

# 不飽和土の間隙水の状態と 土塊の力学的挙動の関係について

軽部大蔵<sup>1</sup>・加藤正司<sup>2</sup>・浜田耕一<sup>3</sup>・本田道識<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 神戸大学教授 工学部建設学科 (〒657 兵庫県神戸市灘区六甲台町1-1)

<sup>2</sup>正会員 工修 名古屋工業大学助手 工学部社会開発工学科 (〒466 愛知県名古屋市昭和区御器所町)

<sup>3</sup>工修 大阪ガス(株) (〒541 大阪府大阪市中央区平野町4-1-2)

<sup>4</sup>正会員 工修 (株)日建設計 (〒112 東京都文京区後楽1-4-27)

不飽和細粒土の力学的挙動を水分特性曲線を拠り所として考察した。すなわち、間隙水を吸着水、メニスカス水、バルク水から成るとし、これらの量と力学的作用を求める方法を提案した。提案法によつていくつかの理論値を算定して、実測力学挙動と比較した。本論文は不飽和細粒土の三軸圧縮特性を論じる三部作の第1論文であり、順次、圧密挙動、軸圧縮挙動を詳論する予定である。研究の対象とした試験は飽和供試体を三軸試験機に設置して、先ずサクションを与えて不飽和化し、次に等方圧密し、最後に排水軸圧縮するものである。供試体はサクション過程を種々に設定して、同一のサクションを持ちながら、相異なる飽和度を示すようにした。

**Key Words :** unsaturated soil, effective stress, moisture characteristic curve, triaxial test

## 1. まえがき

本論文は、不飽和細粒土の三軸圧縮挙動を詳細に検討した三部作の第1論文である。本論文では水分特性曲線を拠り所として、不飽和土中の間隙水の状態と力学的挙動の関係を考察した。水分特性曲線は、土のサクションと含水量の関係を表す曲線であつて、その脱水曲線と吸水曲線の間には大きなヒステリシスがあることが知られている。しかし、このヒステリシスが力学的挙動にどのように関わっているかを調べた研究はあまりない。本論文は、この解明の糸口を探ったものである。

本論文を含む3論文は、同じ三軸試験結果を解析した部分を含んでいるので、本論文は、それら共通部分の概略も記している。後続の第2論文は、不飽和土の等方応力下における体積ひずみと飽和度（あるいは含水比）変化を中心として、その弾塑性体近似を論じている。また第3論文は、排水せん断挙動を解析し、構成方程式を提案している。

不飽和土の弾塑性体近似は軽部<sup>1)</sup>による定性的な議論に始まる。続いて、軽部<sup>2), 3)</sup>は土粒子接点にのみ間隙水が存在するという「理想不飽和土」が正規圧密状態にある場合に対してCam Clay Modelを拡張して定量的な降伏関数を求めた。同時にAlonso<sup>4), 5)</sup>は、直感的に降伏関数を仮定し、その定量的

表現のために多くの実験定数を導入して弾塑性理論を展開した。この理論は、土が飽和状態からサクションの載荷によって弾塑性ひずみを起こす過程を表現する降伏関数を設定している点で、先の軽部の研究より適用範囲が広い。その後、軽部ら<sup>6), 7)</sup>は、Alonsoとは別の視点から飽和状態も扱える理論を開発し、その妥当性を実証した。

向後<sup>8), 9)</sup>は、サクションの作用を考慮した有効応力を定義し、これを下負荷面を伴う弾塑性モデルに導入して構成方程式を得、その妥当性を検証した。ここで有効応力は、飽和度に関係なくサクションのみの関数とされている。したがって、この関数が決定された時の飽和度～サクション関係以外の時は誤差を伴うものと考えられる。そのほか、不飽和土の弾塑性体近似は、わが国ではすでに多くの研究者が試みており、それぞれ成果を挙げている<sup>10), 11)</sup>。

これらの中にあって、著者らが改めて三部作を提出する動機の一つは、不飽和土の力学的挙動を記述するためには、飽和土に従来用いられてきた諸力学定数に加えて最小限どのような定数を定義する必要があるかを議論するためである。すなわち、最近の研究の中には、諸意的な力学定数を数多く導入しているものがあり、このまま進めば、お互いの研究成果を比較できない事態も考えられるためである。

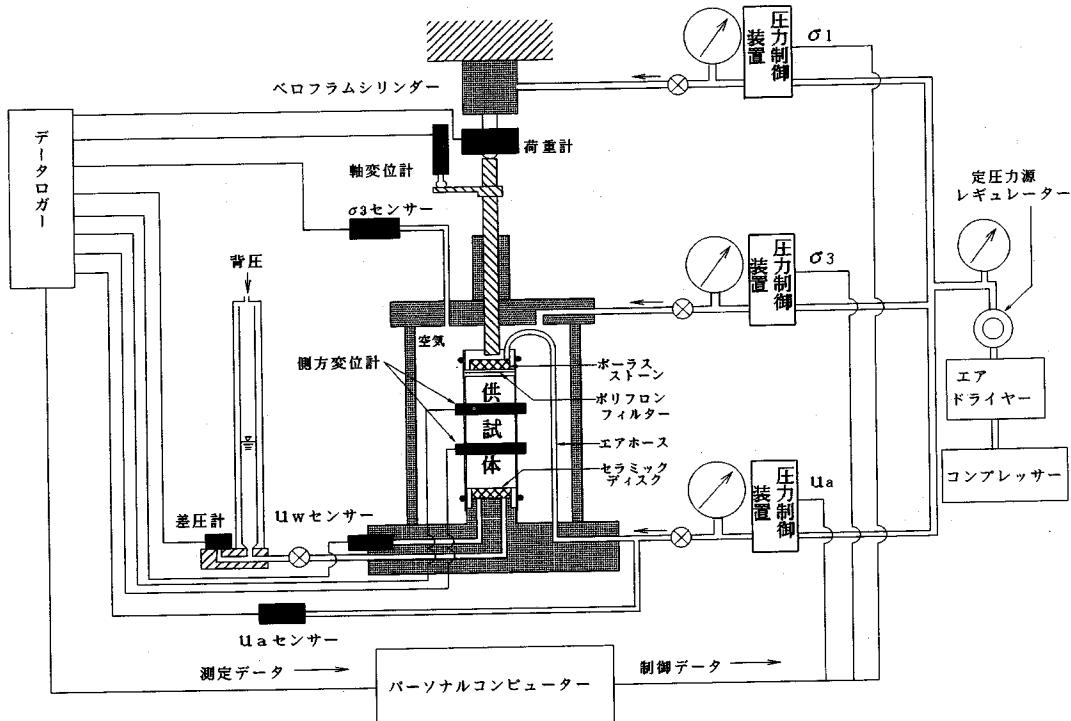


Fig.1 不飽和土用三軸圧縮試験機

## 2. 試験方法と試料

一連の試験には、Fig.1 に示す三軸圧縮試験機を用いた。適用供試体は直径35mm高さ80mmで、供試体の間隙水をビューレットに導くために5bar(約500kPa)の空気侵入値(AEV)を持つセラミックディスクがペデスタルに埋め込まれている。間隙水圧は、ビューレットと差圧計に空気圧を背圧として加えることにより設定できる。間隙空気圧は、上載荷板(キャップ)に付けた撥水性のポリフロンフィルターを通じて供給する。供試体の高さ変化は載荷ピストンの変位測定により、また、直徑変化は供試体に取り付けた側方変位計により検出する。側方変位計は、Fig.2 に示すように、供試体の直徑が変化するとストレインゲージを貼った板ばねが撓む仕組である。これを2段に、互いに直交する方向に取り付けた。供試体の体積変化量の算定は、供試体が円柱形を保つとして求めた値と、上下端面を固定した回転二次放物線体として求めた値の平均値とした。

本三部作で共通に用いた試験は次の通りである。試料は市販のNo.5グレーで、物理的性質は、土粒子密度  $\rho_s = 2.70 \text{ g/cm}^3$ 、粘土分38%、シルト分56%、砂分6%、 $w_L = 43.0\%$ 、 $I_p = 13.4$ である。試料に水を加えて飽和スラリーとし、一次元圧密容器に入れて

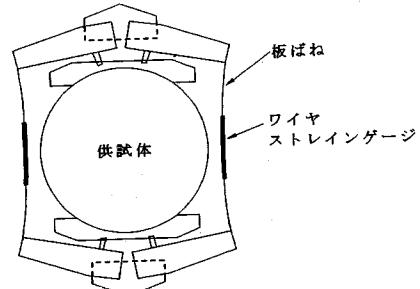


Fig.2 側方変位計

$\sigma_v = 314 \text{ kPa}$ まで予備圧密して飽和ブロック試料を作り、これから適宜供試体を削り出した。三軸圧縮試験の手順は、①サクション載荷(および除荷)過程、②等方圧密過程、③軸圧縮過程とした。試験は全過程を通じて排水状態( $u_w = 0$ (大気圧))とし、①②は段階応力制御、③は  $\dot{\epsilon} = 0.003\%/\text{min}$ (不飽和供試体)または  $\dot{\epsilon} = 0.004\%/\text{min}$ (飽和供試体)のひずみ制御とした。また、サクション  $s$  を次式で定義した:

$$s = u_a - u_w \quad (2.1)$$

ここに、 $u_a$ : 間隙空気圧、 $u_w$ : 間隙水圧。

試験条件はTable 1 に示す通りである。表の  $s$  (サクション) 欄に\*印を付けたものは、過程①に

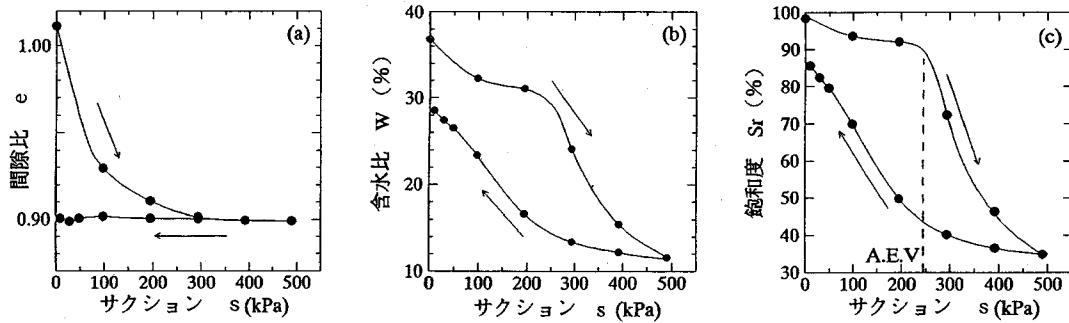


Fig.3 サクション載荷試験結果 (a) 間隙比変化 (b) 含水比変化 (c) 飽和度変化

において一旦  $s_{\max} = 490 \text{ kPa}$  を与えてから表示の値までサクションを低下させたことを示している。他のものは、飽和状態から表示の値まで徐々にサクションを増加させた。シリーズIIIはサクションを作用させない通常のCD試験であるので、表中の「サクション過程終了時」欄は、供試体を三軸容器に設置した時（圧密前）の値である。また、「圧密圧力」欄の  $p$  の定義は次の通りである：

$$p = p_T - u_a \quad (2.2)$$

ここに、  $p_T$  : 全応力表示の平均主応力。

### 3. 水分特性曲線

#### (1) 水分特性曲線の性質

水分特性曲線は日常的に求められているが、全応力、間隙水圧、間隙空気圧を全面的に制御し、排水量に加えて体積変化量も測定した事例は少ない。本研究では、載荷応力 ( $\sigma_3 - u_a$ ) を一定に保った水分特性曲線を次のように求めた。

飽和供試体を三軸容器に設置し、初期応力状態として、セル圧(等方応力)  $\sigma_3 = 20 \text{ kPa}$ ,  $u_a = u_w = 0$  (大気圧)に設定した。つぎに、 $u_a$  を1段階分増加させ、同時に  $\sigma_3$  も同量だけ増加させた：

$$\sigma_3 = \sigma_{30} + u_a \quad (3.1)$$

ここに、  $\sigma_{30}$  : 初期状態における  $\sigma_3$  (=20kPa)。この操作を繰り返して、 $u_a = 490 \text{ kPa}$  に達すると、続いて  $u_a$  の減少段階を行い、この間の排水量と体積変化量を測定した。

Fig.3は、試験中の(a)間隙比  $e$ 、(b)含水比  $w$ 、(c)飽和度  $S_r$  を示している。(b)と(c)は水分特性曲線と総称される。図からわかるように、 $s \leq 200 \text{ kPa}$  では  $S_r \approx 100\%$  を保つつつ、 $e$  と  $w$  が減少している。ここで、 $e$ 、 $w$ 、 $S_r$  は次式で結ばれている：

Table 1 試験条件

試験番号	サクション過程終了時				圧密圧力 $p$	軸圧縮中一定に保った応力
	$s$	$e$	$w(\%)$	$S_r(\%)$		
シリーズI-1	294*	0.885	15.56	47.48	294	p
I-2	294	0.853	24.13	76.37	294	p
I-3	294*	0.888	12.75	38.77	490	p
I-4	294	0.873	24.14	74.68	490	p
I-5	294	0.915	23.69	70.07	196	$\sigma_3 - u_a$
シリーズII-1	245	0.931	28.79	83.46	245	p
II-2	245*	0.869	14.57	45.24	441	p
II-3	245	0.916	29.12	85.81	441	p
II-4	245	0.938	28.84	83.05	441	p
シリーズIII-1	0	0.961	35.61	100.00	245	p
III-2	0	1.005	36.04	96.82	441	p
III-3	0	1.033	36.61	95.70	637	p
III-4	0	1.010	37.39	100.00	245	$\sigma_3 - u_a$
III-5	0	1.017	36.59	97.18	441	$\sigma_3 - u_a$

\*applied max.  $s=490 \text{ kPa}$ , unit of  $s$  &  $p$ : kPa

$$S_r = \frac{w}{e} \left( \frac{\rho_s}{\rho_w} \right) \quad (3.2)$$

ただし、 $\rho_s$  : 土粒子の密度、 $\rho_w$  : 水の密度したがって、 $S_r = 100\%$  である限り、 $e$  と  $w$  が比例関係を保つことは自明であるが、 $S_r \approx 100\%$  が持続する間の応力状態については、考察を要するであろう。土塊が飽和状態にある時は、土塊の表面は水で覆われているので、外部から作用する空気圧が小さいと、水の表面張力のために空気は内部に侵入できない。そのために、空気圧は供試体の表面に全応力として作用し、供試体の有効等方応力  $\sigma'_3$  は、

$$\sigma'_3 = \sigma_3 - u_w = \sigma_{30} + u_a - u_w = \sigma_{30} + s \quad (3.3)$$

つまり、供試体には、それに作用する見かけのサクションに等しい等方応力増分が作用し、飽和状態のまま通常の圧密が進行することになる。

空気圧を表面張力に打ち勝つまで増加させると、空気は、骨格間の空間(バルク = bulk)を占める水(「バルク水」と呼ぶ)を排除し始める。この時のサク

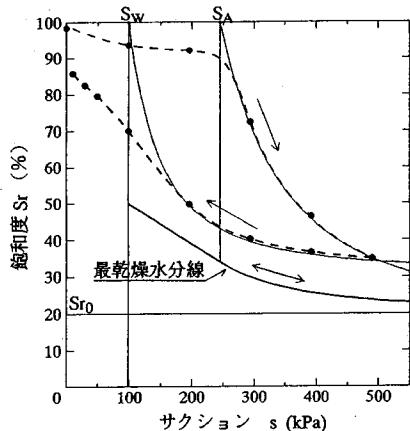


Fig.4 最乾燥水分線の設定

ションを空気侵入値(AEV)という。Fig.3(c)より、試料のAEV $\approx 240\text{ kPa}$ である。バルク水が排除されても、土粒子表面の吸着水はそのまま残留し、またすべての土粒子接点には水が残留して接点を取り巻くメニスカスを形成する(この水を「メニスカス水」と呼ぶ)。空気圧をどんどん高くすると、殆どすべてのバルクを空気が占めるに至り、バルクからの排水は少なくなるが、メニスカスが縮小する分だけメニスカス水が排出されるので、供試体からの排水は継続する。実験的には、サクション $s$ は試験機のセラミックディスクのAEVまでしか増加させられないが、 $s \sim w$ 線を $s \rightarrow \infty$ に外挿すれば漸近線 $w = w_0$ を推定できる。 $w_0$ は残留含水比と呼ばれ、吸着水量と考えられる。次に、空気圧を減少させ始めると、メニスカスが可逆的に回復に向かい、それに必要な吸水が起こる。メニスカスが大きくなると隣接するメニスカスの裾同士が接触してバルクを囲む土粒子骨格が自由水で覆われるため、バルクはその内径で決まる毛管引力を持つことになる。空気圧をこの毛管引力より小さくすると、水がバルクに急速に侵入する。この時のサクションを水侵入値(WEV)といい、AEVの半分程度といわれている。ただし、Fig.3(b)や(c)ではこの点は判別し難い。

つぎに、この間の間隙比の変化を検討する。Fig.3(a)のサクション增加(脱水)過程において、サクションがAEVを超えると、 $(d\epsilon/ds)$ は急速にゼロとなり、この状態は、サクションを減少(吸水)方向に転じても持続する。 $(d\epsilon/ds)$ には、バルク水の量が関係していることを示すものであろう。このように、バルク水、メニスカス水および吸着水は、それぞれ独自の働きをするため、これらの構成割合を知ることが重要となる。

## (2) 最も乾燥側の水分特性曲線

与えられた試料の間隙水の構成割合を推定するために、試料がバルク水を失った状態で描く水分特性曲線、いわば「最も乾燥側の水分特性曲線」——以下「最乾燥水分線(driest curve)」と略記する——を仮定する。最乾燥水分線は、拘束圧 $\sigma_{30} = \sigma_3 - u_a$ が一定の下では、可逆性を示すであろう。また、Table 1に示した供試体のうち、一旦サクションを $s = 490\text{ kPa}$ まで載荷してから $s = 250\sim 300\text{ kPa}$ に戻した供試体ではバルク水が少ないと思われるが、この供試体は、引続く圧密過程および軸圧縮過程において殆ど吸排水しなかった。したがってバルク水を全く持たない最乾燥水分線は、応力条件にあまり影響されないとと思われる。

最乾燥水分線は、具体的には与えられた試料のサクションを一旦無限大としてから徐々に減少させて得られる吸水曲線で基本的に表されるであろう。ただし、サクションの値が小さくなってくると、近接した土粒子接点のメニスカス水の裾が接触してバルク水に転化する機会が増加するので、最乾燥水分線は現実の吸水曲線から徐々に下方へずれていき、ついにサクションが水侵入値にまで低下すると、定義できなくなると思われる。したがって、間隙比の変動の影響が無視できるならば、最乾燥水分線は $s \sim S_r$ 面上における水分特性曲線の下限を与えることになる。

以上の考察のものとに、ここでは最乾燥水分線を次のように設定した。

- ①サクションが空気侵入値より大きい領域では、最乾燥水分線は、実測脱水曲線を $s \rightarrow \infty$ まで外挿した $S_r (= S_{r0})$ から発する吸水曲線で表される。
- ②サクションが水侵入値と空気侵入値の間にある時は、最乾燥水分線は①の吸水曲線の空気侵入値における接線で与えられる。

最乾燥水分線の式を得るためにには、したがって、実測脱水・吸水曲線が与えられなければならない。実測水分特性曲線を式示すために通常用いられるのは、Van Genuchten式あるいはBrooks&Corey式の2つの経験式である。前者は実測曲線の全区間にわたって近似できるが、実験定数の個数が多く、またサクションが大きくなると近似度が劣るとの結果がある<sup>12)</sup>。一方、後者はサクションが空気侵入値(あるいは水侵入値)において $S_r = 100\%$ となってしまうが、大きいサクションにおいて近似度がよく、また実験定数は3個であり、決定しやすい。以上の理由から、ここでは後者を用いることとした。すなわち、実測脱水曲線を次式で近似する:

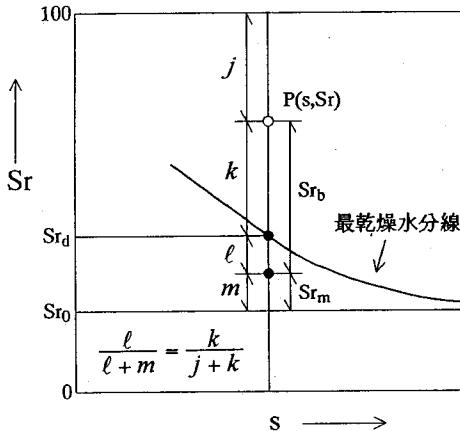


Fig.5 各間隙水量の求め方

$$S_e = \frac{S_r - S_{r0}}{100 - S_{r0}} = \left( \frac{s_A}{s} \right)^{\lambda'} \quad (3.4a)$$

ここに,  $S_e$  は上式中央項で定義される相対飽和度. また,  $S_{r0}$ ,  $\lambda'$ ,  $s_A$  は, それぞれ脱水曲線の残留飽和度, 曲線形状に関する指数, 空気侵入値であって, カーブフィッティングにより決定される.

つぎに, 実測吸水曲線を次式で近似する:

$$S_e = \frac{S_r - S'_{r0}}{100 - S'_{r0}} = \left( \frac{s_w}{s} \right)^{\lambda} \quad (3.4b)$$

ここに,  $S'_{r0}$ ,  $\lambda$ ,  $s_w$  は, それぞれ吸水曲線の残留飽和度, 曲線形状に関する指数, 水侵入値であって, カーブフィッティングにより決定される.

最乾燥水分線の式は, したがって上記①, ②より次式となる.

$$s \geq s_A; \quad S_e = \frac{S_r - S_{r0}}{100 - S_{r0}} = \left( \frac{s_w}{s} \right)^{\lambda} \quad (3.5a)$$

$$s_w < s < s_A; \quad S_e = \left( \frac{s_w}{s_A} \right)^{\lambda} \left\{ -\lambda \left( \frac{s}{s_A} \right) + (1 + \lambda) \right\} \quad (3.5b)$$

Fig. 4において破線はFig. 3(c)の実測脱水・吸水曲線であり, 細い実線はそれぞれ式(3.4a), (3.4b)によるフィッティング結果を表している. 式中の実験定数は次の通りとなった.  $S_{r0}=20\%$ ,  $S'_{r0}=31\%$ ,  $\lambda'=2.42$ ,  $\lambda=1.90$ ,  $s_A=245\text{kPa}$ ,  $s_w=98\text{kPa}$ . また, Fig. 4中の太い実線は, 最乾燥水分線の式として提案した式(3.5a), (3.5b)を表している.

### (3) 間隙水の構成割合

間隙水量を飽和度分で表すと,

$$S_r = S_{r0} + S_{rb} + S_{rm} \quad (3.6)$$

ここに,  $S_r$ : 土の飽和度. また,  $S_{r0}$ ,  $S_{rb}$ ,  $S_{rm}$ : 吸着水(残留水), バルク水, メニスカス水がそれぞれ占める飽和度分.

上式中の各飽和度分を以下のように定義する:

(1) 吸着水が占める飽和度分,  $S_{r0}$ : 吸着水の存在は土粒子の親水性の表れであるから, 本来, 含水比で定義されるものであろう. したがって,

$$S_{r0} = \frac{w_0}{e} \left( \frac{\rho_s}{\rho_w} \right) \quad (3.7)$$

ここに,  $e$ : 土の間隙比,  $w_0$ : 吸着水が占める含水比(試料に固有の値とする).

(2) バルク水が占める飽和度分,  $S_{rb}$ : 土のサクションと飽和度が, Fig. 5の  $s \sim S_r$  座標面上の 1 点  $P(s, S_r)$  で表される時, その  $S_{rb}$  を次式で定義する:

$$S_{rb} = \frac{(100 - S_{r0})(S_r - S_{rd})}{100 - S_{rd}} \quad (3.8)$$

ここに,  $S_{rd}$ : 点  $P$  の  $s$  に対応する最乾燥水分線の縦座標.

上式は, バルク水が占めるバルクにはメニスカス水が存在しないことを考慮している.

(3) メニスカス水が占める飽和度分,  $S_{rm}$ : 式(3.6)と(3.8)より

$$S_{rm} = \frac{(100 - S_r)(S_{rd} - S_{r0})}{100 - S_{rd}} \quad (3.9)$$

## 4. 間隙圧の応力成分

### (1) 不飽和土の1次元モデル

不飽和土中の間隙水と間隙空気が土塊の体積圧縮特性に与える影響を定性的に考察する. Fig. 6は, 仮想した土粒子骨格要素である. 土粒子は円柱あるいは球であり, これが骨格伝達力  $P'$  の作用線上に接点がくるように重なりあっている.  $P'$  の作用線と, 隣り合う粒子の中心を結ぶ線の成す角(傾角)を  $\theta$  とすると,  $\theta$  が土粒子の摩擦角  $\phi_u$  以下であれば, この骨格要素は  $P'$  に対して安定している. つまり, 土粒子が剛体であれば  $P'$  がいくら大きくなても何の変化も起こさない. しかし, 土粒子が弾性体であれば傾角  $\theta$  は  $P'$  と共に増大して, 遂に  $\theta > \phi_u$  に達するとすべりが起り, 骨格は座屈する.

Fig. 7はFig. 6の要素を4列に並べた不飽和土塊の1次元モデルである. 要素第2列の両側は空気で占められているので, 土粒子接点の全周をメニスカス

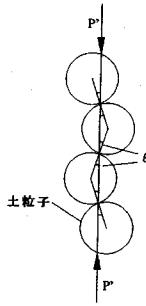


Fig.6 骨格要素

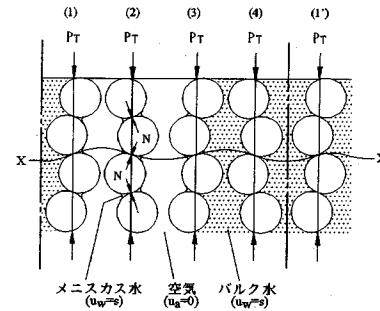


Fig.7 不飽和土の一次元模型

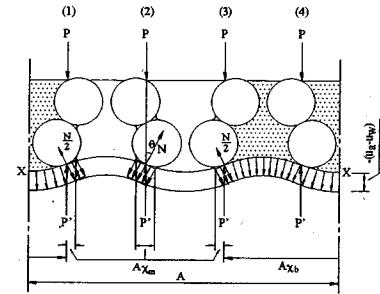


Fig.8 作用力の釣合

水が取り巻いている。一方、第4列の両側はバルク水に占められているので、接点にメニスカス水は無い。第1、3列の接点には、その空気側にだけメニスカスが出来ている。

骨格に作用する力に関する考察を簡単にするために、次のPを定義する。

$$\frac{\sum P}{A} = \frac{\sum P_T}{A} - u_a \quad (4.1a)$$

ここに、Aはモデルの断面積。

上式において、 $(\sum P_T/A) = p_T$ は作用全応力である。

また、

$$\frac{\sum P}{A} = p \quad (4.2)$$

と定義すると、式(4.1a)は次の通り書き直される。

$$p = p_T - u_a \quad (4.1b)$$

pの名称としては、「net stress(実質応力?)」が定着しつつある。Fig.8はモデルに作用するPと間隙圧差( $u_a - u_w$ )=サクションsを表している。ここで、波形断面x-xを仮定すると、この断面には、間隙圧差のほかに釣合力NとP'が作用する。ただし、Nは、空気圧とメニスカス水の圧力差に釣合うために、またP'はバルク水の圧力差に釣合うために生じる。すなわち、Fig.8においてモデル上面から波形断面までの間の釣合式は、

$$\begin{aligned} \sum P &= \sum P' + \sum N' - A \chi_b (u_a - u_w) - A \chi_m (u_a - u_w) \\ \therefore \frac{\sum P' + \sum N'}{A} &= p + \chi_b (u_a - u_w) + \chi_m (u_a - u_w) \end{aligned} \quad (4.3)$$

ここに、 $N' = N \cos \theta$ 、 $A \chi_b$ および $A \chi_m$ ：バルク水およびメニスカス水がそれぞれ波形面に占める面積の水平面への投影面積。

式(4.3)は、骨格の断面応力を表す式である。

ところで、式(4.3)の項のうち、 $\sum N'$ は各メニスカス接点において、メニスカス水が土粒子を $A \chi_m (u_a - u_w) \sec \theta$ の力で引き付けるために、その反力として各接点に現れる内力Nの鉛直成分の総和であるから、

$$\sum N' - A \chi_m (u_a - u_w) = 0 \quad (4.4)$$

上式を式(4.3)に代入すると、

$$\frac{\sum P'}{A} = p' = p + \chi_b (u_a - u_w) \quad (4.5)$$

ただし、

$$p' = \frac{\sum P'}{A} \quad (4.6)$$

式(4.5)のP'は骨格要素(Fig.6)に作用する骨格伝達力を表すから、要素を座屈させる力であり、したがってp'は1次元モデルを圧縮する応力である。

式(4.3)および(4.5)は、1次元モデルに関する式であるが、これらを3次元に拡張すると、式(4.3)は骨格の断面応力としての等方応力を表す。したがって、土塊のせん断強度や体積圧縮に対する剛性(体積圧縮係数の逆数)は、式(4.3)に比例することとなる。一方、式(4.5)のp'は、土塊の体積圧縮を引き起こす原動力としての載荷等方応力となる。ここで、式(4.3)に式(4.5)を代入すると、

$$\frac{\sum P' + \sum N'}{A} = p' + \chi_m (u_a - u_w) \quad (4.7)$$

結局、不飽和状態では、内部応力 $\chi_m (u_a - u_w)$ を含む断面応力としての等方応力、式(4.7)と、内部応力を除いた載荷応力としての等方応力、式(4.5)が定義されることになり、その的確な使い分けが必要とされる。その一例として、ビショップの有効応力式をめぐる議論をあげることができる。

周知のようにビショップは不飽和土の有効応力として、次の式(4.8)を提案し、スケンプトンは、これを証明した<sup>13)</sup>。

$$\sigma' = (\sigma - u_a) + \chi(u_a - u_w) \quad (4.8)$$

ここに、 $\chi$ は0と1の間の値をとる実験定数。

上式は、土のせん断強度を論じる上で、従来何の矛盾も引き起こしていない。問題は、体積変化に対する適用性にある。今、等方応力状態において $u_w$ のみが増加すると、 $\sigma'$ は減少するので土は膨張すると予想されるが、乾燥側にある不飽和土の多くは圧縮する。ここで、本論文の立場で体積ひずみ増分を記述すると、等方圧縮に関わる独立応力成分は、 $p'$ と $\chi_m(u_a - u_w)$ であるから、全微分が成立するすれば、

$$dv = \frac{\partial v}{\partial p'} dp' + \frac{\partial v}{\partial \{ \chi_m(u_a - u_w) \}} d\{\chi_m(u_a - u_w)\} \quad (4.9)$$

右辺第1項は、これまでの議論により、

$$\frac{\partial v}{\partial p'} dp' = \frac{\lambda}{1+e_1} \frac{dp'}{p' + \chi_m(u_a - u_w)} \quad (4.10)$$

ただし、 $dv$ :体積ひずみ増分、 $\lambda$ :自然対数表示の圧縮指数、 $e_1$ :基準隙間比。

式(4.10)の解は後続の第2論文で述べるが、式の分母がビショップの式(4.8)に対応しているのに対して、分子はこれに対応していないために、 $u_w$ のみの増加が体積圧縮を引き起こし得ることが示される。要するに、ビショップの式に適用限界がある理由は、式自体にあるのではなく、もう一つの等方応力としての載荷応力 $p'$ が考慮されなかつたことによると思われる。

なお、飽和状態における $c'$ を体積圧縮式へ取り込む方法は、式(4.10)において、 $\chi_m(u_a - u_w)$ を $c' \cot \phi'$ におきかえ、また、 $p' = p_T - u_w$ (有効応力)とすればよいと思われる。

## (2) メニスカス応力とバルク応力

不飽和土中に働いている等方応力は、全応力表示の等方応力成分 $p_T$ 、間隙空気圧 $u_a$ 、間隙水圧としてのバルクおよびメニスカス水の水圧 $u_w$ であるが、(1)の議論によって間隙圧の基準を間隙空気圧になると、等方応力は次の2つの成分にまとめられた。

①土塊の見かけの全断面積に作用する応力成分:

$$p = p_T - u_a$$

②作用面積が限られた応力成分:  $s = u_a - u_w$

通常の力学計算にとって、①は問題はないが、②は、換算式(圧力×作用面積/全断面積)によって全断

面応力としての③バルク応力と④メニスカス応力に換算されなければならない。ここで、両者の作用面積( $\chi_m$ 、 $\chi_b$ )は不明であるが、先に、バルク水とメニスカス水が占める飽和度分を式(3.8)と(3.9)で表示しているので、その関数として面積を仮定できるであろう。本論文では、簡単のため、土塊の体積から土粒子と吸着水の体積を除いた空隙に占める飽和度分で次のように定義する:

③バルク応力(全断面応力成分)

$$p_b = \frac{S_{rb}}{100 - S_{r0}} \times s = \frac{S_r - S_{rd}}{100 - S_{rd}} \times s \quad (4.11)$$

つまり  $\chi_b = S_{rb}/(100 - S_{r0})$

④メニスカス応力(全断面応力成分)

$$p_m = \frac{S_{rm}}{100 - S_{r0}} \times s = \frac{(100 - S_r)(S_{rd} - S_{r0})}{(100 - S_{r0})(100 - S_{rd})} \times s \quad (4.12)$$

つまり  $\chi_m = S_{rm}/(100 - S_{r0})$

ここに、 $S_r$ :土塊の飽和度、 $S_{rd}$ :土塊のサクション $s$ に対応する「最乾燥水分線」の飽和度、 $S_{r0}$ :吸着水が占める飽和度

ただし、④ $p_m$ は、メニスカスの表面張力を無視しているので過小評価の可能性がある。

これらの応力成分を用いて、(1)で導いた2つの等方応力成分を表すと、

土への等方載荷応力: 式(4.5)

$$p' = p + p_b \quad (4.13)$$

土の断面応力(せん断強度および剛性に関する等方応力): 式(4.7)あるいは(4.3)

$$\frac{\sum P' + \sum N'}{A} = p' + p_m = p + p_b + p_m \quad (4.14)$$

式(4.14)は、便宜的に、

$[p = (p_T - u_a)(\text{Net stress}) + (p_b + p_m)(\text{Suction stress})]$ と分解できる。したがって、土のせん断強度や剛性に関する限り、次のサクション応力 $p_s$ が定義できるが、しかし、本質的には、 $p_m$ は内部応力であり、一方、 $p_b$ は載荷応力の成分であることに留意すべきであろう。

$$p_s = p_b + p_m \quad (4.15)$$

上式に、式(4.11)と(4.12)を代入すると、

$$p_s = (\chi_b + \chi_m)(u_a - u_w) = \frac{S_r - S_{r0}}{100 - S_{r0}} \cdot s \quad (4.16)$$

式(4.16)は、ビショップの有効応力係数 $\chi$ が次式で与えられることを示唆する。

Table 2 体積最小点およびピーク点における諸値

試験番号	s (kPa)	体積最小点			左より逆算		ピーク点		
		p (kPa)	q (kPa)	$\frac{dq}{d\varepsilon}$	逆算 $p_s$ (kPa)	逆算 $\chi$	p (kPa)	q (kPa)	$-\frac{dv}{d\varepsilon}$
シリ I-1	294*	295.1	510.1	-	96.4	0.328	295.4	754.5	0.805
シリ I-2	294	295.4	547.1	-	124.6	0.424	295.5	702.5	0.570
シリ I-3	294*	499.6	755.4	-	80.2	0.273	498.3	1035.9	0.595
シリ I-4	294	496.8	846.0	-	152.5	0.519	498.8	1105.8	0.680
シリ I-5	294	491.1	885.9	11550	175.3	0.596	591.4	1189.8	0.736
シリ II-1	245	244.6	567.7	-	191.1	0.780	245.7	689.6	0.526
シリ II-2	245*	442.8	692.0	-	88.3	0.360	442.6	967.1	0.824
シリ II-3	245	441.4	784.0	-	160.3	0.654	442.3	999.3	0.386
シリ II-4	245	441.5	772.8	-	151.6	0.619	441.2	1002.5	0.475
シリ III-1	-	246.0	284.0	-	M = 1.155	245.4	413.9	0.399	
シリ III-2	-	443.3	570.9	-	M = 1.288	443.1	700.9	0.263	
シリ III-3	-	646.4	855.7	-	M = 1.324	645.8	997.8	0.202	
シリ III-4	-	458.8	643.3	7740	M = 1.376	518.2	822.9	0.286	
シリ III-5	-	817.8	1133.9	8310	M = 1.371	865.7	1274.1	0.103	

$$\chi = \chi_b + \chi_m = \frac{S_r - S_{r0}}{100 - S_{r0}} \quad (4.17)$$

これに関連して従来の研究を紹介すると、 Fredlund ら<sup>14)</sup>は、すでに用いている。また、阿部らが<sup>15)</sup>、脱水曲線上で行った三軸試験の結果は、式(4.17)に類似した次式にまとめることができる。

$$\chi = \frac{\text{供試体含水比}}{\text{PF=1 時の含水比} - \text{残留含水比}} \quad (4.18)$$

## 5. せん断過程におけるサクション応力

前章(2)では、応力成分  $p_b$  と  $p_m$  の大きさを推定する方法を提案したが、これらを別々に三軸試験によって検証することは簡単ではない。ここでは、第2章で紹介した三軸圧縮試験(Table 1)で求めた軸圧縮応力からサクション応力  $p_s$  を逆算し、一方、供試体の飽和度から式(4.16)によって  $p_s$  を推定し、両者を比較する。Table 2は、軸圧縮過程において供試体体積が最小になる点における応力、および破壊時における応力と体積変化速度を示している。供試体は膨張しながら破壊しているので、破壊状態を解析するには、ダイレイタンシー現象を論じる必要が生じる。これは、本論文の主旨ではないので、ここでは、体積最小点の応力を解析する。

### (1) サクション応力の逆算

軸圧縮中のエネルギーの釣合式を、Cam Clay Modelを拡張し次のように仮定した。

$$p'dv + qde = M(p' + p_m)de + p'dv^e \quad (5.1)$$

ここに、M:限界状態におけるせん断抵抗係数、

$p' = p_T - u_a + p_b$ ,  $p_m$ :メニスカス応力、

$q = (\sigma_1 - \sigma_3)$ ,  $dv$ :体積圧縮ひずみ増分、  
 $dv^e$ :弾性体積圧縮ひずみ増分、

$d\varepsilon = \frac{2}{3}(d\varepsilon_1 - d\varepsilon_3)$ :せん断ひずみ増分。

両辺を  $d\varepsilon$  で割ると、

$$(p + p_b) \frac{dv^e}{d\varepsilon} + q = M(p + p_s) + (p + p_b) \frac{dv^e}{d\varepsilon} \quad (5.2)$$

ここで、上式右辺第2項は

$$(p + p_b) \frac{dv^e}{d\varepsilon} = \frac{\kappa}{1 + e_1} \frac{dp}{d\varepsilon}$$

ここに、 $\kappa$ :自然対数表示の膨潤指數

飽和度の変化は体積最小点付近では小さいので、上式中の( $dp_b/d\varepsilon$ )=0とおくと、

$$\frac{dv^e}{d\varepsilon} = \frac{\kappa}{1 + e_1} \frac{dp}{d\varepsilon}.$$

Table 2において、試験 I-5, III-4, III-5は  $\sigma_3$  一定条件で行われた。したがって上式は、

$$\frac{dv^e}{d\varepsilon} = \frac{\kappa}{3(1 + e_1)} \frac{dq}{d\varepsilon}$$

また、他の試験は  $p$  一定で行われているので

$$\frac{dv^e}{d\varepsilon} = 0$$

これらを、式(5.2)に代入して  $p_s$  について解くと

Table 3 サクション応力の理論値

試験番号	s (kPa)	S <sub>r</sub> (%)	e	S <sub>ro</sub> (%)	理論 $\chi$	理論 p <sub>s</sub> (kPa)
シリ I-1	294*	47.1	0.859	17.2	0.361	105.8
シリ I-2	294	58.8	0.823	18.0	0.498	146.3
シリ I-3	294*	40.4	0.848	17.5	0.278	81.6
ズ I-4	294	70.4	0.821	18.0	0.639	187.9
I I-5	294	64.7	0.868	17.05	0.575	169.1
シリ II-1	245	80.0	0.887	16.7	0.760	186.2
シリ II-2	245*	46.1	0.833	17.8	0.344	84.4
ズ II-3	245	80.6	0.860	17.2	0.766	187.6
II II-4	245	78.3	0.877	16.9	0.739	181.0

$$p_s = \frac{q}{M} - p - \left[ \frac{\kappa}{3M(1+e_i)} \frac{dq}{de} \right] \quad (5.3)$$

ただし、p一定試験では[ ]内を無視する。

式(5.3)による p<sub>s</sub> および  $\chi$  の逆算値は、Table 2 に記されている。ただし、式(5.3)中の M は、シリーズ III からの逆算値 M=1.303,  $\kappa$  は実測値  $\kappa=0.0093$  を用いた。また、 $\chi$  の逆算式は、

$$\text{逆算 } \chi = (\text{逆算 } p_s / \text{サクション } s) \quad (5.4)$$

## (2) サクション応力の理論値

サクション応力の理論値は、式(4.16)で与えられる。Table 3 は、各供試体の体積最小点における飽和度 S<sub>r</sub>、吸着水が占める飽和度 S<sub>ro</sub> および p<sub>s</sub> の理論値を示している。

Fig.9 は、Table 2 の逆算 p<sub>s</sub> と Table 3 の理論 p<sub>s</sub> の比較を表している。また、Fig.10 は、理論値  $\chi$  (実線) と逆算値  $\chi$  を飽和度 S<sub>r</sub> に対してプロットしたものである。サクション履歴のあるもの(白抜印)では、理論値と実測値がほぼ一致すること、逆にサクション履歴のないもの(黒塗印)では実測値は理論値以下であることがわかる。この結果は、第 3 論文に示すように、サクション履歴のある供試体の飽和度が軸圧縮過程において殆ど変化しないのに対して、履歴のない供試体では飽和度が低下していくことと符合しているようである。つまり、軸圧縮過程において骨格は一様に変形するのではなく、せん断変形が集中する部分があって、その部分でバルク水を保持するメニスカスが破壊してバルク水が排出されてしまい、飽和度が局部的に低下しているものと推測される。

## 6. 結論

本論文は、水分特性曲線の脱水曲線上および吸水曲線上で行ったサクション一定排水三軸試験結果を

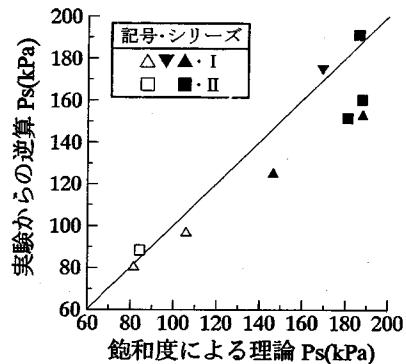


Fig.9 サクション応力 p<sub>s</sub> の検討

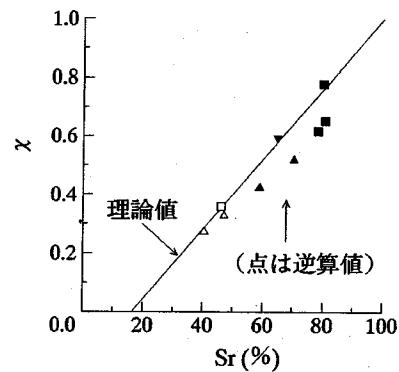


Fig.10 水断面積比  $\chi$  の検討

解析して、構成方程式を導く一連の論文の第 1 論文である。得られた主な結論は次の通りである：

- (1) 不飽和土中の水は、吸着水、メニスカス水、バルク水の 3 つの状態で存在すると考えられる。ただし、吸着水は土粒子表面に固着しており、それが占める含水比は常に一定とする。メニスカス水は、土粒子接点の全周をメニスカスが取り巻いている場合の、メニスカスを形成する自由水とする。メニスカス水が土粒子に及ぼす力は接点内力に留まる。
- (2) バルク水は、骨格間隙を満たす自由水であって、骨格の間隙に連続して存在する。したがって、土塊境界面に作用する垂直全応力を、骨格、間隙空気とともに分担して伝達する。
- (3) 上に定義した 3 種類の間隙水の量を見積もるために、「最乾燥水分線」を設定した。ただし、最乾燥水分線とは、バルク水を含まない状態での水分特性曲線であり、状態量とする。
- (4) メニスカス水およびバルク水の圧力を全断面応力に換算して、メニスカス応力およびバルク応力を定義した。両応力とも断面力として作用するので、土塊のせん断強度や剛性に影響する。

- しかし、土塊の体積圧縮を引き起こす骨格への載荷応力の成分については、メニスカス応力はメニスカスが存在する接点において局所的にキャンセルされるため、載荷応力成分には算入されない。一方、バルク応力は、断面力としても載荷応力としても作用するので、全応力と無条件に加算して用いられる。
- (5) 不飽和土に関するビショップの有効応力式は、上記(4)中の「断面力」に相当する。したがって、この式だけでは体積圧縮挙動を説明できない。
  - (6) 不飽和供試体の圧密排水(CD)三軸圧縮試験において、体積最小点における主応力差から、サクション応力(メニスカス応力+バルク応力)を逆算した。一方、飽和度から理論サクション応力を算定した。両者のすれば、バルク水の不均一な分布を反映していると思われる。

## 参考文献

- 1) Karube, D.: Basic stress-strain relations of unsaturated soil, *Proc. 8th Asian Conf. SMFE*, Vol.13, pp.49-52, 1987.
- 2) Karube, D.: New concept of effective stress in unsaturated soil and its proving test, *Advanced Triaxial Testing of Soil and Rocks*, ASTM STP 977, pp.539-552, 1988.
- 3) 軽部大蔵、勝山潤一、丹羽尚人：不飽和土の三軸圧縮状態における降伏関数、土木学会論文集、406号、pp.205-212、1989。
- 4) Alonso, E.E., Gens, A. and Hight, D.W.: Special problem soils, General Report, *Proc. 9th European Conf. SMFE*, Vol.3, pp.1087-1146, 1987.
- 5) Alonso, E.E., Gens, A. and Josa, A.: A constitutive model for partially saturated soils, *Geotechnique*, Vol.40, No.3, pp.405-430, 1990.
- 6) 軽部大蔵、加藤卓彦：サクションと外部載荷応力の線返し効果について、繰返し応力をうける地盤の変形に関するシンポジウム論文集、土質工学会、pp.35-40, 1990.
- 7) Karube, D. and Kato, S.: An ideal unsaturated soil and the Bishop's soil, *Proc. 13th Int. Conf. SMFE*, Vol.1, pp.43-46, 1994.
- 8) 向後雄二：不飽和土の力学的挙動に対する弾塑性論的解釈と解析、不飽和土の工学的性質研究の現状シンポジウム論文集、土質工学会、pp.69-78, 1987.
- 9) Kohgo, Y., Nakano, M. and Miyazaki, T.: Verification of the generalized elastoplastic model for unsaturated soils, *Soils and Foundations*, Vol.33, No.4, pp.64-75, 1993.
- 10) 鈴木寿、山上拓男：不飽和粘土の弾塑性構成モデルに関する2,3の考察、第35回土質工学シンポジウム論文集、土質工学会、pp.651-654, 1990.
- 11) 大原誠、安福規之、村田秀一、兵動正幸：不飽和土の弾塑性構成式について、第29回土質工学研究発表会、土質工学会、pp.651-654, 1994.
- 12) 宇野尚雄、佐藤健、柘植浩史：2,3の砂質土の水分保持特性、不飽和土の工学的性質研究の現状シンポジウム論文集、土質工学会、pp.187-192, 1987.
- 13) Skempton, A.W.: Address on Effective Stress in Soils, Concrete and Rocks, Pore Pressure and Suction in Soils, *Conf. Butterworth London*, pp.4-16, 1960.
- 14) Fredlund, D.G., Vanapalli, S.K., Xing, A. and Pufahl, D.E.: Predicting the shear strength function for unsaturated soils using the soil-water characteristic curve, *Proceedings of 1st International Conference on Unsaturated Soils*, Vol.1, pp.43-46, 1995.
- 15) 阿部廣史、榎本雅夫、岩崎公俊、川上浩：不飽和土せん断時の有効応力パラメータの推定方法、第26回土質工学研究発表会、土質工学会、pp.681-684, 1991.

(1995.4.21 受付)

## THE RELATIONSHIP BETWEEN THE MECHANICAL BEHAVIOR AND THE STATE OF POREWATER IN UNSATURATED SOIL

Daizo KARUBE, Shoji KATO, Koichi HAMADA and Michinori HONDA

The porewater in unsaturated soil exists in three phases or components; the adsorbed water fixed on the surface of soil particles, the meniscus water surrounding contact points of soil particles and the bulk water occupying a part of space among soil skeletons and these water components influence on soil behavior in their own ways. This paper proposes a theoretical method for estimating the quantity of each component and quantifying their effects on soil behavior. The results of drained triaxial test on the specimens of various suction history were compared with the theoretically calculated values.