

傾斜壁面密度噴流の流動場のCGによる表示法

福嶋祐介¹

¹正会員 工博 長岡技術科学大学 助教授 工学部 建設系(〒940-21 新潟県長岡市上富岡町1603-1)

傾斜壁面密度噴流の定常部に対して、 $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いて相似解を求めることができる。相似解の満たす方程式は4元連立の常微分方程式であり、これを数値的に解くことによって相似解が得られる。この数値解をLDAで測定した実験値と比較し、平均流速分布及び平均濃度分布を精度よく再現できることを示した。平均量ばかりでなく乱流特性量である乱れエネルギー、レイノルズ応力、分子粘性逸散率、渦動粘性係数についても実験値との一致は良好であった。この相似解を用いて、CGによる流れ場の表示法の検討を行った。検討した方法は、流速分布と濃度分布の流下距離変化、流速ベクトル図、流速のタイムライン、流線図、流体粒子の軌跡の時間変化である。この結果、流体粒子の軌跡の時間的変化を表示する方法が最も適切であることが分かった。

Key Words : computer graphics, inclined wall plumes, turbulence model, similarity solution

1. はじめに

周囲流体と密度の異なる流体が傾斜した壁面の近くにあると、その流体は壁面に沿って上昇または下降する。このような流動を傾斜プルームあるいは傾斜上の重力流と呼ぶ¹⁾。以下では、密度差が原因となって傾斜面上に沿う流れをより厳密に傾斜壁面密度噴流と呼ぶことにする。傾斜壁面密度噴流と類似の現象に近くに壁面が存在しない、二次元噴流が挙げられる²⁾。傾斜壁面密度噴流と二次元噴流との違いは、前者が浮力束で駆動されるのに対し、後者は流入端での運動量束で駆動されること、さらに前者では壁面があるのに対し、後者は自由乱流であることである。壁面における滑りなしの境界条件を満たすため、傾斜壁面密度噴流の流速分布は壁面付近では壁面乱流と似た分布形をなし、単純な二次元噴流の流速分布と大きく異なる。一方、傾斜壁面密度噴流は壁面から遠ざかると自由乱流となり、二次元噴流の流速分布と似た分布となる。

傾斜壁面密度噴流では十分流下距離が大きくなると、流速が流下方向に一定となり、流れの幅が流下距離に比例して増大し、密度差が流下距離に反比例する確立領域となることが知られている。確立領域ではリチャードソン数は流下方向に一定である。福嶋³⁾は、 $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いて二次元傾斜壁面密度噴流の確立領域での相似解を求めている。福嶋・高島⁴⁾は、レーザードップラー流速計(LDA)を用いた室内実験により、平均流速分布、塩分濃度分布及び乱れ特性量を測定している。この実験結果を相似解と比較し、傾斜壁面密度噴流の確立領域において、平均量と乱れ特性量が相似解で説明できることを示した。ただし、福嶋³⁾の論文では相似解を記述する方程式において圧力項の一部を見

落としていた。本論文では2.節においてその修正を行う。その結果を改めて福嶋・高島⁴⁾の実験結果との比較を行い3.節に示した。

本研究では、改めて傾斜壁面密度噴流の相似解を記述する方程式を導き、数値解析により相似解を求め、福嶋・高島⁴⁾の室内実験の結果と比較する。数値解析の結果は数表であり、その数表によって解がどのようになっているかを判断することは不可能である。そこで数表をもとに分布図を描き実測結果との比較を行うことが一般的に行われる。最近のパーソナルコンピュータ(以下パソコンと呼ぶ)レベルでもコンピュータグラフィックス(CG)の機能の充実が著しく、複雑な流れ場の表示法として用いることが行われつつある。そこで本論文ではCGを応用して、流速分布と濃度分布の流下距離変化、流速ベクトル図、流速のタイムライン、流線図、流体粒子の軌跡の時間変化などを図化することによって、CGによる流れ場の表示方法とその得失について検討することを目的とする。

2. 傾斜壁面密度噴流の相似解

(1) 基礎方程式

図-1のように傾斜角 θ の傾斜上を周囲水より重い流体が流下する場合を考える。流れは非圧縮で定常、二次元とする。流入流体と周囲流体との密度差は小さく、Boussinesq近似が成立するものとする。また、主流方向の流れが横方向の流れに比べて卓越していると考えられるので、境界層近似が成り立つ。流れは十分発達した乱流であり、分子粘性逸散率の項を除いて粘性の影響が小さい場合を想定する。図-1に流れの模式図

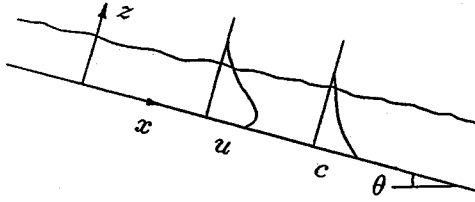


図-1 傾斜壁面密度噴流の定常部の流れ

と記号を示す。流下方向の座標を x 、これと直交方向上向き座標を z とする。 x, z 方向の平均流速を u, w とし、平均濃度を c とする。このような流れを $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いて解析する。つまり、乱流の解析で通常用いられる連続式、レイノルズ方程式に加えて、乱れ運動エネルギー k 、分子粘性逸散率 ϵ を未知数として取扱、渦動粘性係数 ν_t を k と ϵ から計算する。

流れの連続式は次のように表される。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

x 方向の運動方程式 (レイノルズ方程式) は次のようになる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = Rcg \sin \theta - g \cos \theta \frac{\partial}{\partial x} \int_z^h Rcdz - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{u'w'}) \quad (2)$$

ここで、 g は重力加速度、 R は相対密度差と重量濃度との比 (Rc が相対密度差)、 u', w' はそれぞれ、 x 方向、 z 方向の流速の変動成分であり、 $-\overline{u'w'}$ はレイノルズ応力である。

密度差の主因となるスカラー量の拡散方程式は次のようになる。

$$u \frac{\partial c}{\partial x} + w \frac{\partial c}{\partial z} = - \frac{\partial}{\partial z} (\overline{c'w'}) \quad (3)$$

ここで、 c' は濃度の変動量である。レイノルズ応力 $-\overline{u'w'}$ 、濃度速度相関 $-\overline{c'w'}$ は渦動粘性係数 ν_t 、渦拡散係数 $k_s = \nu_t / \sigma_t$ を用いて次のように表される。

$$-\overline{u'w'} = \nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \quad (4)$$

$$-\overline{c'w'} = \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} \quad (5)$$

乱れ運動エネルギー k の輸送方程式は次のように表される。

$$u \frac{\partial k}{\partial x} + w \frac{\partial k}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) + \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + Rg \cos \theta \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} - \epsilon \quad (6)$$

ここで、 σ_k はモデル定数である。式(6)の右辺第一項は乱れ運動エネルギーの拡散、第二項は平均流による乱れ運動エネルギーの生成、第三項は濃度勾配による乱

表-1 $k-\epsilon$ 乱流モデルに含まれるモデル定数

c_μ	σ_k	σ_ϵ	$c_{1\epsilon}$	$c_{2\epsilon}$	$c_{3\epsilon}$	σ_t
0.09	1.0	1.3	1.44	1.92	0.8	1.0

れ運動エネルギーの消費、第四項は乱れ運動エネルギーの分子粘性逸散率を表す。

分子粘性逸散率 ϵ の輸送方程式は次のように表される。

$$u \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + w \frac{\partial \epsilon}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} \right) + c_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + (1 - c_{3\epsilon}) Rg \cos \theta \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} \right\} - c_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (7)$$

ここで、 $\sigma_\epsilon, c_{1\epsilon}, c_{2\epsilon}, c_{3\epsilon}$ はモデル定数である。式(7)の右辺第一項は ϵ の拡散、第二項は ϵ の生成、第三項は ϵ の消費を表す。

$k-\epsilon$ 乱流モデルでは渦動粘性係数 ν_t を乱れ運動エネルギー k 、分子粘性逸散率 ϵ を用いて次のように表す。

$$\nu_t = c_\mu k^2 / \epsilon \quad (8)$$

ここで、 c_μ はモデル定数である。

一般に $k-\epsilon$ 乱流モデルは密度成層の影響があまり大きくない場合の流れに対して提案されたものである⁵⁾。 $k-\epsilon$ モデルでは乱流構造に対する成層の影響は、 k -方程式(6)中の右辺第3項、 ϵ -方程式(8)中の右辺第2項で表されている。したがって、 $k-\epsilon$ 乱流モデルでもある程度成層の効果を表現できるものと期待される。実際、福嶋³⁾による検討では、 $\theta = 30^\circ$ の場合では傾斜壁面密度噴流の相似解が実測値を説明できることが明らかにされている。したがって、これより傾斜角が大きい範囲では $k-\epsilon$ 乱流モデルは十分に適用できると推察される。一方、水路の傾斜角が小さくなり渦動粘性係数の値が密度成層の影響できわめて小さくなる場合に対する $k-\epsilon$ 乱流モデルの適用性については今後も検討してゆく必要がある。

式(4)-(8)に含まれるモデル定数の値は様々な流れに対して検討されており、表-1のように定められる⁵⁾。このうち、 $c_{3\epsilon}, \sigma_t$ は著者が傾斜壁面密度噴流の実験値との比較を行い定めたものである³⁾。

(2) 相似解の仮定とその解法

相似解を求めるにあたり流関数 ψ を導入する。このとき x 方向の流速 u 、 z 方向の流速 w は次のように表され、連続の式(1)は自動的に満たされる。

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (9a)$$

$$w = -\frac{\partial\psi}{\partial x} \quad (9b)$$

未知数は流関数 ψ , 濃度 c , 乱れ運動エネルギー k , 分子粘性逸散率 ε でありこれらを次のような関数で表されると仮定する。

$$\eta = axz^{-1} \quad (10a)$$

$$\psi = bx^m F(\eta) \quad (10b)$$

$$c = c_* x^n G(\eta) \quad (10c)$$

$$k = dx^p K(\eta) \quad (10d)$$

$$\varepsilon = ex^q E(\eta) \quad (10e)$$

ここで, η は相似変数であり, F, G, K, E は相似関数, a, b, c_*, d, e は係数である。式(10)を基礎方程式(2), (3), (6), (7)に代入し, x のべき乗がそれぞれの方程式で等しくなる条件から l, m, n, p, q を求めると次のようになる。

$$l=1 \quad m=1 \quad n=-1 \quad p=0 \quad q=-1 \quad (11)$$

(3) 相似関数に対する常微分方程式

以上の結果から, 相似変数と相似関数の満たすべき連立常微分方程式が次のように求められる。

$$FF'' + G - \cot\theta\eta G + \nu'_{t*} F'' + \nu_{t*} F''' = 0 \quad (12)$$

$$F'G + FG' + \frac{1}{\sigma_t} (\nu'_{t*} G' + \nu_{t*} G'') = 0 \quad (13)$$

$$FK' + \frac{1}{\sigma_k} (\nu'_{t*} K' + \nu_{t*} K'') + \nu_t F'^2 + \frac{\cot\theta}{\sigma_t} \nu_{t*} G' - E = 0 \quad (14)$$

$$F'E + FE' + \frac{1}{\sigma_\varepsilon} (\nu'_{t*} E' + \nu_{t*} E'') + c_{1\varepsilon} \frac{E}{K} \left\{ \nu_{t*} F'^2 + (1 - c_{3\varepsilon}) \frac{1}{\sigma_t} \cot\theta \nu_{t*} G' \right\} - c_{2\varepsilon} \frac{E^2}{K} = 0 \quad (15)$$

ここで, ν_{t*}, ν'_{t*} は無次元の渦動粘性係数とその微分であつて次のように表される。

$$\nu_{t*} = c_\mu K^2 / E \quad \nu'_{t*} = c_\mu (2KK' / E - K^2 E' / E^2) \quad (16)$$

福嶋³⁾の解析で見落とされていたのは, 式(12)中の $\cot\theta\eta G$ の項である。この項は傾斜角が 90° , すなわち噴流が鉛直の場合に零であり, 傾斜角が小さくなるほどその項の影響が大きくなる。ただし, 傾斜角が 30° 程度ではこの項の効果は無視してよい。

式(12), (13), (14), (15)は相似関数 F, G, K, E が満たすべき連立常微分方程式である。次元量と相似変数 η , 相似関数 F, G, K, E の関係は次のように表される。

$$\eta = z/x \quad (17a)$$

$$\psi = (Rg \sin\theta Q_c)^{1/3} x F(\eta) \quad (17b)$$

$$u = (Rg \sin\theta Q_c)^{1/3} F'(\eta) \quad (17c)$$

$$w = (Rg \sin\theta Q_c)^{1/3} (\eta F' - F) \quad (17d)$$

$$c = \frac{(Q_c)^{2/3}}{(Rg \sin\theta)^{1/3}} \frac{1}{x} G(\eta) \quad (17e)$$

$$k = (Rg \sin\theta Q_c)^{2/3} K(\eta) \quad (17f)$$

$$\varepsilon = (Rg \sin\theta Q_c) \frac{1}{x} E(\eta) \quad (17g)$$

ここで, Q_c は次式で定義される流入端での浮力フラックスである。

$$Q_c = \int_0^\infty ucdz \quad (18)$$

(4) 境界条件

式(12)から(15)に対する境界条件を考える。壁面密度噴流は一方で壁面の他方では自由境界となっている。 u, k, ε に対する壁面の境界条件は乱流モデルで多く用いられている壁関数法⁵⁾を採用する。また流速の横方向成分は壁面で零になる。壁面において z 方向の濃度フラックスが零となる。壁面からの距離 z_0 が十分に小さいものとするとき, 壁面での境界条件を無次元形で書けば次のようになる。

$$\frac{U_0}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln(\eta_0) + A \quad (19)$$

ここで η_0 は無次元の壁からの距離である。壁面が水理的に滑らかであれば係数 A は次のように定義される。

$$A = \frac{1}{\kappa} \ln(Re_* / \eta_{1/2}) + A_S \quad (20)$$

ここで, $Re_* = u_* b_{1/2} / \nu$, $\eta_{1/2}$ は流速の半値半幅を無次元形で表したものである。

壁面($\eta = 0$)での境界条件は無次元形で次のように表される。

$$F = 0 \quad (21a)$$

$$G' = 0 \quad (21b)$$

$$\frac{K}{U_*^2} = \frac{1}{\sqrt{c_\mu}} \quad (21c)$$

$$E = \frac{U_*^3}{\kappa \eta_0} \quad (21d)$$

同様に無限遠の境界条件は無次元形で次のように表される。

$$F' = G = K = E = 0 \quad (22)$$

以上のように問題は境界条件式(19)から(22)のものと, 常微分方程式(12)から(15)を解くことに帰着する。これらは非線形常微分方程式であり解析的に解くことはできない。そこで, 常微分方程式を有限差分法で離散化し, リラクゼーション法で解を求めた。その際, 積分の外縁は試行錯誤的に設定し最終的に流速の半値幅の3倍程度にとつた。

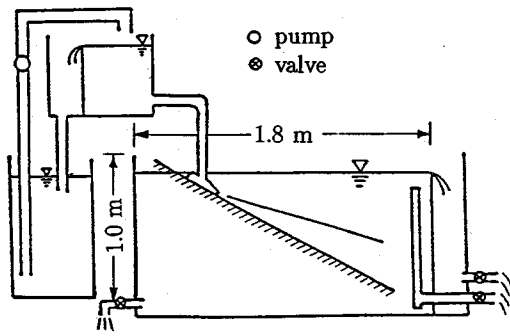


図-2 実験装置の概要

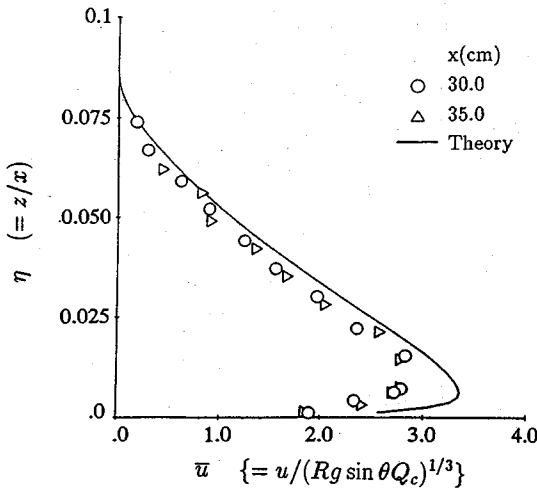


図-3 無次元流速分布の比較 ($\theta = 30^\circ$) ○印が $x=30$ cm, Δ 印が $x=35$ cm, 実線が相似解による理論値. 以下図-7 まで実験条件, 記号は同じ.

3. 相似解の有効性の検討

本節では, 3. で求めた傾斜壁面密度噴流の相似解を実測値と比較し, その有効性を検討する.

図-2に比較に用いた実験装置の概要を示す. 実験装置は長さ180 cm, 高さ100 cm, 幅8.5 cmのアクリル製水槽に, 角度 $\theta = 30^\circ$ のアクリル製の傾斜版を取り付けたものである. 実験は次のように行った. 水槽に淡水(水道水)を満し, 高さ4 cmのスロットから所定の濃度に調節した塩水を静かに流入させた. 流速分布は, 二成分レーザー Doppler 流速計を用い, 一点についてサンプリング間隔0.05 sとし測定時間を100 sとした. このため, 主な乱流特性量であるレイノルズ応力, 乱れ運動エネルギーの直接測定が可能になった. 塩分濃度分布の測定は, サイフォンで取水した塩水を導電率計により測定した. 実験条件は, スロットの流出口での流速が $U = 16.7$ cm/s, 相対密度差 $Re = 0.0102$ と

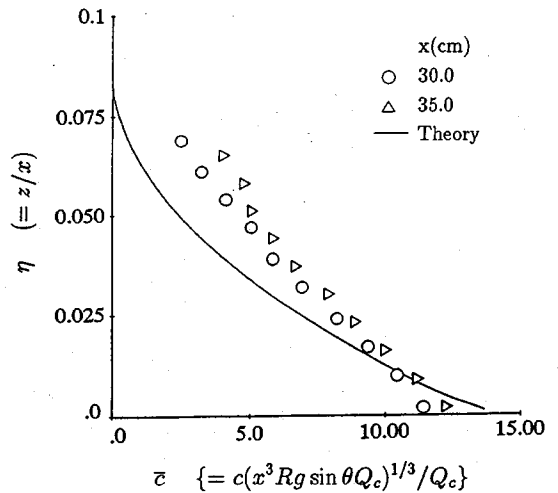


図-4 濃度分布の比較

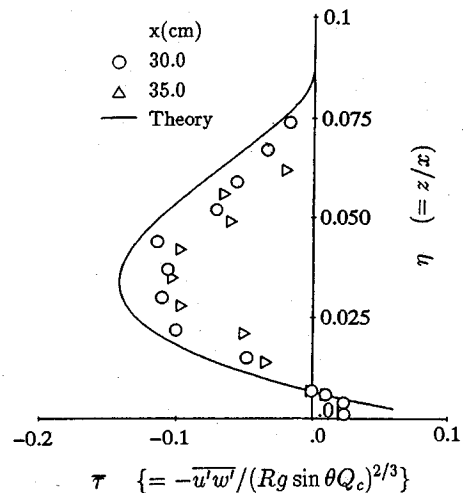


図-5 無次元レイノルズ応力の比較

し, レイノルズ数 $Re = 6\ 660$ とした. なお, 座標系はスロット出口から斜面方向に x 座標を, これと直角向きに z 座標をとった.

図-3から図-7に実測値と相似解を比較したものを示す. 図中では実測値を○($x=30$ cm), Δ ($x=35$ cm)で, 理論値を実線で示している.

流速分布(図-3)を見ると, 最大流速付近で実測値は理論値より小さいがそれ以外では良好な一致を見ることができる. 塩分濃度分布(図-4)では底面付近で両者は良く一致しているが, プリュームの外縁に向かうに従って実測値が理論値よりもやや大きくなる傾向にある. この理由としては, 濃度の小さい塩水が下流端で逆流し, 噴流内に再び取り込まれて噴流上部の濃度が大きくなった可能性が考えられる. レイノルズ応力分布(図-5), 乱れ運動エネルギー(図-6)の分布では理論

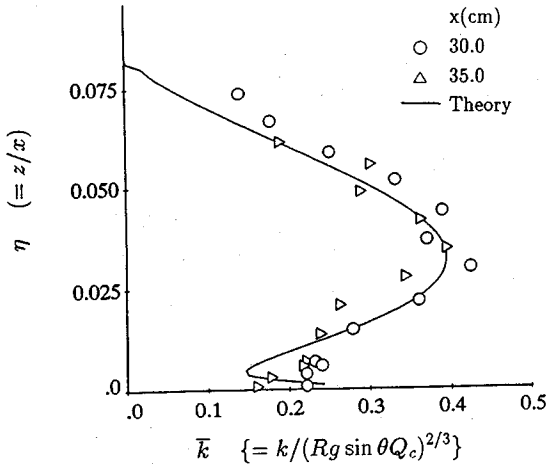


図-6 無次元乱れ運動エネルギーの比較

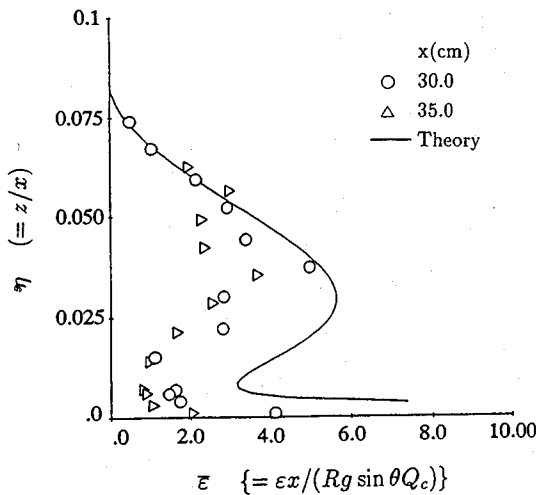


図-7 無次元分子粘性逸散率の比較

値は実測値を良く説明している。これらに対し、分子粘性逸散率 ϵ (図-7)は特に壁付近で実測値は理論値に比べてかなり小さい。 ϵ の値は、流速の測定値のパワースペクトルを求め、慣性小領域の-5/3乗則が成立すると考えて求めている。特に壁面付近においてパワースペクトルは大きくばらついており、-5/3乗則に従う範囲は小さかった。このことが ϵ に関して大きな誤差を生じた理由である。分子粘性逸散率 ϵ 以外の理論値、特にレイノルズ応力、乱れ運動エネルギーは実験値とほぼ一致していることから、 ϵ については実験値の精度が悪いために理論値との誤差を生じたものと推定する。

4. CGによる種々の流れ場の表示

3.節で示されたように、2.節で得られた相似解は実

測値に対し良い説明を与える。そこで、本節では傾斜壁面密度噴流の相似解をもとにして、CGを用いて種々の方法によって流れ場を表現し、その長所、短所を考察する。

(1) 流れ場の表示法の検討

ここでは、流れ場の一般的な表示法を検討するために、まず流関数と流速の無次元化を行う。さらに、CGを用いた、流線、流速ベクトル、タイムライン、流体粒子の軌跡などの表示法を示す。

式(17)を簡単化すると流れ関数 ψ 、流速 u 、 w は有次元の形で次のように表される。

$$u = U^* F'(\eta) = U^* \bar{u} \quad (23)$$

$$w = U^* (\eta F'(\eta) - F(\eta)) = U^* \bar{w} \quad (24)$$

$$\psi = U^* x F(\eta) \quad (25)$$

ここで、 $U^* = (Rg \sin \theta Q_c)^{1/3}$ は特性速度、 \bar{u} 、 \bar{w} はそれぞれ、 u 、 w に対応する無次元速度である。流れ関数を無次元化するため $x = x_0$ での流れ関数の値を ψ_0 は次のように表される。

$$\psi_0 = U^* x_0 F_0 \quad (26)$$

ここで、 x_0 は仮想原点から基準位置までの距離である。この ψ_0 を用いて流れ関数 ψ を次のように無次元化する。

$$\phi = \frac{\psi}{\psi_0} = \frac{x F(\eta)}{x_0 F_0} = \xi \frac{F}{F_0} \quad (27)$$

ここで、 $\xi = x/x_0$ 、 $\phi = \psi/\psi_0$ はそれぞれ x 方向の無次元距離、無次元流れ関数である。

流線の満たす方程式は次のようになる。

$$\frac{d\zeta}{d\xi} = \frac{\bar{u}}{\bar{w}} \quad \text{或いは} \quad \phi(\xi, \zeta) = \text{const.} \quad (28)$$

ここで、 $\zeta = (z/x_0)$ は z 方向の無次元距離である。速度ベクトルは無次元流速の各成分 \bar{u} 、 \bar{w} のベクトルから次のように求められる。

$$(\xi_2 - \xi_1, \zeta_2 - \zeta_1) = (\bar{u}, \bar{w}) \quad (29)$$

ここで、 (ξ_1, ζ_1) は速度ベクトルの出発点の座標、 (ξ_2, ζ_2) は速度ベクトルの終点の座標である。

流体粒子の軌跡は次の微分方程式を積分することによって求めることができる。

$$\frac{d\xi}{dt} = \bar{u} \quad \frac{d\zeta}{dt} = \bar{w} \quad (30)$$

ここで、 t は無次元時間であり、次のように定義する。

$$\bar{t} = \frac{\xi}{U^*} \quad (31)$$

タイムラインは式(30)で求めた流体粒子の軌跡を横断方向に連ねた線として求められる。

あらかじめ計算された相似解の諸量は格子点について求められている。したがってCGに必要な任意位置での諸量の値は補間によって定める必要がある。ここでは流れをコンピュータによる実時間で表示するというこ

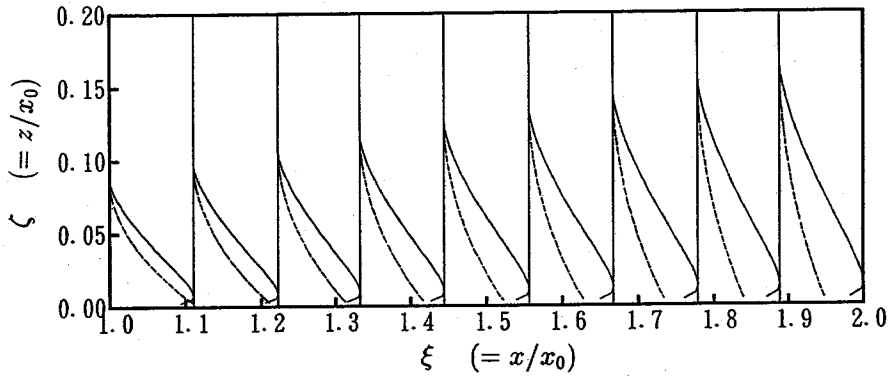


図-8 流速分布と濃度分布の流下距離変化

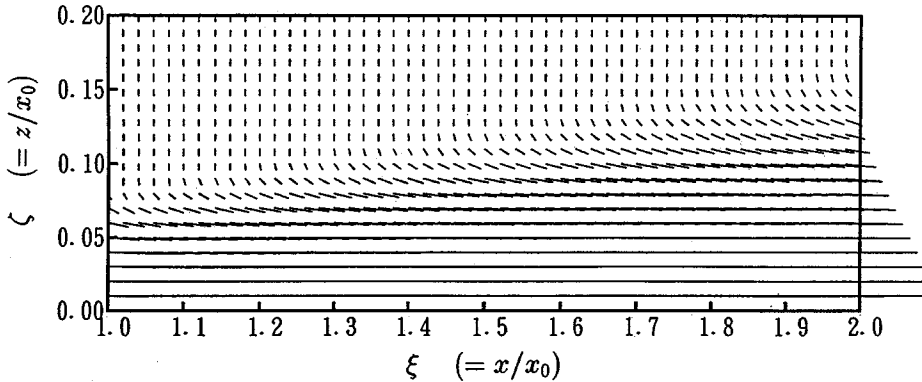


図-9 流速ベクトル図

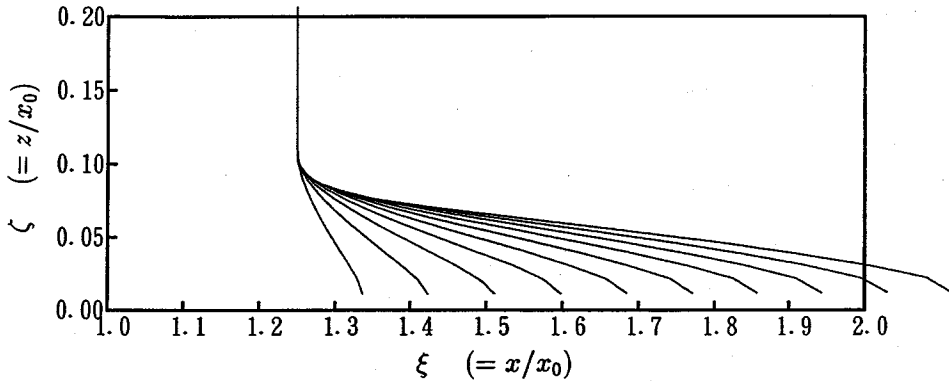


図-10 流速のタイムライン

とを目的としているため、最も単純な補間法である線形補間を行いながら逐次図化する方法を採用した。座標 (ζ_1, ζ_2) の間の座標 η_0 での値 f_0 を (ζ_1, ζ_2) での値 (f_1, f_2) により次のように求める。

$$\zeta_1 < \zeta_0 < \zeta_2 \text{ に対して}$$

$$f_0 = f_1 + \frac{\zeta_0 - \zeta_1}{\zeta_2 - \zeta_1} (f_2 - f_1) \quad (32)$$

(2) CGによる流れ場の表示

本節では5.(1)に示した手法により、コンピュータグラフィックス(CG)を用いて傾斜壁面密度噴流の流れ場の表現方法の比較を行い、その長所、短所を考察する。

図-8は縦軸に $\zeta (= z/x_0)$ 、横軸に $\xi (= x/x_0)$ をとった領域における無次元流速分布(実線)と濃度分布(破線)を表示したものである。この図では ζ 方向の座標は

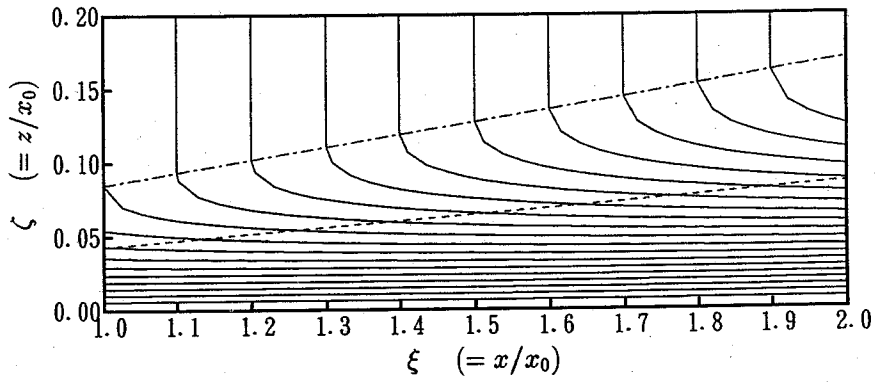


図-11 流線図

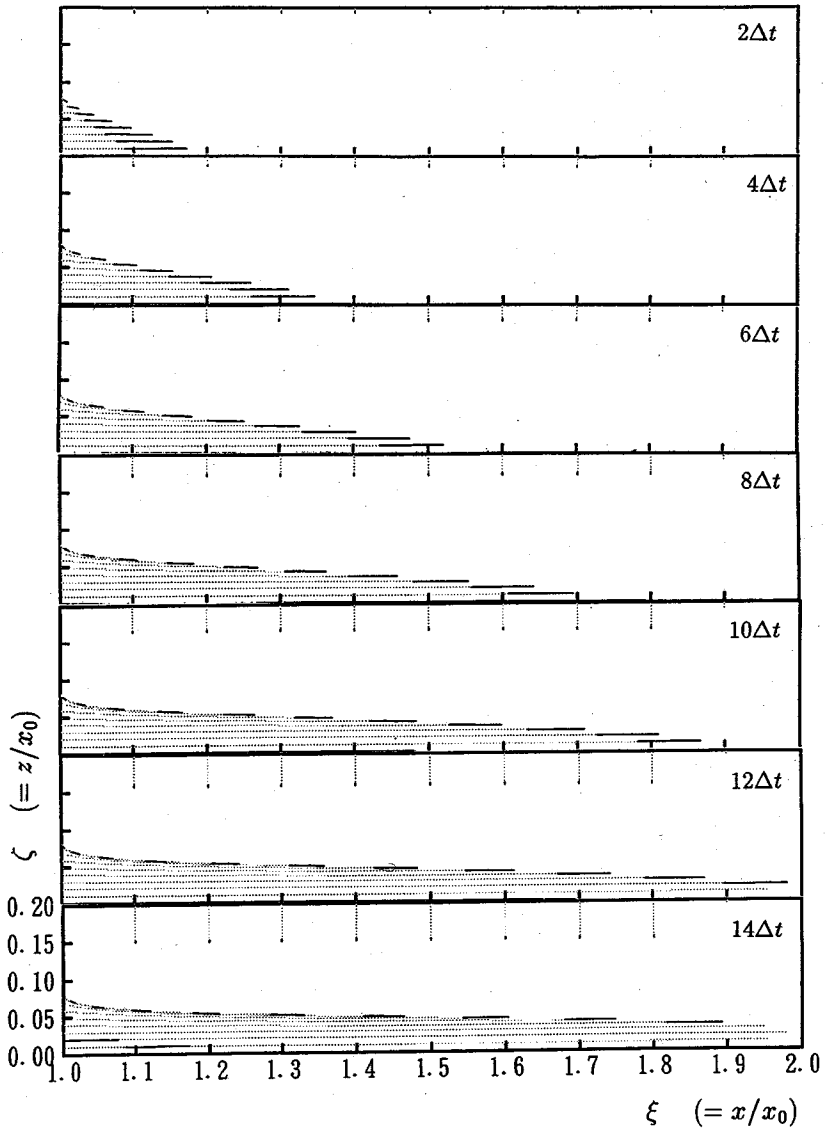


図-12 流体粒子の軌跡の時間変化

ξ 方向の2倍にとっていることに留意されたい。相似解は傾斜壁面密度噴流の確立領域について得られたものであるため、最大流速は流下方向に一定である。一方、式(17)に示すように、噴流幅は流下距離 ξ の増加ともない直線的に増加する。濃度は式(17)に示すように x に反比例して減少するので $\xi = 1$ で $c = 1.0$ であったものが $\xi = 2$ では $c = 0.5$ になっている。

図-9は図-8と同じ領域内での流速ベクトルを表示したものである。この図より、噴流本体の流れはほぼ ξ 方向に流れているのに対し、噴流の上部では下向きの流速ベクトルが現れている。これは噴流本体の連行が生じているためであり、この部分の流れが $w = 0$ であるのに対し、 ζ 方向の流速 w が有限の値を持っているためである。噴流の上部の流速 w は連行速度と等しい。

図-10は図-8と同じ領域でのタイムラインを示したものである。タイムラインは $\xi = 1.25$ の位置を始点として流体粒子の軌跡を求め、縦方向に曲線で結んだものである。 $\zeta > 0.1$ の範囲は w が零であるのでタイムラインは動かない。 $0 < \zeta < 0.1$ では流速のタイムラインは流下方向に次々に伝播して行くのが分かる。

図-11は図-8と同じ領域での流線を描いたものである。図中実線が流線、破線が流速の半値幅、一点鎖線が噴流の外縁を示したものである。この図より、傾斜壁面密度噴流の確立領域の特徴である、噴流の幅が流下方向に線形に増加して行くこと、噴流の外の領域で連行に伴う流れが存在することなどが分かる。主流域の流線の間隔は等間隔であり、流速が一定になっていることが分かる。

図-12は流体粒子の軌跡の時間変化を示したものである。この図では ζ 軸の縮尺は ξ 軸と等しくとっている。流体粒子の軌跡は、式(30)を用い時間間隔を $\Delta t = 0.1$ として積分して求めたものである。図中の実線は $t = (n-1)\Delta t$ での軌跡の位置と $t = n\Delta t$ の軌跡の位置を結んだものであり、実線の長さは流速ベクトルを表している。これらの図では $2\Delta t$ の間隔で軌跡を描いている。 $t = 12\Delta t$ までは噴流の主流部分の軌跡が時間と共に下流端にまで到達している。軌跡が下流端に到達するとその時点で再び上流からの軌跡を描いている。噴流の上部を見てみると、主流によって連行される ζ 方向の流速成分 w があるため、僅かずつ下向きに流体粒子が運動して行く様子が分かる。

(3) 考察

前節5.2でCGによる様々な流れ場の表示を試みた。それぞれの手法には長所と短所がある。流速分布、濃度分布は基本的な流れ場の表示法であり、特に実験結果との比較を行うことに適している。しかし、この方法はある断面での流速あるいは濃度の分布を示すもの

であり、描かれた曲線が何であるのか専門家以外にはわかりにくい。流速ベクトル図は全体の領域での流速、流向を表しているので、主流と外縁での流れの違いを把握するには適した方法であろう。流速のタイムラインは主流部の流体粒子の移動状況の時間変化を見るのに適しているが、噴流の外縁部については何も情報を与えない欠点を有している。流線図は流れの全領域を表示するため、噴流の主流及び外縁部の流動の状況を見ることができる。ただし、流線の概念は流体力学の基礎知識を必要とするので、描かれた流線が何を意味しているのか分かりにくい欠点がある。

これに対して、流体粒子の軌跡の時間変化を示した図-12は浮子を水流に浮かべその運動を見るという実体験と類似の表現であり、専門家以外にも分かりやすい長所を有する。特に今回開発したプログラムではPascalを用いており、軌跡の時間変化をパソコンのCRT上で高速に再現することができる。このように、流体粒子の軌跡の時間変化を画面上で見るとは、他の静的な流れ場の表示方法に比べて優れていると言える。

以上のように本研究ではいくつかの流れの表示法を傾斜壁面密度噴流に対して適用した。流れをパソコン上で表示することの重要性は流れの場が複雑になるほど増すものと考えられる。

5. おわりに

$k-\epsilon$ 乱流モデルを用いた傾斜壁面密度噴流の相似解を傾斜角 $\theta = 30^\circ$ に設定した実験結果と比較を行い、平均流速分布、平均濃度分布などの平均量とともに、乱れ運動エネルギー、レイノルズ応力などの乱れ特性量についても十分な精度で説明できることを示した。

次に、傾斜壁面密度噴流の相似解をデータとして用いて、コンピュータグラフィックス(CG)によるいくつかの手法による流れ場の表示について検討した。すなわち、流速分布と濃度分布の流下距離変化、流速ベクトル図、流速のタイムライン、流線図、流体粒子の軌跡の時間変化である。これらの結果より、実験値との比較を行うためには従来より用いられている流速分布、濃度分布が有力な方法であることを示した。また、流れを動的に表す方法として流速のタイムライン、流体粒子の軌跡の時間変化について検討した。

ここで用いたCGによる流れ場の表示手法は、流れ場が複雑になればなるほど重要性が増すものと考えられる。残念ながら、現段階では複雑な流れ場に対するこの手法の適用を検討することは行っており、これらについては今後の検討課題としたい。

謝辞：最後に、本研究を行うにあたり文部省科学研究費試験研究(B)(研究代表者、大阪大学、中辻啓二助

教授, 課題番号05555146) の補助を受けた。ここに記して深甚なる感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Turner, J.S. : *Buoyancy Effects in Fluids*, Cambridge Univ. Press, pp.178-187, 1973.
- 2) Schlichting, H. : *Boundary Layer Theory*, 7th Ed., McGRAW-HILL, pp. 745-747, 1979.
- 3) 福嶋祐介 : 乱流モデルによる傾斜壁面密度噴流の解析, 土木学会論文集, 第399号/II-10, pp.65-74, 1988.
- 4) 福嶋祐介, 高島哲雄 : 二次元傾斜壁面密度噴流の乱流測定について, 土木学会論文集, 第411号/II-12, pp.259-262, 1989.
- 5) Rodi, W., : *Turbulent models and their application, State of the Arts Paper, IAHR*, 1980.

(1995. 5. 24 受付)

PRESENTATION OF FLOW FIELD OF INCLINED WALL PLUME USING COMPUTER GRAPHICS

Yusuke FUKUSHIMA

The simultaneous ordinary differential equations for the developed region of inclined wall plumes are derived using the $k - \epsilon$ turbulence model. The solutions of these equations are used to present the flow field by computer graphics (CG). The numerical results of the similarity solutions are compared with experimental results which are obtained by Laser Doppler Anemometer. The present model explains well experimental results of the distributions of average velocity, kinetic energy of turbulence, Reynolds stresses, and eddy viscosity. Then, several methods to present the flow fields by computer graphics (CG) are examined. As a result, the presentation of the time variation of fluid particle path is found to be the most effective method to describe the flow field.