

# 粒子接点でのモーメント伝達を考慮した個別要素法の研究

岩下和義<sup>1</sup>・松浦浩一<sup>2</sup>・小田匡寛<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設工学科 (〒338 埼玉県浦和市下大久保255)

<sup>2</sup>正会員 工修 東京都庁 下水道局 (〒160 東京都新宿区西新宿2-8-1)

<sup>3</sup>正会員 工博 埼玉大学教授 工学部建設工学科 (〒338 埼玉県浦和市下大久保255)

粒状体の変形とくにせん断帯の機構解明のために個別要素法を適用した場合、粒子の物理摩擦や要素形状を考慮しても光弾性試験等に比較して内部摩擦角が低い値となる結果が得られている。本研究は個別要素法で考慮されていない粒子間のモーメント伝達機構が粒状体の変形機構において重要であると考え、その効果を取り入れた数値実験手法を開発し検証するものである。まず粒子接点での接線方向相対変位をすべり成分と相対回転(ころがり)の成分とに分離する方法を提案し、接点でのモーメント伝達を考慮したすなわち接点での回転剛性を取り入れた個別要素法を導く。効果確認の簡易テストの後、粒状体の平面ひずみ載荷数値実験を行い、接点でのモーメント伝達の効果を確認したものである。

**Key Words :** granular assembly, couple stress, DEM, numerical simulation, rotation of the particle strain, stress

## 1. はじめに

土が載荷により大変形を生ずる際、そのひずみはせん断帯と呼ばれる狭い領域に集中する。せん断帯内部においてどのような現象が生じているのか、せん断帯の幅は何により決まるのかなどの問題が未解決のまま残されている。土とくに砂質土は粒状体としての性質を強く持つ。粒状体の変形は粒子の移動と回転により生じる。このうち粒子の移動は摩擦則に支配されると考えられる。従来の土の強度特性に関する研究は、変形は摩擦則すなわち土粒子間のすべり現象が支配しており、粒子回転の影響は少ないとの考えのもとに進められてきた。

これに対しOda<sup>1)</sup>は、室内試験により変形時に粒子が活発に回転していることを報告している。またOda et al.<sup>2),3)</sup>は光弾性実験の測定より残留状態を含む変形の各ステップにおいて粒子間のすべりはあまり生じておらず、粒子間の物理摩擦を変えてもすべりは卓越せず粒子は活発に回転していると報告している。このためOda<sup>4)</sup>やMuhlhaus et al.<sup>5)</sup>は粒子回転が重要であると考え、偶応力理論やコッ

セラ弾性体理論による粒状体の強度特性やせん断帯の幅の説明を試みている。この際粒子の回転や偶応力に関するより詳しいデータを室内試験より得ることには困難が伴う。

近年、粒状体の強度特性や変形機構、破壊機構を解明するための数値実験手法として個別要素法(Distinct Element Method, DEM)が用いられている。この手法は、要素試験や粒状体のモデル試験である光弾性材料やアルミ棒を用いた試験では得にくいデータを容易に求めることができる。Bardet et al.<sup>6)</sup>はDEMにより2次元平面ひずみ載荷試験を行い、せん断帯内部で粒子の回転が集中的に生じており、せん断帯と軸直角方向に粒子回転量が勾配を持っていることを報告し、粒子回転の重要性を指摘している。Rothenburg et al.<sup>7)</sup>は数値実験により、粒子の形状が粒子回転を支配しており強度特性に多大な影響を与えていると報告している。中瀬ら<sup>8)</sup>は平面ひずみ載荷実験と数値実験の対比より粒子回転が粒状体の挙動において支配的なモードであると報告している。松岡ら<sup>9)</sup>と山本ら<sup>10)</sup>は、数値実験の結果より粒子間のすべりが支配的であるとの結論を得ている。岸野ら<sup>11),12)</sup>は準静的解析法を用

いて粒状体の変形時の不安定挙動の解析を行っている。

著者等も光弾性試験を対象として粒状体の数値実験<sup>13)-18)</sup>を行い、ピーク強度とその後の残留状態や、初期異方性による強度特性、ダイレイタンシー特性、載荷時に粒状体の柱構造が形成されること、配位数の分布や要素間力の卓越方向が主応力方向の回転に伴い回転する、せん断帯が形成される等実験と一致する結果を得ている。しかしDEMで得られる内部摩擦角は実験に比べ低く粒子間の物理摩擦を調節しても説明がつかない、実験では持続する柱構造がすぐに崩壊するなどの不一致が生じた。

この原因はDEM粒子の回転しやすさにあると考え、粒子形状の影響を調べるため円柱粒子2つを剛に連結した複合粒子を用いたが、楕円粒子を用いた光弾性材料の実験結果ほど内部摩擦角は上がらなかった。

なお中瀬ら<sup>8)</sup>はアクリル棒を用いた実験結果は通常のDEMにより精度よくシミュレートできると報告しているが、本研究とは載荷の速度及び方法が異なり、また対象とする軸ひずみの範囲も中瀬らは2%程度であるが、本研究ではピーク後を含む10%までを対象としているため直接の比較ができない。

本研究ではDEMの粒子間のモデル化に原因を探る。DEMでは接触点で法線・接線方向の力の伝達のみを考えている。しかし光弾性実験の場合、光弾性材料の剛性が低いため粒子同士の接触はDEMで考えているような点ではなく接触面となっている。接触が点であれば伝達されるのは力のみであるが、接触が面の場合接触力が面内で一様でない限り力だけでなくモーメントも伝達することになる。通常の砂粒子においてもangularityが高い場合にはインターロックによりモーメントが伝達されると考えられる。また砂粒子表面は風化により、基質部より剛性が大きく低下しており接触が面を介して行われている可能性がある。従って粒状体の接触面でのモーメント伝達が重要なファクターである可能性がある。接触面でモーメントが伝達されるならば個々の粒子は回転しにくくなる。またモーメントの伝達を取り入れることで粒状体に作用する偶応力を評価できる<sup>23)</sup>。偶応力の効果を確かめる為には接触点でのモーメント伝達を取り入れた数値解析法の開発がぜひとも必要になる。なおDEM解析で複合要素や楕円形粒子を用いた場合でも接触箇所は点として扱われており、モーメン

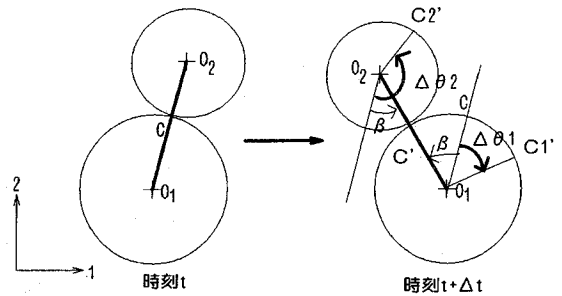


Fig.1 接触点の変位

ト伝達は考慮されていない。

粒子接点での回転剛性もしくはモーメント伝達の効果についてはBardet and Huang<sup>21)</sup>が接点に作用するモーメントを測定する簡単な実験と式の誘導を行っている。またSakaguchi et. al<sup>22)</sup>はrolling frictionという形で接点でのモーメント伝達を考慮したDEMを用いたサイロ内の粒状体の流れのシミュレーションを報告している。接点でモーメントを受け持つという考えは同一であるが、本研究では接点での相対変位をすべりと相対回転という基本量に分解した上でモーメントを求めている点や接点モーメントのモデル化が異なる。

第2章ではまず粒状体粒子間の接線方向相対変位を粒子間のすべり成分と相対回転（ころがり）成分との2つの量に分離する方法を提案する。次に回転剛性を想定し相対回転成分から接点で伝達されるモーメントを算出する式を提案し、2次元DEMに取り入れる。第3章でローラーを模擬した試験により定式化とプログラム化の確認を行った後、平面ひずみ載荷試験を、従来のDEMすなわち回転が自由に生じる場合、回転剛性を考慮する場合、粒子の回転を完全に拘束した場合の3通りの条件で行い、結果を比較する。

なお提案方法の考え方は3次元解析にも拡張することができる。

## 2. 方法

### (1) 接点でのモーメントの伝達を含む釣り合い式

DEMにおける各粒子のモーメントの運動方程式は従来次式で表されていた。

$$M = \sum_{i=1}^m F_{Si} r = I \frac{d\omega}{dt} \quad (1)$$

ここで  $M$  は粒子に作用する全モーメント、 $F_{Si}$  は接線方向粒子間力、 $r$  は粒子半径、 $I$  は慣性モーメント、 $\omega$  は角速度であり  $m$  は各粒子の総接触点数

とする。この式により粒子接点に接線方向の力が作用しておりモーメントが静的に釣り合わない場合には粒子にモーメントが生じ、粒子は回転する。

これに対し粒子接触点において接点モーメント  $M_i^r$  の伝達を考慮した運動方程式は反時計方向を  $M_i^r$  の正として次式で表現できる。

$$M = \sum_{i=1}^m (F_{s_i} r + M_i^r) = I \frac{d\omega}{dt} \quad (2)$$

モーメントの作用反作用の法則を成り立たせるため、接触している2粒子間で同じ大きさで作用方向の異なる  $M_i^r$  を作用させる。ここで  $M_i^r$  を粒子間の相対回転と関係付けられれば回転剛性を考慮したモデルが作成できる。次節では相対回転の抽出法を詳しく述べる。なお、並進方向の力の釣り合い式は従来のDEMのものと同じであり、ここでは省略する。

## (2) すべりと相対回転成分の分離方法

時刻  $t$  と  $t + \Delta t$  の間の粒子1, 2間の接線方向相対変位をすべりと相対回転の2成分に分離する方法をFig.1に従い導く。まずBardet<sup>20)</sup>が示した方法に従い2粒子それぞれの接線方向変位を求める。式(3)~(10)はBardetの式と同一である。以下、粒子は重ならないと仮定する。粒子の半径を  $r_1, r_2$  とする。時刻  $t$  での中心位置を  $\mathbf{X}_1 = (x_1, y_1)$ ,  $\mathbf{X}_2 = (x_2, y_2)$  とすれば、接点Cの座標  $\mathbf{X}_C$  は、

$$\mathbf{X}_C = \frac{1}{r_1 + r_2} (r_1 \mathbf{X}_2 + r_2 \mathbf{X}_1) \quad (3)$$

時刻  $t + \Delta t$  での中心位置を  $\mathbf{X}_1' = (x_1', y_1')$ ,  $\mathbf{X}_2' = (x_2', y_2')$  とすれば、接点C'の座標  $\mathbf{X}_{C'}$  は

$$\mathbf{X}_{C'} = \frac{1}{r_1 + r_2} (r_1 \mathbf{X}_2' + r_2 \mathbf{X}_1') \quad (4)$$

時刻  $t$  での接点Cの時刻  $t + \Delta t$  での位置を粒子1で  $C_1'$ , 粒子2で  $C_2'$ , それぞれ座標は  $\mathbf{X}_{C_1'}, \mathbf{X}_{C_2}'$  とする。

$$\mathbf{X}_{C_1}' = \mathbf{X}_1' + \mathbf{T}_1 (\mathbf{X}_C - \mathbf{X}_1) \quad (5)$$

$$\mathbf{X}_{C_2}' = \mathbf{X}_2' + \mathbf{T}_2 (\mathbf{X}_C - \mathbf{X}_2) \quad (6)$$

$\mathbf{T}_1, \mathbf{T}_2$  は  $\Delta t$  間での粒子の回転角  $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2$  による回転マトリクスを表わす。ここで  $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2$  は反時計方向を正とする。

$$\mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} \cos \Delta\theta_1 & -\sin \Delta\theta_1 \\ \sin \Delta\theta_1 & \cos \Delta\theta_1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} \cos \Delta\theta_2 & -\sin \Delta\theta_2 \\ \sin \Delta\theta_2 & \cos \Delta\theta_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

時刻  $t$  および  $t + \Delta t$  における粒子の中心を結ぶ単位

法線ベクトル  $\mathbf{n}, \mathbf{n}'$  は、以下のように求まる。

$$\mathbf{n} = \frac{1}{r_1 + r_2} (\mathbf{X}_2 - \mathbf{X}_1) \quad (9)$$

$$\mathbf{n}' = \frac{1}{r_1 + r_2} (\mathbf{X}_2' - \mathbf{X}_1') \quad (10)$$

$\beta$  を  $\mathbf{n}, \mathbf{n}'$  のなす角とする。 $\beta$  は粒子1において  $\mathbf{n}$  方向を基線として反時計方向を正とする。円弧  $C_1'C_1'$  と  $C_2'C_2'$  をそれぞれ  $\Delta a, \Delta b$  とすれば、

$$\Delta a = r_1 (\Delta\theta_1 - \beta) \quad (11)$$

$$\Delta b = r_2 (\Delta\theta_2 - \beta) \quad (12)$$

ここで  $\Delta a, \Delta b$  はそれぞれの粒子にとり反時計回転方向を正とする符号を持つ量であり、符号は時間  $\Delta t$  間の接触点の移動方向を示す。 $\Delta a, \Delta b$  はそれぞれすべりと相対回転の成分を含む。すべり成分は考えている2粒子それぞれの接線方向相対変位に同符号として含まれ、相対回転成分は異符号として含まれる。そこでそれぞれに含まれるすべり成分を  $\Delta U_s$ , 相対回転成分を  $\Delta U_r$  とし、 $\Delta a$  に含まれる  $\Delta U_r$  を正とすれば

$$\Delta a = \Delta U_r + \Delta U_s \quad (13)$$

$$\Delta b = -\Delta U_r + \Delta U_s$$

と表わせる。これより以下のように  $\Delta U_s$  と  $\Delta U_r$  を分離することができる。

$$\Delta U_r = \frac{\Delta a - \Delta b}{2} \quad (14)$$

$$\Delta U_s = \frac{\Delta a + \Delta b}{2}$$

増分  $\Delta U_s, \Delta U_r$  が求まるので全量  $U_s, U_r$  も求まる。

以下この分離法を、粒子1, 2の半径が等しい場合 ( $r_1 = r_2 = r$ ) を例に3例具体的に適用し定式化を検証する。

### a) 純粋なすべり成分の場合

粒子1, 2間ですべりのみが生じた場合には、Fig.2に示すように  $\Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = 0$  が成立する。よって  $\Delta a, \Delta b$  は次式のように求まる。

$$\Delta a = -r\beta \quad (15)$$

$$\Delta b = -r\beta$$

ここで  $\beta < 0$  および  $\beta > 0$  の場合ともに  $\Delta U_r, \Delta U_s$  は

$$\Delta U_r = 0 \quad (16)$$

$$\Delta U_s = -r\beta$$

となり、相対回転成分が生じない純粋なすべり状態であることがわかり、すべりの変位量も求まる。

### b) 純粋な相対回転成分の場合

Fig.3に示すように粒子1, 2間で相対回転のみが生じた場合には  $\beta = 0$ , 粒子1, 2の半径が等しい場合には  $\Delta\theta_1 = -\Delta\theta_2$  が成立する。ここでは  $\Delta\theta > 0$  とおき、 $\Delta\theta_1 = \Delta\theta > 0$  の場合について説明す

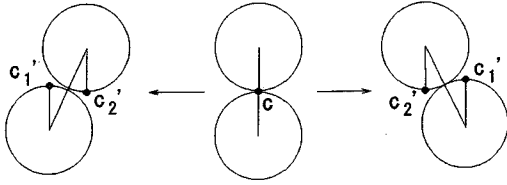


Fig.2 純粋なすべりの場合

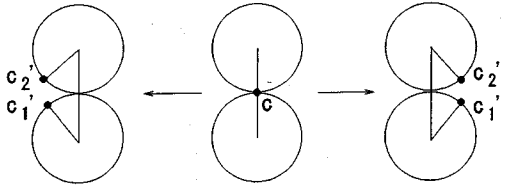


Fig.3 純粋な相対回転の場合

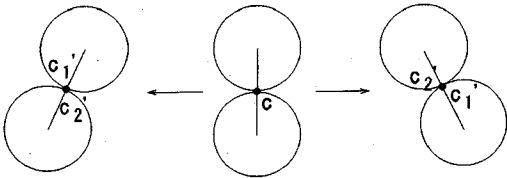


Fig.4 剛体回転の場合

る。  $\Delta a, \Delta b$  は次式のように求まる。

$$\begin{aligned} \Delta a &= r\Delta\theta_1 = r\Delta\theta \\ \Delta b &= r\Delta\theta_2 = -r\Delta\theta \end{aligned} \quad (17)$$

これより  $\Delta U_r, \Delta U_s$  は

$$\begin{aligned} \Delta U_r &= r\Delta\theta \\ \Delta U_s &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

としてすべりが生じない純粋な相対回転状態であることが表現され相対回転量が求まる。  
 $\Delta\theta_1 = -\Delta\theta < 0$  の場合でも同様に求まる。

$$\begin{aligned} \Delta U_r &= -r\Delta\theta \\ \Delta U_s &= 0 \end{aligned} \quad (19)$$

### c) 2粒子が剛体的に回転する場合

Fig.4に示すように  $\beta = \Delta\theta_1 = \Delta\theta_2$  の場合、粒子接点では相対的な接線方向相対変位は生じず、2粒子は剛体的変形を生じる。この場合には、

$$\begin{aligned} \Delta a &= r(\Delta\theta_1 - \beta) = 0 \\ \Delta b &= r(\Delta\theta_2 - \beta) = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

この場合、接点においてすべりも相対回転も生じていないことが示される。

$$\begin{aligned} \Delta U_r &= 0 \\ \Delta U_s &= 0 \end{aligned} \quad (21)$$

### (3) 接点における力学モデル

粒子の接触は本来点でなく面をなしている。粒

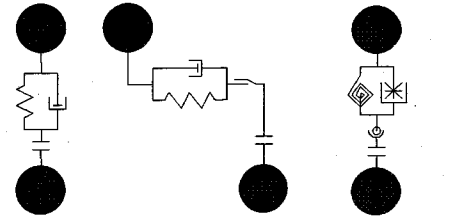
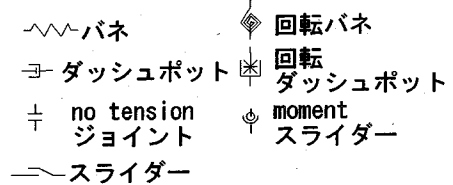


Fig.5 接点の力学モデル



子間接触力により接触面では接線方向表面力と法線方向表面力が作用する。それぞれの表面力は面上で一様でない分布形をなすと考えられる。法線方向表面力が非一様分布の場合には分布力を一つの法線方向表面力とモーメントの効果に置き換えることができる。これに対し接線方向表面力の分布形状は影響を与えない。粒子が相対的に回転する(ころがる)際には接触面で法線方向力が非一様になり接触力の他にモーメントも伝達することになる。もし粒子が非常に固くかつ粒子形状が円形もしくは球形の様に滑らかな場合には、粒子同士の接触面の面積は小さく伝達されるのは主に接触力でありモーメントはほとんど伝わらないことになる。粒子が固い場合でも2つの粒子が2点以上で接触している場合や引っ掛かっている場合には2つの接触力が働くことで、粒子表面の剛性が低下している場合には接触面積が大きくなることで十分なモーメントが伝達されると考えられる。このモーメントは粒子の材質(ヤング率とポアソン比)、接触面に作用している垂直抗力と粒子の径の関数であると思われる。材質が柔らかくなるほどまた垂直抗力が大きくなるほど伝達されるモーメントも大きくなると思われる。

この効果を取り入れる為に接点にはFig.5に示すように、従来のDEMの法線・接線両方向に設定されていたバネ・ダッシュポット・スライダーモデルに加えて相対回転方向に新たな力学モデルを設定する。このモデルにより相対回転方向に相対変位が生ずると、回転バネによりモーメントが発生する。回転バネのみであると振動し続けるので回転エネルギーを吸収し釣り合い状態に落ち着か

せるため回転ダッシュポットを設定する。またある量以上のモーメントを伝達しないようにモーメントに関するスライダを設定する。また粒子の接触が外れた場合にはモーメントを伝達しないようにモーメントに関するノーテンションジョイントを設定する。

法線、接線、相対回転方向の力学モデルにそれぞれ法線方向変位、すべり変位、相対回転角が作用すると仮定する。法線方向は従来の個別要素法での扱いと同じであり、接線方向の変位量は従来の個別要素法でも  $2U_s$  に相当する変位量を用いている。  $U_s$  には  $\beta$  の形で粒子中心の相対並進運動の効果が含まれている。本研究でも接線方向の変位として  $C_1C_2$  の距離に相当する  $2U_s$  を用いる。

#### (4) 接点での力とモーメントの算出

法線・接線方向の力の算出方法は従来のDEMのままとするので、相対回転方向の算定方法のみを示す。接線方向バネに作用するすべり量を  $2U_s$  としたので、便宜上接点での相対回転量を  $2U_r$  とする。相対回転角  $\theta_r$  は粒子半径を  $r$  とすれば以下の式で求まる。

$$\theta_r = \frac{2U_r}{r} \quad (22)$$

粒子1, 2の半径が異なる場合、 $\theta_r$  が小さくなるよう大きい方の半径を用いる。しかしこの仮定によると粒子が平面に接する場合には対応できないという欠点がある。今回は粒子同士の接触のみを対象にする。この  $\theta_r$  が作用するとき回転バネ、回転ダッシュポットにより生じるモーメント  $M_i^r$  は以下の式で求まる。

$$M_i^r = -k_r \times \theta_r - C_r \times \frac{d\theta_r}{dt} \quad (23)$$

ここで  $k_r$  は回転バネのバネ定数、 $C_r$  は回転ダッシュポットの回転粘性定数とする。この  $k_r$  が回転剛性となる。  $k_r = C_r = 0$  の場合には従来のDEM解析と一致する。ここで  $k_r$  はヤング率や垂直抗力の関数である。その  $k_r$  を解析上定数とする仮定はヤング率に関しては問題ないが、垂直抗力の効果を見捨てることを意味する。柱構造内の高応力を受ける粒子とそれ以外の低応力粒子とで同じ回転剛性を与えることになり、今後改善すべき問題である。今回は接点でのモーメントの伝達が粒状体の強度に与える影響を定性的に調べることに主眼をおくことにし、この仮定を用いる。

接点で受け持てる相対回転角の上限  $\theta_{\max}$  を仮定する。1つの接点で受け持てるモーメント  $M_i^r$  には

限界があるという仮定である。  $M_i^r$  の限界値  $M_r^{\max}$  は以下のように求まる。

$$M_r^{\max} = k_r \times \theta_{\max} \quad (24)$$

$M_i^r$  が絶対値で  $M_r^{\max}$  を越えている場合にはここでカットする。

$$\text{if } |M_i^r| > |M_r^{\max}| \text{ then} \\ M_i^r = |M_r^{\max}| \times \frac{M_i^r}{|M_i^r|} \quad (25)$$

この  $M_i^r$  を作用と反作用の法則が成り立つよう、式(2)で粒子1に  $M_i^r$  粒子2に  $-M_i^r$  を作用させる。

$k_r$  および  $C_r$  は材質や接点の変形状況と関係があるのだが、ここでは接線方向のバネ定数  $k_s$  との関係から定める。後述するように準静的解析において  $k_r$  は現状での不釣り合いを補正し釣り合い状態に移行する為のモーメントとして用いるので厳密性が要求される動的解析に比べて値の差異の影響は少ないと思われる。なお接線・回転方向ともスライダは動かさないものとする。すべり  $U_s$  により発生するモーメントは  $k_s \cdot U_s \cdot r$  であり、相対回転によるモーメントは  $k_r \cdot \frac{U_r}{r}$  である。ある相対回転量により発生するモーメントが同じ量のすべりにより生じるモーメントと大きさが等しいと仮定すれば、  $k_r$  は以下の式で求まる。

$$k_r = k_s r^2 \quad (26)$$

本来この仮定は成り立たないので、今後  $k_r$  の決め方はたとえばBardetらの考え方を参考に検討する必要がある。次に  $C_r$  は減衰にかかわる量であり、  $k_r$  による弾性力より小さくないと差分化したDEM解析が安定しにくくなる。従って

$$C_r < k_r \cdot dt \quad (27)$$

の条件で探すことにする。  $C_r$  は準静的解析においては動的な振動エネルギーを効果的に減衰させ釣り合い状態に収束させる為のパラメータであり値の物理的厳密性は  $k_r$  より少ないと思われる。もちろん動的解析に用いる場合には厳密に設定することが必要になる。

#### (5) 粒状体の応力とひずみ

粒状体のある領域における平均応力  $\sigma_{ij}$  はCundall et al.<sup>19)</sup>が定義している。

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{c=1}^m x_i^c F_j^c \quad (28)$$

$V$  は対象とする領域の体積、  $m$  は領域内の接点数、  $x_i^c$  は接点  $c$  の位置ベクトル、  $F_j^c$  は接触力

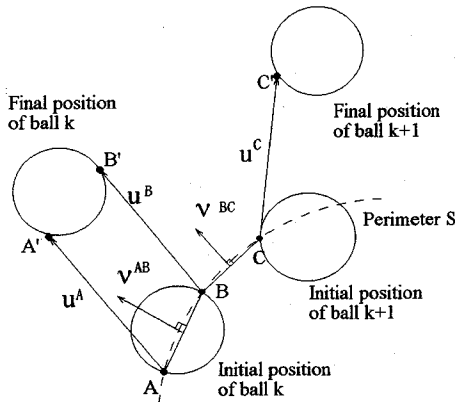


Fig. 6 粒状体の有限ひずみの定義 (Bardet et al.<sup>6)</sup>による)

ある。この平均応力  $\sigma_{ij}$  は対称である必要はない。従って非対象応力のみではモーメントの釣り合いは得られていないが偶力  $M'_i$  により偶応力が釣り合い分を補うことになる。

Bardet<sup>6)</sup>は以下のように有限変形時のある領域の平均ひずみ  $E_{ij}$  を定義している。Fig. 6に説明図を示す。

$$E_{ij} = \frac{1}{2}(F_{ij} + F_{ji} + F_{ki}F_{kj}) \quad (29)$$

変位勾配テンソル  $F_{ij}$  は以下のように定義される。

$$F_{ij} = \frac{1}{V} \int_V \frac{\partial u_i}{\partial X_j} dV = \frac{1}{V} \int_S u_i n_j dS \quad (30)$$

$$= \frac{1}{V} \sum_{k=1}^M \int_{S_k} u_i n_j dS$$

ここで  $M$  は領域  $V$  の境界  $S$  に交差する粒子数、 $S_k$  は境界  $S$  と粒子の交差する弦からなる境界とする。 $E_{ij}$  は変形前と変形後の粒子表面上の点の移動を追跡することで導かれており粒子の移動および個々の粒子の回転を考慮した粒状体の変形を表現する有限ひずみとなっている。粒子の形状は円や球である必要はない。応力の式と異なり対称な式となっている。本研究では、これらの式を用い一般性の高いデータ処理を行っている。

### 3. 数値実験

#### (1) ローラー模擬試験

まず、接点モーメントを組み込んだプログラムの検証および  $k_r$ ,  $C_r$  という新規のパラメータを決めるためにローラーを模擬する試験を行う。今回は  $\theta_{max}$  は固定する。Fig. 7にローラーモデルを示す。

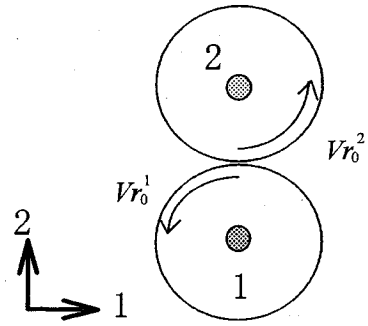


Fig. 7 ローラー模擬試験

Table 1 ローラー模擬試験のパラメータ

粒子半径	0.005 m
時間刻み (dt)	2.00E-06 sec
密度	1800 kg/m <sup>3</sup>
初期速度	± 1.0 rad/sec
壁との摩擦係数	0.00
粒子間摩擦係数	0.51
法線方向ばね定数 (kn)	6.00E+07 N/m
接線方向ばね定数 (ks)	4.00E+07 N/m
減衰乗数 h	0.2
$\theta_{max}$	0.02 rad

Table 2 解析ケース

	$k_r (N \cdot m / rad)$	$C_r (N \cdot m \cdot sec / rad)$
case 1	0.0	0.0
case 2	0.7	0.0
case 3	0.7	0.0001
case 4	0.7	0.01
case 5	700.0	0.0
case 6	700.0	0.01

2つの接触した同半径の粒子1, 2からなり、粒子は回転できるが並進運動はできないよう中心軸を固定してある。粒子1, 2の初期回転速度  $V_{r0}^1$ ,  $V_{r0}^2$  を  $V_{r0}^1 = V_{r0}^2$  とすれば初期状態は純粋なすべり状態であり、 $V_{r0}^1 = -V_{r0}^2$  とすれば純粋な相対回転状態となる。テストに用いたパラメータをTable 1, 2に示す。材質は光弾性材料にあわせてある。今回の解析において法線接線方向のダッシュポットの係数  $q_n, q_s$  は、各接点の法線・接線方向毎に質点  $m_i$  とバネ  $k_n, k_s$  からなる1質点と考えた場合の臨界減衰係数に減衰定数  $h$  を乗じた値を用いる。

$$q_n = 2\sqrt{m_i \cdot k_n \cdot h} \quad (31)$$

$$q_s = 2\sqrt{m_i \cdot k_s \cdot h}$$

$k_r$  は次の平面ひずみ載荷試験での平均粒子半径4mmにあわせた値(700 N·m/rad)とその1/1000の値を用

いる。

a) 純粋な相対回転状態

$v_{r0} = -v_{r0}^2$  とすれば純粋な相対回転のみが生じている初期状態となる。回転剛性がないcase1と回転剛性  $k_r$  が小さいcase2,3の場合の粒子1, 2の回転をFig.8に示す。回転剛性がない場合には両粒子は定速度で反対方向に回転している。case2の回転剛性はあるが回転減衰が無い場合、回転バネにより振動が続いている。減衰を大きくするのに従い(case3)振動が減衰していることがわかる。ここでは示さないが回転減衰をさらに大きくしたcase4ではより減衰のきいた振動を示した。

Fig.9に回転剛性を高くし減衰も効かせたcase6と回転剛性のないcase1の結果を示す。case6は回転剛性と減衰を強くしたため粒子の回転はこの図では示せない程度の減衰振動を示している。図には示さないが回転剛性はcase6と同じで減衰のないcase5では予測通りcase2よりはるかに小さい振幅で定常的な振動が観測された。

b) 純粋なすべりの状態

$v_{r0} = v_{r0}^2$  の場合は純粋なすべりを生じている初期状態である。Fig.10にcase1とcase6の場合の粒子の回転量を示す。粒子1・2の回転角度は一致するので重なっている。case1とcase6の結果は完全に一致している。このことより回転剛性は変位のすべり成分に対してはモーメントを発生しないことが確認される。次の平面載荷試験には準静的な釣り合い状態になるべく早く達するようこのcase6のパラメータ  $k_r$ ,  $C_r$ ,  $\theta_{max}$  を用いる。以上より定式化およびプログラムの確認を行えたものと判断する。

(2) 平面ひずみ試験

数値実験の境界条件をFig.11に、解析のパラメータをTable3に示す。平面ひずみ載荷を行う前に上下左右の壁を応力制御で供試体全体の応力が等方応力状態となるまで圧密する。なお、面内に重力は作用していないものとする。平面ひずみ載荷は階段状に変位制御で行う。すなわち、境界条件として上下の壁をある解析ステップ毎に変異させ、その後は準静的な釣り合いに達するよう壁を固定し、粒子の変位や速度の収束をもって静的状態に達したと判定する。これにより動的なDEMを準静的な問題に用いることができる。しかし今回は解析時間を短くするために壁を動かした後一定の解析ステップ(500steps)の間壁変位を固定すること

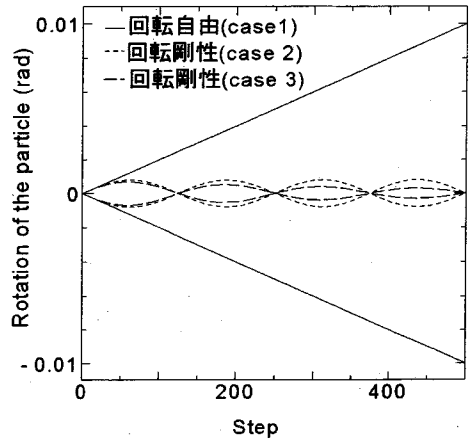


Fig.8 粒子の回転 (初期相対回転状態)

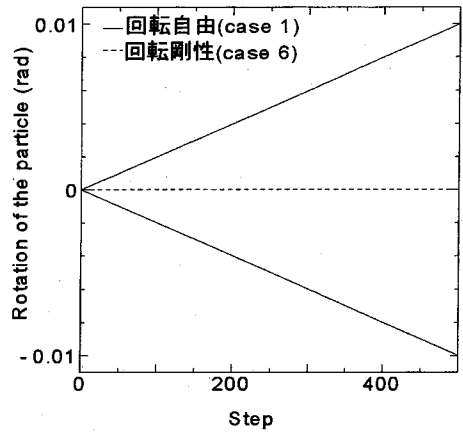


Fig.9 粒子の回転 (初期相対回転状態)

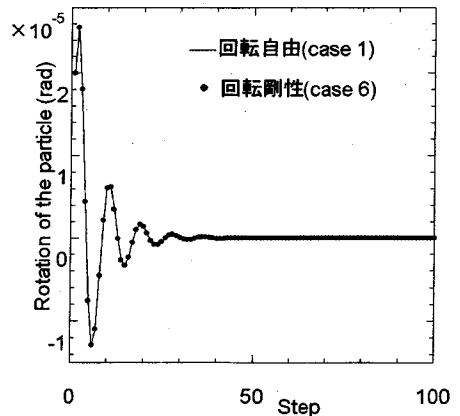


Fig.10 粒子の回転 (初期すべり状態)

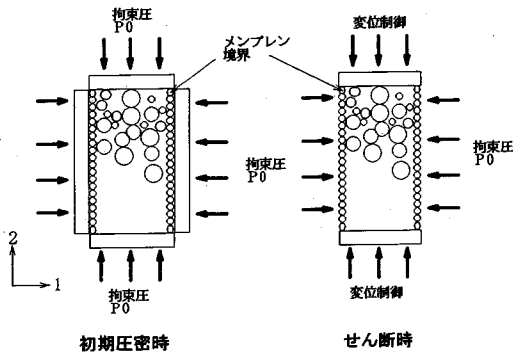


Fig.11 平面ひずみ载荷試験境界条件

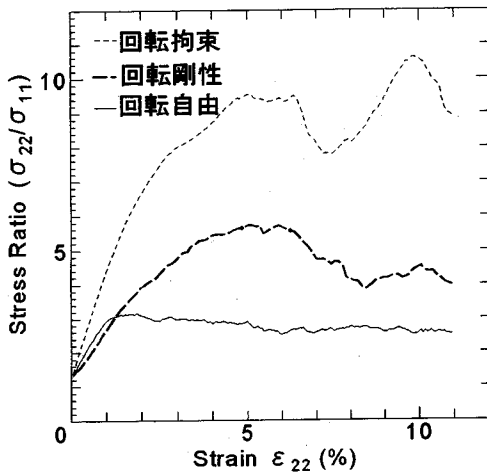


Fig.12 応力比-ひずみ関係

で代替している。放置後、応力やひずみ等のデータを測定している。

解析条件は以下の3通りとするが、载荷開始時の初期条件・配置は同一の状態を用いる。

- ・回転自由：従来のDEMによる解析であり回転剛性を考慮していない。接点に接線方向力が作用するとすぐに粒子が回転を始める条件である。
- ・回転拘束：接点でどのように巨大な接線方向粒子間力が発生しても回転を生じない場合
- ・回転剛性想定：今回提案する方法

それぞれの応力比・ひずみ関係をFig.12に示す。回転自由の場合応力比はあがらずピークで3程度(内部摩擦角で30°)また応力比がピークとなるひずみは2%程度となっている。回転拘束の場合はピーク応力比は10程度(内部摩擦角55°)と非常に高く約5%のひずみでピークをむかえている。回転剛性を取り入れた場合はひずみ5%で応力比6程度(内部摩擦角45°)のピークを示している。予想

Table 3 平面ひずみ载荷試験パラメータ

供試体寸法	0.1W×0.2H×1D m
内部粒子数	990
メンブレン粒子数	130
内部粒子半径	3, 4, 5 mm
時刻刻み (dT)	2.00E-06 sec
上壁変位	0.05mm / 500step
粒子の密度	1800 kg/m <sup>3</sup>
拘束圧	1.32×10 <sup>5</sup> Pa
壁面の摩擦係数	0.00
メンブレン境界の摩擦係数	0.00
粒子間摩擦係数	0.51
法線方向ばね定数 (kn)	6.00E+07 N/m
接線方向ばね定数 (ks)	4.00E+07 N/m
減衰乗数 h	0.2
θ max	0.02 rad
kr	700.0 Nm/rad
Cr	0.01 Nm sec/rad

通り、回転拘束と回転自由の場合のピーク応力比の間の値を示した。今回は示さないが  $k_r \theta_{max}$  を高くするのに従い降伏しにくくなり、ピーク応力およびそのひずみが大きくなるようである。

Fig.13に体積変化率を示す。回転拘束をした場合は大きな収縮の後体積膨張を示している。回転自由と回転剛性を考慮した場合は体積膨張を示している。回転拘束と回転剛性を考慮した場合は同程度に勾配が高い値であった。Fig.14から16にそれぞれのピーク時と残留応力時の粒子骨格を示す。各粒子に作用している最大主応力  $\sigma_1$  を求め、それぞれの供試体全体が示したピーク応力をしきい値として表示してある。骨格構造は回転自由の場合にはすぐに崩れては別の柱が形成されるが回転剛性を取り入れた場合と回転を拘束した場合には柱構造が持続することが観察された。定性的に持続性、形状、形状の変化、柱による網構造がもっとも光弾性実験に類似しているのは回転剛性を取り入れた場合であった<sup>3)</sup>。粒子の回転を拘束すると柱は過剰に強固になり、変形は粒子間のすべりのみに限定される。载荷時の柱の変形もずれて座屈するように崩れ定性的に一致しない、粒子回転は実際に生じている、などの理由によりこの3ケースでは回転剛性を考慮するのがもっとも適切と思われる。なおいずれの場合もBardetらの識別法によりせん断帯を粒子の変位図より特定することが出来る。

#### 4. 結論

粒状体の接触点の接線方向相対変位を粒子間の



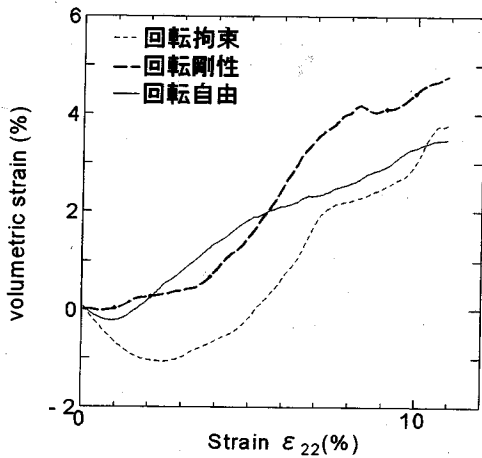


Fig.13 体積ひずみ-せん断ひずみ関係

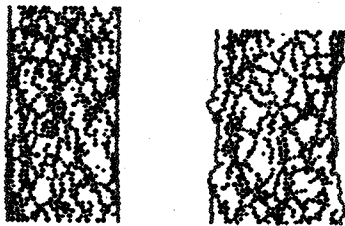


Fig.14 骨格図：回転自由 ( $\sigma_1/\sigma_{11} > 3$ )

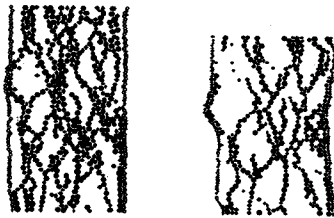


Fig.15 骨格図：回転剛性 ( $\sigma_1/\sigma_{11} > 6$ )



Fig.16 骨格図：回転拘束 ( $\sigma_1/\sigma_{11} > 10$ )

すべり成分と相対回転成分に分離する手法を示した。つぎに接点でのモーメント伝達を考慮するために回転剛性を取り入れた個別要素法を提案し、ローラーを模擬する数値実験により提案法の動作を確認した。最後に粒子の回転を自由にする場合、完全に拘束する場合、回転剛性を考慮する3ケースの条件で平面ひずみ載荷試験を行い、応力比、ダイレイタンスー関係と柱構造を調べ、定性的に粒状体の接点でのモーメントの伝達を考慮することの効果を確認した。接点でのモーメントの伝達を考慮することにより個別要素法試体の強度及び内部の柱構造が強化されるという結果が得られた。今後、モーメント伝達機構のより適切なモデル化およびパラメータの求め方についてより詳細に調べ設定する必要があるが、本手法により粒状体における偶応力の効果や変形時のすべりと相対回転を抽出し変形モードを調べる研究等に貢献できると思われる。

#### 参考文献

- 1) Oda, M.: The mechanism of fabric changes during compressional deformation of sand, *Soils and Foundations*, Vol.12, No.2, 1972.
- 2) Oda, M. and Konishi, J.: Microscopic deformation mechanism of granular material in simple shear, *Soils and Foundations*, Vol.14, No.4, pp.25-38, 1974.
- 3) Oda, M., Konishi, J. and Nemat-Nasser, S.: Experimental micromechanical evaluation of strength of granular materials: Effects of particle rolling, *Mechanics of Materials*, Vol.1, pp.269-283, 1985.
- 4) Oda, M.: Micro-fabric and couple stress in shear bands of granular materials, *Powders and Grains 93, Balkema*, pp.161-166, 1993.
- 5) Muhlbauer, H. B. and Vardoulakis, I.: The thickness of shear bands in granular materials, *Geotechnique*, Vol.37, pp.271-283, 1987.
- 6) Bardet, J. P. and Proube, J.: A numerical investigation of the structure of persistent shearbands in granular media, *Geotechnique*, Vol.41, No. 4, pp.599-613, 1991.
- 7) Rothenburg, L. and Bathurst, R. J.: Effects of particle shape on micromechanical behavior of granular materials, *Advances in Micromechanics of Materials*, eds H. H. Shen et al, pp.343-352, 1992.
- 8) 中瀬仁, 安中正, 片平冬樹, 興野俊也: 平面ひずみ圧縮試験に対する個別要素法の適用, 土木学会論文集, No.454/III-20, pp.55-64, 1992.
- 9) 松岡元, 山本修一: 個別要素法による粒状体のせん断機構の微視的考察, 土木学会論文集, No.487/III-26, pp.167-175, 1994.
- 10) 山本修一, 松岡元: 粒状体のせん断時の粒子構造の変化とせん断ひずみの関係, 土木学会論文集, No.505/III-29, pp.219-228, 1994.

- 11) 岸野祐二:新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析, 土木学会論文集, No.406, pp.97-106, 1989.
- 12) 岸野祐二:粒状体の固有変形解析, 土木学会論文集, No.481/III-25, pp.87-95, 1993.
- 13) 岩下和義, 福岡和男:DEMによる偏平粒子の堆積過程に関する研究, 平成2年度土質工学研究発表会予稿集, Vol.25, pp.59-60, 1990.
- 14) Iwashita, K. and Kojima, T.: Distinct Element Simulation for Simple Shear Test of Granular Assembly, *Advances in Micromechanics of Granular Materials*, editors H.H Shen et al., pp.311-319, 1992.
- 15) Iwashita, K. and Kojima T.: Distinct Element Simulation for Direct Shear Test of Granular Assembly, *10th World Conference on Earthquake Engineering*, No. 363, pp.1233-1238, 1992.
- 16) 吉野修 他:DEMを用いた平面ひずみ載荷試験に関する研究, 粒状体の力学シンポジウム概要集, pp.101-104, 1993.
- 17) 松浦浩一 他:非円形粒子の初期構造異方性に関する研究, 粒状体の力学シンポジウム概要集, pp.105-106, 1993.
- 18) 松浦浩一 他:粒状体の巨視的応力とひずみについて, 第29回土質工学研究発表会予稿集, pp.805-806, 1994.
- 19) Cundall, P. A. and Strack, O. D. L.: Modeling of microscopic mechanisms in granular materials, *Mechanics of Granular Materials, New models and constitutive relations*, eds Jenkins, J. T. & Satake, M., pp.137-149, 1983.
- 20) Bardet, J. P.: Observations on the effect of particle rotations on the failure of idealized granular materials, *Mechanics of Materials*, Vol.18, pp.159-182, 1994.
- 21) Bardet, J. P. and Huang Q.: Rotational stiffness of cylindrical contacts, *Powder & Grains 93 Balkema*, pp.39-43, 1993.
- 22) Sakaguchi, H., Ozaki, E. and Igarashi, T.: Plugging of the flow of granular materials during the discharge from a silo, *International Journal of Modern Physics B*, Vol. 7, pp.1949-1963, 1993.
- 23) Satake, M. : Mechanical quantities and their relations in continuum and discrete materials, *Rev. Roum. Sci. Techn.-Mec. Appl.*, Vol. 16, No.6, pp.1235-1251, 1971.

(1995. 3. 31 受付)

## DISTINCT ELEMENT METHOD WITH THE EFFECT OF MOMENT TRANSFER AT THE CONTACT POINTS

Kazuyoshi IWASHITA, Kouichi MATSUURA and Masanobu ODA

In the study of fracture mechanics of soil, the influence of the particle rotations are usually ignored. But their influence cannot be ignored on shear strength. To study the mechanism of granular materials, the Distinct Element Method (DEM) are used commonly. In DEM, the particle rotations are considered, but some details, as the peak strength, are not well-simulated. In this paper, we decompose the sliding and rotational relative displacement from the tangential displacement at the particle contact. Then we install the effect of moment (couple stress) transfer at the particle contacts into DEM. Biaxial tests are done and the results shows the effect is sufficient and the validity of the new DEM.