

# 不完全合成桁の不完全度の簡易推定法

中島章典<sup>1</sup>・溝江慶久<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 宇都宮大学助教授 工学部建設学科建設工学コース (〒321 栃木県宇都宮市石井町 2753)

<sup>2</sup>学生会員 宇都宮大学大学院 工学研究科建設学専攻博士前期課程 (〒321 栃木県宇都宮市石井町 2753)

本研究では、不完全合成桁の基礎方程式から得られる軸力、水平せん断力等の解に着目することによって、等分布荷重を受ける等断面および実際的な変断面不完全合成桁の不完全度を簡易に推定する方法を提案した。この方法は、断面諸量とスパンからなるパラメーターと単位長さあたりのずれ止め剛度の関係を用いることにより、不完全合成桁の不完全度を軸力、水平せん断力およびたわみに着目して推定するものである。また、軸力に着目して推定された不完全度を用いて不完全合成桁の縁応力度の値も容易に推定できることを示し、本法の有効性を確認した。

**Key Words :** estimation procedure, degree of imperfection, composite girder with partial interaction, rigidity of shear connectors

## 1. はじめに

合成桁においては、ずれ止めの弾性変形のために、理想的な完全合成を期待することはできない。一方、非合成桁においても、実際にはコンクリート床版と鋼桁とはある程度一体となって働いている。このように、完全合成桁と非合成桁の間の挙動を呈するのはいわゆる不完全合成桁である。

不完全合成桁については、従来から様々な研究が行われてきた。山本<sup>1)</sup>は、単純合成桁について、荷重状態をフーリエ級数を用いて表すことで、それまで用いられてきた Newmark ら<sup>2)</sup>の不完全合成桁に関する初等はり理論の応用範囲を広めた。橘・足立<sup>3)</sup>は、2 径間連続合成桁橋において、中間支点上のコンクリート床版に生じる引張応力を低減させるために、この付近のずれ止め剛度を低下させた場合について理論的に検討した。また、浜田・有住<sup>4)</sup>は有限要素法を用いた不完全連続合成桁の解析法を示した。さらに、井上・佐藤ら<sup>5)</sup>はずれ止め剛度が橋軸方向に変化する不完全合成桁を差分方程式から得られる剛性マトリックスを用いて解析した。

一方、小松・佐々木<sup>6)</sup>は、不完全合成格子桁橋を設計するに際して、フレキシビリティ定数  $s$  なるずれ止め剛度の無次元量を定義し、不完全度を考慮して不完全合成桁各部の縁応力度を求める近似計算法を示した。しかし、この研究で用いられた不完全度は典型的な鋼合成桁橋に用いられるずれ止め剛度で基準化したものであり、任意のプロポーシヨンの不完全合成桁に適用するには限界があると考えられる。

以上のように、不完全合成桁に関しては多くの研究が

なされている。しかし、種々の単位長さあたりのずれ止め剛度や断面諸量を有する不完全合成桁の不完全度を簡易に知るためには、少なくとも不完全合成理論に基づいて得られた解析解を用いて、コンクリート床版と鋼桁に相互に作用する軸力やずれ止めの受け持つ水平せん断力を求めなければならないのが現状である。したがって、任意のプロポーシヨンをもつ不完全合成桁の不完全度が、不完全合成理論に基づいた解析解を用いることなく簡易に推定できれば、合成桁あるいは非合成桁の設計において、応力やたわみ等を推定する上で有効であると考えられる。

このような背景のもとに、本研究では、断面諸量およびずれ止め剛度が与えられたときの不完全合成桁の不完全度、つまり完全合成と非合成との間のどの程度の合成効果を有しているかを簡易に推定する方法を提案した。

ここでは、等分布荷重を受ける等断面および変断面の不完全合成単純桁を対象とし、軸力、水平せん断力およびたわみを推定する方法を示した。また、軸力に着目して推定された不完全度を用いて、不完全合成桁の縁応力度の値が推定できることを示した。本来、ずれ止めが離散的に配置されている合成桁や非合成桁に対する不完全合成理論の適用には、自ずと限界はあるものの、使用性の立場からは、不完全合成桁の不完全度が簡易に推定できれば、応力やたわみを概算する上で有効であると考えられる。

## 2. 不完全合成桁の基礎方程式

まず、不完全合成桁の基礎方程式を導くにあたり、

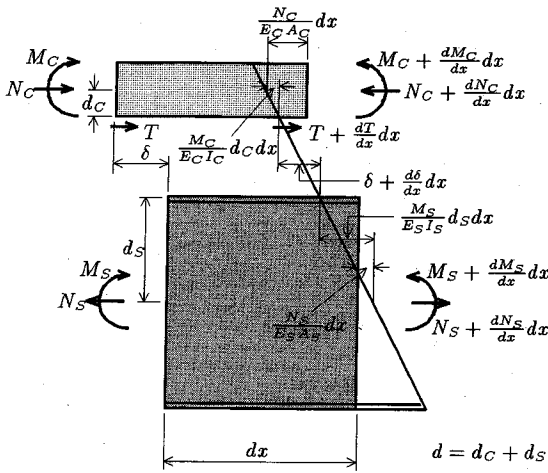


図-1 不完全合成桁の微小区間での変形とつり合い

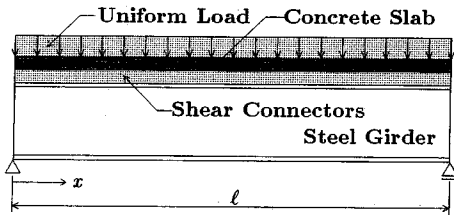


図-2 等分布荷重を受ける等断面単純桁の形状

図-1に示す長さ  $dx$  の微小桁要素を考えた。ここで、 $N_C$ 、 $M_C$  はそれぞれ、コンクリート床版に作用する軸力および曲げモーメントであり、 $N_S$ 、 $M_S$  はそれぞれ、鋼桁に作用する軸力および曲げモーメントである。さらに、 $T$  はコンクリート床版と鋼桁間に作用する水平せん断力であり、 $\delta$  はコンクリート床版と鋼桁間のずれを表している。この図から変形の適合条件、水平方向の力のつり合い、曲げモーメントのつり合い、コンクリート床版と鋼桁の曲率が全スパンにわたって一致するという4つの条件式を組み合わせることによって、不完全合成桁に関する基礎方程式

$$\frac{d^2 N}{dx^2} - \omega^2 N = -\gamma M_0 \quad (1)$$

を導くことができる<sup>1)~3)</sup>。ここに、 $N$  は不完全合成時にコンクリート床版および鋼桁に相互に作用する軸力であり、 $M_0$  は外力曲げモーメントである。また、 $\omega$ 、 $\gamma$  は、

$$\omega^2 = \left( \frac{1}{E_C A_C} + \frac{1}{E_S A_S} + \frac{d^2}{E_C I_C + E_S I_S} \right) C \quad (2)$$

$$\gamma = \frac{d}{E_C I_C + E_S I_S} C \quad (3)$$

であり、断面諸量 ( $E_C$ 、 $A_C$ 、 $I_C$  はそれぞれ、コンク

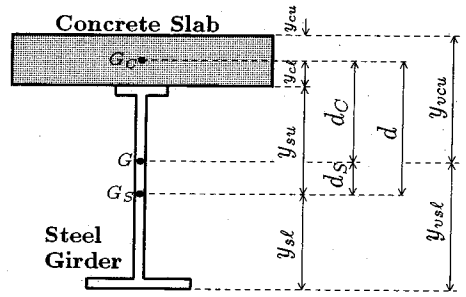


図-3 等断面桁の断面形状

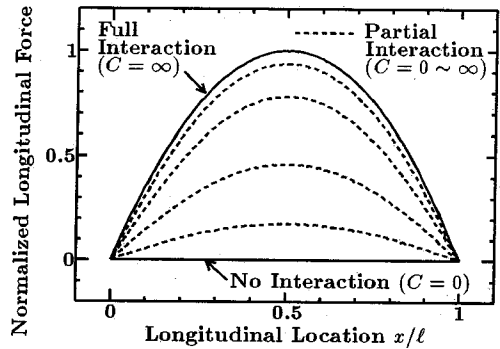


図-4 等分布荷重を受ける等断面単純桁の軸力分布

リート床版の弾性係数、断面積、断面2次モーメント、 $E_S$ 、 $A_S$ 、 $I_S$  はそれぞれ、鋼桁の弾性係数、断面積、断面2次モーメントであり、 $d$  はコンクリート床版の中立軸と鋼桁の中立軸との間の距離である)と単位長さあたりのずれ止め剛度  $C$  によって決まる形となっている。そして、この微分方程式を解くことにより、不完全合成桁に生ずる軸力の式を得ることができる。

### 3. 軸力に着目した不完全度の推定

#### (1) 等分布荷重を受ける等断面単純桁

一例として、図-2に示す等分布荷重を受ける等断面単純桁について、軸力に着目した不完全度の推定に関する検討を行った。解析に用いた断面形状は、図-3に示すとおりである。図中の  $G$  は、鋼換算断面の重心を示しており、 $G_C$ 、 $G_S$  はそれぞれコンクリート床版および鋼桁の重心を示している。

式(1)を境界条件を用いて解き、軸力の式を求め、これを用いて橋軸方向に軸力分布を描いたのが図-4である。ここでは、単位長さあたりのずれ止め剛度  $C$  は全スパンにわたって一定としている。この図から、不完全合成時の軸力分布はずれ止め剛度の増加にともなって、非合成時の軸力分布から完全合成時の軸力分布へ移行する

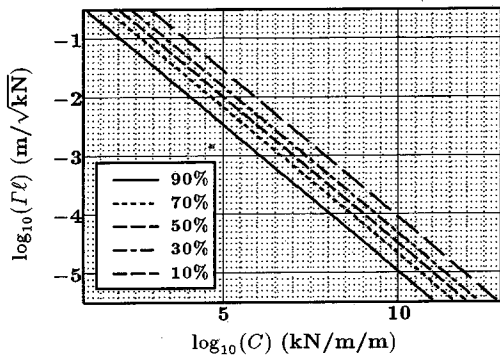


図-5 等分布荷重を受ける等断面単純桁の軸力に着目した桁特性とずれ止め剛度の関係 (着目点: 径間中央部)

ことがわかる。

ここで、図-4に示す軸力分布を描くために、式(1)を解いて求めた軸力の式を変形すると、

$$N = N_0(1 - R_N) \quad (4)$$

と表せる。ここに、 $N_0$ は完全合成時にコンクリート床版および鋼桁に相互に作用する軸力であり、 $R_N$ は不完全な合成効果による軸力の低減率である。すなわち、 $R_N$ が不完全合成桁の軸力に着目した不完全度を示しており、 $R_N$ が0から1に変化するにつれ、完全合成時の軸力( $N = N_0$ )から非合成時の軸力( $N = 0$ )に移行するのである。この場合の $R_N$ の式を具体的に示せば、

$$R_N = \frac{2}{\omega^2 x(\ell - x)} \left\{ 1 - \frac{\cosh \omega \left(x - \frac{\ell}{2}\right)}{\cosh \omega \frac{\ell}{2}} \right\} \quad (5)$$

と表される。ここに、 $x$ は左端からの橋軸方向位置、 $\ell$ はスパン長であり、 $\omega$ は式(2)で与えられる。ここで、不完全度を推定する着目点 $x (= \xi \ell)$ を決め、式(2)の $\omega$ のうち、ずれ止め剛度 $C$ を除いた部分を次式のように、

$$\Gamma = \sqrt{\frac{1}{E_C A_C} + \frac{1}{E_S A_S} + \frac{d^2}{E_C I_C + E_S I_S}} \quad (6)$$

とおくと、 $R_N$ は $\Gamma$ とスパン $\ell$ の積 $\Gamma \ell$ (以下、これを桁特性と呼ぶ)および単位長さあたりのずれ止め剛度 $C$ によって与えられる関数として整理される。

例えば、着目点 $x$ を図-4で最大軸力が得られた径間中央部とし、式(5)から $R_N$ を求めると、

$$R_N = \frac{8}{(\Gamma \ell)^2 C} \left\{ 1 - \frac{1}{\cosh \frac{1}{2}(\Gamma \ell) \sqrt{C}} \right\} \quad (7)$$

となる。これを用いて $R_N$ が0.9, 0.7, 0.5, 0.3, 0.1になる時、すなわち軸力 $N$ が完全合成時の10~90%に低減する場合の桁特性 $\Gamma \ell$ と単位長さあたりのずれ止め剛度 $C$ の関係を両者の常用対数をとって示したのが図-5である。いずれの低減率においても、両者は直線関係を示しており、また、左側に位置している直線の方

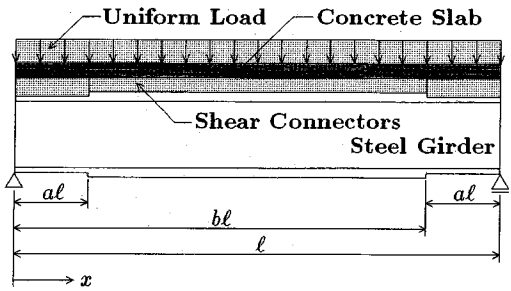


図-6 等分布荷重を受ける変断面単純桁の形状

が不完全度は大きいことがわかる。これより、不完全合成桁の断面諸量とスパンおよび単位長さあたりのずれ止め剛度が与えられれば、図-5において、縦軸と横軸の値の交わる点を見るだけで、容易に軸力をパラメーターとした不完全度を概算することができる。また、本研究で定義している軸力に着目した不完全度の正確な値は、式(7)を解くことによって得られる。

また逆に、不完全合成時の軸力は、推定した不完全度 $R_N$ と完全合成時の軸力 $N_0$ を用いて式(4)より容易に求められる。

## (2) 等分布荷重を受ける変断面単純桁

実際の合成桁および非合成桁では、橋軸方向に鋼桁が変断面になっていることから、本研究では、図-6に示すような等分布荷重を受ける変断面単純合成桁および非合成桁についても検討を行った。この際、式(1)を解いて軸力の式を導くにあたり、用いた境界条件および連続条件は以下の6式である。

$$[N_1]_{x=0} = 0 \quad (8a)$$

$$[N_1]_{x=al} = [N_2]_{x=al} \quad (8b)$$

$$[\delta_1]_{x=al} = [\delta_2]_{x=al} \quad (8c)$$

$$[N_2]_{x=bl} = [N_3]_{x=bl} \quad (8d)$$

$$[\delta_2]_{x=bl} = [\delta_3]_{x=bl} \quad (8e)$$

$$[N_3]_{x=l} = 0 \quad (8f)$$

ここに、 $N_i$ 、 $\delta_i$ はそれぞれ不完全合成時の軸力および水平方向のずれを示している。さらに、下付き添字 $i = 1, 2, 3$ はそれぞれ断面1( $0 \leq x \leq al$ )、断面2( $al \leq x \leq bl$ )、断面3( $bl \leq x \leq l$ )に対応している。

式(8a)および式(8f)の条件は、桁の端部において、コンクリートの連続性および鋼桁の連続性が絶たれるために、軸力の伝達が行われないことから説明される。式(8b)および式(8d)の条件は、断面変化点の両側で発生する軸力は断面変化点で一致するという仮定の下に決定した。式(8c)および式(8e)の条件は、断面変化点で水平せん断力による水平方向のずれ $\delta_i (= T_i/C_i)$ が一致す

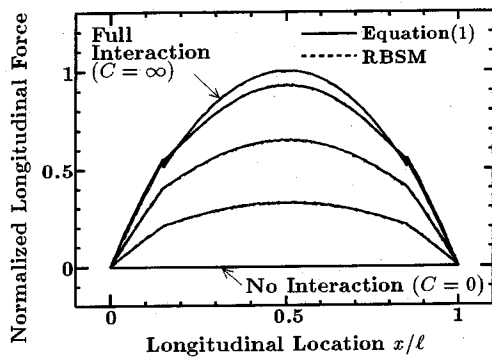


図-7 等分布荷重を受ける変断面単純桁の軸力分布

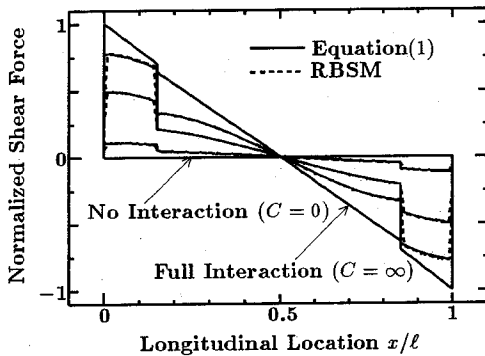


図-8 等分布荷重を受ける変断面単純桁の水平せん断力分布

るといふ仮定の下に決定した。ここに、 $T_i$  は不完全合成時にずれ止めが受け持つ水平せん断力であり、 $N_i$  を  $x$  で微分することにより求められる。また、 $C_i$  はそれぞれの断面でのずれ止め剛度である。

以上の仮定の妥当性を確かめるために、微分方程式を解いて軸力の値を求め、その橋軸方向軸力分布を図-7に、橋軸方向水平せん断力分布を図-8に実線で描いた。また図中には、不完全合成理論の仮定を満足するように十分な要素分割数を設けた剛体ばねモデル(RBSM)解析<sup>7)</sup>による結果を破線で示した。

この図から、ずれ止め剛度の増加にともなって、軸力分布あるいは水平せん断力分布が、それぞれ非合成時の値から完全合成時の値に移行するが、いずれの不完全度を有する場合にも実線と破線はよく一致していることがわかる。したがって、式(8)に示した境界条件は実際の変断面不完全合成桁の挙動を十分反映しているものであると考えられる。

ところで、変断面桁の場合に得られる軸力の式は非常に複雑で、軸力の低減率  $R_N$  を桁特性  $\Gamma l$  と単位長さあたりのずれ止め剛度  $C$  の関数として整理することは容易ではない。そこで、解析には、文献(8)、9)や実橋の寸

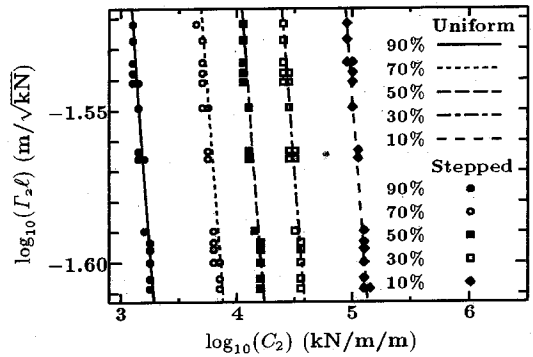


図-9-a ずれ止め剛度を橋軸方向に変化させた場合

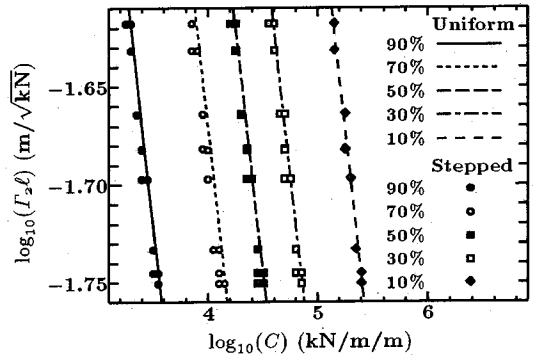


図-9-b ずれ止め剛度一定の場合

図-9 等分布荷重を受ける変断面単純桁の軸力に着目した桁特性とずれ止め剛度の関係(着目点: 径間中央部)

法を参考にした数種類の不完全合成桁のデータ(断面諸量およびスパン)を用いて、一定の  $R_N$  を有する場合の  $\Gamma l$  と  $C$  の関係を数値的に求めた。

図-6に示す変断面不完全合成桁の径間中央部における  $\Gamma l$ 、 $C$  と不完全度の関係を図-9に示す。縦軸が  $\Gamma l$  となっているのは、径間中央部付近の大きい断面諸量を用いて  $\Gamma$  を算定していることを示している。図-9-aは合成桁を対象として、断面変化点より外側のずれ止め剛度を中央部の2倍にした結果である。 $C_2$  は中央部のずれ止め剛度を表している。一方、図-9-bは非合成桁を対象として、全スパンにわたって単位長さあたりのずれ止め剛度  $C$  を一定とした結果である。

いずれも、変断面桁の結果を各マークで示し、図-5に示した等断面桁の結果を各直線で示している。これらの図から、不完全度に応じた各マークはそれぞれ対応した直線上もしくはその近辺にあることがわかる。以上のことは、軸力に着目する限り、ずれ止め剛度を橋軸方向に一定とした場合と、ここで用いた程度にずれ止め剛度を変化させた場合には、推定される変断面桁の不完全

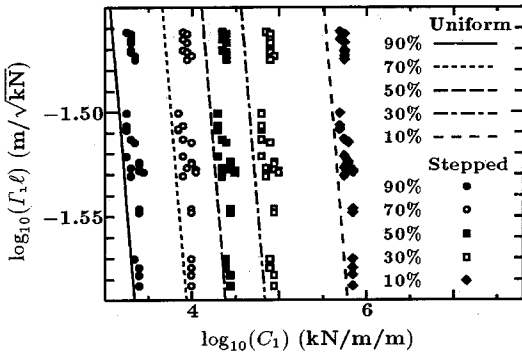


図-10-a ずれ止め剛度を橋軸方向に変化させた場合

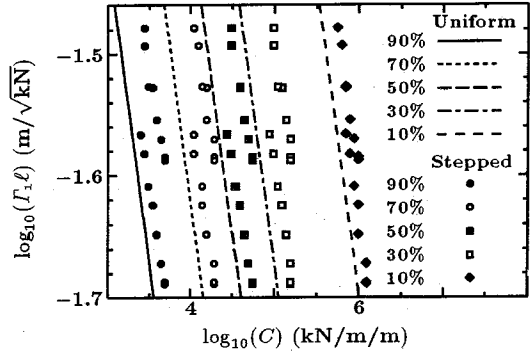


図-10-b ずれ止め剛度一定の場合

図-10 等分布荷重を受ける変断面単純桁の水平せん断力に着目した桁特性とずれ止め剛度の関係 (着目点: 径間端部)

度はほぼ一致し、その値はずれ止め剛度を一定とした等断面桁の不完全度によって推定できることを意味している。

#### 4. 水平せん断力に着目した不完全度の推定

式(1)を解いて得られる軸力の式を  $x$  で微分するとずれ止めの受け持つ水平せん断力の式を得ることができ。そこで、図-2に示す等分布荷重を受ける等断面単純桁について、水平せん断力の式を求め、変形を行うと、式(4)と同様に以下のような形に整理できる。

$$T = T_0 (1 - R_T) \quad (9)$$

ここに、 $T_0$  は完全合成時にずれ止めが受け持つ水平せん断力であり、 $R_T$  は次式で表される不完全な合成効果による水平せん断力の低減率である。

$$R_T = \frac{2 \sinh \omega(x - \frac{\ell}{2})}{\omega(2x - \ell) \cosh \omega \frac{\ell}{2}} \quad (10)$$

これより、上式の  $R_T$  は式(6)で表される  $\Gamma$  とスパン  $\ell$  の積すなわち桁特性  $\Gamma \ell$  と、単位長さあたりのずれ止め剛度  $C$  で整理できる。したがって、水平せん断力に着目した場合の不完全度も、桁特性とずれ止め剛度の間の直線関係を用いることによって容易に推定できる。図-2に示す等断面桁と図-6に示す変断面桁について、着目点を図-8で最大水平せん断力が得られた径間端部 ( $x = 0$ ) とし、水平せん断力に着目して不完全度を推定した結果が図-10である。変断面桁の計算結果を表す各マークの方が等断面桁の結果を表す直線よりも右側に位置しており、これは同じ断面諸量、同じずれ止め剛度を有する場合には、変断面桁の方が等断面桁よりも多少、水平せん断力に着目した不完全度は高いことを示している。しかし、その差は10%程度であり、水平せん断力に着目した場合も、変断面桁の不完全度は等断面桁の値によってある程度推定できると言える。

#### 5. たわみに着目した不完全度の推定

コンクリート床版と鋼桁は上下方向に離れないという不完全合成理論の仮定を考慮すると、不完全合成桁のたわみは、コンクリート床版部のたわみあるいは鋼桁部のたわみに等しい。したがって、不完全合成桁のたわみを求めるに際して、ここでは、コンクリート床版部のたわみ  $v_C$  を求める。そのためには、コンクリート床版部の曲げモーメントを求める必要がある。

図-2に示す等断面桁を例にとり、コンクリート床版に生じる曲げモーメント  $M_C$  を求める。曲げモーメントのつり合いより次式が得られる。

$$M_0 = M_C + M_S + d \cdot N \quad (11)$$

また、コンクリート床版と鋼桁の曲率  $\phi$  が全スパンにわたって一致するという仮定に基づいて、

$$\phi = \frac{M_C}{E_C I_C} = \frac{M_S}{E_S I_S} \quad (12)$$

が成り立つ。以上の2式と式(4)から、

$$M_C = \frac{I_C}{n I_V} M_0 \left( 1 + \frac{A_C d C^2 + n A_S d S^2}{I_C + n I_S} R_N \right) \quad (13)$$

が導ける。ここに、 $n$  は弾性係数比 ( $E_S/E_C$ ) であり、 $R_N$  は式(5)に示す不完全な合成効果による軸力の低減率である。

この  $M_C$  を用いて初等はり理論により、コンクリート床版すなわち不完全合成桁のたわみを求めると次式のように表せる。

$$v_C = v_0 \left( 1 + \frac{A_C d C^2 + n A_S d S^2}{I_C + n I_S} R_V \right) \quad (14)$$

ここに、 $v_0$  は完全合成時のコンクリート床版すなわち桁のたわみであり、 $R_V$  は不完全な合成効果によるたわみの増加率である。この  $R_V$  が  $0 \sim 1$  に変化するとつれて、完全合成時のたわみ  $v_0$  から非合成時のたわみ  $\{n I_V / (I_C + n I_S)\} v_0$  に移行する。図-2に示す等分布荷重を受ける等断面単純桁に対して、式(5)に示した軸

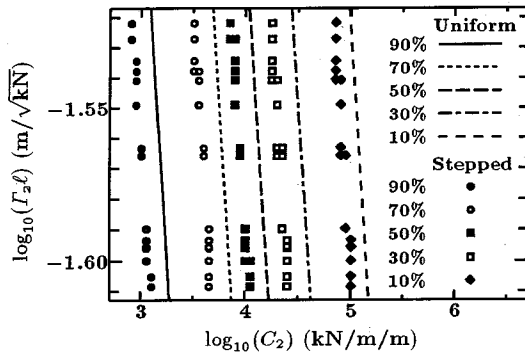


図-11-a ずれ止め剛度を橋軸方向に変化させた場合

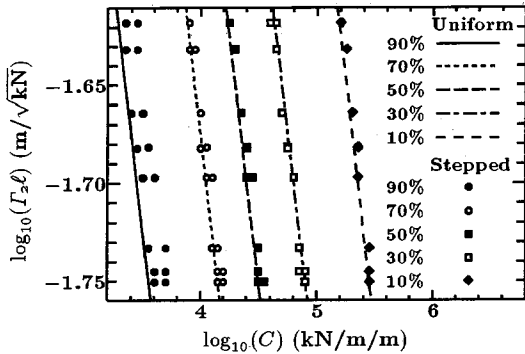


図-11-b ずれ止め剛度一定の場合

図-11 等分布荷重を受ける変断面単純桁のたわみに着目した桁特性とずれ止め剛度の関係 (着目点: 径間中央部)

力の低減率  $R_N$  を用いて具体的に  $R_V$  を求めると、

$$R_V = \frac{12}{\omega^2(\ell^2 + \ell x - x^2)}(1 - R_N) \quad (15)$$

となる。たわみを推定する点  $x$  を決め、式(2)および(6)を用いれば、式(15)の  $R_V$  も桁特性  $\Gamma\ell$  とずれ止め剛度  $C$  の関数として変形できる。

そこで、等分布荷重を受ける等断面桁および変断面桁において、最大たわみが得られる径間中央部で、 $R_V$  が変化する場合の桁特性  $\Gamma\ell$  と単位長さあたりのずれ止め剛度  $C$  の関係を示したのが図-11である。ずれ止め剛度を橋軸方向に一定とした図-11-bの場合には、変断面桁の計算結果である各マークは、等断面桁の計算結果である各直線にかなりよく一致している。しかし、図-9-aの場合と同じ条件で、ずれ止め剛度を橋軸方向に変化させた図-11-aの場合には、各マークの方が各直線よりも左側に分布した結果となった。これは、径間中央部で同じ断面諸量、同じずれ止め剛度を有する場合には、変断面桁の方が等断面桁よりも不完全度が小さいことを示している。したがって、着目点を径間中央部とし、ずれ止め剛度を橋軸方向に一定とした場合には、変断面桁の

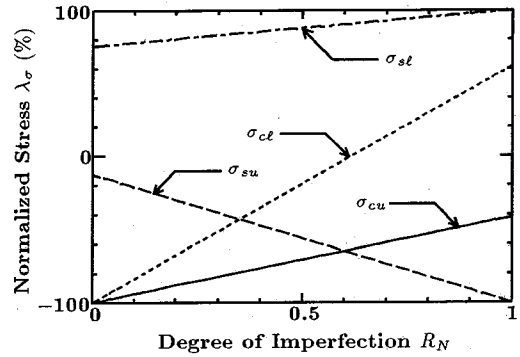


図-12 等分布荷重を受ける等断面単純桁の各縁応力と不完全度の関係 (着目点: 径間中央部)

不完全度は等断面桁の値で推定できるが、ずれ止め剛度を橋軸方向に変化させた場合には、推定される変断面桁の不完全度は、等断面桁の値よりも幾分小さいことがわかる。

## 6. 縁応力度の算定

一般に、不完全合成桁のコンクリート床版および鋼桁に生じる縁応力度  $\sigma_{cu}$  (床版上縁)、 $\sigma_{cl}$  (床版下縁)、 $\sigma_{su}$  (鋼桁上縁)、 $\sigma_{sl}$  (鋼桁下縁) は次式で計算される。

$$\sigma_{cu} = -\frac{N}{AC} - \frac{M_C}{IC} y_{cu} \quad (16a)$$

$$\sigma_{cl} = -\frac{N}{AC} + \frac{M_C}{IC} y_{cl} \quad (16b)$$

$$\sigma_{su} = \frac{N}{AS} - \frac{M_S}{IS} y_{su} \quad (16c)$$

$$\sigma_{sl} = \frac{N}{AS} + \frac{M_S}{IS} y_{sl} \quad (16d)$$

ここに、 $M_C$  は式(13)に示すコンクリート床版部の曲げモーメント、 $M_S$  は鋼桁部の曲げモーメントであり、次式で表される。

$$M_S = \frac{I_S}{I_V} M_0 \left( 1 + \frac{A_C d_C^2 + n A_S d_S^2}{I_C + n I_S} R_N \right) \quad (17)$$

また、 $y_{cu}$ 、 $y_{cl}$ 、 $y_{su}$ 、 $y_{sl}$  は図-3に示す距離である。式(13)や上式に示したように、曲げモーメント  $M_C$ 、 $M_S$  は、軸力の場合と同様、不完全な合成効果による軸力の低減率  $R_N$  を用いて整理できる。したがって、軸力と曲げモーメントの関数になっている各縁応力度は軸力の低減率  $R_N$  を用いて表すことができ、軸力に着目して推定された不完全度を用いて容易に求められる。

一例として、図-2に示す等分布荷重を受ける等断面単純桁の径間中央部について検討を行った。縦軸に不完全合成時の応力を、コンクリート床版の場合は完全合成時の応力で、鋼桁の場合は非合成時の応力で除した応力比  $\lambda_\sigma$  をとり、この応力比と軸力による不完全度の関

表-1 縁応力度の算出に用いた不完全合成桁の諸量

コンクリート床版 (m)		0.21×2.6
鋼桁 (m)	上フランジ部	0.019×0.41
	ウェブ部	2.15×0.011
	下フランジ部	0.028×0.66
スパン (m)		44
弾性係数 (GPa)	コンクリート	29.4
	鋼	205.8
等分布荷重の大きさ (kN/m)		49

係を示したのが図-12である。ここでは、図を見やすくするために、絶対値が大きい方の応力で無次元化して表した。この図を描くために用いた不完全合成桁の断面諸量、スパン、材料定数および荷重の大きさは表-1に示すとおりである。ここで、縦軸の正の領域は引張側を示し、負の領域は圧縮側を示している。横軸は不完全度を示し、0は完全合成時、1は非合成時を表している。この図から応力比と不完全度の間には直線関係が成り立っていることがわかる。以上のような関係は不完全合成桁の断面諸量などによらずに得られる。したがって、図-9のように軸力から不完全度が推定できれば、容易に応力比を得ることができ、結果的に各縁応力度を推定することが可能である。

ここで、具体的に縁応力度を算出してみる。表-1に示す不完全合成桁の諸元を用いて軸力に着目した不完全度を推定すると、ずれ止め剛度を一般の合成桁の値 ( $C=2GN/m/m$ )とした場合には、その不完全度は式(7)から0.5%となる。したがって、図-12に示す関係を用いると、コンクリート床版上縁で応力比は約-99.7%である。コンクリート床版上縁の応力比は完全合成時を100%としているので、これに完全合成時の応力度11.22MPaを乗じれば、表-1に示した不完全合成桁のコンクリート床版上縁応力度は11.19MPaとなる。

## 7. 不完全度の推定結果

本研究では、径間中央部に集中荷重を受ける単純桁についても、上述したような検討を行った。そこで、その結果も含めて、表-2に示すような範囲の実橋の桁寸法および単位長さあたりのずれ止め剛度を用いて、具体的に単純桁の径間中央部で軸力に着目して不完全度を推定した結果を表-3に示す。この表から、実橋サイズの合成桁の不完全度はかなり小さいことがわかる。また、合成効果をあまり期待しない非合成桁においても、スラブ止めのずれ止め剛度<sup>10)</sup>を考慮すると、実際にはかなり大きな合成効果が生じていることがわかる。さらに、これ

表-2 不完全度の推定に用いた実橋の桁寸法およびずれ止め剛度の範囲

〈桁寸法〉		(m)	
コンクリート床版	厚さ	0.180~0.260	
	幅	2.200~3.000	
鋼桁	上フランジ	厚さ	0.010~0.019
		幅	0.220~0.410
	ウェブ	高さ	1.600~2.150
		幅	0.009~0.011
	下フランジ	厚さ	0.010~0.028
		幅	0.280~0.660
スパン		30.00~44.00	
〈弾性係数〉		(GPa)	
コンクリート		29.40	
鋼		205.8	
〈ずれ止め剛度〉		(MN/m/m)	
合成桁		490 ~ 1960	
非合成桁		294 ~ 686	

表-3 軸力に着目した不完全度の推定結果 (着目点: 径間中央部)

	径間中央部集中荷重	等分布荷重
合成桁	4.8 ~ 11.6%	0.5 ~ 2.7%
非合成桁	10.0 ~ 20.7%	2.0 ~ 8.4%

らの不完全度は集中荷重を受ける場合の方が等分布荷重を受ける場合よりも大きくなっている。この理由は、完全合成時の桁の曲げモーメント分布形の差異によるものと考えられる。

## 8. おわりに

合成桁および非合成桁は実際には不完全合成桁である。本研究では、不完全合成桁の基礎方程式から得られる軸力、水平せん断力等の解において、断面諸量とスパンからなるパラメーター(桁特性と呼ぶ)と単位長さあたりのずれ止め剛度の関係を用いて、等断面および変断面不完全合成桁の不完全度を、軸力、水平せん断力およびたわみに着目して簡易に推定する方法を提案した。また、軸力に着目して推定された不完全度を用いて不完全合成桁の縁応力度が概算できることを示した。

本研究によって得られた主な結果をまとめると以下のようになる。

1. 等分布荷重を受ける不完全合成単純桁において、コ

ンクリート床版と鋼桁に相互に作用する軸力、水平せん断力およびたわみに着目した不完全度は、桁特性とずれ止め剛度の関係を用いて容易に推定できる。また、変断面桁の軸力、水平せん断力およびたわみに着目した不完全度は等断面桁の値によって近似的に推定できる。

2. 軸力、水平せん断力およびたわみに着目して推定された不完全度と完全合成時の値を用いて、逆に、不完全合成桁の軸力、水平せん断力およびたわみを求めることができる。
3. 軸力に着目して推定された不完全度を用いて、不完全合成桁に生じる縁応力度が容易に推定できる。
4. 本法を用いて推定した合成桁実橋の不完全度は非常に小さくなった。また、合成効果を期待しない非合成桁の不完全度もかなり小さいことがわかった。

ただし、不完全合成桁のコンクリート床版と鋼桁に相互に作用する軸力、水平せん断力およびたわみの橋軸方向分布形状と完全合成時のそれぞれの分布形状には差異があるために、それぞれに着目した場合の不完全度は多少異なる。したがって、実際には、着目すべき応答に対応した不完全度を用いることが考えられる。

#### 参考文献

- 1) 山本 稔：不完全合成桁の曲げ理論，土木学会論文集，

No.67, pp.1-10, 1960.3.

- 2) Newmark, N.M., C.P. Siess, and I.M. Viest : Tests and analysis of composite beams with incomplete interaction, *Proceedings of the Society for Experimental Stress Analysis*, Vol.9, No.1, pp.75-92, 1951.
- 3) 橋 善雄, 足立義雄：不完全合成桁について，土木学会論文集，No.112, pp.11-19, 1964.12.
- 4) 浜田純夫, 有住康則：不完全連続合成桁の有限要素解析，土木学会論文集，No.265, pp.1-9, 1977.9.
- 5) 井上稔康, 佐藤浩一, 渡辺 昇：不完全合成桁の差分剛性マトリックス解析法について，構造工学論文集，Vol.36A pp.1223-1236, 1990.3.
- 6) 小松定夫, 佐々木孝：不完全合成格子桁橋の理論と近似算法について，土木学会論文集，No.329, pp.27-37, 1983.1.
- 7) 中島章典, 阿部英彦, 岸 省治, 斎藤 崇, 宮田 明：合成桁ずれ止めの水平せん断伝達性状に着目した実験的研究，鋼構造年次論文報告集，第1巻，pp.669-676, 1993.7.
- 8) 島田静雄, 熊沢周明：合成桁の理論と設計，山海堂，1983.1.
- 9) 大地羊三, 出穂孝之：パソコンによる橋梁の設計と計算，オーム社，1983.4.
- 10) 中島章典, 池川真也, 土橋健治, 阿部英彦：非合成桁橋スラブ止めの動的水平せん断伝達性状と疲労強度，鋼構造年次論文報告集，第2巻，pp.683-690, 1994.11.

(1995.9.14 受付)

## SIMPLIFIED ESTIMATION PROCEDURE OF DEGREE OF IMPERFECTION FOR COMPOSITE GIRDER WITH PARTIAL INTERACTION

Akinori NAKAJIMA and Yoshihisa MIZOE

The objective of this paper is to propose a simplified procedure of estimating a degree of imperfection for a composite girder with partial interaction, paying attention to a longitudinal force and a horizontal shearing force obtained by solving a differential equation of the girder. A relation between rigidity of shear connectors and a parameter composed of the sectional properties and the girder span are used, in estimating a degree of imperfection of a longitudinal force, a horizontal shearing force and a deflection for the composite girder having a uniform and a stepped cross section. It is also clear that the fiber stresses of the composite girder with partial interaction can be predicted by employing the estimated degree of imperfection. Finally, main findings are summarized and an efficiency of this method is confirmed.



# ずれ止めの非線形挙動を考慮した不完全合成桁の 弾塑性解析

中島章典<sup>1</sup>・池川真也<sup>2</sup>・山田俊行<sup>3</sup>・阿部英彦<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 宇都宮大学助教授 工学部建設学科建設工学コース (〒321 宇都宮市石井町 2753)

<sup>2</sup>正会員 工修 鹿島建設株式会社 建設総事業本部土木設計本部 (〒160 東京港区赤坂 6-5-30)

<sup>3</sup>川田工業株式会社 東京工事事務一課 (〒114 東京都北区西ヶ原 3-45-4)

<sup>4</sup>正会員 工博 足利工業大学教授 土木工学科 (〒326 足利市大前町 268-1)

鋼コンクリート合成構造物の弾塑性挙動を解析により追跡するためには、コンクリートおよび鋼の材料非線形性を考慮するだけでなく、ずれ止め部材の非線形挙動をも考慮する必要がある。

そこで本研究では、ずれ止めの挙動が非弾性領域にまで及ぶ不完全合成桁を対象として、対応する押し抜き試験より得られたずれ止めの非線形荷重-ずれ関係を、剛体ばねモデルにおけるずれ止め要素の水平ばね特性に導入した弾塑性解析を行った。その解析結果を対応する桁試験の結果と比較し、荷重-たわみ、あるいは荷重-ずれ関係などが良好に追跡できることを示して、本解析法の有効性を検証した。

**Key Words :** composite girder with incomplete interaction, inelastic behavior of shear connector, elasto-plastic analysis, rigid-body-spring model

## 1. はじめに

鋼コンクリート合成構造物の終局状態までの弾塑性挙動を解析的に明らかにするためには、鋼材およびコンクリート材料の非線形材料特性を考慮する必要があるほか、鋼とコンクリートを結合するずれ止めの非線形荷重-ずれ関係を適切に導入する必要がある。

鋼材およびコンクリート材料の非線形材料特性はそれぞれの材料試験を行うことにより得ることができる。これに対して、ずれ止めの非線形荷重-ずれ関係は、一般に押し抜き試験体を用いて、ずれ止めの静的せん断耐力を明らかにする場合に、付随的に求められることが多い<sup>1)</sup>。しかし、押し抜き試験において得られるずれ止めの非弾性領域までの荷重-ずれ関係は、種々の合成構造物に使用されるずれ止めの弾塑性挙動を必ずしも反映しているとは言えない。したがって、通常行われるずれ止めの押し抜き試験において得られる非線形領域までの荷重-ずれ関係を解析に導入した場合に、どの程度、実構造の弾塑性挙動やずれ止め作用する水平せん断力が把握できるかを確認しておくことは重要である。

このような観点から、ずれ止めの押し抜き試験において得られた荷重-ずれ関係の接線および割線勾配(ずれ止め剛度)を解析に取り入れて、合成構造物の弾塑性挙動を明らかにしようとした研究はこれまでに数多くなされてきた<sup>2)-5)</sup>。その結果、押し抜き試験により得られたず

れ止め剛度を用いて、合成桁などの弾性挙動がある程度追跡できることが示された。

一方、園田・鬼頭は鋼板コンクリート合成床版の3次元弾塑性解析に、引き抜き試験から得られたずれ止めの非線形荷重-ずれ関係を導入して、剛体ばねモデル解析を実施し、定性的には対象構造物の弾塑性挙動を追跡できると述べている<sup>6)</sup>。また、著者らも押し抜き試験から得られたずれ止めの非線形荷重-ずれ関係を考慮したSRCはりの弾塑性解析を実施している<sup>7)</sup>。しかし、定量的な議論をするためには、さらに今後の研究が必要な状況にあると考えられる。

そこで本研究では、構造が比較的単純であり、ずれ止めの挙動が非弾性領域にまで及ぶと考えられる不完全合成桁の弾塑性挙動を実験および解析により検討した。つまり、対応する押し抜き試験によって得られたずれ止めの非線形荷重-ずれ関係を、剛体ばねモデルにおけるずれ止め要素の水平ばね特性に導入して、不完全合成桁の弾塑性挙動を解析した。そして、その解析結果を対応する桁試験の結果と比較検討した。

## 2. 実験の概要

実験に用いた不完全合成桁の試験体形状を図-1に示す。スパンは3mとし、コンクリート床版の断面は幅

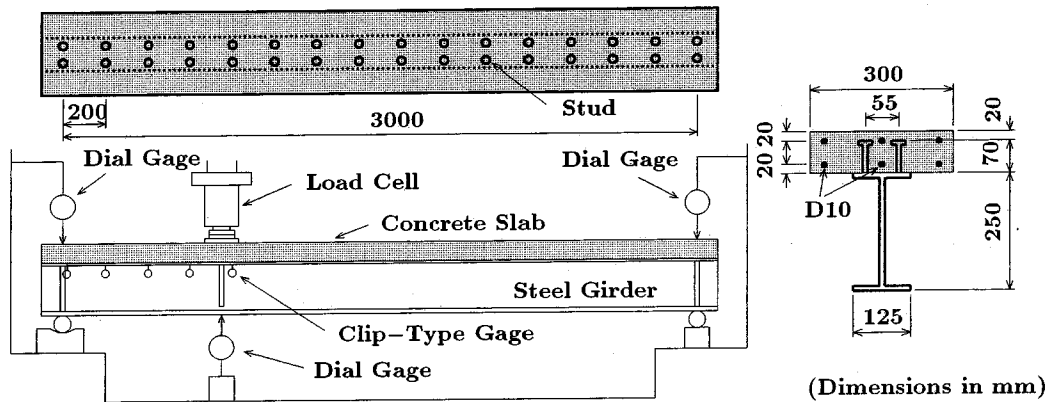


図-1 不完全合成桁試験体の概要 (B20)

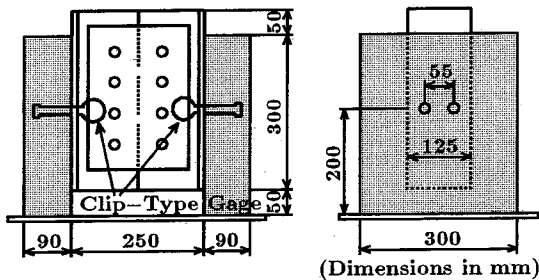


図-2 押し抜き試験体の概要

300mm, 厚さ90mmとした。床版内には、D10鉄筋(断面積 $0.785\text{cm}^2$ )を2段で合計6本橋軸方向に配置し、橋軸直角方向には5~10cm間隔にD6の配力鉄筋を配置した。一方、鋼桁の断面は上フランジ(125×9mm)、ウェブ(223×6mm)、下フランジ(125×19mm)の鋼板を溶接により組み立てた溶接I型とした。ここでは、軸径13mm, 全高70mmのスタッドを100, 200, 300mmの間隔で2列に配置した3体の試験体を製作した。スタッド配置間隔により、それぞれの試験体名をB10, B20, B30と呼ぶ。この試験体では、完全合成を仮定した場合、中立軸が鋼桁ウェブに位置するように断面を決定した。

桁試験体の実験では、図-1に示すように1/4点に集中荷重を載荷した。スタッド位置近傍におけるコンクリート床版下面と鋼桁上フランジ間の相対的なずれを測定するために、スタッド位置にクリップ型変位計を取り付けた。さらに、載荷荷重に対する桁のたわみを計測するため載荷点直下および両支点部にダイヤルゲージを設置した。また、鋼フランジ表面に数多くのひずみゲージを貼付して、鋼桁上下フランジの各部のひずみを計測

し、載荷点ではコンクリート床版側面のひずみも計測した。図-1の左支点と載荷点間の片側のスタッドの中央高さには、橋軸方向の対面する位置にひずみゲージを2枚ずつ貼付し、スタッドの軸ひずみを計測した。

桁試験体に使用したスタッドの荷重-ずれ関係を測定し、これを解析に用いるために、図-2に示すような押し抜き試験体を2体製作した。この際、コンクリート床版は桁試験体と同じ断面とし、鋼柱フランジの幅と厚さは桁試験体鋼桁の上フランジとほぼ同一の断面とした。また、桁試験体と同じ寸法のスタッドを2列1段に配置した。

載荷試験に際しては、桁試験体に対応させて、図-2のようにスタッド取り付け高さにおけるコンクリート床版下面と鋼フランジの相対的なずれをクリップ型変位計により測定した。

桁試験体と押し抜き試験体のコンクリート床版は生コンクリートを用いて同時に打設した。この際、両試験体の打設方向を同じにするため、押し抜き試験体では鋼柱のウェブで切断して試験体を製作し、試験時には高力ボルトにより接合して載荷実験を行った。また、両試験体とも、コンクリート床版と鋼フランジ界面の付着をなるべく小さくするために、鋼フランジ表面にクラフトテープを貼り、その上にグリースを塗布して、可能な限り界面での付着の低減を図った。

### 3. 剛体ばねモデルによる弾塑性解析

#### (1) 不完全合成桁の剛体ばねモデル

ここでは、ずれ止めの変形を考慮した不完全合成桁の弾塑性挙動を剛体ばねモデルを用いて解析する。剛体ばねモデル解析では、構造物を任意の剛体要素に分割し、その剛体要素間には、材料の構成関係を考慮したばねを