

ストークス波と3次元構造物の非線形 干渉解析法*

村上啓介¹・吉田明徳²

¹正会員 工修 九州大学助手 工学部建設都市工学科 (〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

²正会員 工博 九州大学助教授 工学部建設都市工学科 (〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

グリーン公式とポテンシャル接続法(選点解法)を併用した2次のオーダーのストークス波と3次元構造物の非線形干渉解析法を示し、数値解析上の留意点と実験による解析法の検証結果について述べる。2次のオーダーの定常境界値問題では、水表面での非同次境界条件と水底面での不透過境界条件を同時に満足する解をあらかじめ求めておく必要があるが、任意平面形状の3次元構造物を対象とする場合にあらかじめ解を求めておくことは一般に難しい。本解析法では、水表面での非同次境界条件を満足する特解が、近似的にストークス波と同様の固有関数で表されるものと仮定した。

Key Words : second-order Stokes wave, submerged structure, Green's Identity formula, collocation method of matched eigenfunction expansion

1. はじめに

ストークス波と構造物の非線形干渉問題に関する理論的解析は、主として定常問題として取り扱われてきている。特に、波力の算定に限れば、Haskind Relationを用いて2次の波力を求める解析法が示されており(例えば、Moline¹⁾, Rahman²⁾, 喜岡ら³⁾, Eatock Taylorら⁴⁾), 単一構造物のみならず、複数列設置された場合についても拡張がなされている(例えば、増田ら⁵⁾, Williamsら⁶⁾)。この解析法は、流体内部の2次の速度ポテンシャルを求めることなく1次のポテンシャルから2次の波力が算定できることから、波力の算定に限れば簡便で精度の良い解析法の一つと言えるが、流体内部の2次の速度ポテンシャルそのものを求めているわけではないので、構造物表面の圧力分布や構造物近傍の波浪場を算定することはできない。

流体内部の2次の速度ポテンシャルを算定して、構造物近傍の波浪場や圧力場を定常問題として解析する方法は、2次元問題に関しては、ポテンシャル接続法やグリーン関数法あるいはグリーン公式を用いる解法が示されている(例えば、Massel⁷⁾, 経塚⁸⁾, 喜岡ら⁹⁾, 吉田ら^{10), 11)})。

一方、2次元問題に較べて理論的な取扱いが格段に煩雑な3次元問題に関しても、2次のオーダーの回折波の厳密解を求める研究が行われてはいるが(例えば、

山口ら¹²⁾, Kimら¹³⁾, Kriebel¹⁴⁾), それらは単一の円柱構造物や軸対称の構造物を対象としたものであり、任意平面形状の柱体や複数列の構造物に適用することはできず、また、浮体構造物や没水構造物への拡張も困難である。

線形回折波問題に関する解析法に限れば、固有関数展開法、グリーン公式を用いたポテンシャル接続法、およびグリーン関数法が主として用いられてきている¹⁵⁾。ただし、固有関数展開法は、水底から水面までを貫く一様断面の柱体のみ適用できるものであり、汎用性の観点からは適用できる構造物に限られる。グリーン関数法は、任意形状の構造物が取り扱える点で最も汎用性のある解析法と考えられるが、非線形問題への適用を考えると、水表面での非線形境界条件を満足するグリーン関数を導くことは一般に難しい。

一方、グリーン関数法ほど汎用性はないが、グリーン公式を用いるポテンシャル接続法は、任意平面形状を有する柱状の浮体や没水構造物を対象とする場合には、極めて効率的でかつ精度の良い方法である。この方法は、固有関数で級数展開した速度ポテンシャルの平面分布を、構造物の平面形状を境界とする積分方程式(グリーン公式)で表すもので、境界面における流体運動の連続条件から得られる、隣合った領域のポテンシャル(およびその法線微分値)の一次関係式と、グリーン公式より得られる、ポテンシャルとその法線微分値の関係式を連立して解いてポテンシャルを決定するものである¹⁵⁾。この方法によれば、2次のオーダー

* 本論文は、一部既発表の内容¹⁶⁾にその後のデータと考察を加えて新たに取りまとめたものである。

の解（自由波のポテンシャル）を求める際に、強制項となる拘束波成分の算定は境界線上のみで行えばよく、理論式と計算プログラムは比較的簡潔になる利点がある¹⁶⁾

本論文は、先に著者らが線形干渉問題で示したグリーン公式とポテンシャル接続法（選点解法）を併用した解析法¹⁷⁾を、2次のオーダーのストークス波と構造物の非線形干渉問題に拡張したものであり、理論式の展開と数値解析上の留意点および実験による検証結果について述べている。なお、解析では、2次のオーダーの解を求める際に、強制項となる拘束波を表すポテンシャル関数をあらかじめ求めておく必要があるが、任意平面形状の柱体構造物や没水構造物を対象とする場合に、水表面での非同次境界条件と無限遠方での Radiation 条件を同時に満足する拘束波のポテンシャル関数を解析的に求めることは一般に難しい。そこで、本解析法では、Sabuncu ら¹⁸⁾にならい、拘束波を表すポテンシャル関数が、2次のストークス波と同様の固有関数と、水面境界条件の非同次項を表す関数の積によって近似的に表示できるものと仮定する。

2. 理論解析

(1) 基本仮定

図-1に示すように、一定水深 h の海域に設置した単一の水平板（没水深 qh , $0 < q < 1$ ）に対して、2次のストークス波（1次の振幅が ζ_0 、角周波数 σ ）が x 軸の正方向から θ の角度を持って入射する場合を考える。流体域は、自由水表面を有する水深 h の領域 (1) と水深 qh の水平板上の領域 (2)、および自由水表面を有しない水平板下の領域 (3) の3領域に分割される。なお、本論文では、没水水平板を対象に理論式の展開と数値計算法を示すが、潜堤構造物を対象とする場合は水平板下の領域 (3) を不透過領域とし、浮体構造物を対象とする場合は水平板上の領域 (2) を不透過領域として取り扱えばよい。

流体は非粘性、非圧縮性の完全流体とし、流体運動は無渦運動を仮定すると、各領域の速度ポテンシャル $\Phi_i(x, y, z, t)$ ($i = 1, 2, 3$, 添え字の i は領域を表す) は次のラプラス方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

領域 (1) と領域 (2) において、速度ポテンシャルが自由水表面 $z = \zeta(x, y, t)$ で満足すべき運動学的境界条件と力学的境界条件は次式で表せる。

$$\frac{\partial \zeta_i}{\partial t} - \frac{\partial \Phi_i}{\partial z} + \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \frac{\partial \zeta_i}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_i}{\partial y} \frac{\partial \zeta_i}{\partial y} = 0 \quad (2)$$

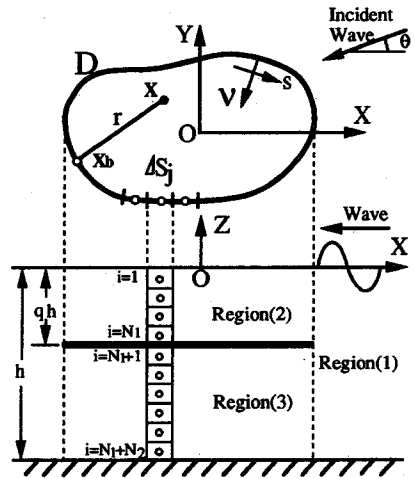


図-1 領域および座標の定義

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} + g\zeta_i + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial z} \right)^2 \right\} = Q_i \quad (3)$$

ただし、 Q_i は定数であり g は重力加速度を表す。

式 (2), (3) で表される自由水表面での境界条件は、水面形自身が未知量であるため $z = \zeta$ において厳密に適用することはできない。そこで、各領域の速度ポテンシャル Φ_i 、水面形 ζ_i 、定数 Q_i が微小パラメータ $\epsilon (= k\zeta_0, k = 2\pi/L$: L は1次のオーダーの入射波の波長) により次式のように摂動級数展開できるものとする。

$$\Phi_i(x, y, z, t) = \frac{g}{k\sigma} Re \left[\epsilon \phi_{1i}(x, y, z) \exp(-i\sigma t) + \epsilon^2 \left\{ \phi_{2i}^{(0)}(x, y, z) + \phi_{2i}^{(2)}(x, y, z) \exp(-i2\sigma t) \right\} \right] \quad (4)$$

$$\zeta_i(x, y, t) = \frac{1}{k} Re \left[\epsilon \eta_{1i}(x, y) \exp(-i\sigma t) + \epsilon^2 \left\{ \eta_{2i}^{(0)}(x, y) + \eta_{2i}^{(2)}(x, y) \exp(-i2\sigma t) \right\} \right] \quad (5)$$

$$Q_i(t) = \frac{g}{k} Re \left[\epsilon Q_{1i}(t) + \epsilon^2 Q_{2i}(t) \right] \quad (6)$$

式中の指数部の i は純虚数 $\sqrt{-1}$ を表す。また、 ϕ_{1i} 、 $\phi_{2i}^{(0)}$ および $\phi_{2i}^{(2)}$ は無次元の複素関数で、以下ポテンシャル関数と呼ぶ。

式 (2), (3) を $z = 0$ でテーラー展開して式 (4), (5), (6) を代入すると、領域 (1) と領域 (2) における $O(\epsilon)$ と $O(\epsilon^2)$ の静水面での境界条件式として次式を得る。

$$\frac{\partial \phi_{1i}}{\partial z} - \Gamma \phi_{1i} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial \phi_{2i}^{(2)}}{\partial z} - 4\Gamma \phi_{2i}^{(2)} = \frac{\eta_{1i}}{2k} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \Gamma \phi_{1i} - \frac{\partial \phi_{1i}}{\partial z} \right\} + \frac{i}{k} \left\{ \left(\frac{\partial \phi_{1i}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_{1i}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi_{1i}}{\partial z} \right)^2 \right\} \quad (8)$$

$$\frac{\partial \phi_{2i}^{(0)}}{\partial z} = \frac{\eta_{1i}}{2k} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \Gamma \phi_{1i}^* - \frac{\partial \phi_{1i}^*}{\partial z} \right\} \quad (9)$$

ここで、 $\Gamma = \sigma^2/g$ で、記号*は共役複素数を表すものとする。

1次のオーダーのポテンシャル関数 ϕ_{1i} ($i = 1, 2, 3$)は、式(1),(4)よりラプラス方程式を満足する関数である。また、領域(1)および領域(2)における ϕ_{11} 、 ϕ_{12} は、静水面での境界条件式(7)と水底面での不透過境界条件を満足し、領域(3)における ϕ_{13} は、領域上面と下面での不透過境界条件を満足する必要がある。これらの境界条件を満足するポテンシャル関数 ϕ_{1i} の一般解は、次式の固有関数展開で表すことができる¹⁹⁾。

$$\phi_{11}(x, y, z) = \varphi_{11}(x, y) Z_1(z, k_0) + \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{11}^{(n)}(x, y) Z_1(z, k_n) \quad (10)$$

$$\phi_{12}(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \varphi_{12}^{(m)}(x, y) Z_2(z, k'_m) \quad (11)$$

$$\phi_{13}(x, y, z) = \sum_{s=0}^{\infty} \varphi_{13}^{(s)}(x, y) Z_3(z, s) \quad (12)$$

ここで、式(10)中の φ_{11} は、次式で表される入射波のポテンシャル関数である。

$$\varphi_{11}(x, y) = -i \exp \{-ik(x \cos \theta + y \sin \theta)\} \quad (13)$$

また、固有関数 $Z_1(z, k_n)$ 、 $Z_2(z, k'_m)$ および $Z_3(z, s)$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} Z_1(z, k_n) &= \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} & (n=0, 1, 2, \dots) \\ Z_2(z, k'_m) &= \frac{\cos k'_m(z+qh)}{\cos k'_m qh} & (m=0, 1, 2, \dots) \\ Z_3(z, s) &= \cos \frac{s\pi(z+qh)}{(1-q)h} & (s=0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

k_n および k'_m はそれぞれ、 $n=0, m=0$ の場合は虚数 $k_0 = ik$ 、 $k'_0 = ik'$ 、 $n \neq 0, m \neq 0$ の場合は実数 k_n 、 k'_m と定義し、式(15)の根で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sigma^2 h}{g} &= -k_n h \tan k_n h & (n=0, 1, \dots) \\ \frac{\sigma^2 q h}{g} &= -k'_m q h \tan k'_m q h & (m=0, 1, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

(2) $O(\epsilon^2)$ に関する境界値問題とその解

2次のオーダーのポテンシャル関数 $\phi_{2i}^{(2)}$ 、 $\phi_{2i}^{(0)}$ ($i = 1, 2, 3$)は、式(1),(4)よりラプラス方程式を満足する関数である。また、領域(1)と領域(2)における $\phi_{2i}^{(2)}$ 、 $\phi_{2i}^{(0)}$ ($i = 1, 2$)は、静水面での非同次境界条件式(8),(9)と水底面での不透過境界条件をそれぞれ満足し、領域(3)における $\phi_{23}^{(2)}$ 、 $\phi_{23}^{(0)}$ は領域上面と下面での不透過境界条件を満足する必要がある。

ここで、定常成分 $\phi_{2i}^{(0)}$ は、2次のオーダーの水面波形や波圧の算定には寄与しない成分である。本文では2次のオーダーの波力、波圧、および水面変動の算定法を示すことを主たる目的とするため、以下、2次のオーダーの境界値問題に関しては、時間変動成分 $\phi_{2i}^{(2)}$ のみを考えるものとし、右上添え字を省略して $\phi_{2i}^{(2)}$ を ϕ_{2i} で表すことにする。

いま、領域(1)と領域(2)におけるポテンシャル関数 ϕ_{21} 、 ϕ_{22} が、式(8)の非同次境界条件を満足するラプラス方程式の特解 ϕ_{Li} (拘束波成分)と、式(8)の右辺を0とおいて得られる同次境界条件を満足する一般解 ϕ_{Fi} (自由波成分)の和で表わされるものとする。

$$\phi_{21}(x, y, z) = \phi_{21}(x, y, z) + \phi_{F1}(x, y, z) + \phi_{L1}(x, y, z) \quad (16)$$

$$\phi_{22}(x, y, z) = \phi_{F2}(x, y, z) + \phi_{L2}(x, y, z) \quad (17)$$

ここで、式(16)中の ϕ_{21} は2次のオーダーの入射波のポテンシャル関数で、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_{21}(x, y, z) &= \varphi_{21}(x, y) Z_1(z, i2k) \\ \varphi_{21}(x, y) &= -\frac{i3}{8} \frac{\Gamma \cosh 2kh}{k \sinh^4 kh} e^{-i2k(x \cos \theta + y \sin \theta)} \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

式(8)の左辺に式(16) (および式(17))を代入し、右辺に1次のオーダーの一般解である式(10) (および式(11))を用いると、ポテンシャル関数 ϕ_{Fi} と ϕ_{Li} に関する水表面での境界条件として次式を得る。

$$\frac{\partial \phi_{Fi}}{\partial z} - 4\Gamma \phi_{Fi} = 0 \quad (i=1, 2) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_{L1}}{\partial z} - 4\Gamma \phi_{L1} &= \frac{i}{k} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2} (3\Gamma^2 + k_p^2) \varphi_{11}^{(p)} \varphi_{11}^{(q)} \right. \\ &+ \left. \frac{\partial \varphi_{11}^{(p)}}{\partial x} \frac{\partial \varphi_{11}^{(q)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{11}^{(p)}}{\partial y} \frac{\partial \varphi_{11}^{(q)}}{\partial y} \right\} \\ &+ \frac{i}{k} \sum_{p=0}^{\infty} \left[2 \frac{\partial \varphi_{11}}{\partial x} \frac{\partial \varphi_{11}^{(p)}}{\partial x} + 2 \frac{\partial \varphi_{11}}{\partial y} \frac{\partial \varphi_{11}^{(p)}}{\partial y} \right. \\ &+ \left. \varphi_{11} \varphi_{11}^{(p)} \{ 3\Gamma^2 + (k_p^2 - k^2) \} \right] \quad (20) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \phi_{L2}}{\partial z} - 4\Gamma \phi_{L2} = \frac{i}{k} \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2} (3\Gamma^2 + k_p^2) \varphi_{12}^{(p)} \varphi_{12}^{(q)} + \frac{\partial \varphi_{12}^{(p)}}{\partial x} \frac{\partial \varphi_{12}^{(q)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{12}^{(p)}}{\partial y} \frac{\partial \varphi_{12}^{(q)}}{\partial y} \right\} \quad (i=2) \quad (21)$$

静水面での同次境界条件式(19)と水底面での不透過境界条件、および無限遠方での Radiation 条件を同時に満足するラプラス方程式の一般解 ϕ_{F1} 、 ϕ_{F2} は、1次のオーダーの場合と同様に次式の固有関数展開で表すことができる。

$$\phi_{F1}(x, y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{21}^{(n)}(x, y) Z_1(z, k_n^{(2)}) \quad (22)$$

$$\phi_{F2}(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \varphi_{22}^{(m)}(x, y) Z_2(z, k_m^{(2)}) \quad (23)$$

ただし、 $Z_1(z, k_n^{(2)})$ 、 $Z_2(z, k_m^{(2)})$ は、式(14)の $Z_1(z, k_n)$ 、 $Z_2(z, k_m)$ の k_n 、 k_m を $k_n^{(2)}$ 、 $k_m^{(2)}$ で置き換えたものを意味し、 $k_n^{(2)}$ 、 $k_m^{(2)}$ は、 k_n 、 k_m と同様に、 $n=0$ で純虚数、 $n \neq 0$ で実数を取るものと定義して次式の根で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{(2\sigma)^2 h}{g} &= -k_n^{(2)} h \tan k_n^{(2)} h \quad (n=0, 1, \dots) \\ \frac{(2\sigma')^2 q h}{g} &= -k_m^{(2)} q h \tan k_m^{(2)} q h \quad (m=0, 1, \dots) \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

一方、拘束波を表すポテンシャル関数 ϕ_{Li} は、式(20)(および(21))で与えられる水表面での非同次境界条件と水底面での不透過境界条件、および無限遠方での Radiation 条件を同時に満足する必要があるが、任意平面形状の柱体構造物や没水構造物を対象とする場合に、これらの境界条件を満足するポテンシャル関数 ϕ_{Li} を解析的に求めることは一般に難しい。そこで、Sabuncuら¹⁸⁾にならい、ポテンシャル関数 ϕ_{Li} が、2次のストークス波と同様の固有関数と、水面境界条件の非同次項を表す関数の積によって近似的に次式で表わせるものと仮定する。

$$\phi_{L1}(x, y, z) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \gamma_{pq} f_{pq}(x, y) Z_1(z, k_p + k_q) \quad (25)$$

$$\phi_{L2}(x, y, z) = \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \gamma'_{pq} f'_{pq}(x, y) Z_2(z, k'_p + k'_q) \quad (26)$$

γ_{pq} と f_{pq} は、ポテンシャル関数 ϕ_{L1} が式(20)を満足することより、また、 γ'_{pq} と f'_{pq} は、ポテンシャル関数 ϕ_{L2} が式(21)を満足することより、それぞれ次式で与えられる。

$$\gamma_{pq} = -\frac{i}{k} \frac{1}{(k_p + k_q) \tan(k_p + k_q)h + 4\Gamma} \quad (27)$$

$$f_{00}(x, y) = \frac{1}{2} (3\Gamma^2 - k^2) \left(\varphi_{11}^{(0)} + 2\varphi_{1I} \right) \varphi_{11}^{(0)} + \frac{\partial \varphi_{11}^{(0)}}{\partial x} \left(2 \frac{\partial \varphi_{1I}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{11}^{(0)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial \varphi_{11}^{(0)}}{\partial y} \left(2 \frac{\partial \varphi_{1I}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_{11}^{(0)}}{\partial y} \right) \quad (p=0, q=0)$$

$$f_{p0}(x, y) = f_{0p}(x, y) =$$

$$\frac{1}{2} \left\{ 3\Gamma^2 + \frac{1}{2} (k_p^2 - k^2) \right\} \left(\varphi_{11}^{(0)} + \varphi_{1I} \right) \varphi_{11}^{(p)} + \frac{\partial \varphi_{11}^{(p)}}{\partial x} \left(\frac{\partial \varphi_{1I}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{11}^{(0)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial \varphi_{11}^{(p)}}{\partial y} \left(\frac{\partial \varphi_{1I}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_{11}^{(0)}}{\partial y} \right) \quad (p \neq 0)$$

$$f_{pq}(x, y) = \frac{1}{2} (3\Gamma^2 + k_q^2) \varphi_{11}^{(p)} \varphi_{11}^{(q)} + \frac{\partial \varphi_{11}^{(p)}}{\partial x} \frac{\partial \varphi_{11}^{(q)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{11}^{(p)}}{\partial y} \frac{\partial \varphi_{11}^{(q)}}{\partial y} \quad (p \neq 0, q \neq 0) \quad (28)$$

$$\gamma'_{pq} = -\frac{i}{k} \frac{1}{(k'_p + k'_q) \tan(k'_p + k'_q)qh + 4\Gamma} \quad (29)$$

$$f'_{pq}(x, y) = \frac{1}{2} (3\Gamma^2 + k_q'^2) \varphi_{12}^{(p)} \varphi_{12}^{(q)} + \frac{\partial \varphi_{12}^{(p)}}{\partial x} \frac{\partial \varphi_{12}^{(q)}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{12}^{(p)}}{\partial y} \frac{\partial \varphi_{12}^{(q)}}{\partial y} \quad (30)$$

領域(3)におけるポテンシャル関数 ϕ_{23} が満たすべき支配方程式と境界条件式は、1次のオーダーのポテンシャル関数 ϕ_{13} の場合と全く同じであることより、その一般解は式(12)と同様に次式で表される。

$$\phi_{23}(x, y, z) = \sum_{s=0}^{\infty} \varphi_{23}^{(s)}(x, y) Z_3(z, s) \quad (31)$$

(3) グリーン公式によるポテンシャル関数の表示

図-1に示すように、 $x-y$ 平面における領域(1)と領域(2)および領域(3)の境界線を D 、領域(1)に対する外向き法線を ν で定義する。領域内部と境界上の座標をそれぞれ X 、 X_b で表し、 X と X_b の間の距離を r で表すものとする。

式(10),(11),(12)で示した1次のオーダーのポテンシャル関数 ϕ_{1i} ($i=1, 2, 3$)と、式(22),(23),(31)で示した2次のオーダーのポテンシャル関数 ϕ_{F1} 、 ϕ_{F2} 、 ϕ_{23} は

それぞれラプラス方程式を満足することより、ポテンシャル関数の平面分布を表す関数 $\varphi_{1i}, \varphi_{2i}$ ($i = 1, 2, 3$)は次式のヘルムホルツの方程式を満足する。

$$\nabla^2 \varphi_{\ell 1}^{(n)}(x, y) + \lambda_n^2 \varphi_{\ell 1}^{(n)}(x, y) = 0 \quad (32)$$

$$\nabla^2 \varphi_{\ell 2}^{(m)}(x, y) + \lambda_m^2 \varphi_{\ell 2}^{(m)}(x, y) = 0 \quad (33)$$

$$\nabla^2 \varphi_{\ell 3}^{(s)}(x, y) + \bar{s}^2 \varphi_{\ell 3}^{(s)}(x, y) = 0 \quad (34)$$

ここで、 $\bar{s} = (s\pi)/(1-q)h$ で、 ℓ ($\ell = 1, 2$)は ϵ に関する摂動展開の次数を表す。また、式中の λ_n, λ_m は、1次のオーダー ($\ell = 1$) の場合はそれぞれ k_n, k_m を取り、2次のオーダー ($\ell = 2$) の場合は $k_n^{(2)}, k_m^{(2)}$ を取るものとする。

各領域における関数 $\varphi_{\ell 1}^{(n)}, \varphi_{\ell 2}^{(m)}, \varphi_{\ell 3}^{(s)}$ に対してグリーン関数の定理を適用し、さらに、領域(1)における関数 $\varphi_{\ell 1}^{(n)}$ に対してRadiation条件を課すと、関数 $\varphi_{\ell 1}^{(n)}, \varphi_{\ell 2}^{(m)}, \varphi_{\ell 3}^{(s)}$ はそれぞれ次の積分方程式(グリーン公式)で表すことができる¹⁵⁾。

$$\varphi_{\ell 1}^{(n)}(X) = \int_D \left\{ \varphi_{\ell 1}^{(n)}(X_b) \frac{\partial}{\partial \nu} G(\lambda_n r) - G(\lambda_n r) \frac{\partial}{\partial \nu} \varphi_{\ell 1}^{(n)}(X_b) \right\} ds \quad (35)$$

$$\varphi_{\ell 2}^{(m)}(X) = \int_D \left\{ \varphi_{\ell 2}^{(m)}(X_b) \frac{\partial}{\partial \nu} G(\lambda_m' r) - G(\lambda_m' r) \frac{\partial}{\partial \nu} \varphi_{\ell 2}^{(m)}(X_b) \right\} ds \quad (36)$$

$$\varphi_{\ell 3}^{(s)}(X) = \int_D \left\{ \varphi_{\ell 3}^{(s)}(X_b) \frac{\partial}{\partial \nu} E(\bar{s}r) - E(\bar{s}r) \frac{\partial}{\partial \nu} \varphi_{\ell 3}^{(s)}(X_b) \right\} ds \quad (37)$$

上式中の $G(\lambda_n r)$ は、式(32)で示したヘルムホルツの方程式の特解より成る関数で、 $n = 0$ の場合は0次の第1種ハンケル関数 $H_0^{(1)}(\lambda_0 r)$ を表し、 $n \neq 0$ の場合は第2種変形ベッセル関数 $K_0(\lambda_n r)$ を表す。 $G(\lambda_m' r)$ についても同様である。また、 $E(\bar{s}r)$ は、式(34)で示したヘルムホルツの方程式の特解より成る関数で、 $s = 0$ の場合は対数関数 $\log \lambda_0 r$ を表し、 $s \neq 0$ の場合は第2種変形ベッセル関数 $K_0(\bar{s}r)$ を表す。

(4) 境界面での連続条件と選点解法による連立1次方程式の誘導

領域(1)と領域(2)、および領域(1)と領域(3)の境界面上では流体運動の連続条件よりポテンシャル関数は次式を満足しなければならない。

$$\phi_{\ell 1} = \begin{cases} \phi_{\ell 2} & (-qh < z < 0) \\ \phi_{\ell 3} & (-h < z < -qh) \end{cases} \quad (\ell = 1, 2) \quad (38)$$

$$\frac{\partial \phi_{\ell 1}}{\partial \nu} = \begin{cases} \frac{\partial \phi_{\ell 2}}{\partial \nu} & (-qh < z < 0) \\ \frac{\partial \phi_{\ell 3}}{\partial \nu} & (-h < z < -qh) \end{cases} \quad (\ell = 1, 2) \quad (39)$$

従来のポテンシャル接続法¹⁹⁾では、固有関数 Z_i が直交関数系をなすことを利用して、式(38)と式(39)から変数 z を消去し、境界線 D における、ポテンシャル関数およびポテンシャル関数の法線方向微分値に関する1次関係式を導いていた。ただし、この従来の解法は、変数 z を消去するために固有関数に関する積分演算が必要で、非線形干渉問題に対してそのまま適用すると、理論式の展開と表示は非常に複雑となり実用的とは言えない。そこで、著者らは、固有関数に関する積分演算を行うことなくポテンシャル関数とその法線方向微分値に関する1次関係式を導く解法(選点解法)を提案し、従来の解法に比べて、簡便にかつ精度良く解析できることを示した¹⁷⁾。

選点解法は、図-1に示すように境界線 D 上の境界要素 ΔS_j における鉛直境界面を、水面から水底まで等間隔に、領域(2)を N_1 個、領域(3)を N_2 個の計 $N_1 + N_2$ 個に分割し、各分割要素の中心に取った選点において連続条件式(38),(39)が成り立つものとする。

2次のオーダーを例にとると、式(18), (22), (25)を代入した式(16)と、式(23), (26)を代入した式(17)、および式(31)を、式(38), (39)に代入して、選点 z_j 上で式(38), (39)が厳密に成り立つものとする、境界要素 ΔS_j 上の、ポテンシャル関数およびポテンシャル関数の法線方向微分値に関する1次関係式が次式のように得られる。

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} \varphi_{22}^{(m)}(i) Z_2(z_j, k_m^{(2)}) - \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{21}^{(n)}(i) Z_1(z_j, k_n^{(2)}) = \\ & \varphi_{21}(i) Z_1(z_j, 2ik) + \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \gamma_{pq} f_{pq}(i) Z_1(z_j, k_p + k_q) \\ & - \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \gamma'_{pq} f'_{pq}(i) Z_2(z_j, k'_p + k'_q) \end{aligned} \quad (i = 1 \sim N) \quad (j = 1 \sim N_1) \quad (40)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{s=0}^{\infty} \varphi_{23}^{(s)}(i) Z_3(z_j, s) - \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_{21}^{(n)}(i) Z_1(z_j, k_n^{(2)}) = \\ & \varphi_{21}(i) Z_1(z_j, 2ik) + \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \gamma_{pq} f_{pq}(i) Z_1(z_j, k_p + k_q) \end{aligned}$$

$$(i = 1 \sim N) \quad (j = N_1 + 1 \sim N_1 + N_2) \quad (41)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} \overline{\varphi_{22}^{(m)}}(i) Z_2(z_j, k_m^{(2)}) - \sum_{n=0}^{\infty} \overline{\varphi_{21}^{(n)}}(i) Z_1(z_j, k_n^{(2)}) = \\ & \overline{\varphi_{21}}(i) Z_1(z_j, 2ik) + \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \gamma_{pq} \overline{f_{pq}}(i) Z_1(z_j, k_p + k_q) \\ & - \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \gamma'_{pq} \overline{f'_{pq}}(i) Z_2(z_j, k'_p + k'_q) \\ & (i = 1 \sim N) \quad (j = 1 \sim N_1) \quad (42) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{s=0}^{\infty} \overline{\varphi_{23}^{(s)}}(i) Z_3(z_j, s) - \sum_{n=0}^{\infty} \overline{\varphi_{21}^{(n)}}(i) Z_1(z_j, k_n^{(2)}) = \\ & \overline{\varphi_{21}}(i) Z_1(z_j, 2ik) + \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=0}^{\infty} \gamma_{pq} \overline{f_{pq}}(i) Z_1(z_j, k_p + k_q) \\ & (i = 1 \sim N) \quad (j = N_1 + 1 \sim N_1 + N_2) \quad (43) \end{aligned}$$

ここで、 $\overline{\varphi}(j)$ は $\varphi(j)$ の法線方向微分を表すものとする。

一方、グリーン公式 (35), (36), (37) において、 \mathbf{X} を境界線 D 上の点に取り、境界要素 ΔS_j について離散化すると、各領域で、ポテンシャル関数とその法線方向微分値に関する 1 次関係式が次式のように得られる。

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N (\overline{G}_{ij}^{(n)} - \delta_{ij}) \varphi_{\ell 1}^{(n)}(j) - \sum_{j=1}^N G_{ij}^{(n)} \overline{\varphi_{\ell 1}^{(n)}}(j) = 0 \\ & (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (44) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N (\overline{G}'_{ij}{}^{(m)} - \delta_{ij}) \varphi_{\ell 2}^{(m)}(j) - \sum_{j=1}^N G'_{ij}{}^{(m)} \overline{\varphi_{\ell 2}^{(m)}}(j) = 0 \\ & (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^N (\overline{E}_{ij}^{(s)} - \delta_{ij}) \varphi_{\ell 3}^{(s)}(j) - \sum_{j=1}^N E_{ij}^{(s)} \overline{\varphi_{\ell 3}^{(s)}}(j) = 0 \\ & (s = 0, 1, 2, \dots) \quad (46) \end{aligned}$$

上式は境界要素上の各 i 点 ($i = 1, 2, \dots, N$) で成り立つ。式中の $G_{ij}^{(n)}$, $G'_{ij}{}^{(m)}$, $E_{ij}^{(s)}$ および $\overline{G}_{ij}^{(n)}$, $\overline{G}'_{ij}{}^{(m)}$, $\overline{E}_{ij}^{(s)}$ は、 $G(\lambda_n r)$, $G(\lambda'_m r)$, $E(\bar{s}r)$ とその法線方向微分を、境界要素 ΔS_j について積分して得られる係数である²⁰⁾。

したがって、式 (40), (41), (42), (43) の 1 次関係式と、グリーン公式を離散化して得られる式 (44), (45), (46) を連立して解くことにより、境界要素上のポテンシャル関数値とその法線方向微分値が決定できる。

境界面の連続条件より得られる式 (40), (41), (42), (43) は、境界要素上のポテンシャル関数とその法線微分に関する $2N \cdot (N_1 + N_2)$ 個の一次関係式を与える。一方、グリーン公式を離散化して得られる式 (44), (45), (46) は、式 (10), (11), (12) および式 (22), (23), (31) のポテンシャル関数の級数項をそれぞれ有限項 n_ℓ , m_ℓ , s_ℓ ($\ell = 1, 2$) で打ち切るものとする、各領域のポテン

シャル関数に関する $N \cdot (n_\ell + m_\ell + s_\ell + 3)$ 個の一次関係式を与える。求めるべき境界要素上の未知数は、各領域のポテンシャル関数とその法線方向微分値に関する $2N \cdot (n_\ell + m_\ell + s_\ell + 3)$ 個である。したがって、選点の個数と級数項の関係を $2(N_1 + N_2) = (n_\ell + m_\ell + s_\ell + 3)$ に取れば、式 (40), (41), (42), (43) と式 (44), (45), (46) より境界要素上のポテンシャル関数とその法線微分に関する連立一次方程式が得られ、これを解くことにより境界要素上のポテンシャル関数値とその法線方向微分値が決定できる。

3. 数値計算法の検討および水槽実験による検証

(1) 数値計算法の検討

長さ (x 軸方向) $B/h = 2.0$ 、幅 (y 軸方向) $W/h = 2.0$ 、没水深 $q = 0.5$ の水平板に対して、 $kh = 1.0$ の波が y 軸の正方向から入射する場合について解析を行い、境界要素 ΔS_j のポテンシャル関数値について解の検討を行った。本文では、要素中点の座標が $(x, y) = (0, -W/2h)$ の境界要素のポテンシャル関数値を例にとって検討結果を示している。

選点は、図-1 に示すように水面から水底まで等間隔に分割した各要素の中点に取るものとし、境界線 D の分割要素幅は $\Delta S_j/h = 0.1$ とする。また、選点解法を用いて精度の良い解を得るためには、各領域における一般解の打ち切り項数と選点個数は一致する必要がある¹⁷⁾。1 次と 2 次の級数解の打ち切り項数と選点個数の関係は、 $N_1 + N_2 = n_\ell + 1$, $N_1 = m_\ell + 1$, $N_2 = s_\ell + 1$ ($\ell = 1, 2$) に取るものとする。

図-2 は、式 (10) で示した、領域 (1) における 1 次のオーダーの一般解の級数項を、有限項 $n_1 = 19$ と $n_1 = 39$ (すなわち、 $N_1 + N_2 = 20$ と 40) で打ち切った場合の $\varphi_{11}^{(n)}$ の絶対値の変動を示したもので、図-3 は、 $\varphi_{11}^{(n)}$ の位相 $\delta (= \arg(\varphi_{11}^{(n)}))$ を示している。1 次のオーダーの各級数の値は、級数項 n の増加にとともに単調に減少し、一項おきに一定値に漸近する傾向を示し、その時の互いの (第 n 項と第 $n+2$ 項) 位相は π だけ異なる。したがって、項数 n が大きくなるにしたがって、級数項の値は互いに相殺する関係となり、級数項の和で表わされる 1 次のオーダーの解は収束することがわかる。ここには示していないが、他の領域の解についても同様の関係が成り立っている。

2 次のオーダーの解 φ_{2i} , $\overline{\varphi_{2i}}$ を算定するためには、式 (25), (26) で示した拘束波のポテンシャル関数値を算定する必要がある。いま、式 (25), (26) の算定に用いる領域 (1) と領域 (2) の 1 次のオーダーの解 (式 (10) と式

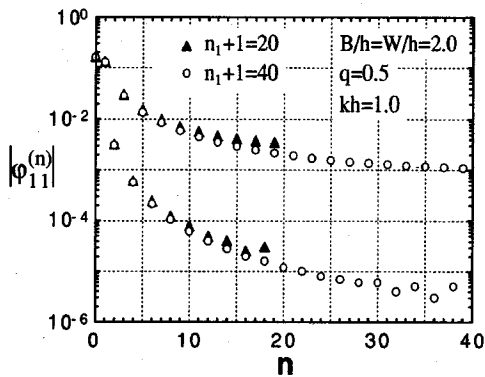


図-2 領域(1)における1次のオーダーの級数解の変動

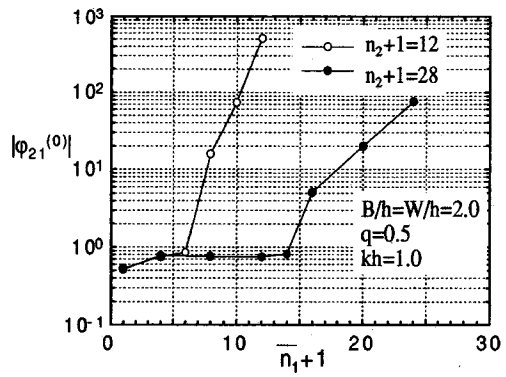


図-4 領域(1)における自由波の打ち切り項数 n_2 と拘束波の算定に用いる1次解の項数 n_1 の関係

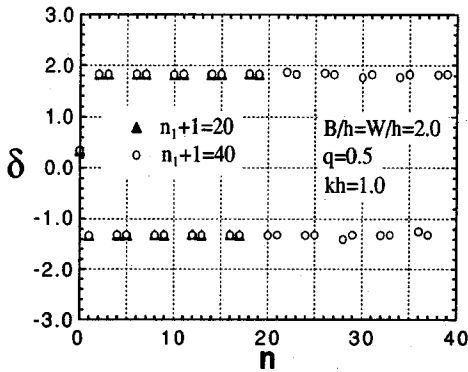


図-3 領域(1)における1次のオーダーの級数解の位相

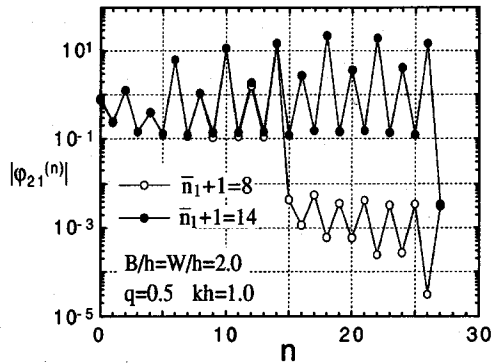


図-5 拘束波の算定に用いる1次解の項数 \bar{n}_1 に対する2次の解の変動 ($n_2 + 1 = 28$)

(11) の級数項を、それぞれ有限項 \bar{n}_1 、 \bar{m}_1 で打ち切るものとする。級数項を全て用いることにすると、 \bar{n}_1 と \bar{m}_1 は最大で $\bar{n}_1 = n_1$ 、 $\bar{m}_1 = m_1$ に取ることができるが、物理的に妥当な解を得るためには、 \bar{n}_1 、 \bar{m}_1 は自由波を表す級数解(式(22)と式(23))の打ち切り項数 n_2 、 m_2 と無関係に取ることはできず、 $n_2 \geq 2\bar{n}_1 + 1$ 、 $m_2 \geq 2\bar{m}_1 + 1$ の関係が満たされる必要がある。このことを示したものが図-4である。

図-4は、拘束波のポテンシャル関数値の算定に用いる1次解の打ち切り項数 \bar{n}_1 が2次のオーダーの解 $\varphi_{21}^{(n)}$ に及ぼす影響を、 $\varphi_{21}^{(n)}$ の項数 n を有限項 $n_2 = 11$ と $n_2 = 27$ (すなわち、 $N_1 + N_2 = 12$ と 28) で打ち切った場合について、級数解の初項 $\varphi_{21}^{(0)}$ を例にとって示している。 $n_2 + 1 = 12$ の場合は $\bar{n}_1 + 1$ が6よりも大きくなると、また、 $n_2 + 1 = 28$ の場合は $\bar{n}_1 + 1$ が14よりも大きくなると $\varphi_{21}^{(0)}$ の値は発散して妥当な解が得られなくなる。この関係は2次元問題の場合¹⁰⁾と全く同じで、自由波のポテンシャル関数に含まれる最も高次の停止

散乱波成分の固有値 $k_{n_2}^{(2)}$ は、強制項となる拘束波ポテンシャルに含まれる最も高次の固有値 $2k_{\bar{n}_1}$ の値と等しいか、あるいはそれよりも大きくなるように打ち切り項数 n_2 を設定する必要があることを示している。

図-5は、2次のオーダーの一般解の打ち切り項数を $n_2 + 1 = 28$ ($N_1 + N_2 = 28$) に取り、拘束波ポテンシャルの算定に用いる1次のオーダーの解の級数項 $\bar{n}_1 + 1$ を8と14に取った場合の、2次のオーダーの級数項の値 $|\varphi_{21}^{(n)}|$ を示したものである。いずれの場合も、図-4で述べた $n_2 \geq 2\bar{n}_1 + 1$ の関係は満足されている。これより、 $\bar{n}_1 + 1 = 8$ の場合は $n + 1$ が16、また、 $\bar{n}_1 + 1 = 14$ の場合は $n + 1$ が28以上の項の $|\varphi_{21}^{(n)}|$ の値は非常に小さく、 $2(\bar{n}_1 + 1)$ 以上の項は2次のオーダーのポテンシャル値にほとんど影響を及ぼさないことがわかる。したがって、2次のオーダーの解の級数項 $n_2 + 1$ は、拘束波の算定に用いる1次のオーダーの解の項数 $\bar{n}_1 + 1$ のちょうど2倍に取っておけばよく、 n_2

表-1 領域(1)と領域(2)における自由波のポテンシャル関数と拘束波のポテンシャル関数の値と2次のオーダーの解の収束

n_2	$Re[\phi_{L1}]$	$Im[\phi_{L1}]$	$Re[\phi_{F1}]$	$Im[\phi_{F1}]$	$ \phi_{L1} + \phi_{F1} $
7	-8.0162E+00	3.1627E+00	1.0138E+01	-2.7078E+00	2.1704
11	-2.1373E+01	5.9195E+00	2.3839E+01	-5.6206E+00	2.4832
15	-3.7051E+01	9.3978E+00	3.9266E+01	-9.0406E+00	2.2436
19	-5.7861E+01	1.3385E+01	6.0237E+01	-1.3098E+01	2.3931
23	-7.1219E+01	1.6152E+01	7.3452E+01	-1.5828E+01	2.2560
27	-7.7230E+01	1.7203E+01	7.9570E+01	-1.6922E+01	2.3527
31	-8.2273E+01	1.8287E+01	8.4509E+01	-1.7978E+01	2.2577
35	-9.5654E+01	2.0627E+01	9.7976E+01	-2.0351E+01	2.3387
39	-9.8758E+01	2.1310E+01	1.0100E+01	-2.1014E+01	2.2588
59	-1.2907E+02	2.6687E+01	1.3137E+02	-2.6416E+01	2.3195

m_2	$Re[\phi_{L2}]$	$Im[\phi_{L2}]$	$Re[\phi_{F2}]$	$Im[\phi_{F2}]$	$ \phi_{L2} + \phi_{F2} $
3	-7.9165E-01	-2.1429E+00	3.5456E+00	-2.8382E+00	2.8403
5	-6.5403E+00	-2.0728E+00	9.4537E+00	2.5883E+00	2.9586
7	-1.4682E+01	-1.5604E+00	1.7480E+01	2.1606E+00	2.8617
9	-2.6284E+01	-4.6795E-01	2.9120E+01	9.7720E-01	2.8819
11	-3.9200E+01	8.7850E-01	4.1998E+01	-3.1177E-01	2.8518
13	-5.1812E+01	2.4069E+00	5.4612E+01	-1.9013E+00	2.8544
15	-6.4163E+01	3.9124E+00	6.6956E+01	-3.3608E+00	2.8465
17	-7.0714E+01	4.8124E+00	7.3510E+01	-4.3104E+00	2.8410
19	-7.6677E+01	5.5721E+00	7.9466E+01	-5.0355E+00	2.8400
29	-1.0976E+02	1.0176E+01	1.1254E+02	-9.7759E+00	2.8315

のみを必要以上に大きく取っても計算量が増大するだけで解の精度には寄与しない。

なお、 $|\varphi_{21}^{(n)}|$ は、図-2に示した $|\varphi_{11}^{(n)}|$ とは異なり、級数項 n の増加に伴い単調に減少する傾向は見られず、2次の解は収束しないように見える。これに関して若干の考察を行った結果を表-1に示す。

表-1は、領域(1)と領域(2)における自由波のポテンシャル関数 ϕ_F とその算定に用いた拘束波のポテンシャル関数 ϕ_L の実数部と虚数部の値および $|\phi_F + \phi_L|$ の値を、2次のオーダーの一般解の打ち切り項数 n_2 (および m_2) に対して示したものである。これより、級数項 n_2 (および m_2) が大きくなるにしたがって、自由波と拘束波のポテンシャル関数値 ($|\phi_F|$ と $|\phi_L|$) は、いずれも単調に増大するが、それぞれの実数部 $Re[\phi_F]$ と $Re[\phi_L]$ の値、および虚数部 $Im[\phi_F]$ と $Im[\phi_L]$ の値はほぼ等しくかつ異符号の関係にあるため互いに相殺し合い、両者の和である2次の散乱波ポテンシャルの値 $|\phi_F + \phi_L|$ は一定値に収束することがわかる。

図-6は、1次と2次のオーダーの一般解の打ち切り項数(すなわち選点の個数)の大きさによるポテンシャル関数値の変動の程度を見るために、次式で算定されるポテンシャル値を選点個数 $N_1 + N_2$ に対して示したものである。

$$\phi_{11} = \sum_{n=0}^{n_1} \varphi_{11}^{(n)}, \quad \phi_{12} = \sum_{m=0}^{m_1} \varphi_{12}^{(m)} \quad (47)$$

$$\phi_{21} = \sum_{n=0}^{n_2} \varphi_{21}^{(n)} + \sum_{p=0}^{\bar{n}_1} \sum_{q=0}^{\bar{m}_1} \gamma_{pq} f_{pq} \quad (48)$$

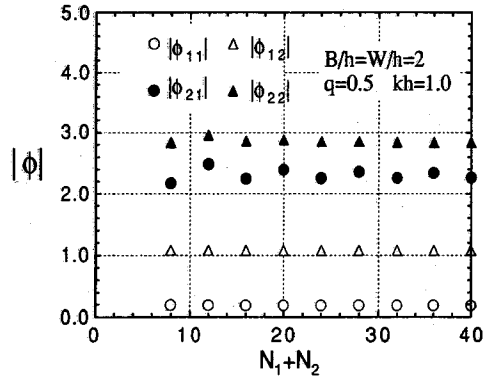


図-6 選点個数に対する1次のオーダーと2次のオーダーのポテンシャル関数値の変動

$$\phi_{22} = \sum_{m=0}^{m_2} \varphi_{22}^{(m)} + \sum_{p=0}^{\bar{m}_1} \sum_{q=0}^{\bar{m}_1} \gamma'_{pq} f'_{pq} \quad (49)$$

選点個数に対する2次のオーダーのポテンシャル関数値の変動は、1次のオーダーのポテンシャル関数値の変動に比べて若干大きいですが、選点個数が大きくなるにしたがって変動は徐々に小さくなり、一定値に漸近する傾向を示している。各オーダーのポテンシャル関数値の変動は、入射波の波長に対する境界要素幅 ΔS_j や選点間隔によっても異なるが、1次のオーダーに関しては選点個数を10、2次のオーダーに関しては20程度に取れば、選点個数を十分大きく取った場合(例えば、 $N_1 + N_2 = 40$)の値に対して高々数%程度の変動で解を算定できる。

(2) 実験による解析法の検証と数値計算例

数値計算法の妥当性を検証するために水槽実験を行った。実験は、幅80cm、奥行き80cm、天端水深12cmの水平板および矩形潜堤を、長さ18m、幅10m、水深40cmの平面水槽のほぼ中央にそれぞれ設置して行い、入射波の周期が1.45秒($kh = 1.0$)、1.14秒($kh = 1.4$)、1.05秒($kh = 1.6$)の場合について、構造物周辺の水面変動を測定して数値計算結果と比較した。

図-7は、周期が1.45秒($kh = 1.0$)で波高が2.9cmの波が矩形潜堤に対してy軸の正方向から入射する場合について、y軸上の各測点における水面変動の時間波形を実験値と計算値について比較したものである。図中の細実線は線形解を表し、太実線は2次のオーダーまで考慮した非線形解を表し、破線は実験値を表している。解析解は2次のオーダーまでしか考慮していないので、実験値に関しては、実測波形をフーリエ変換した後3次以上の成分を除いて再合成した波形を示して

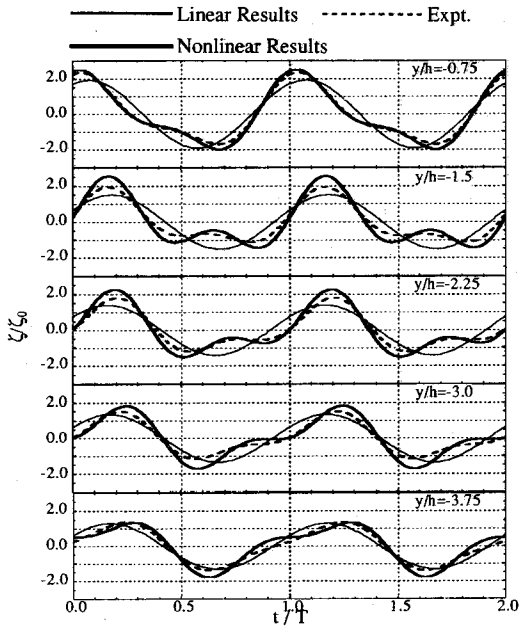


図-7 矩形潜堤近傍の水面変動に関する実験値と計算値の比較, $kh = 1.0$, $\zeta_0/h = 0.036$

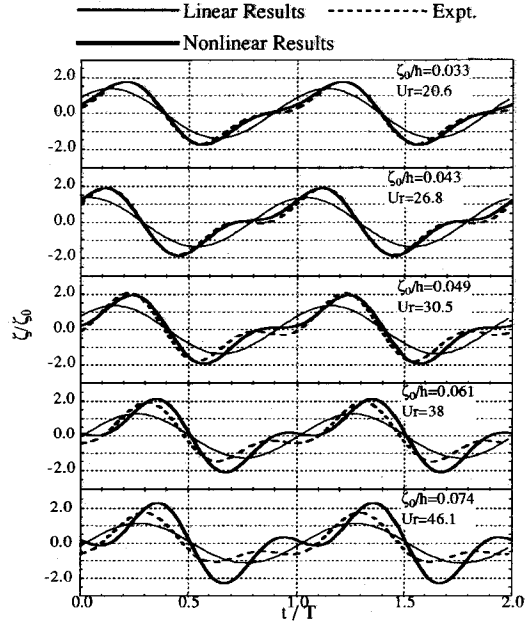


図-9 入射波の振幅が徐々に大きくなった場合の潜堤背後における水面波形の比較, $kh = 1.4$, $y/h = -1.875$

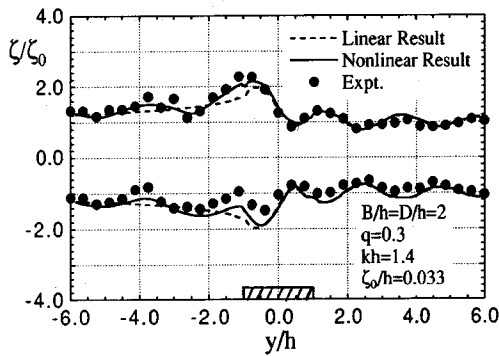


図-8 矩形潜堤近傍の波高の包絡線に関する実験値と計算値の比較, $kh = 1.4$, $\zeta_0/h = 0.033$

いる。なお、実験値と計算値の時系列を同期させるに際しては、両者の1次のオーダーの波形を描いて、それらを同期させることにより行った。潜堤上で高次成分が励起されるため、線形解は通過後の実験波形と大きく異なった値を示しているが、2次のオーダーまで考慮した非線形解は、波形と位相に関して実験値と良く一致している。

図-8は、矩形潜堤に対して周期1.14秒 ($kh = 1.4$) で波高2.6cmの波が y 軸の正方向から入射する場合について、 y 軸上における波振幅の最大値と最小値の空間

分布を示したものである。数値計算の結果では、潜堤入射側の領域では線形解と非線形解の差はほとんどなくほぼ同様の分布特性を示しているが、潜堤背後の領域では両者の分布に若干の差異が生じている。線形解と非線形解の差異の程度は図-7に示した時間波形の場合ほど顕著ではないが、2次のオーダーまで考慮した解析結果は実験値と定性的に良く一致している。

図-9は、入射波の非線形性の程度が異なる波が矩形潜堤に対して入射する場合に、潜堤背後における水面変動の時間波形を実験値と計算値について比較したものである。入射波の周期は1.14秒 ($kh = 1.4$) で、振幅は潜堤の天端上で砕波が生じない範囲で $\zeta_0/h = 0.033$ から $\zeta_0/h = 0.074$ まで変化させた。図中の細実線は線形解を表し、太実線は2次のオーダーまで考慮した非線形解を表し、破線は実験値を表している。実験値は、図-7の場合と同様に3次以上の成分は除いたものである。また、図中の記号 U_s は、潜堤の天端上における水深と波長、および便宜的に入射波の波高を用いて算定した領域(2)におけるアーセル数を表している。この図より、 $\zeta_0/h = 0.05$ 程度までは、実験値と計算値の一致の程度は非常に良く、本解析法の妥当性が確認できるが、 $\zeta_0/h = 0.061$ を越えるあたりから一致の程度が徐々に悪くなる。 $\zeta_0/h = 0.061$ の場合の天端上におけるアーセル数は $U_s = 38$ であり、2次のオーダーのストークス波理論の適用限界と言われる $U_s \approx 26^{21)}$ よりも大

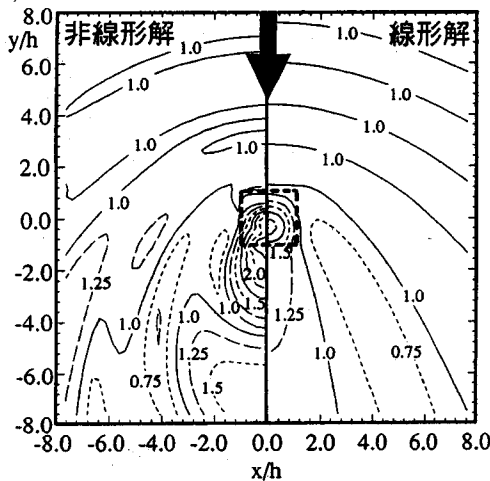


図-10 矩形潜堤近傍の水面変動の最大値に関する線形解と非線形解の比較, $kh = 1.0$, $\zeta_0/h = 0.05$, $B/h = D/h = 2$, $q = 0.3$

きな値となっている。しかも、実際には天端上での波振幅は増幅されるため、アーセル数はこの値よりも大きくなり、 $\zeta_0/h = 0.06$ を越えるあたりから実験値と計算値の一致の程度が悪くなる。

図-10 は、数値計算の一例として、幅 $W/h = 2$ 、長さ $B/h = 2$ 、天端水深 $qh = 0.3h$ の矩形潜堤に対して $kh = 1.0$, $\zeta_0/h = 0.05$ の波が入射する場合の潜堤近傍の水面変動の最大値の分布を示したものである。潜堤の入射側領域および側方領域では、線形解と非線形解の分布の差異は小さく2次のオーダーの影響はほとんど現れていない。しかし、潜堤背後域では、自由波の発達にともない非線形解の分布特性は線形解の分布特性と大きく異なり、 $y/h = -6$ 近傍に線形解には現れない水面変動の大きな領域が形成されている。

4. あとがき

グリーン公式とポテンシャル接続法(選点解法)を用いて、ストークス波と3次元構造物との非線形干渉を2次のオーダーまで解析する方法を示した。理論上、固有関数で無限級数展開したポテンシャルは、数値計算上は有限項で打ち切ることになるが、その際、1次解の打ち切り項数、2次の拘束波を算定する際に用いる1次解の項数、および2次の解の打ち切り項数等、精度よい2次の解を得るための留意点について検討をおこなった。ついで、水槽実験をおこなって解析解と比較した結果、2次のストークス波理論の適用範囲であれば実験値と解析解との一致は非常に良く、解析法の妥当なことが確かめられた。

本解析法の適用は、鉛直断面内において流体域が構

造物によって矩形領域に分割される場合に限られるが、任意平面形状の構造物が取り扱え、複列構造物や浮遊構造物に対する拡張も線形問題の場合と同様に容易である。2次のオーダーの未知量である自由波のポテンシャル値を求める際に必要な拘束波成分の算定は、平面領域の境界線上でのみおこなえばよく、理論式と計算プログラムは比較的簡潔であるため、本解析法は、さらに多成分波が入射して成分波間の非線形干渉が生じる場合へも理論的には容易に拡張できる。

参考文献

- 1) Molin, B.: Second-order diffraction loads upon three-dimensional bodies, *Applied Ocean Research*, Vol.1, No.4, pp.197-202, 1979.
- 2) Rahman, M.: Wave diffraction by large offshore structure: an exact second-order theory, *Applied Ocean Research*, Vol.6, No.2, pp.90-100, 1984.
- 3) 喜岡 渉, 石田 昭: 円柱に作用する第2次近似回折波力, 第31回海岸工学講演会論文集, pp.620-624, 1984.
- 4) Eatock Taylor, R. and S.M. Hung: Second order diffraction forces on a vertical cylinder in regular waves, *Applied Ocean Research*, Vol.9, No.1, pp.19-30, 1987.
- 5) 増田 光一, 坂田 親弘, 加藤 渉: 複数の柱状体に作用する非線形波力に関する研究, 日本造船学会論文集, 第160号, pp.176-184, 1986.
- 6) Williams, A.N., A.G. Abul-Azm and S.A. Ghalyani: A comparison of complete and approximate solution for second-order diffraction loads on arrays of vertical circular cylinders, *Ocean Engineering*, Vol.17, No.5, pp.427-445, 1990.
- 7) Massel, S.R.: Harmonic generation by waves propagating over a submerged step, *Coastal Engineering*, Vol.7, pp.357-380, 1983.
- 8) 経塚 雄策: 2次元物体に働く非線形流体力について(第1報, 散乱問題), 日本造船学会論文集, 第148号, pp.45-53, 1980.
- 9) 喜岡 渉, 石田 啓: グリーン関数法による断面2次元構造物と波の弱非線形干渉問題の解析, 土木学会論文集, No.461/II-22, pp.56-65, 1993.
- 10) 吉田 明徳, 小島 治幸, 鶴本 良博: ポテンシャル接続法(選点解法)によるストークス波と構造物の非線形波動境界値問題解析法, 土木学会論文集, No.434/II-16, pp.57-66, 1991.
- 11) 吉田 明徳, 村上 啓介, 小島 治幸, 鶴本 良博: グリーン公式による有限振幅波の定常境界値問題解析法, 海岸工学論文集, 第36巻, pp.469-473, 1989.
- 12) 山口 正隆, 土屋 義人: 大口径円柱に作用する波圧・波力に及ぼす波の非線形性の影響, 土木学会論文報告集, 第229号, pp.41-53, 1974.
- 13) Kim, M.H. and D.K.P. Yue: The complete second-order diffraction solution for an axisymmetric body, Part 1. Monochromatic incident waves, *J. Fluid Mech.*, Vol.200, pp.235-264, 1989.
- 14) Kriebel, D.L.: Nonlinear wave interaction with a vertical cylinder, Part I: Diffraction theory, *Ocean Engineering*, Vol.17, No.4, pp.345-377, 1990.
- 15) 土木学会海岸工学委員会: 海岸波動[波・構造物・地盤の相互作用の解析法], 第IV編。
- 16) 村上 啓介, 吉田 明徳: 3次元没水構造物とストークス波の非線形干渉解析法, 海岸工学論文集, 第41巻, pp.741-745, 1994.

- 17) 吉田明徳, 村上啓介, 小野雅人:ポテンシャル接続法の選点解法による3次元波動境界値問題解析法, 海岸工学論文集, 第39巻, pp.756-760, 1992.
- 18) Sabuncu, T. and O.Goren: Second-order vertical and horizontal wave forces on a circular dock, *Ocean Engineering*, Vol.12, No.4, pp.341-361, 1985.
- 19) 井島武士, 湯村やす, 周宗仁, 吉田明徳:水底及び水面付近の任意断面の固定柱状体による波の散乱と波力, 土木学会論文報告集, 第228号, pp.29-42, 1974.
- 20) 吉田明徳, 村上啓介:没水および半没水柱体列による波の散乱の解析法, 第34回海岸工学講演会論文集, pp.586-590, 1987.
- 21) Dean, R.G. and R.A.Dalrymple: *Water wave mechanics for engineers and scientists*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, pp.303-304, 1984.

(1995. 3. 17 受付)

NUMERICAL METHOD FOR NONLINEAR INTERACTION BETWEEN STOKES WAVE AND COASTAL STRUCTURES

Keisuke MURAKAMI and Akinori YOSHIDA

This paper presents a new approximate calculation method for three-dimensional nonlinear interactions between Stokes waves and submerged coastal structures. In the mathematical formulation, Green's Identity formula is used to express the distributions of the velocity potential on a horizontal plane, and a collocation method of matched eigenfunction expansions is also utilized to derive the linear relationships for the velocity potential and its normal derivative on the adjacent fluid region. The particular solution of the second-order boundary value problem, which satisfies the nonhomogeneous free surface boundary condition, is approximately expressed on the assumption that it has the same form of an eigenfunction in the vertical direction as that of the second-order Stokes solution.