

# 台形断面を有する三次元開水路流れの乱流構造解析

杉山 均<sup>1</sup>・秋山光庸<sup>2</sup>・亀澤正之<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 宇都宮大学助教授 工学部機械システム工学科 (〒321 宇都宮市石井町 2753)

<sup>2</sup>正会員 Ph. D. 宇都宮大学教授 工学部機械システム工学科 (〒321 宇都宮市石井町 2753)

<sup>3</sup>学生会員 宇都宮大学大学院 工学部機械システム工学科 (〒321 宇都宮市石井町 2753)

開水路流れは自由水面を有するため閉管路とはその乱流構造を大きく異にする。特に、このことは開水路を特徴づける縦渦において顕著である。さらにこの縦渦は開水路断面によっても支配される。すなわち、流路アスペクト比（河川幅/水深）が小さい長方形断面開水路では、最大主流方向速度位置の自由水面下への降下現象が認められ、自由水面に沿って側壁から河川中心に向かう縦渦が認められる。しかし、台形断面開水路ではこの降下現象は認められず、縦渦も長方形断面の場合と全く逆向きの流れが認められる。そこでこの台形断面開水路をレイノルズ応力モデル、境界適合座標を用いて三次元乱流場として数値解析を行い、実験値と比較検討すると共に縦渦の発達挙動について新たな知見を示した。

**Key Words :** numerical analysis, trapezoidal open channel, secondary flow, reynolds stress model, boundary-fitted coordinate system

## 1. 緒 言

開水路流れは、自由水面を有し管内乱流とはその乱流構造を大きく異にするであろうことは容易に推察される。この開水路流れを特徴づける現象として、河床における壁面せん断応力分布が管内流と比較して大きく異なる分布を示すこと、あるいは主流方向速度の最大値が自由水面下に存在することなどが指摘されている。この最大主流方向速度の自由水面下への降下現象 (velocity-dip) は、古くは Gibson<sup>1)</sup> により 1909 年に報告されており、かつこの降下現象は粗面壁により左右されることも同時に報告されている。この開水路流れを特徴づける現象が、乱れの非等方性により発生する縦渦 (第二種二次流れ) に起因することも、古くより指摘されていたが、実験的に明らかになったのは、ごく近年になってからである。

開水路流れの実験解析として、古くは Rajaratnam-Muralidhar<sup>2)</sup> の実験が挙げられる。彼らは、河床上の横断方向へのせん断応力分布が、第二種二次流れにより支配されることを報告している。Knight-Demetriou-Hamed<sup>3)</sup> は、多くの開水路、閉管路の実験結果より、抵抗係数の実験式を導出している。また、Nakagawa-Nezu-Ueda<sup>4)</sup> は、自由水面を有する二次元乱流を対象に、自由水面近傍の乱流特性量を熱線流速計を用いて測定し、自由水面に垂直方向の速度変動が、閉管路と比較してより減衰することを明らかにした。このことは、自由

水面近傍での、乱れの非等方性が強くなり、自由水面近傍における縦渦生成に大きく影響を及ぼすであろうことを類推させる。この点に関し、瀬津・中川<sup>5)</sup> は、レーザ・ドップラ流速計を用いて、自由水面を有する矩形断面開水路を対象に、レイノルズ応力分布、ならびに縦渦を詳細に測定した。彼らは、自由水面近傍での第二種二次流れ強度は、コーナ部に発生する二次流れと比較して大きく、その流動挙動は、閉管路のそれとは異なる流動パターンを取ることを明らかにした。同時に、二次流れは、主流方向速度等値線を自由水面下に降下させるように作用し、この種の開水路に特徴的な現象を明瞭に捕らえている。

一方、富永・江崎・瀬津<sup>6)</sup> は、台形断面開水路流れにてその流動挙動を測定し、矩形断面にて認められた主流方向速度等値線の自由水面下への降下現象が認められないこと、また、矩形断面開水路流れの場合、二次流れは自由水面にて側壁から河川中央部に向かって流れるが、台形断面開水路では全く逆方向の二次流れが存在することを提示している。これらの実験結果は、開水路断面形状により二次流れは大きく影響されることを示唆しており興味深い。また、開水路内の第二種二次流れ発生に関し、理論的な考察を最初に試みたのは、Einstein-Lin<sup>7)</sup> である。彼らは、主流方向の渦度とレイノルズ応力との関係を示す基礎方程式を導出し、二次流れの発生が、レイノルズ応力の断面内での非一様分布に起因することを指摘している。

一方、開水路流れに関する数値解析については、Naot-Rodi<sup>8)</sup>の解析が挙げられる。彼らはNakagawa-Nezu-Ueda<sup>4)</sup>が示した、自由水面近傍にて、その垂直方向速度変動が減衰するとの指摘に注目して、乱れエネルギーの再配分をモデル化し、代数応力モデルを用いて開水路内の縦渦を初めて予測した。禰津・中川<sup>9)</sup>は、 $k-\epsilon$ 二方程式乱流モデルを、開水路乱流場に拡張し、二次元乱流場の乱流特性量を予測し、比較的良好な値を得たことを報告している。この二次元乱流場の予測に関してはCelik-Rodi<sup>10)</sup>も解析を試みている。彼らは、代数応力モデルを用いて、乱流エネルギー、垂直方向速度変動の減衰を良好に予測できたことを報告している。また、河川敷も含めた複断面開水路内の乱流場を対象に、Naot-Nezu-Nakagawa<sup>11)</sup>は、乱流散逸項の境界条件に改良を加えて解析を行っている。さらに、最近DNS(Direct Numerical Simulation)を用いた開水路流れの結果がLam-Banerjee<sup>12)</sup>、Komoriら<sup>13)</sup>により報告されている。いずれのDNSの結果においても、自由水面近傍にて水面に垂直方向の速度変動は減衰し、主流方向、横方向の速度変動は圧力・歪相関項を通して僅かな増加傾向となることを示している。しかし、以上の解析例は二次元開水路、ならびに矩形断面、複断面開水路が主なものであり、前述の台形断面開水路内を対象に、三次元開水路として助走区間における二次流れ発達挙動をも数値予測した解析例は、いまだ報告されていない。助走区間も含む三次元開水路の流動挙動を予測する解析手法を確立しておくことは河川設計の立場からも有用であると思われる。

こうした状況を踏まえ、本研究は、台形断面開水路を対象に、レイノルズ応力モデルを用いた三次元数値解析することを目的とする。その際、各レイノルズ応力までも詳細に測定している富永・江崎・禰津<sup>6)</sup>の実験結果を計算対象とする。解析結果は実験結果と比較検討し、本乱流モデルの妥当性、台形断面開水路流れに特徴的な流動特性について検討を加える。また、数値解析に際しては境界条件の設定が容易な境界適合座標系を導入し解析を行う。この種の自由水面を有する開水路に関する研究は、境界層や、管内流と同様に、流れの物理現象解明に不可欠であるばかりか、河川工学の分野より河川の抵抗則や三次元性、乱流拡散、浮遊砂などの土砂輸送、主流と浸透流、あるいは波と乱れなどの相互作用を解明する上で重要な役割を果たすものと考えられる。

## 2. 記 号

$c_1, c_2, c_1^*, c_1', c_2', c_2, c_n, \zeta$ : 経験定数

$D_h$ : 水力直径

$f(L/x_w)$ : 壁の影響を示す関数

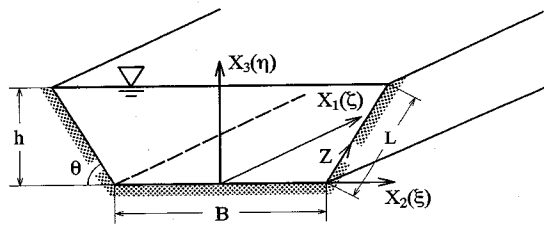


図-1 計算対象空間および座標系

$k$ : 乱流エネルギー

$L$ : 特性距離

$P_k$ : 乱流エネルギー生成

$R$ : 径深

$Re$ : レイノルズ数  $= 4RU_b/\nu$

$\overline{u_i u_j}$ : レイノルズ応力

$U_i$ :  $i$ 方向時間平均速度成分

$U_b$ : 混合平均速度

$U_{1max}$ : 流路断面内最大主流方向速度

$U_*$ : 摩擦速度

$Z$ : 河床、傾斜壁に沿った座標

$\epsilon$ : 乱流散逸

$\nu$ : 粘性係数

$\kappa$ : カルマン定数

$\pi_{ij}$ : 圧力・歪相関項

$\rho$ : 密度

$\tau$ : 壁面せん断応力

## 3. 解析手法

### (1) 計算対象実験

数値解析の対象とした富永・江崎・禰津<sup>6)</sup>の実験装置の概略図、および座標軸を図-1に示す。図中の逆三角形記号は、自由水面を示す。彼らは3種類の傾斜角を有する台形断面開水路を対象に実験を行っているが、本研究ではそれらの内傾斜角  $60^\circ$  の実験を選定した。測定流路は、短辺 24.8(cm)、水深 11.0(cm)、傾斜角  $60^\circ$  の台形断面を持つ、全長 12.5(m) の流路である。この時の流量は、 $10551(\text{cm}^3/\text{s})$  でありレイノルズ数は代表速度に混合平均速度  $U_b$ 、代表寸法に径深  $R$  の 4 倍を用いて  $Re = 6.84 \times 10^4$  である。また、測定断面位置は、水路上流端から 7.5(m) 下流に設置されている。測定に関しては、熱線流速計を用いて、第二種二次流れ、レイノルズ応力分布等を測定している。

座標系は、主流方向を  $X_1$  軸、これと直交する向きを断面方向とし、水平方向を  $X_2$ 、垂直方向を  $X_3$  軸と定義している。

## (2) レイノルズ応力方程式

乱れの非等方性を正確に扱う意味より、本解析においては、レイノルズ応力方程式を解くことを考える。レイノルズ応力方程式の厳密式は次式で示される。

$$\begin{aligned} \frac{D\overline{u_i u_j}}{Dt} = & - \left( \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial X_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial X_k} \right) \\ & - \frac{\partial}{\partial X_k} \left[ \left( \overline{u_i u_j u_k} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial X_k} - \frac{\rho}{\rho} (\delta_{jk} \overline{u_i} + \delta_{ik} \overline{u_j}) \right) \right] \\ & + \frac{\rho}{\rho} \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial X_i} \right) - 2\nu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial X_k} \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial X_k} \end{aligned} \quad (1)$$

数値計算の上で特に障害となるのが、左辺第一項の対流項、ならびに右辺第二項の拡散項である。従来のレイノルズ応力モデルでは、これらの項に対し、各項を省略してモデル化を行っているが、対流項、拡散項の影響を多少とも考慮する意味より Rodi<sup>14)</sup> 近似を用いてモデル化を行った。この Rodi 近似を用いることにより計算の簡便性、経済性が得られる反面、代数応力モデルとなり、近接空間での物理量の相互依存性が薄れる作用があるという問題を内包するのも事実である。

レイノルズ応力方程式をモデル化する際に問題となる圧力・歪み相関項のモデル化に際しては、四次相関テンソルに付与される制約条件を一部改良しモデル構築を行っている。モデル化された圧力・歪み相関項を表-1に示す。Naot-Rodi<sup>8)</sup> も、レイノルズ応力モデルを用いて解析を行っているが、彼らは、断面方向速度勾配は小さいと見なし、これらの項を無視してモデル構築を行っているが、本提示モデルはこれらの項も加味しており、彼らの提示モデルとは異なる。これらモデル導出については、別報<sup>15)</sup> にて詳述した。表中  $\pi_{ij,1}$  は、純粋な乱れによる影響を、 $\pi_{ij,2}$  は、平均流による影響を、 $\pi_{ij,w}$  は壁面による影響を示している。また、 $f(L/x_w)$  は、壁の影響を示す関数で壁面近傍で1、壁から離れるにつれて零に近づく。 $x_w$  は壁面からの距離を示している。 $f(L/x_w)$ 、および  $x_w$  は、以下のように定義される。 $x_n$  は各壁面からの垂直距離を示している。

$$f\left(\frac{L}{x_w}\right) = \frac{c_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa \varepsilon} \frac{1}{x_w} \quad (2)$$

$$\frac{1}{x_w} = \frac{\sum (1/x_n)_i^2}{\sum (1/x_n)_i} \quad (3)$$

また、モデル定数系については、モデル化された方程式を、単純せん断流れ、壁面近傍流れに適用し、各々の流れ場に対するレイノルズ応力方程式を導出し、加えて各流れの実験結果を基に定数を決定していく。本研究の場合、Rodi 近似を用いていることにより、非局所平衡状態の表現も可能な為、実験結果としては、Champagne-Harris-Corrsin<sup>16)</sup> ( $P_k/\varepsilon=1.0$ )、および Harris-Graham-Corrsin<sup>17)</sup> ( $P_k/\varepsilon=1.55$ ) のデータを基に、壁面近傍流れに対しては Launder ら<sup>18)</sup> の使用したデータを

表-1 圧力・歪み相関項のモデル化

$\pi_{ij,1} + \pi_{ji,1}$	$-c_1 \cdot \frac{\varepsilon}{k} \left( \overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right)$
$\pi_{ij,2} + \pi_{ji,2}$	$-\frac{c_2 + 8}{11} \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right) + \zeta k \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{8c_2 - 2}{11} \left( D_{ij} - \frac{2}{3} P_k \delta_{ij} \right)$
$[\pi_{ij} + \pi_{ji}]_w$	$c_1 = c_1^* + c_1' \cdot f\left(\frac{L}{x_w}\right), c_2 = c_2^* + c_2' \cdot f\left(\frac{L}{x_w}\right), \zeta = \zeta^* + \zeta' \cdot f\left(\frac{L}{x_w}\right)$

$$P_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}, \quad D_{ij} = -\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} - \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}$$

$$P_k = -\overline{u_k u_l} \frac{\partial U_l}{\partial x_k}$$

表-2 圧力・歪み相関項の定数系

$c_1^*$	$c_2^*$	$\zeta^*$	$c_1'$	$c_2'$	$\zeta'$
1.40	0.44	-0.16	-0.35	0.12	-0.10

基に定数決定を行った。得られたモデル定数系を表-2に示す。

散逸項は、高レイノルズ数流れ場で、局所等方性を仮定することにより次式のようにモデル化される。

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (4)$$

## (3) 自由水面の境界条件

開水路流れの数値解析において、特に考察が必要となる項目として、自由水面における境界条件の設定が挙げられる。この自由水面近傍の流れについては、これまで自由水面を特徴づけるいくつかの現象が指摘されている。Nakagawa-Nezu-Ueda<sup>4)</sup>、Komori-Ueda-Ogino-Mizushima<sup>19)</sup> は自由水面に垂直な速度変動成分が、壁面の場合と同様に自由水面に近づくにつれ減衰することを報告している。このことは、壁面近傍流れにおいても共通した現象であり、この意味より、自由水面は一種の壁面とも考えられる。しかし、その減衰挙動は壁面近傍、自由水面近傍では異なり、彼らの示した速度変動に関する実験結果を詳細に検討すると、自由水面側での垂直方向速度変動は、自由水面から遠い位置で既に減衰傾向を示し自由水面近傍においては零に近い値を示している。一方、壁面側では壁面近傍まで比較的高い値を保ち壁面近傍にて減衰している。

また、Hunt<sup>20)</sup> は自由水面近傍における乱れスケールは、自由水面に近づくにつれて減衰することを予測したが、その後、Nezu-Rodi<sup>21)</sup> により実験的に確かめられた。このことは乱流散逸が、自由水面近傍では大きくなり、乱流エネルギーが減少することを意味している。

これらの現象を乱流モデル、あるいは境界条件として

考慮することが必要となる。自由水面近傍での乱れスケールの減衰に関して、福津・中川<sup>9)</sup>は、自由水面により乱流エネルギーが減衰されると言う実験事実を定式化し、自由水面での乱流エネルギーを以下のように表している。

$$k_s = Dk_d \quad (5)$$

$D$ は、減衰係数であり実験結果より0.8程度を推奨している。 $k_d$ は閉管路の上下対称軸上での乱流エネルギー値であり、従って、本モデルを使用する際には、閉管路の計算が必要となる。開水路流れの縦渦を最初に予測した、Naot-Rodi<sup>8)</sup>は散逸に関する次の境界条件を提案している。

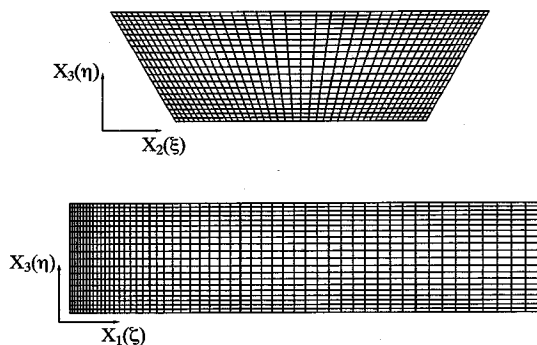
$$\varepsilon_s = \frac{c_u^{3/4} k_s^{3/2}}{\kappa} \left( \frac{1}{y'} + \frac{1}{y^*} \right) \quad (6)$$

ここで、 $\varepsilon_s$ 、 $k_s$ は、それぞれ自由水面上での散逸、乱流エネルギーであり、 $y^*$ は、側壁からの垂直距離を示している。また、 $y'$ は、実験結果より水深の0.07倍を取って $y' = 0.07h$ と定義している。しかし、上式の境界条件を複断面開水路流れのように、水深がステップ状に変化する流れに適用すると、自由水面における乱流散逸が不連続値を取るようになる。

以上のように、種々の境界条件が提示されているが、これらの境界条件は、使用する乱流モデルとの適合性、整合性等を考慮して設定されているものと思われる。自由水面に垂直方向の速度変動の減衰に関して、本モデルは、表一に示す様に壁面による影響を定数系に考慮していることから自由水面においても定数系を変えることなく適用するものとした。Gibson-Rodi<sup>22)</sup>は、自由水面に垂直方向の速度成分の減衰を、レイノルズ応力モデル中の定数系に導入することを提唱したが本モデルもこの点で共通している。また、自由水面近傍においては、その垂直方向速度変動値が自由水面に到達する以前に減衰傾向を示し、自由水面下にて非常に小さな値を取ることが指摘できる。この減衰現象を計算に加味する意味より、垂直方向速度変動値を自由水面から、計算第一点目まで零とし、この減衰現象を近似することとした。乱流散逸の与え方については、前述のように自由水面も一種の壁面と考えられること、水深がステップ状に変化しても乱流散逸が不連続値を取らないようにすることなどを考慮し、一次近似として、一般に壁関数として使用される次式を用いて計算を行うこととした。ただし、次式に示す乱流散逸値は、壁関数を使用する場合と同様、自由水面から計算第一点目に与えた。式中、 $y$ は計算第一点目までの垂直距離を示している。

$$\varepsilon = \frac{c_u^{3/4} k^{3/2}}{\kappa y} \quad (7)$$

本数値解析においては上式を用いたが、最近 Naot-Nezu-Nakagawa<sup>11)</sup>は、水深がステップ状に変化した場



図一2 計算格子

合においても適用できるように、乱流散逸長さを連続的に変化するように定義して、複断面開水路に適用した結果を報告している。

一方、側壁、底壁面での乱流特性量  $k$ 、 $\varepsilon$  の境界条件に対しては、本提示モデルは、高レイノルズ数型乱流モデルであり、壁関数を用いている。壁関数は、壁面近傍にて対数速度分布が成立すること、および局所平衡が成立することを仮定して導出される境界条件である。また、コーナ部の最近傍点に関しては、底壁面、側壁面の両壁面からの乱流生成が乱流散逸に等しいものとして、境界条件を再導出し計算を行っている。

### (3) 境界適合座標

境界適合座標系による計算手法は、物理平面上の解析領域を計算領域へと座標変換し計算平面上で支配方程式を解く手法であり、境界条件の設定、方程式の離散化が容易な反面、変換された支配方程式が複雑になるという特徴を持つ。

支配方程式の計算平面上への変換は次の数学定理より変換される。

$$\frac{\partial}{\partial X_i} = \frac{\partial \xi}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \eta} + \frac{\partial \zeta}{\partial X_i} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad (8)$$

上式中  $\xi$ 、 $\eta$ 、 $\zeta$  は、変換された計算平面での座標軸を示す。上式を用いた各方程式の変換方法、変換により導出された輸送方程式、反変速度、計量テンソルなどは別報にて詳述した<sup>23)</sup>。

### (4) 数値解析

計算領域は、図一1に示す領域の全断面を対象とした。計算におけるレイノルズ数は、台形断面形状、ならびに流量より算出した値で  $Re = 6.91 \times 10^4$  とした。計算格子は断面内で  $43 \times 21$ 、主流流れ方向に54の計算点を設置した。計算格子の配置図を図一2に示す。この時主流方向流れに対しては、径深  $4R$  の100倍に当たる助走区間を設けている。乱流エネルギー、および乱流散逸方程

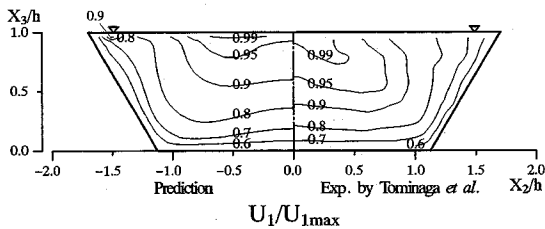


図-3 主流方向速度等値線比較

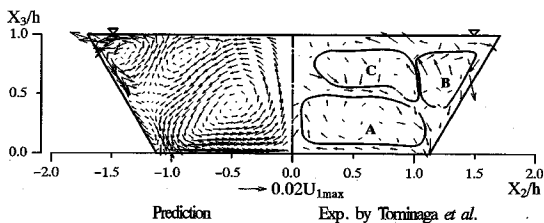


図-4 縦渦ベクトル比較

式の境界条件には、壁関数を用いた。入り口条件は、実験においても不明であるため  $k = U_b \times 10^{-5}$ 、 $\epsilon = k^{3/2}/4R$  と小さな値を設定し解析を行った。  $U_b$  はバルク速度を示す。出口境界条件は、ノイマン条件として計算を行った。式の離散化は、有限差分近似により行い計算諸量の格子点配置は、Regular Grid 法によった。支配方程式の対流項差分近似は QUICK (三次精度の風上差分) を使用した。また、各支配方程式は楕円型方程式として扱い解析を行っている。

#### 4. 結果と考察

計算においては、前述のように助走区間距離とし  $4R$  の 100 倍の長さを設けている。実験結果と比較する際には、完全発達乱流領域の結果と比較する意味より  $X_1/4R = 90.7$  における結果を実験結果と比較した。以下に示す実験結果との比較図は、この位置における結果である。

##### (1) 平均速度場の比較

図-3 は、主流方向速度等値線に関し、富永・江崎・福津<sup>9)</sup>の実験結果、および本計算結果を比較したものである。各等値線は、主流方向の流路断面最大速度  $U_{1max}$  で無次元化している。実験結果、解析結果に特徴的な現象として、左右対称軸 ( $X_3$  軸) に沿う等値線は、自由水面に向かって凸状に湾曲した分布を示し長方形断面開水路に認められた、主流方向速度の最大値が水面下に存在する (velocity-dip) 現象は認められないことが指摘できる。また、断面コーナ部に向かって突出した等値線

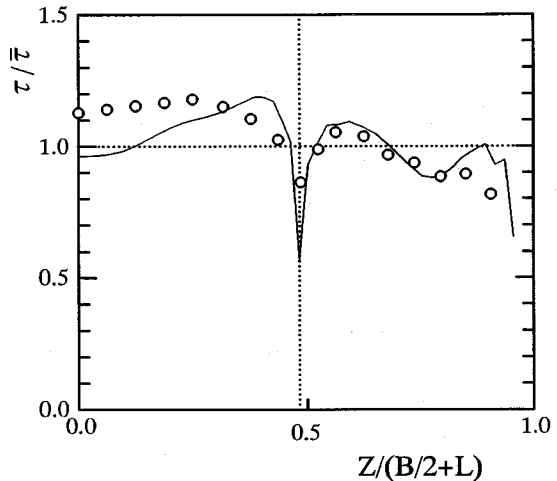


図-5 壁面せん断応力分布比較

が認められることも両結果の共通した現象として指摘できる。さらに、計算結果の傾斜壁面近傍等値線に着目すると、等値線は傾斜壁とほぼ平行で、自由水面に近づくにつれ側壁に延びる特徴的な分布を示すことが理解できる。以上のような等値線分布の特徴的な現象は、開水路に特有な縦渦 (第二種二次流れ) により誘起されたものと解釈される。

図-4 は、この縦渦ベクトル図を両結果で比較したものである。実験結果より、この種の縦渦は河床壁に形成される縦渦 (A 渦)、自由水面近傍に認められる河川中央部に向かう反時計回りの縦渦 (C 渦)、さらに自由水面傾斜壁近傍に生成される時計回りの縦渦 (B 渦) が認められる。図中 A, B, C の記号は富永らにより示されたものである。長方形断面管路の縦渦<sup>9)</sup>と比較すると、台形断面開水路においては長方形断面開水路の縦渦構造と異なり、特に B 渦が生成され、しかもその流れは傾斜壁に向かい台形断面開水路を特徴づけていることが解る。計算結果は、こうした特徴な渦を比較的良好に予測しており解析手法の妥当性を示しているものと思われる。主流方向速度の降下現象が認められないのは、左右対称軸に沿う上昇流によるものであり、また、図-3 の計算結果において自由水面側壁近傍の等値線が傾斜壁に向かって延びるのは、B 渦によるものと解釈される。実際の河川において台形断面開水路はよく見受けられるが B 渦の存在は、傾斜側壁の浸食を早めることを示唆している。実験結果と異なる点として、A 渦が計算の方は自由水面までも大きな領域を占めることが指摘できる。

図-5 は、河床に沿う壁面せん断応力、および傾斜壁に沿う壁面せん断応力分布を、両結果にて比較したものである。各壁面せん断応力値は平均せん断応力  $\bar{\tau}$  にて無

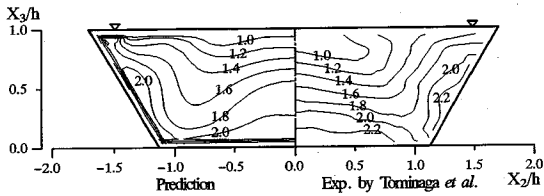


図-6 主流方向変動速度分布比較

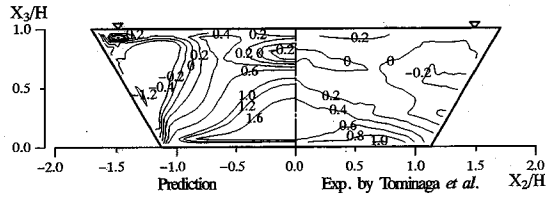


図-9 変動速度差分布比較

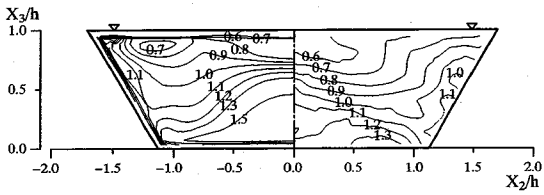


図-7 水平方向変動速度分布比較

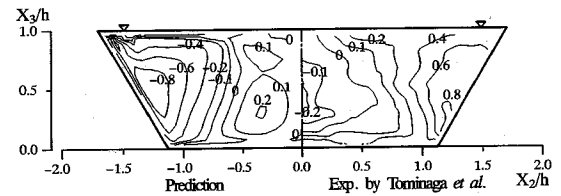


図-10 せん断応力 \$-\overline{u\_1 u\_2}\$ 分布比較

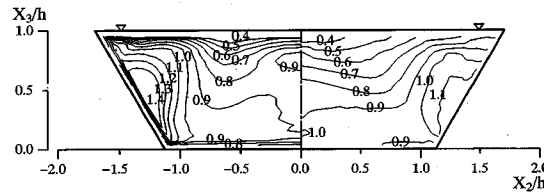


図-8 垂直方向変動速度分布比較

次元化した。Zは左右対称軸位置を原点に河床、傾斜壁に沿う座標を示す。実験結果は、Z=0位置から単調に増加しピーク値を取った後、減少しコーナ部を挟んで再度増加傾向を示す。その後極大値を取った後減少し、再度僅かながらの増加を示した後、減少する分布を示すが、計算結果もその値に多少の差は認められるが同様な傾向を示す。傾斜側壁のZ/(B/2+L)=0.6, 0.9付近にて計算値は、明瞭な極大値を示すが、前者はA渦の、後者はB渦による比較的高速流体の移流効果により発生したものと解釈される。このことは同時に傾斜壁面の浸食が、河床近傍と自由水面近傍にて発生することを示唆している。また、長方形断面開水路の場合、Z=0の位置において壁面せん断応力は最大値を示すことになるが、本開水路の場合異なるのは、A渦の左右対称軸に沿う河床からの上昇流が主流方向速度分布を、凸状に変形させるためと理解される。

## (2) 変動速度場の比較

図-6, 7, 8に、それぞれ主流方向速度変動 $\sqrt{u_1^2}$ 、水平方向速度変動 $\sqrt{u_2^2}$ 、垂直方向速度変動 $\sqrt{u_3^2}$ 等値線を実験、計算とで比較した結果を示す。各値は、平均摩擦速

度 $\bar{U}_*$ にて無次元化した。実験結果の主流方向速度変動値は、河床、ならびに傾斜壁の中央部近傍にて最大値を示すこと、その等値線がコーナ部に向かう分布を取ることが理解できるが、計算結果もほぼ同様な傾向を示している。また、水平方向速度変動分布に関し河床壁にその最大値を示すことは、両結果にて共通しているが、計算値の方が比較的大きな値を示す結果となった。また、計算結果において自由水面の $X_2/h = -1.0$ 近傍に渦状の等値線が認められるが、これは自由水面に向かうB渦、C渦の二次流れの移流効果と強い相関があるものと思われる。

垂直方向速度変動値を比較すると、計算結果は実験結果同様、傾斜壁面に沿って最大値を示すが、その値は実験結果より高い値を示す結果となった。また、この垂直方向速度変動値は自由水面に近づくにつれ減少傾向を示すことが実験より報告されているが、計算結果は自由水面近傍にて各等値線は自由水面にほぼ平行となりこの傾向を再現しているものと考えられる。

図-9は、水平方向速度変動と垂直方向速度変動との差の等値線と比較した結果である。その零ラインに注目すると実験結果では傾斜壁を覆うように、コーナ部から自由水面に向かう零ラインと、左右対称軸の自由水面側に認められるが、計算結果も同様な傾向を示している。両結果より河床壁近傍、自由水面近傍では、水平方向速度変動が、傾斜壁では垂直方向速度変動が卓越していることが理解できる。計算結果は、実験結果を大きく見積もる傾向にあるが、実験結果の特徴的現象はよく捉えている。

図-10は、せん断応力 $-\overline{u_1 u_2}$ の等値線図を両結果に

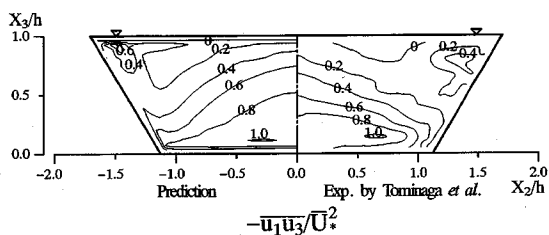


図-11 せん断応力  $-\overline{u_1 u_3}$  分布比較

て比較したものである。両結果に共通する点として、零ラインを挟んで異符号領域が存在すること、せん断応力値の絶対値が傾斜壁面に存在することが指摘できる。この異符号領域の発生は以下のように説明される。すなわち、せん断応力が渦動粘性係数と速度勾配との積として表現されるものとする、せん断応力  $\overline{u_1 u_2}$  の符号は、速度勾配  $\partial U_1 / \partial X_2$  の符号に支配される。台形断面開水路では、縦渦により主流方向速度等値線が、大きく歪まされる結果、速度勾配  $\partial U_1 / \partial X_2$  の符号に逆転が生じ、この結果異符号領域を形成することになる。計算結果は比較的良好的にその等値線の値も比較している。

図-11は、せん断応力  $\overline{u_1 u_3}$  の等値線図を、両結果にて比較したものである。両結果等値線よりせん断応力  $\overline{u_1 u_3}$  は、河床壁面から自由水面に向かって発達する様子が伺える。また実験結果より傾斜壁面自由水面近傍にて比較的高い値が、また河床壁近傍にて最大値が認められるが、計算結果も同様な値を予測している。実験結果において自由水面近傍に零ラインが認められるが、計算においても零ラインが自由水面近傍に存在する。主流方向速度の自由水面下への降下現象が発生する長方形断面開水路において、零ラインのせん断応力  $\overline{u_1 u_3}$  値は、河床壁と平行に、自由水面からかなり離れた位置で、開水路を横断する形で分布するが、台形断面開水路では、主流方向速度の降下現象が認められないため、自由水面近傍に存在するものと思われる。

### (3) 縦渦の発達挙動

これまで、その助走区間も含め三次元開水路としてその乱流構造を解析した例は少なく、従って、縦渦の発達挙動について新たな知見を示した報告例はこれまで見うけられない。そこで、本解析は、三次元開水路として解析し、この点についても考察を加えた。また、こうした三次元開水路に対する解析手法を確立しておくことは、曲がり開水路流れ解析への適用も可能となり、直線河川の非等方性乱流により生成された縦渦が、河川曲がり部に流入するにつれ、圧力勾配により誘起される縦渦に、どのように遷移するのか、あるいは逆の場合の縦渦遷移がどのように誘起されるのかを定量的に予測することが

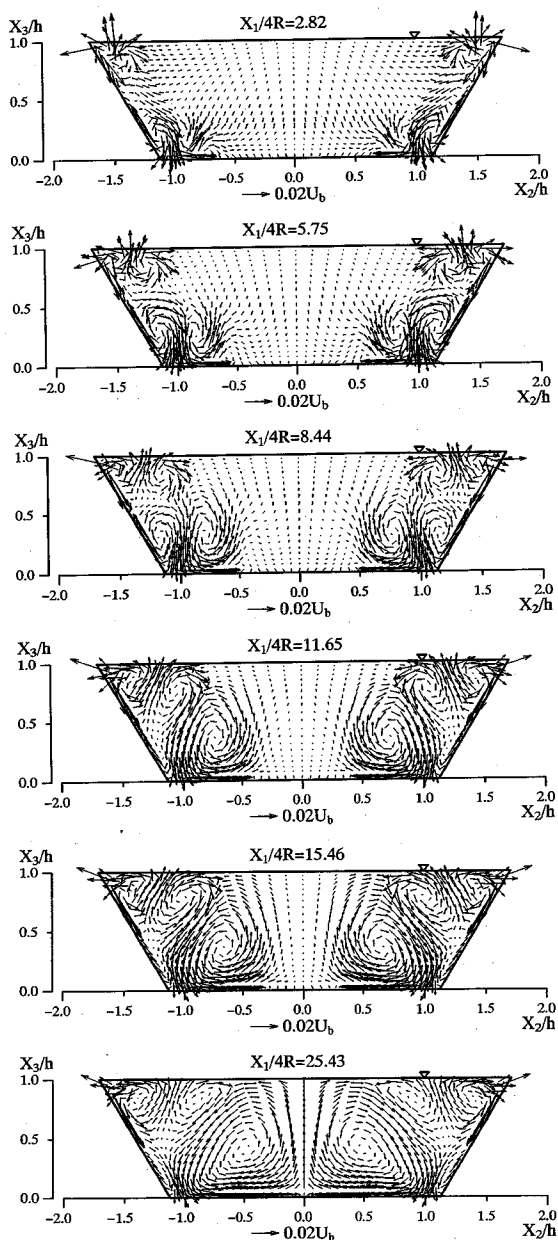


図-12 縦渦の発達挙動

でき研究の上からも、河川設計の実用上の観点からも有意義である。

図-12は、流れ方向に沿った縦渦ベクトル図の全台形断面における計算結果を示したものである。それぞれの位置は、径深  $R$  の4倍にて無次元化した値で示し、 $X_1/4R=2.82, 5.75, 8.44, 11.65, 15.46, 25.43$  の各横断面位置の計算結果を示す。二次流れ強度は、混合平均速度  $U_b$  により比較した。計算の入口条件としては、前述のように乱れの小さい一様流を流入させている。こ

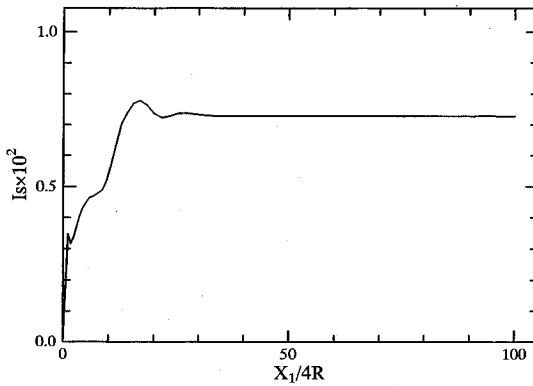


図-13 縦渦強度の流れ方向変化

うした流入条件は境界層が除去される分岐流を伴う河川に相当するものと考えられる。

縦渦は  $X_1/4R=2.82$  の結果に見られるように比較的早期に側壁の自由水面近傍とコーナ部に認められる。この位置では、1個の縦渦が傾斜壁に生成されているが、 $X_1/4R=5.75$  においては一對の縦渦が形成されることが理解できる。一方、自由水面近傍の縦渦はその強度を強めながら、コーナ部の縦渦と同様に1個の縦渦から一對の縦渦へと遷移していく。 $X_1/4R=8.44$  に示す結果よりコーナ部、傾斜壁の自由水面にそれぞれ一對の縦渦が明瞭に認められる。これら一對の縦渦は、さらに下流に発達するにつれお互いに干渉し合うことになる。

$X_1/4R=11.65$  の結果より明らかなように、コーナ部の縦渦のうち傾斜壁面に沿う縦渦と、自由水面における河川中央側の縦渦とが互いに干渉し合い1個の渦を形成している。この位置で1/2断面にて認められた4個の渦が3個に安定化され、富永らが指摘したA渦、B渦、C渦が形成されることになる。これら三種の渦はさらに下流に行くに従い、その強度を強めながら発達していく。

$X_1/4R=15.46$  では、特にA渦、C渦が大きく発達している様子が伺える。この断面位置は、主流方向速度が助走区間内で最大値を取る位置に相当しており、また、この断面内で混合平均速度の3.08%に相当する最大二次流れが存在する。さらに下流の、 $X_1/4R=25.43$  においては、A渦が流路中央部までその領域を拡張し、対照的にC渦は、その領域をA渦により抑圧された分布となっている。また、この位置における最大二次流れ強度は、混合平均速度の2.84%に相当し、 $X_1/4R=15.46$  における最大二次流れと比較すると減少している。この点を明らかにするため、以下に示す縦渦強度を定義して、流れ方向に縦渦強度を算出した結果を図-13に示す。

$$I_s = \frac{\int \sqrt{U_2^2 + U_3^2} dA}{U_b \int dA} \quad (9)$$

上式中  $dA$  は、縦渦強度を算出する際の微小分割面積を示す。図より明らかなように縦渦強度は  $X_1/4R=16$  近傍にて最大値を示した後減少し、一定値に漸近していく様子が伺える。この様に縦渦強度が最大値を示すのは、傾斜壁ならびに河床より発達してきた境界層が開水路中央部まで発達し、互いに干渉し合い、運動量交換が活発になることに起因しているものと解釈される。 $X_1/4R=25.43$  の位置以降における、縦渦強度、縦渦分布には大きな変化は認められず、縦渦に関してはほぼ完全発達領域に近い状態となっているものと考えられる。

以上のように、本解析の台形断面開水路において、その縦渦の発達挙動をまとめると以下のように記述できる。縦渦は、比較的流れの発達初期より、傾斜壁近傍の自由水面、および開水路コーナ部近傍に形成される。この縦渦は発達するにつれ、一對の縦渦を形成するが互いに干渉し合い、1/2断面にて3個の縦渦に安定化する。こうして安定化された縦渦は、その強度を強めながら発達していくが、河床、傾斜壁面から発達した境界層が互いに干渉し合い運動量交換が、最も活発に行われる位置近傍において最大値を示し、その後、その強度を弱めながら一定値に漸近していく。

また、計算結果は、断面全体の領域にて縦渦の結果を示しているが、何れの位置においても計算結果は左右対称軸に関して対称形を成しており、計算手法の解の対称性に関し問題のないことを、同時に示唆している。

## 5. 結 論

台形断面を有する開水路には、流路アスペクト比の小さな長方形断面開水路に見られる縦渦とは全く異なる縦渦が、傾斜壁近傍に発生することが実験的に報告されている。しかし、その台形断面開水路に特徴的な流れ場をその助走区間も含め三次元開水路として解析した数値解析はいまだ報告されていない。そこで、レイノルズ応力モデル、境界適合座標系を用いて三次元開水路として数値解析を行った。解析結果は、台形断面開水路内の乱流構造を詳細に測定した富永・江崎・禰津<sup>9)</sup>の実験と比較検討した。さらに、この種の流れを特徴づける縦渦の発達挙動について新たな知見を得ることを試み、次のような結論を得た。

(1) 台形断面開水路では、最大主流方向速度の自由水面下への降下現象は認められないことが実験により報告されているが、計算においても同様の現象を示した。また、その等値線図分布を比較的良好に予測することができた。

(2) 台形断面開水路に特有な縦渦を比較的良好に予測することができた。特に自由水面の傾斜壁近傍に形成される縦渦は、傾斜壁に向かって流れるが、解析結果も同



様の縦渦パターンを示した。ただし、計算結果は河床に沿う縦渦を実験より、それが占める領域を大きく予測している。また、最大主流方向速度位置の自由水面下への降下現象は、左右対称軸に沿う上昇流の縦渦に起因することも同時に示した。

(3) 垂直応力分布に関し本解析手法は、多少値を大きく予測するもののその傾向は良好に捉えている。また、せん断応力に関しては比較的良好にその値、分布とも予測した。

(4) 壁面せん断応力分布の計算結果は、コーナ部近傍の河床、傾斜壁、ならびに傾斜壁の自由水面近傍にて浸食が顕著であることを示唆している。

(5) 縦渦は比較的短い区間を経て、コーナ部、傾斜壁の自由水面近傍に生成し、この領域で一對の渦を形成する。その後、これらの縦渦は互いに干渉し、台形断面の1/2断面にて実験により指摘されている3個の縦渦を形成する。

(6) 縦渦強度は、各壁面より発達した境界層が互いに干渉し合う位置において最大強度を示し、その後減衰し一定値に漸近していく。

(7) 本解析に用いた代数レイノルズ応力モデル、自由水面での境界条件、ならびに境界適合座標系の有用性を実験結果との差異分析を通し確認し、この種の自由水面を有する開水路流れの三次元解析手法を提示した。

#### 参考文献

- 1) Gibson, A.H. : On the depression of the filament of maximum velocity in a stream flowing through an open channel, *Proc. Royal Soc. of London, Series A*, 82, pp.149-159, 1909.
- 2) Rajaratnam, N. and Muralidhar, D. : Boundary shear stress distribution in rectangular open channels, *La Houille Blanche*, No.6, pp.603-609, 1969.
- 3) Knight, D.W., Demetriou, J.D. and Hamed, M.E. : Boundary shear in smooth rectangular channels, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, 110, pp.405-422, 1984.
- 4) Nakagawa, H., Nezu, I. and Ueda, H. : Turbulence of open channel flow over smooth and rough beds, *Proc. of Japan Soci. Civil Engrs.*, 241, pp.155-168, 1975.
- 5) 福津家久, 中川博次 : 開水路流れの三次元乱流構造(縦渦)とそれに及ぼす自由水面の影響に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 28, pp.499-522, 1985.
- 6) 富永晃宏, 江崎一博, 福津家久 : 台形断面開水路流の三次元乱流構造に関する実験的研究, 土木学会論文集, 381/II-7, pp.55-63, 1987.
- 7) Einstein, H.A. and Li, H. : Secondary currents in straight channels, *Trans. of Amer. Geophys. Union*, 39, pp.1085-1088, 1958.
- 8) Naot, D. and Rodi, W. : Calculation of secondary currents in channel flow, *J. Hydraulics Div.*, ASCE, 108, pp.948-968, 1982.
- 9) 福津家久, 中川博次 : 一樣開水路および閉管路の三次元乱流構造に関する研究, 土木学会論文集, 387/II-8, pp.125-134, 1987.
- 10) Celic, I. and Rodi, W. : Simulation of free-surface effects in turbulent channel flows, *Physicochemical Hydrodynamics*, 5, pp.217-227, 1984.
- 11) Naot, D., Nezu, I. and Nakagawa, H. : Free surface renewal and the modelling of turbulent structure in compound open-channel flows, *9th Symp. on Turbulent Shear Flows*, pp.26.3.1-26.3.6, 1993.
- 12) Lam, K. and Banerjee, S. : On the condition of streak formation in a bounded turbulent flow, *Phys. Fluids*, A4, pp.306-320, 1992.
- 13) Komori, S., Nagaosa, R., Murakami, Y., Chiba, S., Ishii, K. and Kuwahara, K. : Direct numerical simulation of three-dimensional open-channel flow with zero-shear gas-liquid interface, *Phys. Fluids*, A5, pp.115-125, 1993.
- 14) Rodi, W. : A new algebraic relation for calculating the Reynolds stresses, *Z. Angew. Math. Mech.* 56, pp. T219-T221, 1976.
- 15) 杉山 均, 秋山光庸, 芹沢寿行 : 代数応力モデルによる正方形断面管内の助走区間発達乱流解析, 日本機械学会論文集, 56-531, pp.3328-3335, 1990.
- 16) Champagne, F.H., Harris, V.G. and Corrsin, S. : Experiments on nearly homogeneous turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.41, pp.81-139, 1970.
- 17) Harris, V.G., Graham, A.H. and Corrsin, S. : Further experiments in nearly homogeneous turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.*, Vol.81, pp.657-687, 1977.
- 18) Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W. : Progress in the development of a Reynolds stress turbulent closure, *J. Fluid Mech.*, Vol.68, pp.537-566, 1975.
- 19) Komori, S., Ueda, H., Ogino, F. and Mizushima, T. : Turbulence structure and transport mechanism at the free surface in an open channel flow, *Int. Heat Mass Transfer*, Vol.4, pp.513-521, 1982.
- 20) Hunt, J.C.R. : Turbulence structure and turbulent diffusion near gas-liquid interfaces, *Gas Transfer at Water Surface, Reidel Pub.*, pp.67-82, 1984.
- 21) Nezu, I. and Rodi, W. : Open-channel flow measurements with a laser Doppler anemometer, *J. Hydraulic Eng.*, ASCE, 112, pp.335-355, 1986.
- 22) Gibson, M.M. and Rodi, W. : Simulation of free surface effects on turbulence with a Reynolds stress model, *J. of Hydraulic Research*, Vol.27, pp.233-244, 1989.
- 23) 杉山 均, 秋山光庸, 山中和典, 平田 賢 : 縦筋を伴う三次元河川流路の乱流構造解析, 土木学会論文集, 479/II-25, pp.81-90, 1993.

(1995.3.31 受付)

# NUMERICAL ANALYSIS OF DEVELOPING TURBULENT STRUCTURE IN A TRAPEZOIDAL OPEN CHANNEL FLOW BY USING REYNOLDS STRESS MODEL

Hitoshi SUGIYAMA, Mitsunobu AKIYAMA and Masayuki KAMEZAWA

A numerical analysis has been performed for developing turbulent flow in a trapezoidal open channel flow by using Reynolds stress model. Governing equations are transformed from the physical plane to the calculation plane by boundary-fitted coordinate systems. The calculated results are compared with the experimental data available. As a result of this examination, it made clear that the present method was able to predict well cellular secondary currents near the free surface, which were induced by anisotropy turbulence, and the experimental results of Reynolds stresses without a great discrepancy.