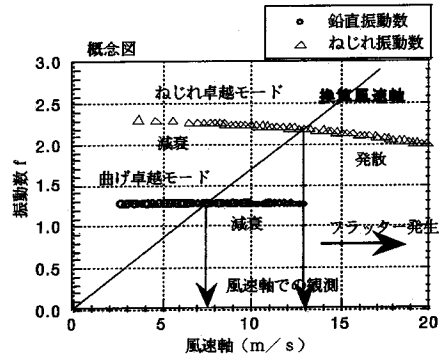


図-1 風速、換算風速、振動モードの状況の関係

とする振動モードのみを比較的きれいに観測することができる。振動モードを一つのみ観測している意味で、観測される応答の換算風速は一つであり、観測状態と定式化の不整合の影響は最小限にとどめることができる。このような状況に式(1)を状態方程式とし、パラメータ同定を試みると、この応答解自体に関する同定は、風洞実験での観測応答であっても良好であることは報告されている。一方、応答に現れない残りの振動モード解については、情報が不足し、雑音、初期条件などの影響を直接受け、精度の良い同定はできないことが分かる⁶⁾。したがって、観測される振動モードの同定は観測を行う風速ごとにできるものの、換算風速をパラメータとした全ての解からの逆解析である非定常空気力係数推定は、非常に困難であると思われることができる。

(2) 振動モード組合せによる推定

直接同定の問題は、換算風速と風速の関係より、1観測で1振動モードについてしかデータを得られないことにある。したがって、何らかの方法で運動方程式に対応する全ての振動モードの情報を得ることができれば、以下のような逆解析を行うことにより、問題解決が可能であることになる。

2自由度の定式化である、式(1)を以下のように書き換える。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = [f_R]\{u\} + \frac{1}{\omega}[f_I]\{\dot{u}\} \quad (2)$$

ここで

$$\{u\} = \begin{Bmatrix} \eta \\ \theta \end{Bmatrix}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, [C] = [M] \begin{bmatrix} 2\xi_{\eta}\omega_{\eta} & 0 \\ 0 & 2\xi_{\theta}\omega_{\theta} \end{bmatrix}$$

$$[K] = [M] \begin{bmatrix} \omega_n^2 & 0 \\ 0 & \omega_o^2 \end{bmatrix}, [P] = \begin{bmatrix} \pi \rho B^2 \omega^2 & 0 \\ 0 & \pi \rho B^t \omega^2 \end{bmatrix}$$

$$[f_R] = [P] \begin{bmatrix} L_{\eta^R} & L_{\theta^R} \\ M_{\eta^R} & M_{\theta^R} \end{bmatrix}, [f_I] = [P] \begin{bmatrix} L_{\eta^I} & L_{\theta^I} \\ M_{\eta^I} & M_{\theta^I} \end{bmatrix}$$

式(1)および(2)は減衰項を含むため複素固有値問題となるので、その結果の複素固有値(複素固有振動数) Ω 、複素固有ベクトル(複素固有モード形) Φ は、固有振動数と減衰率、振幅比と位相差を表す。展開上の便宜のために比較的小さな減衰状況を想定し、調和的な連成振動を仮定すると、式(2)は次のように書き換えることができる。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = [f_R]\{u\} + \frac{1}{\omega}[f_I]\{\dot{u}\} = [F]\{\ddot{u}\}$$

$$([M] - [F])\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = 0 \quad (3)$$

ここで

$$\{u\} = -\frac{1}{\omega^2}\{\ddot{u}\}, \{\dot{u}\} = -\frac{i}{\omega}\{\ddot{u}\}$$

$$[F] = -\frac{1}{\omega^2}[f_R] - \frac{i}{\omega^2}[f_I]$$

さて、変位 $\{u\}$ は複素モード形と複素振動数を用いた基準座標により次のように表すことができる。

$$\{u\} = \Phi_\eta \exp(\Omega_\eta t) + \Phi_\theta \exp(\Omega_\theta t) \quad (4)$$

式(4)を式(3)に代入し、鉛直曲げ卓越モードとねじれ卓越モードの複素固有振動数と複素固有モード形を用いて、非定常空気力について書き直すと次のようになる。

$$([M] - [F])\{\Phi_\eta \ \Phi_\theta\} \begin{bmatrix} \Omega_\eta^2 & 0 \\ 0 & \Omega_\theta^2 \end{bmatrix} + [C]\{\Phi_\eta \ \Phi_\theta\} \begin{bmatrix} \Omega_\eta & 0 \\ 0 & \Omega_\theta \end{bmatrix} + [K]\{\Phi_\eta \ \Phi_\theta\} = 0 \quad (5)$$

$$[F] = [M] + [C]\{\Phi_\eta \ \Phi_\theta\} \begin{bmatrix} 1/\Omega_\eta & 0 \\ 0 & 1/\Omega_\theta \end{bmatrix} \{\Phi_\eta \ \Phi_\theta\}^{-1} + [K]\{\Phi_\eta \ \Phi_\theta\} \begin{bmatrix} 1/\Omega_\eta^2 & 0 \\ 0 & 1/\Omega_\theta^2 \end{bmatrix} \{\Phi_\eta \ \Phi_\theta\}^{-1} \quad (6)$$

すなわち、非定常空気力係数は換算風速で定義されているため、同じ換算風速に対応する鉛直曲げ卓越モードとねじれ卓越モードの複素固有振動数と複素固有モード形をそれぞれ精度良く測定できれば、式(6)を用い、非定常空気力係数を推定できることになる。

また、より多自由度の空気力係数の測定にも同じ論理を単に次のように拡張すれば可能である。

$$\{u\} = \sum_i \Phi_i \exp(\Omega_i t) \quad (7)$$

$$([M] - [F])\{\Phi_i\} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Omega_i^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + [C]\{\Phi_i\} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Omega_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + [K]\{\Phi_i\} = 0 \quad (8)$$

$$[F] = [M] + [C]\{\Phi_i\} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/\Omega_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{\Phi_i\}^{-1} + [K]\{\Phi_i\} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/\Omega_i^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \{\Phi_i\}^{-1} \quad (9)$$

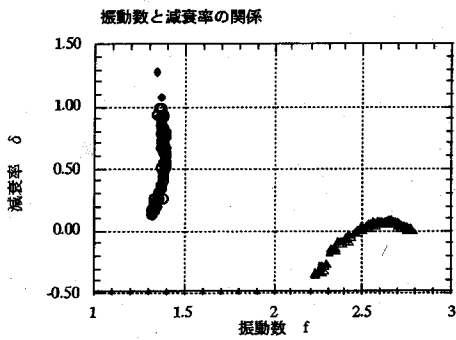
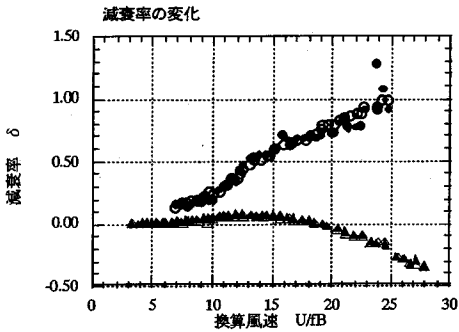
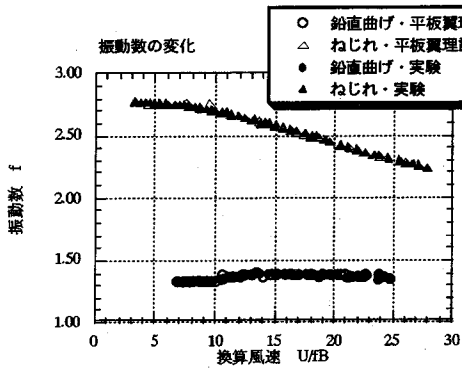
(3) 非定常空気力係数推定の手順

式(6)あるいは(9)を用いて非定常空気力を推定するためには、測定対象とする振動系の自由度数に対応する複素固有振動数および複素固有振動モード形の組合せを得ることができればよい。こうすれば非定常空気力係数を多自由度系であっても推定できる。つまり、まず第1ステップとして、検討対象とする換算風速範囲を考慮し、十分にこまかい風速のきざみで、振動応答の複素振動数(応答の振動数と減衰率)および複素モード形(応答の振幅比および位相差)を測定する。次に第2ステップとして、測定した複素振動数および複素モード形を換算風速で整理し直し、適当な換算風速ごとに組み合わせられた複素振動数および複素モード形を式(6)あるいは(9)に代入して、一連の換算風速の範囲で非定常空気力係数を推定する。

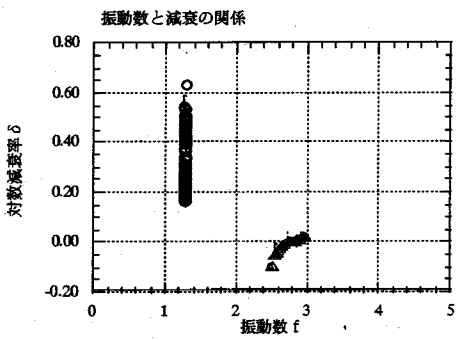
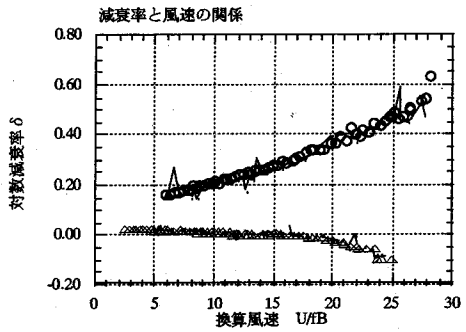
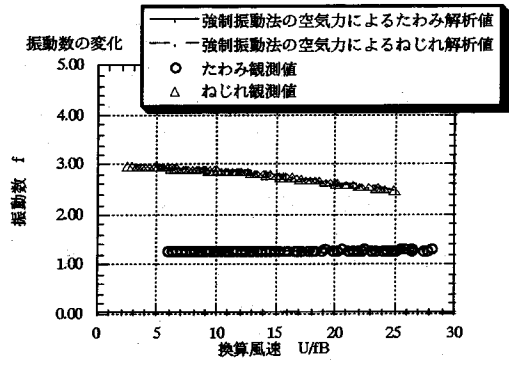
具体的には、本研究では以下のように実施した。

STEP1 適当な風速での複素固有振動数と複素モード形の測定

非定常空気力係数を考慮した運動方程式である式(2)の左辺を右辺に移行すると、減衰項と剛性項の係数が密の実行列になることに着目し、質量マトリクスは既測定のものとして、鉛直たわみ振動に対応する質量と極慣性モーメントの対角マトリクスとする。同定対象とする減衰マトリクスと剛性マトリクスを密な実行列とした状態方程式を想定し、EKWG I (Extended Kalman Filter with Weighted Global Iteration) 法を適用し、パラメータ同定を実



図一 2 翼断面模型による固有値（振動数，減衰率）の変化



図一 3 トラス模型の固有値（振動数，減衰率）の変化

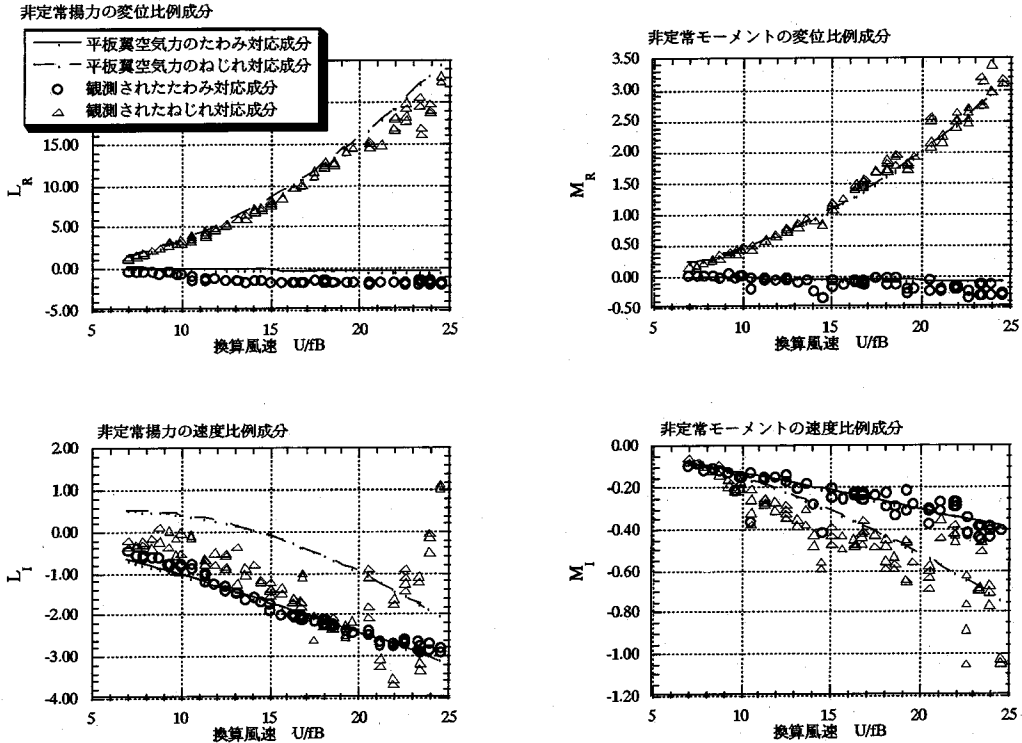


図-4 翼断面で観測された非常空気力係数と平板翼理論空気力係数の比較

施した。原理的には全ての振動モードが混在していれば、同時に同定が可能であることになる。しかし、次のステップでは非常空気力を換算風速によるとりまとめにより行うことを考慮しながら、観測は十分にこまかい風速のきざみで、対象とする振動モードから定まる振動数を反映した換算風速を考慮しながら測定を実施した。つまり、卓越するモードが明確であるように、鉛直曲げおよびねじれを別々に加振し、振動数と風速の組合せを調整しながら、変位および速度の応答履歴を観測値とし、運動方程式のパラメータを同定した。

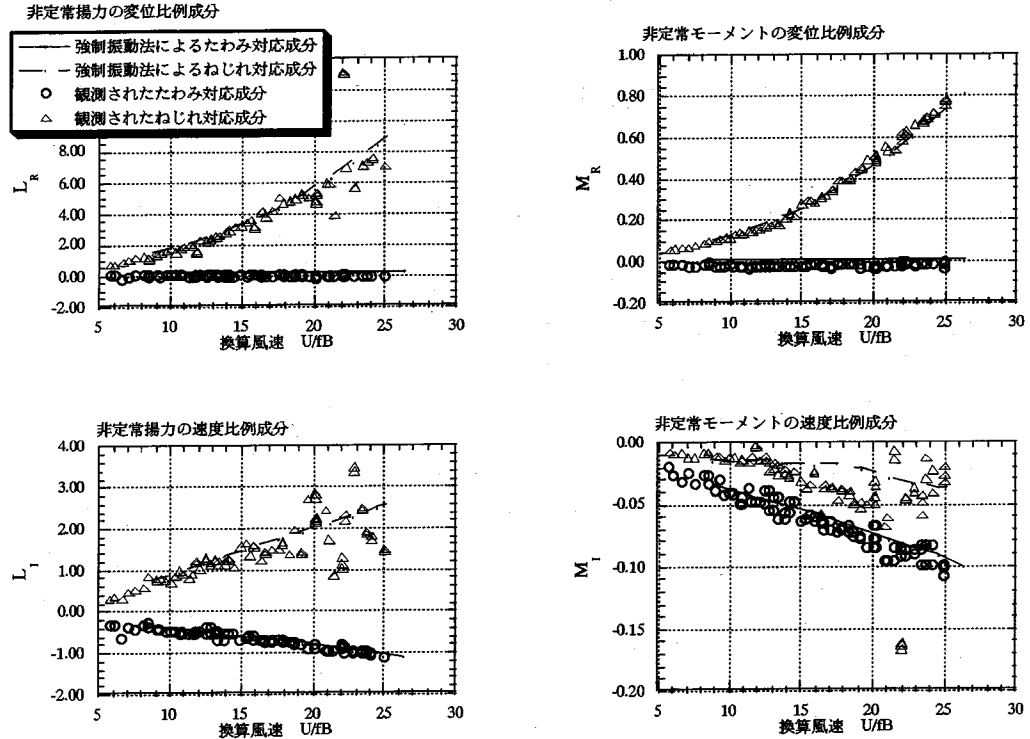
つぎに、複素振動数および複素固有モード形を、同定した運動方程式を複素固有値解析することによって求め、換算風速での整理に都合の良い卓越モードに対応するもののみを次のステップでの解析対象とした。

STEP2 換算風速での整理と非常空気力係数の推定

ステップ1で得られた複素振動数および複素固有モード形をもとに、観測した風速と複素振動数から得られる振動数を用いて換算風速を求め直し、鉛直曲げ卓越振動モードおよびねじれ卓越振動モードで同じ換算風速になるペアを、十分広い範囲をカバー

するように数多くの換算風速毎に組み合わせる。組み合わせられた振動モードのペアを、換算風速ごとに式(6)ないし(9)に代入することにより、その換算風速での非常空気力係数を求めることができる。実際には、個々の実験で観測された風速と振動数との組合せで、厳密に同一の換算風速でのペアが得られることはなく、測定精度も考慮し $\pm 2\%$ 範囲での違いは許すこととした。別途実施した感度解析によればこの程度の違いは推定結果に大きな影響を及ぼすことはないことが分かっている。

実際に風洞実験を行うと、ある風速でフラッターが発生することがある。このとき、フラッターの発生より低い風速では、鉛直曲げ、ねじれの2つの振動モードは、ともに減衰モードであるため、比較的別個に測定しやすい。一方、フラッターが発生した後の高い風速では、フラッター発生モードの振動はすぐに発散し、もう一方の減衰モードはすばやく減衰して測定は困難になる。しかし、長大吊橋では、普通、ねじれと曲げの基本振動数比は2あるいはそれ以上であり、また、曲げ基本振動数の方がねじれの基本振動数よりも低い。したがって、換算風速で見た場合、通常は減衰モードのままである曲げ振動モードも、フラッター発生の限界風速までとしても



図一五 トラス断面で観測された非定常空気力係数と強制振動法による空気力係数の比較

十分に高い風速域での測定が実現できることになる。これより広範囲の測定を行う場合には、別途の工夫が必要になる。

3. 風洞による2次元非定常空気力の測定

(1) 実験条件

風洞実験で測定された振動応答履歴を用い、連成する非定常空気力の測定を実施した。使用した模型は、いわゆる2次元弾性模型であり、曲げとねじれを独立に許す弾性支持系にマウントした。弾性支持系は、模型軸に対し水平直角の風のながれ方向には拘束されており、鉛直曲げとねじれは振動数と減衰率を別個に調整できる仕組みになっている。模型は2種類用い、1つは基本的な翼の断面形状を持つものでNACA0012断面柱、他方は長大橋のトラス桁設計案の模型である。質量、構造減衰率、曲げおよびねじれの固有振動数は無風時に模型をマウントした状態で測定したものをを用いた。両者の主要な諸元および実験を実施した基本的な条件は表一にまとめ示している。

表一 風洞実験模型諸元

| | 翼模型 | トラス模型 |
|--------------|-------------------------|-------------------------|
| 模型長 (L) | 1250mm | 1250mm |
| 模型幅 (B) | 300mm | 355mm |
| 質量 (m) | 4.26kg/m | 4.37kg/m |
| 極慣性モーメント (I) | 0.24kgm ² /m | 0.10kgm ² /m |
| 固有振動数f | | |
| ・ 鉛直曲げ | 1.31Hz | 1.29Hz |
| ・ ねじれ | 2.78Hz | 3.00Hz |
| 構造対数減衰率 (δ) | | |
| ・ 鉛直曲げ | 0.02 | 0.05 |
| ・ ねじれ | 0.005 | 0.01 |
| 測定迎角 (α) | 0° | 0° |

(2) 同定された固有値

図一2および図一3に風洞実験で観測された応答時系列から同定された2自由度状態方程式の複素固有値を示す。図一2は翼断面模型の振動数と減衰率の変化であり、2次元平板翼の理論値であるセオドルセン非定常空気力を想定した実験系に与えた場合の固有値も併せ示している。図一3はトラス断面模

型のものであり、同様な模型で測定された強制振動法による非定常空気力を同じ図内に示している。

いずれの場合も、推定された複素固有値から得た振動数と減衰率は換算風速に対し滑らかに変化しており、高換算風速時の一部をのぞき、結果のまとまりは良好である。複素固有値の実部と虚部の関係である、減衰率と振動数の関係も滑らかに変化し、まとまりも良く、運動方程式の同定が良好に行われていることを示している。図中で若干推定値がばらついている部分は、いずれの模型の場合も、実験途中のフラッターの発生の影響を受け、状態方程式の安定な同定を行うために、十分な解析長がとれないことの影響が少なからず現れているものと思われる。

翼断面模型ではセオドルセン非定常空気力を与えた場合の固有値、トラス断面では強制加振法による非定常空気力の寄与を含む固有値との比較を行った場結果も整合は良好である。

(3) 推定された非定常空気力

図-4、図-5に、図-2、図-3の複素固有値と、振幅比と自由度間の位相差情報となる複素固有モード形とを用い、推定された非定常空気力係数を示す。固有値の場合と同様に、フラッター限界風速より高い換算風速域で相対的に推定値のばらつきが大きくなる。この理由は、フラッター発生後は状態方程式の安定な同定を行うための解析長が十分でないこと、線形な非定常空気力モデルの設定に対し、実際には非定常空気力の振幅依存性が現れ、状態モデルとの間に十分な整合がないこと、などが考えられるが、前者の影響は少なくないと考えられる。しかし、非定常空気力係数の推定は、従来に較べても全体的には非常に良好であり、実用に十分に耐える測定が行われていると結論できる。また、固有値の比較でも良好な整合を見たように、翼断面の場合はセオドルセン非定常空気力、トラス断面の場合は強制加振法による非定常空気力との整合は、一部を除き、良好である。

4. 結論

多自由度系に作用する連成非定常空気力の柔軟な推定を実現するために、システム同定法を用いた、複素固有モード情報を基礎とした新しい非定常空気力の推定方法を提案し、風洞実験により検証を行った。その結果、次のような結論を得た。

1) 既往の連成非定常空気力の定式化を状態方程式に用いた非定常空気力係数同定問題では、風洞実験で観測される状況がかなり限られることから、観測データの単純な操作による方法では、意味のある精

度での直接推定はかなり困難であろう。

2) 実際の風洞実験での観測データの状況を考慮し、固有モード同定を基礎とした多自由度非定常空気力推定の手順の定式化を行った。連成非定常空気力が線形で定義される場合、振動応答は複素固有値問題として扱うことができる。本方法は複素固有値問題の逆解析に当たる方法である。従来法のように測定自体のための仮定は不必要であり、連成、非連成の振動状況を選ばず、非定常空気力の線形性が十分仮定できる範囲では、精度の良い非定常空気力の推定ができるといえる。

3) 2次元剛体模型を用いた風洞実験応答観測データを用い、推定した非定常空気力推定結果によれば、同定した振動数と減衰率を表す複素固有値相互、および換算風速との関係は安定した成果が得られており、さらにこの複素固有値と振幅比と自由度間の位相差を示す複素モード形とによる結果は、非常に安定しており、新しい非定常空気力の測定法として、本研究で提案している方法は非常に有用であると考えられる。

謝辞： 本研究は、本州四国連絡橋公団からの研究助成および必要なデータの参照を一部受けている。ここに謝意を表す。

参考文献

- 1) 星谷 勝, 斉藤 悦郎, 拡張カルマンフィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用, 土木学会論文集, 344, 1-1, pp.59-67, 1984.
- 2) 岩本 政巳, 藤野 陽三, 磯部 正治, 長谷部 宣男, 2つのモードからなる自由振動波形を用いた非定常空気力の同定, 第12回風工学シンポジウム論文集, pp.363-368, 1992年12月.
- 3) Xie Jiming, CVR method for identification of nonsteady aerodynamic model, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 29, pp.389-397, 1988.
- 4) 山田 均, 宮田 利雄, 市川 衡, 橋桁に作用する連成空気力推定に関する研究, 第11回風工学シンポジウム論文集, pp.55-60, 1990年12月.
- 5) 松本 勝, 白石 成人, 白土 博通, 重高 浩一, 新原 雄二, 山口 滋弘, 構造基本断面の非定常空気力に関する研究, 第12回風工学シンポジウム論文集, pp.231-236, 1992年12月.
- 6) 山田 均, 宮田 利雄, 高橋 昌規, システム同定法による連成空気力推定に関する問題点, 第13回風工学シンポジウム論文集, pp.329-334, 1994年11月.

(1995. 4. 19 受付)

TWO DIMENSIONAL UNSTEADY AERODYNAMIC FORCE MEASUREMENT
BY COMBINATION OF COMPLEX MODAL INFORMATION
UNDER WIND ACTION

Hitoshi YAMADA, Toshio MIYATA and Shu-ichi NAKAJIMA

As far as the aerodynamic behavior of recent super long span bridge concerns, three dimensional motions, including the lateral motion of the deck, are very important to describe the flutter occurrence. To make detailed discussion on it, 3 dimensional precise aerodynamic force information is also very important. In the measurement of unsteady aerodynamic force there have been applied the free vibration method and the forced vibration method. However they can be hardly extended to the measurement of more complex motion. In this paper newly developed flexible method in extension to multiple dimensional measurement was introduced and its effectiveness was examined by a wind tunnel test.