

三次元乱流場における第二種ボイル生成に関する研究

杉山 均¹・秋山光庸²・田島文敬³・佐藤誉⁴

¹ 正会員 工博 宇都宮大学助教授 工学部機械システム工学科 (〒321 宇都宮市石井町 2753)

² Ph. D. 宇都宮大学教授 工学部機械システム工学科 (〒321 宇都宮市石井町 2753)

³ 学生会員 宇都宮大学大学院 工学部機械システム工学科 (〒321 宇都宮市石井町 2753)

⁴ 花王株式会社 (〒103 中央区日本橋茅場町 1-14-10)

河川流路を特徴づける現象には、いくつかの興味ある現象が報告されている。例えば、流路アスペクト比（河川幅/水深）が小さい長方形断面開水路における最大主流方向速度位置の自由水面下への降下現象などがあるが、本解析においては、現在においても不明な点が多いボイルの生成、特に第二種ボイルの生成機構について検討を行った。解析に際しては、人工的な縦筋を設けた閉管路内流れの実験解析を対象とし、自由水面による影響は今回の解析においては除いた。実験解析はその乱流構造の詳細な結果を報告しており、代数応力モデルを用いた本解析結果と比較検討するとともに、この種のボイル生成について三次元乱流場の解析結果より、そのボイル生成について新たな知見を示した。

Key Words : *numerical analysis, boil of the second kind, secondary flow, reynolds stress model, boundary-fitted coordinate system*

1. 緒 言

河川流れを特徴づける現象として、これまで多くの特徴的な現象が報告されている。例えば、流路アスペクト比（河川幅/水深）が小さな開水路における最大主流方向速度位置の自由水面下への降下現象（velocity dip）¹⁾、あるいは、直線状河川の河床に観察される縦筋（sand ridge）²⁾の生成などがその一例として指摘できる。同時に、これらの現象が、乱れの非等方性により誘起される縦渦（第二種二次流れ）に起因することも、古くより指摘されていたが、実験的に明らかになったのは、ごく近年になってからである。

これらの現象に対して、河川流れに特有な、いまだ不明な点が多い現象としてボイル生成が指摘できる。このボイル生成に関し、古くは Matthes³⁾による報告例がある。彼はその論文の中で、河床に竜巻のような挙動を示す渦が発生、徐々に発達し河床より離脱後、水面まで到達しボイルを形成することを推論している。彼は河床に形成される渦を Crugnola⁴⁾ になってコルク渦（kolk vortex）と定義した。また、Jackson⁵⁾は、ボイルを特徴づける現象として、河床面の粗度が大きいほど、その強度は強くなること、ボイル直径は水深の 0.3~0.6 倍程度の大きさを示し、間欠性を有する現象であることを報告している。一方、Nezu-Nakagawa⁶⁾は、段落ち河床を有する流れ場を対象に、レーザ流速計、圧力変換器を用いボイル発生について詳細な測定結果を報告してい

る。その結果、段落ち頂部からのせん断層が、Kelvin-Helmholtz の不安定性によりはく離渦を形成し、再付着点近傍に到着すると、再付着点の低周波変動を刺激して大規模なコルク渦を放出、このコルク渦が水面に達しボイルを形成することを報告している。ただし、はく離渦により常にコルク渦が放出されるわけではなく、コルク渦が生成されるときは必ずはく離渦が引き金になっていることを同時に報告している。以上のような、段落ち河床の再付着点、あるいは河床波背後から発生する渦集中度の大きいコルク渦が、自由水面まで達し形成するボイルを、第一種ボイルと定義している。

これに対し、乱れの非等方性により誘起される縦渦の上昇流により生成されるボイルを第二種ボイルと定義している。木下⁷⁾は、木曾川洪水時にその河川水面流速を Cameron 効果を利用した航空写真の立体視像から求め、高速域と、低速域とがほぼ河川水深の間隔にて周期的に形成されることを報告している。またその論文の中で、低速域には高濃度の浮遊砂を含んだボイル列、高速域には気泡、浮遊物が集められる概略図を示し、河川横断面内に水深程度を直径とする二次流れが並列して存在することを予測した。さらに、洪水が去った河床には、流れ方向に凸形状をした縦筋（sand ridge）が形成されることを Culbertson⁸⁾、Karcz⁹⁾は報告し二次流れの存在を指摘している。さらに詳細な検討を行うため Nezu-Nakagawa¹⁰⁾は、縦筋を台形断面突起にて模擬し、Tominaga-Nezu-Nagao¹¹⁾はより実際に即する意味より

微小三角形断面突起にて模擬し、何れの場合も上下壁面に突起を設置することより矩形管内流として、平均速度場、およびレイノルズ応力を測定、その乱流構造について詳細な検討を行っている。その結果縦筋の両側に一對の縦渦が形成されることを明らかにした。以上の実験結果より、第二種ボイルは流れ方向に沿って縦渦の上昇流によりボイル列を形成されるものと解釈されるが、その根拠となるのは完全発達領域における縦渦挙動であり、縦渦の完全発達領域に到達するまでの助走区間での発達挙動の如何によっては、そのボイル生成は大きな影響を受けるものと推察される。

さらに、ボイル生成に関して、第三種のボイルが定義されている。Jackson⁵⁾は、ボイルの生成周期が、壁面からのバースト現象周期と、低レイノルズ領域において良く一致することより、河床で発生したバーストが合体を繰り返して大規模な渦となり、その先端が水面に達してボイルを形成するものと推論した。第一種、第二種ボイルが河床形状に何らかの形状の変化が起きない限り発生しないのに対し、第三種ボイルは河床が平坦でさえあれば形成される点にその生成の特徴を指摘できる。こうした各種ボイルの定義はNezu-Nakagawa¹²⁾、玉井ら¹³⁾により詳述されている。

以上のようなボイル生成に関し、本解析においては、特に第二種ボイル生成について検討を加える。前述のように、第二種ボイルは完全発達領域に到達するまでの縦渦発達挙動如何によっては、そのボイル生成形態に大きく影響を及ぼすものと思われる。また、この種の助走区間内流れ場の発達挙動を解析した報告例は、筆者の知る限り、実験的にも数値的にも報告されていない。そこで、縦渦を伴う流れ場を対象に三次元乱流場の解析を行い、流れ場全体から検討したボイル生成に関し新たな知見を得ることを目的とする。数値解析に際してはTominaga-Nezu-Nagao¹¹⁾の実験結果を対象に代数応力モデル、境界適合座標系を導入し解析を行う。同時に彼らの実験結果との差異分析を通し本解析手法の妥当性、有用性について考察を加えることも本研究の目的とする。

2. 記号

$c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2^*, c_2', c_M, \zeta$

：経験定数

D_h ：径深 R の 4 倍の値

$f(L/x_w)$ ：壁の影響を示す関数

I_s ：横断面内の平均縦渦強度

k ：乱流エネルギー

L ：特性距離

P_k ：乱流エネルギー生成

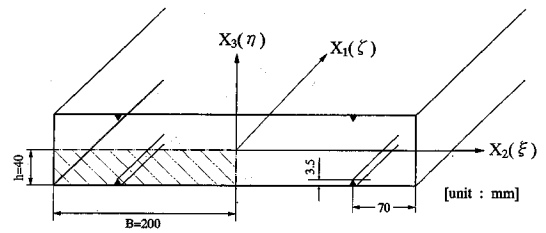


Fig.1 計算対象空間および座標系

R ：径深

Re ：レイノルズ数 $= 4RU_b/\nu$

$\bar{u}_i u_j$ ：レイノルズ応力

U_i ： i 方向時間平均速度成分

U_b ：断面平均速度

U_{Imax} ：流路断面内最大主流方向速度

U_* ：摩擦速度

ε ：乱流散逸

ν ：動粘性係数

κ ：カルマン定数

π_{ij} ：圧力・歪相関項

ρ ：密度

τ ：壁面せん断応力

3. 解析手法

(1) 計算対象実験

本解析においては、Tominaga-Nezu-Nagao¹¹⁾の実験を計算対象とした。その実験装置の概略図および計算座標系を Fig.1 に示す。実験においては、図に示す通り縦 8 cm、横 40 cm の矩形断面を有し、流れ方向に 6 m の助走区間距離を設けている。縦筋 (sand ridge) は、高さ 3.5 mm の微小三角形断面突起にて模擬し、上下壁に設けることより、流れが自由表面に影響されない閉管路として実験を行っている。また、その縦筋は、側壁より 70 mm の位置に設定されている。作動流体には空気を用い、熱線流速計にて乱流計測を行っている。測定位置は管路入口より 5 m 下流に当たる断面にて行っており、この位置は縦筋の断面形状を正三角形とすると D_h のほぼ 35 倍の位置に相当しているが、同じ縦筋形状、同じ実験装置にて縦渦のみを測定した Nezu-Nakagawa-Tominaga¹⁴⁾は、矩形管路入口部に乱流発達促進のため、その上下壁にサンドペーパーを設けたことを報告しており、この点を考え合わせると完全発達領域に相当していると思われる。実験レイノルズ数は、代表速度に断面平均速度を、代表寸法に径深の 4 倍を取った寸法にて $Re = 3 \sim 5 \times 10^4$ であることを報告している¹⁴⁾。

座標系に関しては、主流方向を X_1 、断面方向速度を

X_2, X_3 と定義した。図中の ξ, η, ζ は、座標変換された計算平面上の座標系である。

(2) レイノルズ応力方程式

乱れの非等方性を正確に扱う意味より、本解析においては、レイノルズ応力方程式を解くことを考える。レイノルズ応力方程式の厳密式は次式で示される。

$$\begin{aligned} \frac{Du_i u_j}{Dt} = & - \left(u_i u_k \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + u_j u_k \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left[u_i u_j u_k - \nu \frac{\partial u_i u_j}{\partial X_k} + \frac{p}{\rho} (\delta_{ik} u_i + \delta_{jk} u_j) \right] \\ & + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial X_k} \frac{\partial u_j}{\partial X_k} \end{aligned} \quad (1)$$

数値計算の上で特に障害となるのが、左辺第1項の対流項、ならびに右辺第2項の拡散項である。従来のレイノルズ応力モデルでは、これらの項に対し、各項を省略してモデル化を行っているが、対流項、拡散項の影響を多少とも考慮する意味より Rodi¹⁵⁾近似を用いてモデル化を行った。この Rodi 近似を用いることにより計算の簡便性、経済性が得られる反面、代数応力モデルとなり、近接空間での物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するの事実である。すなわち、各レイノルズ輸送方程式は微分方程式より代数式に変換されることより、各格子点に配列された物理量は、その相互依存性を弱めることになる。

レイノルズ応力方程式をモデル化する際に問題となる圧力・歪相関項のモデル化に際しては、四次相関テンソルに付与される制約条件を一部改良しモデル構築を行っている。モデル化された圧力・歪相関項を **Table 1** に示す。これらモデル導出については、別報¹⁶⁾にて詳述した。表中 $\pi_{ij,1}$ は純粋な乱れによる影響を、 $\pi_{ij,2}$ は、平均流による影響を、 $\pi_{ij,w}$ は壁面による影響を示している。また、 $f(L/x_w)$ は、壁の影響を示す関数で壁面近傍で1、壁から離れるにつれて零に近づく。 x_w は壁面からの距離を示している。 $f(L/x_w)$ 、および x_w は、以下のように定義される。この時、 x_n は壁面からの垂直距離を示し、本解析の場合閉管路であるため、

$$f\left(\frac{L}{x_w}\right) = \frac{c_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa \varepsilon} \frac{1}{x_w} \quad (2)$$

$$\frac{1}{x_w} = \frac{\sum (1/x_n)_i^2}{\sum (1/x_n)_i} \quad (3)$$

x_n は4種類の垂直距離 $(x_n)_1, (x_n)_2, (x_n)_3, (x_n)_4$ にて示され $\sum (1/x_n)_i^2 = (1/x_n)_1^2 + (1/x_n)_2^2 + (1/x_n)_3^2 + (1/x_n)_4^2$ 、 $\sum (1/x_n)_i = (1/x_n)_1 + (1/x_n)_2 + (1/x_n)_3 + (1/x_n)_4$ としている。

また、モデル定数系については、モデル化された方程式を、単純せん断流れ、壁面近傍流れに適用し、各々の流れ場に対するレイノルズ応力方程式を導出し、加えて

Table 1 圧力・歪み相関項のモデル化

$\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$	$-C_1 \frac{\varepsilon}{k} (u_i u_j - \frac{2}{3} k \delta_{ij})$
$\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$	$-\frac{C_2 + 8}{11} (P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij}) + \zeta k \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{8C_2 - 2}{11} (D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij})$
$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_w$	$C_1 = C_1^* + C_1' f\left(\frac{L}{x_w}\right) \quad C_2 = C_2^* + C_2' f\left(\frac{L}{x_w}\right)$ $\zeta = \zeta^* + \zeta' f\left(\frac{L}{x_w}\right)$
$P_{ij} = -u_i u_k \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - u_j u_k \frac{\partial U_i}{\partial x_k}$	$D_{ij} = -u_i u_k \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - u_j u_k \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$
$P_k = -u_k u_i \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$	$f\left(\frac{L}{x_w}\right) = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa \varepsilon} \frac{1}{x_w}$

Table 2 圧力・歪み相関項の定数系

C_1^*	C_2^*	ζ^*	C_1'	C_2'	ζ'
1.4	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.1

各流れの実験結果を基に定数を決定していく。本研究の場合、Rodi 近似を用いていることにより、非局所平衡状態の表現も可能な為、実験結果としては、Champagne-Harris-Corrsin¹⁷⁾ ($P_k/\varepsilon=1.0$)、および Harris-Graham-Corrsin¹⁸⁾ ($P_k/\varepsilon=1.55$) のデータを基に、壁面近傍流れに対しては Launder ら¹⁹⁾の使用したデータを基に定数決定を行った。得られたモデル定数系を **Table 2** に示す。

散逸項は、高レイノルズ数流れ場で、局所等方性を仮定することにより次式のようにモデル化される。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (4)$$

(3) 境界適合座標

本解析のように、その底壁面に縦筋を有するような複雑形状流れ場に対して、数値計算を行おうとする場合には、その境界条件の設定が計算を行う上での大きな障害となる。そこで、境界条件の設定が容易なよう座標変換し変換座標上にて計算を実行する手法、すなわち境界適合座標系を導入し、レイノルズ応力方程式を含む各支配方程式に対して座標変換を行った。換言すれば、境界適合座標系による計算手法は、物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法であり、境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴を持つ。

支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。

$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad (5)$$

上式中 ξ, η, ζ は、変換された計算平面での座標軸を

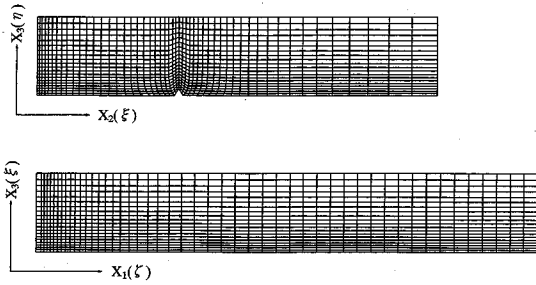


Fig.2 計算格子

示す。上式を用いた各方程式の変換方法、変換により導出された輸送方程式、反変速度、計量テンソルなどは別報にて詳述した²⁰⁾。

(4) 数値解析

数値計算に際しては系の対称性を考慮し、Fig.1の斜線部に示す1/4断面にて解析を行った。またボイル生成に関し流れ場全体からの考察を实践する意味より、計算は助走区間距離を含めた三次元形状にて行うこととした。その際、助走区間距離は D_h の100倍を設け、完全発達乱流領域を含むよう設定した。また、実験においては底壁面に三角形断面を有する縦筋が設けられているが、その形状は高さのみ明記されているのみであり、その断面形状については不明であるため、本解析では正三角形断面として縦筋を設定した。計算格子は現象変化の急な領域に密に配置するものとし、計算格子数は $\xi \times \eta \times \zeta = 53 \times 21 \times 50$ とした。計算格子の配置を、Fig.2に示す。計算レイノルズ数については、前述のように実験においてレイノルズ数 $Re = 3 \sim 5 \times 10^4$ の範囲にて計測が行われていることのみ報告されているため、本解析ではその中間的な値をとって $Re = 4 \times 10^4$ として計算を行うものとした。

本解析にて使用した非等方性乱流モデルは、高レイノルズ数型乱流モデルであることより乱流エネルギー、および乱流散逸方程式の境界条件には、壁関数を用いた。入り口条件は、実験においても不明であるため $k = U_b \times 10^{-5}$ 、 $\epsilon = k^{3/2}/4R$ と小さな値を設定し解析を行った。 U_b は断面平均速度を示す。出口境界条件は、ノイマン条件として計算を行った。支配方程式の離散化は、有限差分近似により行い計算諸量の格子点配置は、Regular Grid法によった。支配方程式の対流項差分近似はQUICK(三次精度の風上差分)を使用した。また、各支配方程式は、主流方向の拡散項を省略することなく楕円型方程式として厳密に扱い解析を行っている。

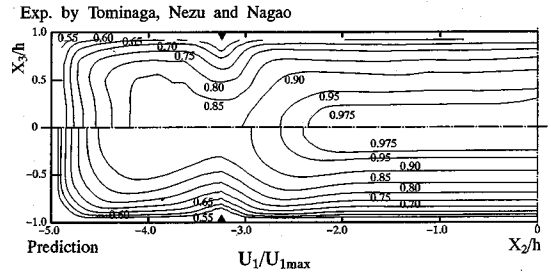


Fig.3 主流方向速度等値線比較

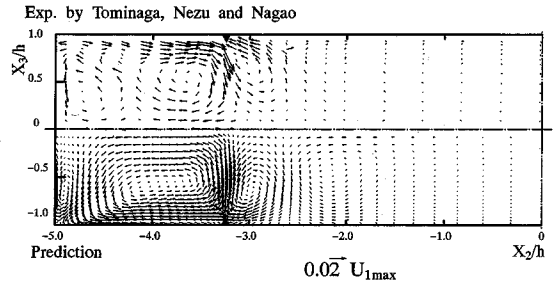


Fig.4 縦渦ベクトル比較

4. 結果と考察

第二種ボイル生成に関する考察の前に解析手法の妥当性を確認するため Tominaga-Nezu-Nagao¹¹⁾の実験結果との比較を行う。計算においては、前述のように助走区間距離として D_h の100倍の長さを設けている。実験結果と比較する際には、完全発達乱流領域の結果と比較する意味より $X_1/D_h = 97.25$ における結果を実験結果と比較した。以下に示す実験結果との比較図は、この位置における結果である。

(1) 平均速度場の比較

Fig.3は、主流方向速度等値線に関し、実験結果、および本計算結果を比較したものである。各等値線は、主流方向の流路断面最大速度 U_{1max} で無次元化している。両結果に特徴的な点として、縦筋上の等値線が上下対称軸(X_2 軸)に向かって大きく張り出し湾曲している点を指摘できる。湾曲の程度は、実験結果の方が顕著に認められる。一般にこの種の非円形断面管路においては、そのコーナ部に向かう縦渦(第二種二次流れ)が生成され、等値線がコーナ部に向かって突出した分布を示すことが報告²¹⁾されているが、計算結果においてはコーナ部に顕著な等値線歪みは認められない。むしろ実験結果の方に、僅かな等値線歪みが認められる。以上のような実験結果との相違点はあるものの、計算結果はその等値線の特徴、ならびにその値を比較的良好に予測している。

Fig.4に、縦渦ベクトルを両結果にて比較したものを示す。この縦渦は、圧力勾配により誘起される二次流れとはその発生要因を異にし、乱れの非等方性により誘起されるものであり圧力勾配により誘起される二次流れと区別して第二種二次流れとも呼ばれている。この二次流れは主流方向速度等値線の歪みを誘起させ、この種の縦筋を伴う流れを特徴づけている。実験結果より特徴的な点として以下のような点を指摘できる。縦筋を挟んでその両側に、一对の縦渦が存在する。特に、縦筋左側に生成された縦渦は、縦筋頂点から上下対称軸を経てコーナ部に向かい、コーナ部にて流れ方向を変換し上壁に沿って縦筋まで戻ると比較的大きな領域にて循環流を形成している。コーナ部においては、この縦渦と対を成すように側壁近傍に回転方向の逆な縦渦が認められる。また、コーナ部の縦渦強度と比較すると縦筋頂点からは、比較的高速の大きな二次流れが上下対称軸に向かって生成されている。

一方、計算結果において側壁近傍の縦渦が、縦筋左側に生成される縦渦により抑圧され実験結果と比較して小さな縦渦となっていることが、実験結果と異なる。また、縦筋右側の縦渦は $X_2/h = -2.6$ 近傍にて底壁面に向かう流れが計算結果に認められるが、実験においても同様に認められる。この縦筋右側に生成された縦渦に誘起されるように回転が逆の、強度の微弱な縦渦が計算結果では明瞭に認められる。以上のように計算結果は、実験と多少差異はあるものの比較的良好に縦渦群を予測している。

Fig.5は、垂直方向速度 U_3 の値を縦筋近傍にて比較した結果である。 $X_2/h = -3.4, -3.28, -3.15$ の位置はそれぞれ縦筋左側、縦筋頂点、縦筋右側の位置に相当している。 $X_2/h = -3.28$ での比較図にて計算では、縦筋頂点より僅かに離れた $X_2/h = -3.25$ における計算結果も同時に示した。実験結果にて U_{1max} の3%程度の最大値が認められるが、計算においても $X_2/h = -3.25$ と位置は異なるが比較的近い値を示している。これらの両結果の比較より計算は、比較的良好に垂直方向時間平均速度を予測していることが理解できる。

Fig.6は、縦筋を有する長辺壁に沿う壁面せん断応力分布を両結果にて比較したものである。両結果の壁面せん断応力値は、長辺壁中央部におけるせん断応力 τ_0 にて無次元化した。実験結果より壁面せん断応力は、縦筋近傍にて極小値を取り、その両側にて二つの極大値を取る特徴的な分布を示すことが解る。計算結果は、 $X_2/h = -2.6$ 近傍におけるピーク値を良好に予測しているが、このピーク値の生成は、Fig.4に示す縦渦ベクトルより明らかなように、上下対称軸から壁面に向かう縦渦の移流効果により、比較的高速の流体が壁面近傍に運び込まれる結果、この領域での主流方向速度勾配値を増大

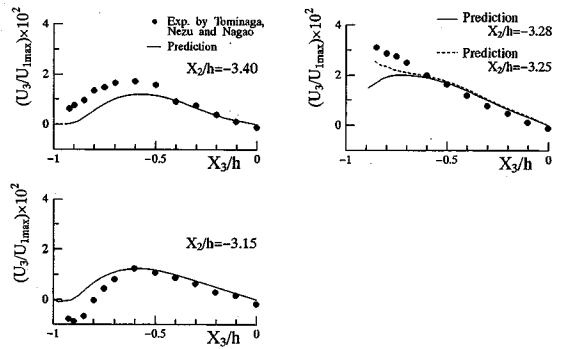


Fig.5 垂直方向速度分布比較

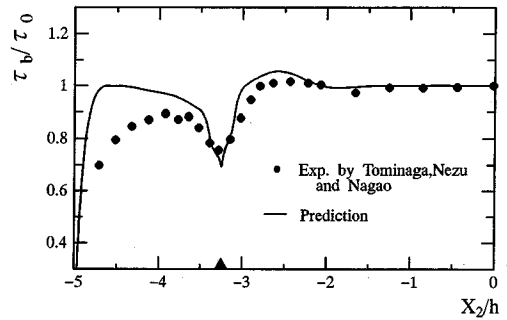


Fig.6 壁面せん断応力分布比較

させることに起因するものと解釈される。一方、縦筋の左側に発生するピーク値は、計算では $X_2/h = -4.6$ 近傍に認められ実験結果と異なるが、この位置におけるピーク発生も、縦渦のベクトル図から推察されるように、上下対称軸から壁面に向かう縦渦の下降流が、比較的高速の流体を移流させることに起因しているものと解釈される。これに対し実験結果は、ピーク値を示す領域近傍にて壁面に向かう縦渦は認められない。以上のように、計算結果は、壁面せん断応力がピーク値を示す領域と縦渦との間に強い相関があることを示唆する結果となっている。

(2) 変動速度場の比較

Fig.7は、乱流エネルギー分布を両結果にて比較したものである。各値は、平均摩擦速度 \bar{U}_* にて無次元化した。縦筋上部にて等値線が上下対称軸に突き出した分布を示すことを、両結果より指摘できるがこの傾向は実験結果の方が顕著である。また、その等値線歪みは、主流方向速度等値線と比較すると歪み程度が大きく異なることが指摘できる。この点に関し富永-江崎-小葉竹²²⁾は、複断面開水路において乱流エネルギー等値線の変形は縦渦による移流効果よりも乱流エネルギーの生成項に大きく依存することを指摘しており、筆者ら²³⁾もこの点を複

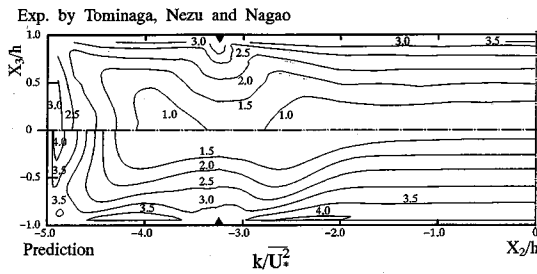


Fig.7 乱流エネルギー等値線比較

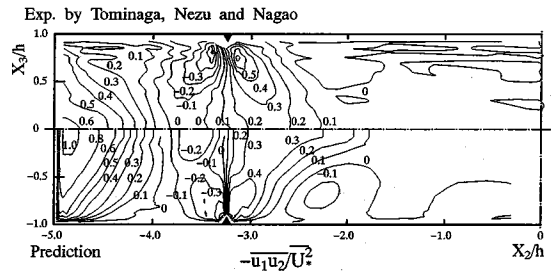


Fig.9 せん断応力 $-\overline{u_1u_2}$ 等値線比較

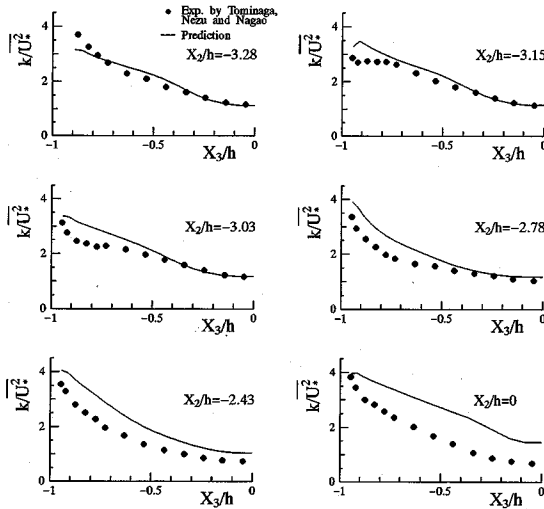


Fig.8 局所乱流エネルギー分布比較

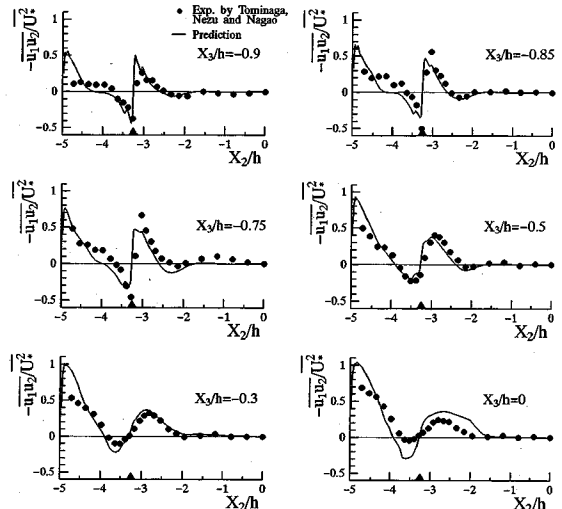


Fig.10 局所せん断応力 $-\overline{u_1u_2}$ 分布比較

断面開水路において数値的に確認した。本解析流れ場においても同様のことが指摘できるものと思われる。

実験結果においてその最大値は側壁面中央部、ならびに縦筋近傍に認められるが、計算結果においてもその値には多少差は認められるものの同様の傾向を示している。Fig.8は、局所な位置での乱流エネルギーの値を実験結果と比較した結果である。X₂/h=-3.28は縦筋頂点に相当している。図より明らかなように管路中心部におけるX₂/h=0.0の位置で計算値は実験値を大きめに予測しているが、他の位置では比較的良好に実験値を予測しており、本解析手法の妥当性を示している。

Fig.9は、せん断応力 $\overline{u_1u_2}$ の等値線図を両結果にて比較したものである。両結果に共通する特徴的な点として、縦筋を挟んで異符号を有する等値線が縦筋から放射状に伸び蝶の羽のような分布を取ることを指摘できる。また、側壁からの等値線分布は、側壁から凸状に水平方向に発達していく様子が両結果より伺える。また、零等値ラインに着目すると、計算はその位置を比較的良好に予測している。せん断応力が渦動粘性係数と速度勾配との積として表現されるものとする、せん断応力 $\overline{u_1u_2}$

の符号は、速度勾配 $\partial U_1/\partial X_2$ の符号に支配される。縦渦により主流方向速度等値線が、大きく歪まされる結果、速度勾配 $\partial U_1/\partial X_2$ の符号に逆転が生じ、零ラインを形成することになるものと解釈される。従って、主流方向速度の縦渦による歪みを正確に予測して始めてこの零ラインは予測されるものと解釈される。

Fig.10は、せん断応力 $\overline{u_1u_2}$ の局所な位置における値を両結果にて比較したものである。何れの位置においても計算は比較的良好にその値を予測する結果となったが、計算は壁面近傍にて実験値と比較すると高い値を予測する傾向にある。

Fig.11は、せん断応力 $\overline{u_1u_3}$ の等値線図を両結果にて比較したものである。実験結果より縦筋上の等値線は上下対称軸に向かって凸状に張り出した分布を示している。また、縦筋近傍を除いた領域においては長壁面にほぼ平行な等値線が長壁面より上下対称軸に向かって発達する様子が伺える。計算においてもこれらの特徴的な現象を捕捉している。一方、実験では側壁の中央部近傍に、零ラインで囲まれた正符号を有する領域が認められるが、計算では零ラインは側壁近傍に沿うように認められ

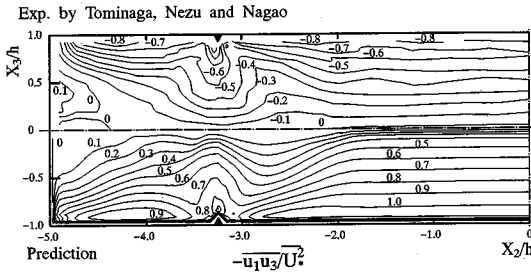


Fig. 11 せん断応力 $-u_1u_3$ 等値線比較

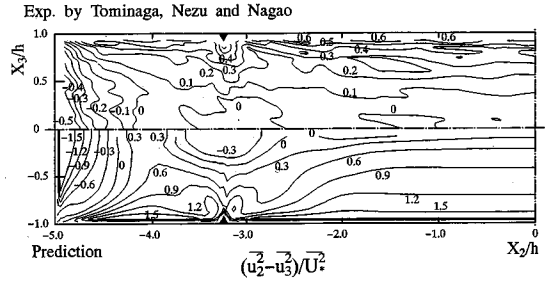


Fig. 13 断面方向垂直応力差の等値線比較

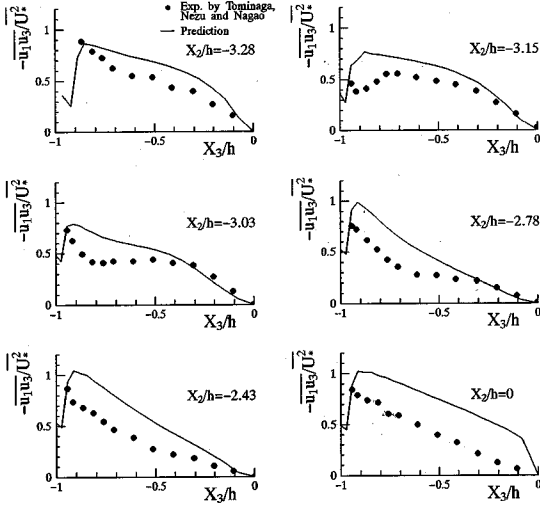


Fig. 12 局所せん断応力 $-u_1u_3$ 分布比較

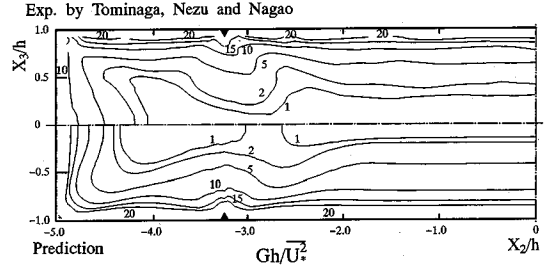


Fig. 14 エネルギー生成率等値線比較

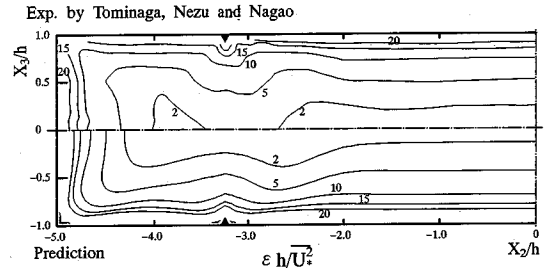


Fig. 15 乱流散逸等値線比較

るが、その領域は実験と比較すると異なる結果となっている。これは、この領域の縦渦による主流方向速度等値線歪みの大きさにより生成されるものと解釈され、この意味から計算では、縦渦強度を小さく見積もる結果、主流方向速度等値線の歪みも小さく、実験と異なったものと解釈される。

Fig. 12 は、管路中央部から縦筋頂点までに位置するせん断応力 u_1u_3 の値を、両結果を比較することより定量評価した結果である。図より明らかなように計算は比較的实验値を大きく予測する傾向にあり、この傾向は管路中央部にて顕著ではある。こうした差異を生ずる要因として計算手法、乱流モデルおよび計測系の不確かさ等を指摘できる。

Fig. 13 は、水平方向速度変動と垂直方向速度変動の差に関する等値線を比較した結果である。この値は、主流方向渦度の渦度輸送方程式中に生成項の一部として現れ、縦渦生成に大きく寄与することより、この種の実験においてはその測定結果が提示されている。上下壁面においては水平方向速度変動が、側壁面においては逆に垂直方向速度変動が卓越するため、上下壁面近傍では正の

値が、側壁面近傍では負の値が、両結果において観察される。ただしその値に関しては計算結果と実験結果では大きな差が認められる。ただし、零ラインに注目すると計算結果は、実験により測定された位置を大差無く予測しており、現象の傾向は捕捉しているものと思われる。特に、Nezu-Nakagawa¹⁰⁾は、縦筋上部に位置する上下対称軸近傍に零ラインが存在することを指摘しているが、本解析手法も同様に予測している。この零ラインはこの種の縦筋を有する管路に特徴的な現象と考えられ、縦渦による主流方向速度歪みにより生成されるものと推察される。

Fig. 14, 15 は以下に示す乱流エネルギー生成率 G 、および乱流散逸に関する両結果を比較したものである。ここで G は、Table 1 に示された乱流エネルギー生成項の厳密式 P_k に対し、その一部の項を含む式として定義されている。

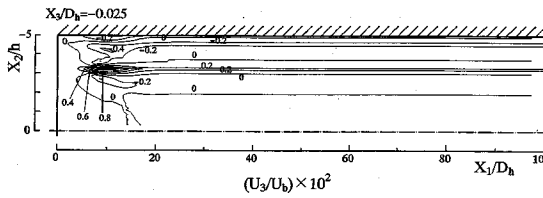


Fig.16 X_1 - X_2 断面での垂直方向速度等値線図

$$G = -\overline{u_1 u_3} \frac{\partial U_1}{\partial X_3} - \overline{u_1 u_2} \frac{\partial U_1}{\partial X_2} \quad (6)$$

両結果とも乱流エネルギー生成率, 乱流散逸等値線分布は乱流エネルギー等値線と相似な分布を示していることが解る. 計算結果は, 両結果とも比較的良好的に予測する結果となり本解析手法の妥当性を示している.

(3) 第二種ボイル生成

以上のように Tominaga-Nezu-Nagao¹¹⁾の完全発達領域における実験結果との比較により, 本解析手法は実験結果を大差無く予測することが可能であり, 同時に本解析結果の妥当性を示した. 次に, この三次元乱流場として解析した本計算結果を参考に第二種ボイルの生成について考察する. この種の第二種ボイルは, 緒言で述べたように縦筋生成に伴い, 縦筋から水面に向かう縦渦により誘起され, 流れと平行に自由水面にボイル列を形成されると解釈されているが, こうしたボイル列の生成は, 完全発達領域における実験結果より類推されたものであり, こうした流れと平行なボイル列が実験的に再現, あるいは実際の河川流路にて報告された例は, 筆者の知限りにおいては無いように思える.

この種の第二種ボイルが生成される場合に, 水面に垂直方向速度が最大となる位置にてボイルが発生すると考えることが自然であり, X_1 - X_2 断面で上下対称軸に最近傍平面における垂直方向速度等値線を求めた. その結果を Fig.16 に示す. 図より明らかなようにこの平面における最大値は, 流路入口から $X_1/D_h = 10$ 近傍に認められる. 等値線は流れ方向に延ばされ, 外側の等値線に負のラインが認められることよりボイルが形成されるであろうことが理解できる.

Fig.17 は, この領域を含めた縦渦の発達挙動を流れ方向に示した結果である. 二次流れ強度は, 断面平均速度 U_b により比較した. 比較的流れの発達の初期段階より, コーナ部, 縦筋近傍に縦渦が形成されていることが解る. これらの縦渦は流れが発達するにつれその強度を強めながら, 上下対称軸に向かって形成され, $X_1/D_h = 9.73$ にて縦渦強度は最大値を取っていることが理解できる. その後, 縦渦はその強度を弱めながら一定強度, 流動パターンに漸近し全発達領域においてその変動が認

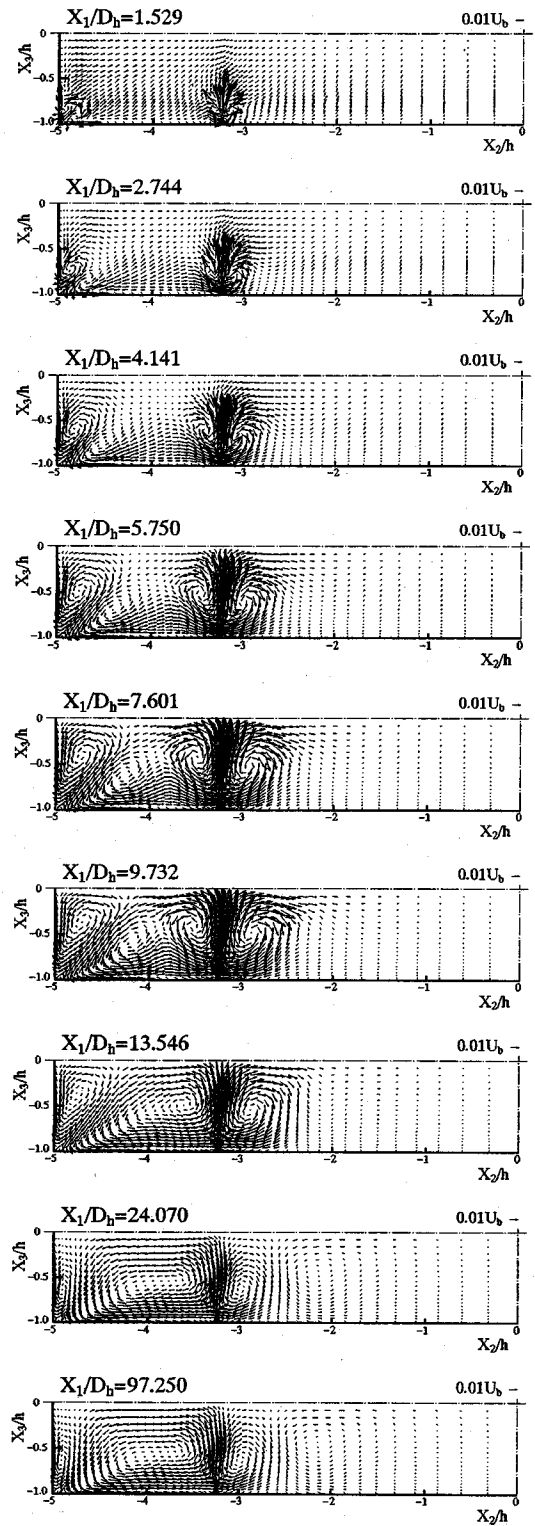


Fig.17 縦渦の発達挙動

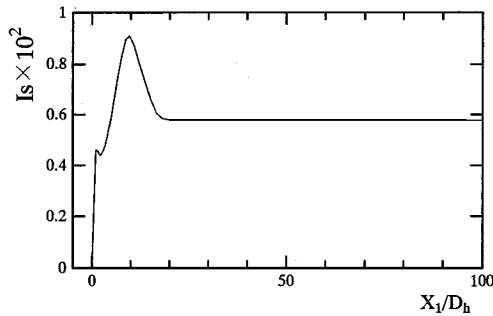


Fig.18 平均縦渦強度分布

められなくなる。これらの現象をより定量的に示すため、以下に示す断面内での平均縦渦強度を定義して、流れ方

$$I_s = \frac{\int \int \sqrt{U_2^2 + U_3^2} dx_2 dx_3}{U_b B h} \quad (7)$$

向の縦渦強度を算出した。その結果を Fig.18 に示す。図より明らかなように縦渦強度は、流れ方向に発達するにつれその強度を増していき、 $X_1/D_h=10$ 近傍にて最大値を取った後、減衰し一定値に漸近していく。このように、発達途中にて縦渦強度が最大値を示すのは、各壁面から発達した境界層が互いに干渉し合い、運動量交換が活発になることに起因するものと解釈される。また、 $X_1/D_h=10$ 近傍にて縦筋上に強い上昇流が発生するのは、この位置での活発な運動量交換よりコーナ部に生成される一対の縦渦強度が最大となり、この一対の縦渦のうちコーナ部にて分岐した底壁面に沿う縦渦が上昇流を加速させるためと解釈される。

以上のような結果より、第二種ボイルは、各壁面からの境界層が発達し互いに干渉し合い、運動量交換が最も活発になる領域にて生成され、この位置は完全発達領域よりかなり上流に位置する。その縦渦強度は完全発達領域における縦渦強度より卓越している。従来、第二種ボイルは、その完全発達領域での実験結果より、流れと平行に水面が一様に盛り上がるボイルを形成するものと解釈されている。一方、局所な位置で単一ボイルを形成するボイルは、コルク渦が自由水面まで達しボイルを形成する第一種ボイルと解釈されてきた。しかし、以上に示す計算結果は、むしろ第二種ボイルにおいても、局所な位置で単一ボイルを形成することが可能であり、第一種ボイルと同様相を呈することも十分に考えられることを示唆している。また、河川を横切るように点在するボイル列も、第一種ボイルの特徴と指摘されているが、河床に縦筋が幾分か存在する場合、同様のボイル列が第二種ボイルにより誘起されることも推察される。この意味より第二種ボイルにおいても、第一種ボイル同様流れと直交する方向に点在するボイル列を形成するものと解釈

される。

今回の解析における流路入口条件としては、前述のように乱れの小さい一様流を流入させているが、こうした流入条件は河川が分岐した場合に実現されるものと考えられる。また、今回自由水面の影響を計算の中に考慮しておらず、本計算結果は閉水路流れの結果であるが、自由水面を有する開水路コーナ部においては本解析結果と同様な一対の縦渦が生成されることが実験的に明らかにされている²⁴⁾。従って、自由水面の存在は、縦渦強度に差こそあれ、ボイル生成機構を変えることはないものと考えられる。同時に、自由水面が存在することにより、先の助走区間途中で垂直方向速度が最大を取る特徴的な現象にどの程度の影響を与えるかの定量的な評価は行っていないが、筆者ら²⁵⁾は、自由水面を有する台形断面開水路流れ場の乱流構造解析を行い、同様な現象が助走区間途中で発生することを確認している。

5. 結 論

縦渦、縦筋を伴う三次元流れ場に生成される第二種ボイルに関して新たな知見を得るため、代数応力モデル、境界適合座標系を用いて三次元乱流場としてこの種の流れ場の数値解析を行った。その際、この種の流れを詳細に計測した Tominaga-Nezu-Nagao¹¹⁾の実験との比較を通し本解析手法の妥当性について検討するとともに、第二種ボイル生成に関して新たな見解を得ることを試み、次のような結論を得た。

- (1) 主流方向速度等値線分布、およびその値を本解析手法は比較的良好に予測した。
- (2) 縦筋から生成する縦渦を計算結果は良好に予測しているが、コーナ部における縦渦生成に関しては、実験と異なる分布を示した。このコーナ部における縦渦の相違は壁面せん断応力分布に反映される結果となった。
- (3) 乱流エネルギー分布、せん断応力分布を本解析結果は比較的良好に予測しているが、壁面近傍において実験値を多少高く見積もる傾向にある。
- (4) 第二種ボイルは、壁面からの境界層が発達し、互いに干渉し合う位置において生成される。
- (5) 第二種ボイルが生成される位置は、完全発達領域よりかなり上流に位置し単一のボイルを形成する。また、この位置にて垂直方向速度は最大値を示す。
- (6) 第二種ボイルにおいても、第一種ボイルと同様、流れと直交する方向にボイル列を形成する。
- (7) 実験結果との差異分析を通し、代数レイノルズ応力モデル、境界適合座標系を用いた本解析手法の妥当性、有用性を確認した。

参考文献

- 1) Gibson, A. H. : On the depression of the filament of maximum velocity in a stream flowing through an open channel, *Proc. Royal Soc. of London, Series A*, 82, pp.149-159, 1909.
- 2) Vanoni, V. A. : Transportation of suspended sediment by water, *Trans., ASCE*, Vol.111, pp.67-133, 1946.
- 3) Matthes, G. H. : Macroturbulence in natural stream flow, *Trans. Amer. Geophy. Union*, Vol.28, pp.255-265, 1947.
- 4) Crugnola, G. : Zur Dynamik des Flussbetts, *Zeitschrift für Gewässerkunde*, Vol.4, pp.268-304, 1902.
- 5) Jackson, R. G. : Sedimentological and fluid-dynamic implications of the turbulent bursting phenomenon in geophysical flows, *J. Fluid Mech.*, Vol.77, pp.531-560, 1976.
- 6) Nezu, I. and Nakagawa, H. : Turbulent structure of backward-facing step flow and coherent vortex shedding from reattachment in open-channel flows, *Turbulent shear flows* 6, Springer-Verlag, pp.313-337, 1989.
- 7) 木下良作 : 航空写真による洪水流の解析, 日本写真測量学会誌, Vol.6, No.1, pp.1-17, 1967.
- 8) Culbertson, J. K. : Evidence of secondary circulation in an alluvial channel, U. S. Geological Survey, *Proc. Paper* 575-D, pp.D214-D216, 1967.
- 9) Karcz, I. : Reflections on the origin of source small-scale longitudinal streambed scours, *Fluvial Geomorphology*, pp.149-173, 1973.
- 10) Nezu, I. and Nakagawa, H. : Cellular secondary currents in straight conduit, *J. of Hydraulic Eng., ASCE*, Vol.110, No.2, pp.173-193, 1984.
- 11) Tominaga, A., Nezu, I. and Nagao, M. : Turbulence control of channel flow by forced secondary currents over longitudinal ridge, *Ninth symposium on turbulent shear flows*, pp.14-4-1-14-4-6, 1993.
- 12) Nezu, I. and Nakagawa, H. : Turbulence in Open-Channel Flows, *IAHR/AIRH Monograph*, pp.215-224, 1993.
- 13) 玉井信行, 瀬津家久, 小松利光, 大成博文, 大橋正和, 浅枝隆 : 乱流における組織構造の役割, 土木学会論文集, 423/II-14, pp.25-41, 1990.
- 14) Nezu, I., Nakagawa, H. and Tominaga, A. : Secondary currents in a straight channel flow and the relation its aspect ratio, *Turbulent Shear Flows* 4, Springer-Verlag, pp.246-260, 1985.
- 15) Rodi, W. : A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses, *Z. Angew. Math. Mech.*, 56, pp.T219-T221, 1976.
- 16) 杉山均, 秋山光庸, 芹沢寿行 : 代数応力モデルによる正方形断面管内の助走区間発達乱流解析, 日本機械学会論文集, 56-531, pp.3328-3335, 1990.
- 17) Champagne, F. H., Harris, V. G. and Corrsin, S. : Experiments on nearly homogeneous turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.41, pp.81-139, 1970.
- 18) Harris, V. G., Graham, A. H. and Corrsin, S. : Further experiments in nearly homogeneous turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.81, pp.657-687, 1977.
- 19) Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W. : Progress in the development of a Reynolds stress turbulent closure, *J. Fluid Mech.*, Vol.68, pp.537-566, 1975.
- 20) 杉山均, 秋山光庸, 山中和典, 平田賢 : 縦筋を伴う三次元河川流路の乱流構造解析, 土木学会論文集, 479/II-25, pp.81-90, 1993.
- 21) Melling, A. and Whitelaw, J. H. : Turbulent flow in rectangular duct, *J. Fluid Mech.*, Vol.78, pp.289-315, 1976.
- 22) 富永晃宏, 江崎一博, 小葉竹重機 : 複断面開水路の三次元乱流構造, 土木学会論文集, 417/II-13, pp.129-138, 1990.
- 23) 杉山均, 秋山光庸, 松原珠 : 複断面開水路内の乱流構造解析と縦渦生成に関する研究, 土木学会論文集, 515/II-31, pp.55-65, 1995.
- 24) 瀬津家久, 中川博次 : 開水路流れの三次元乱流構造(縦渦)とそれに及ぼす自由表面の影響に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 28, pp.499-522, 1985.
- 25) 杉山均, 秋山光庸, 亀澤正之 : 台形断面を有する三次元開水路流れの乱流構造解析, 土木学会論文集, No.527/II-33, pp.27-36, 1995.

(1995. 4. 14 受付)

THE STUDY OF TURBULENT STRUCTURE IN RECTANGULAR DUCT WITH LONGITUDINAL RIDGE AND GENERATION FOR BOIL OF THE SECOND KIND

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA, Fumitaka TAJIMA
and Takayuki SATO

A numerical study of developing turbulent flow in a rectangular duct with longitudinal ridge is carried out by using Reynolds stress model. In the calculation, governing equations are transformed from the physical plane to the calculation plane by boundary-fitted coordinate systems. Moreover, generation mechanism for boil of the second kind is presented newly. The calculated results are compared with the experimental data available. As a result of this study, it is found that the present method can predict well the cellular secondary currents over the ridge and its maximum intensity appears before the flow reaches to the fully developed region. Judging from the appearance of the maximum intensity of the secondary flow, boil of the second kind is produced at the location where the momentum transfer is observed most actively in the developing turbulent flow.