

# 密度流先端部の発達過程に関する実験的研究

羽田野袈裟義<sup>1</sup>・平野宗夫<sup>2</sup>・李 寅鉄<sup>3</sup>・楊 永荻<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 山口大学助教授 工学部社会建設工学科 (〒755 宇部市常盤台 2557)

<sup>2</sup>正会員 工博 九州大学教授 工学部建設都市工学科 (〒812 福岡市東区箱崎六丁目 10-1)

<sup>3</sup>学生員 工修 山口大学大学院博士後期課程 (〒755 宇部市常盤台 2557)

<sup>4</sup>正会員 工博 九州大学助手 工学部建設都市工学科 (〒812 福岡市東区箱崎六丁目 10-1)

漸拡水路を流下する傾斜密度流フロント部の流動に関する著者らのモデルをプリュームとサーマルの実験に適用し、先端部の発達、混合そして速度特性を規定するパラメータを実験的に検討した。その結果、連行と断面平均流速の流下方向の変化による先端部の発達を示すふくらみ係数  $m$  はサーマルとプリュームにおいて底面勾配や水路拡幅率により変化すること、底面勾配と水路拡幅率がほぼ同じ場合  $m$  は両方の流れで同程度であるが  $E$  はサーマルの方がプリュームに比べて大きいこと、 $E/m$  の値はプリュームでは 1 より多少小さくサーマルでは 1 より大きいことがわかった。この事実はプリュームとサーマルの本質的な差異を示し、両方の流れの密度と速度の変化特性の差異が説明される。

**Key Words :** gravity current head, inclined plume, inclined thermal, growth of the head, entrainment, mixing, density and velocity variations

## 1. ま え が き

洪水時に貯水池に濁水が流入すると、池水と濁水の密度差のため濁水は池底に沿って流動する。このような下層密度流は、自然界では貯水池の濁水密度流のほか河口部における塩水の流動、海底での乱泥流、火砕流、火山ガスの流れ、冷気流などとして現われ、自然災害や環境問題と密接に関連している。下層密度流は、特有の形状をもち強い渦運動をともなう先端部と、その後方の比較的定常な流れの部分から構成されている。また、密度噴流では、浮力流体が連続的に供給されるものと短時間のうちに供給されるものに大別され、前者はプリューム、後者はサーマルとよばれている。現実においては、浮力流体の供給状態が時間的に変化するのが一般であり、その意味でプリュームとサーマルは現実の密度噴流の 2 つの極限的なケースといえる。

ここで、密度流の先端部の挙動に関する従来の主要な研究成果を整理する。まず、実験結果を示す。Ippen and Harleman<sup>1)</sup> および Keulegan<sup>2)</sup> は、プリュームについて、先端部最大厚さで無次元された先端部の形状が勾配などの条件によらず一定の相似形となると結論づけている。先端部の形状がほぼ相似であることはサーマルの実験でも示されている<sup>3),4)</sup>。また、Middleton<sup>5)</sup> は、先端部の相似形が Ippen and Harleman と Keulegan の実験で異なることに着目し、先端部の無次元形状が先端部最大厚さと先端移動速度を用いたフロントレイノルズ数に

依存することを指摘している。このことは著者らの実験<sup>6)</sup>でもみとめられている。ほぼ一定の速度で進行する密度流先端部では代表断面の密度フルード数がほぼ一定であること、および密度界面での抵抗係数が密度フルード数とレイノルズ数により変化することを考えれば、この事実は一応納得できる。周囲流体の運動や連行については、プリュームのケースについてトレーサー粒子を用いて検討されている<sup>5),6)</sup>。それによると、密度流先端部の前方に位置する粒子は先端部の進行によりまずおしのけられる；そしてはじめ先端部の前方にあったトレーサー粒子が head の進行と渦運動にともない head 上を通過し、先端部と後続流の境界近くのくびれた部分で密度流先端部に取り込まれる状況がおこる。また、プリュームの先端部最大厚さが流下距離に対してほぼ直線的に増大すること<sup>6),7),8)</sup>、そしてその増加率が底面勾配により増大すること<sup>6),8)</sup>が示されている。このようなことはサーマル<sup>3),4)</sup>についても示されており、増加率はプリュームと同程度となっている。先端移動速度は、一定幅水路における傾斜プリュームでは密度フルード数の初期値に依拠してはじめ加速または減速されたのち一定速度に漸近するのに対し、サーマルでは初期に加速されるようなケースでも最終的にはかならず減速する<sup>3),9)</sup>。

次に密度流先端部の理論的研究であるが、ここでは傾斜密度流に限定し、プリュームとサーマルの理論を述べる。Britter and Linden<sup>8)</sup> は、底面近くの流線が相対的よどみ点に達するものと考え、この流線に沿うエネルギー

ギー損失が重力ポテンシャルの変化に等しくなるものと仮定し、ベルヌイの定理により先端部と後続部を接続する取扱いをしている。ただし、先端部の発達や希積についてはモデルから何の情報も与えられない。福岡<sup>7)</sup>は、傾斜プリュームに対して先端部全体をコントロールボリュームとし、連続式と運動量方程式を適用して先端速度と流動厚さの変化を解析している。解析では形状抵抗が導入されているが、界面抵抗や連行は考慮されていない。芦田<sup>10)</sup>および福岡<sup>11)</sup>は、粒子懸濁による密度流先端部について、2層密度流の基礎式を先端部全体について積分し、先端部と後続部の流れを接続させた解析を行っている。前者は先端速度で移動する座標系に変換しているが、後者ではその変換を用いていない。また、両者において形状抵抗が導入されているが、付加質量は考慮されていない。これらと類似の取扱いがサーマルについてなされている。Buhler<sup>3)</sup>、Beghinら<sup>4)</sup>、福嶋ら<sup>12)</sup>はサーマルがしめる浮力流体全域をひとつの塊とみなし、これに運動方程式と連続式を適用して先端部の発達と移動速度をもとめている。そして実験事実にもとづき、相似形状を仮定している。付加質量を導入している点で共通するが、抵抗や連行の評価などで異なっている。秋山ら<sup>13)</sup>も、先端部と後続部を接続させた取扱いをしている。特徴的なこととして、先端部の諸量を時間の関数として表示し、同一時刻における先端部と後続部の水理量を結びつけるため、後続部を特性曲線法により取扱っている。この解析は浮力流体が非定常状態で供給される場合に適用可能となっている。また、先端部の付加質量を考慮している。

密度流先端部と後続流の境界近くは、先端部の循環による流れが存在し、流れや密度の構造が複雑である。抗力係数や付加質量係数は流体と固体の相互作用に用いられる概念であり、密度流先端部のような流体どうしの運動に持ち込むのは不自然な印象をうける。一方、平野ら<sup>9)</sup>は2層流の基礎式を特性曲線表示し、これに先端部の形状が相似に保たれ、かつ先端部の最大厚さがほぼ直線的に増大するという実験結果をもとに膨らみ係数を導入して最大厚さの断面のみを解析することにより、先端部速度と濃度の変化を求めている。そして、膨らみ係数が底面勾配や水路拡幅率とともに増大することを見いだした。この研究では先端部を流体として取り扱っているのだから抗力係数や付加質量など不自然な仮定の導入は不要である。また、理論式はプリュームとサーマルのいずれにも適用可能である。以上、関連の主要な研究をあげたが、密度流の先端部における連行や抵抗係数についてまだ説明すべきことが多い。

本研究では、著者らの傾斜プリュームの解析法の一一定幅水路における傾斜サーマルへの適用<sup>9)</sup>をさらに拡張し、漸拡流まで検討するものである。特に、先端部の発

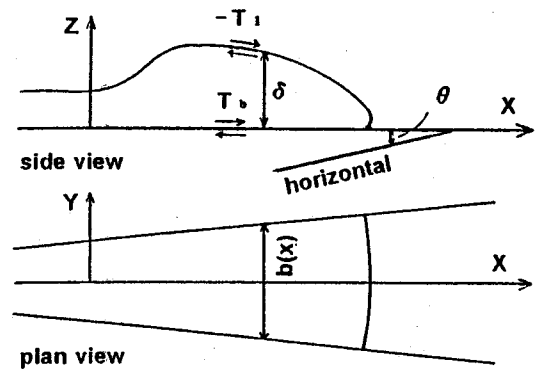


図-1 解析モデル

達や密度・速度の変化特性に関連して導入されたパラメータを実験的に検討し、プリュームとサーマルの類似点と相違点を明らかにする。

## 2. 理論<sup>15)</sup>

漸拡水路を流下する密度流先端部についての著者らの理論の概要を述べる。現象は傾斜した水路を流下する非定常な下層密度流であり、密度流は周囲流体を連行しながら傾斜面を流下する。断面の変化が小さい場合を対象として、図-1に示す2層流モデルで考える。

支配方程式は浮力流体の体積保存則、質量保存則、および運動方程式の流下方向成分である。すなわち、

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = V_e b \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Q)}{\partial x} = \rho_0 V_e b \quad (2)$$

および

$$\int_A \rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) dA = - \int_A \frac{\partial p}{\partial x} dA + \int_A \rho g \sin \theta dA - \int_A T_x ds \quad (3)$$

ここに、 $t$ は時間、 $x$ は流れ方向にとった距離、 $y$ は水路中心線から幅方向にとった距離、 $z$ は路底面から垂直上方にとった距離、 $A$ は下層流の流れ断面積、 $Q$ は下層流の流量、 $V_e$ は周囲流体の連行速度の幅方向の平均、 $b$ は内部境界面の幅、 $\rho$ および $\rho_0$ はそれぞれ浮力流体および周囲流体の密度、 $p$ は圧力、 $g$ は重力加速度、 $\theta$ は底面傾斜角、 $T_x$ は下層流を囲む境界面の単位面積あたりのせん断抵抗、 $s$ は下層流の境界の長さ、 $u$ 、 $v$ および $w$ はそれぞれ $x$ 、 $y$ および $z$ 方向の速度成分である。

側面が鉛直な矩形水路の場合、幅方向の平均量、 $q = Q/b$ および $\delta = A/b$ を用いて簡略化することができる。連続式、プシネスク近似および静水圧近似を用いて式(1)~(3)を変形したのち、その結果を同一の特性曲

線  $dx/dt=Q/A=u_a$  上で表現すると、次のようである。

$$\frac{d\delta}{dx}=E-\frac{\delta}{u_a}\cdot\frac{\partial u_a}{\partial x}-\frac{\delta}{b}\cdot\frac{db}{dx} \quad (4)$$

$$\frac{d\Delta\rho}{dx}=-\frac{\Delta\rho E}{\delta} \quad (5)$$

および

$$\frac{du_a^2}{dx}=2\frac{\Delta\rho}{\rho}g\sin\theta-\frac{2}{\rho\delta}g\cos\theta\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\Delta\rho\delta^2}{2}\right) \quad (6)$$

$$-2\frac{u_a^2}{\delta}\left\{E(1-k)+f_1+2\frac{\delta_s}{b}f_s\right\}+2\frac{u_a^2}{b}\cdot\frac{db}{dx}(1-k)$$

$$-2(\beta-1)\frac{u_a}{\delta}\cdot\frac{\partial}{\partial x}(u_a\delta)-2u_a(\beta-1)\frac{\partial u_a}{\partial x}-2u_a^2\frac{\partial\beta}{\partial x}$$

ここに、 $u_a=Q/A$ 、 $\Delta\rho=\rho-\rho_0$ 、 $E=V_e/u_a$  は連行係数、 $f_1\rho u_a^2/2=-T_1+T_b$ 、 $f_2\rho u_a^2/2=T_s$  で、 $T_1$ 、 $T_b$  および  $T_s$  はそれぞれ密度境界面、底面および側面におけるせん断応力、 $\beta$  は運動量補正係数、 $k=|u_{z=0}/u_a$  である。底面勾配と水路幅が一定の場合、プリュームとサーマルのいずれの場合にも先端部の形状が相似に保たれること、および先端部の最大厚さが流下距離にほぼ比例して増大することが多くの実験により示されている。そこで次式で定義される膨らみ係数

$$m=E-\frac{\delta}{u_a}\cdot\frac{\partial u_a}{\partial x} \quad (7)$$

$m$  を導入し、先端部の最大流動厚さの断面を解析する。膨らみ係数  $m$  は、周囲流体の連行係数と隣接する前後断面の速度の違いによる流動厚さの増加割合の和である<sup>6)</sup>。

ここで先端部の現象の相似性を検討する。前述のように密度流先端部の流れ構造は複雑であるが、水面の影響がない場合、先端部およびその周辺で流速ベクトル、密度差および静水圧からの偏差圧力の空間分布はほぼ相似に保たれると考えられる。すなわち、最先端から上流向きに  $X_A$ 、最大厚さを  $\delta_m$  とし、 $\xi=X_A/\delta_m$ 、 $\zeta=Z/\delta_m$  を用いると、上記の空間分布は  $\xi$  と  $\zeta$  の関数として表現され、その関数形が先端部の進行により変化しないと考える。このとき先端部の流動厚さ、断面平均流速および断面平均密度差の  $\xi$  方向分布は相似となる。相似関数は、流れがプリュームかサーマルか、あるいは底面勾配などによって変化する。よって式 (7) の右辺第1項と第2項の両者したがって  $m$  の  $\xi$  方向分布が相似となる。最大厚さの断面では、これらは相似関数に応じた一定値となる。このように底面勾配が一定の場合、 $m$  と  $E$  を一定とおくことができる。このことは漸拡水路のプリュームの実験でも示されている<sup>15)</sup>。

$m$  を一定とすると、式 (4) は容易に積分でき、次式が得られる。

$$\delta=\left(\int_{x_0}^x mbdx+b_0\delta_0\right)/b \quad (8)$$

あるいは

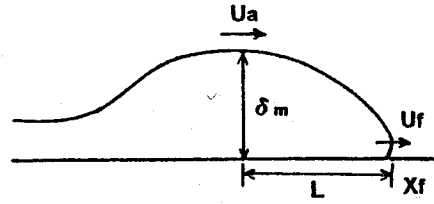


図-2 密度流先端部の諸量

$$\frac{\delta}{\delta_0}=\left\{\frac{m}{2}(x-x_0)^2+\frac{mB(x-x_0)}{i}+\frac{B}{i}\right\} / \left(x-x_0+\frac{B}{i}\right) \quad (8a)$$

ここに、 $B=b_0/\delta_0$ 、 $i=db/dx$ 、 $X=x/\delta_0$ 、 $b_0$  と  $\delta_0$  はそれぞれ  $x=x_0$  における  $b$  と  $\delta$  の値である。また、連行係数  $E$  を一定とし、式 (5) と (8) を組み合わせると、次式が得られる。

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta\rho_0}=\left(\frac{b\delta}{b_0\delta_0}\right)^{-E/m} \quad (9)$$

あるいは

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta\rho_0}=\left\{\left(\frac{x-x_0}{2b/(im)}\right)+m(x-x_0)+1\right\}^{-E/m} \quad (9a)$$

ここに、 $\Delta\rho_0$  は  $x=x_0$  における  $\Delta\rho$  である。最後に、式 (6) を先端部最大厚さの断面に適用し、式中の右辺第2項を無視する。さらに式 (7) を適用すると、式 (6) は無次元形で次のように書かれる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U^2}{dx} &= 2F_0^{-2}\frac{\Delta\rho}{\Delta\rho_0}\sin\theta-\frac{2U^2}{b/\delta_0}\left\{E(1-k)+f_1\right. \\ &\quad \left.+2\frac{\delta_s}{b}f_s\right\}+\frac{2U^2}{b/\delta_0}i(1-k)-\frac{4U^2}{\delta/\delta_0}\cdot(\beta-1) \\ &\quad \cdot(m-E)-2U^2\frac{\partial\beta}{\partial x} \end{aligned} \quad (10)$$

ここに、 $F_0=u_{a0}/\sqrt{\Delta\rho_0g\delta_0/\rho}$  および  $U=u_a/u_{a0}$  である。なお、式 (10) の解として得られる速度は先端部最大厚さの断面の速度であり、最先端の速度はこれに先端部が膨らむことによる伸びの分を加えたものとなる。したがって図-2に示すように、時刻  $t$  における最先端の位置を  $x_f$ 、最大厚さを  $\delta_m$ 、最大厚さの断面から最先端までの長さを  $L$  とし、先端部の形状が相似に保たれると仮定すれば、最先端の進行速度  $u_f$  は次式のように表現される。結局、先端速度は式 (10) および (11) により計算される。

$$u_f=u_a+\frac{dL}{dt}=u_a+\frac{L}{\delta_m}\cdot\frac{dx_f}{dt}\cdot\frac{d\delta_m}{dx_f} \quad (11)$$

### 3. 実験装置および方法

実験ではプリュームとサーマルについて水路拡幅率と底面勾配を系統的に変化させて実験を行い、先端部の流

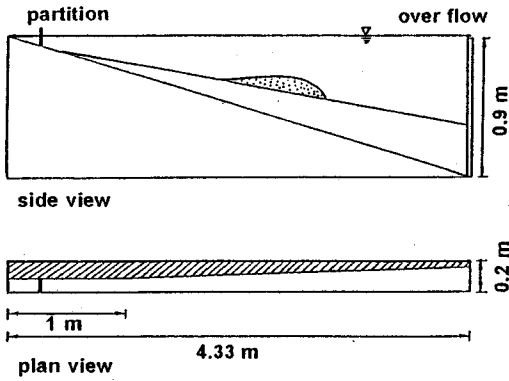


図-3 実験装置とサーマル実験の模式図

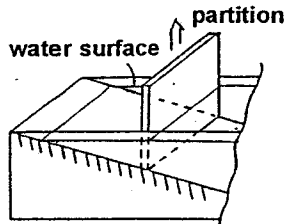


図-4 浮流流体の供給方法 (Thermal)

動厚さ、密度変化および進行速度を測定した。実験に用いた水路は、図-3に示すように全長4.3 m、深さ0.9 m、幅0.2 mの片面アクリルの水槽の一部を改造し、上流端より40 cmの区間で勾配0.203 それより下流で一定勾配、そして上流部1 mの区間で7または8 cmの一定幅でそれより下流で幅が直線的に拡がるようにしたものである。

実験に先立ち、水路底面勾配と拡幅率を所定の値にセットして、水槽内を水道水で満たした。プリュームの実験は既報<sup>6), 15)</sup>と同様、水槽内が落ちついた後、上流端より所定の濃度の着色塩水を一定の流量で供給した。そして密度流の流動状況を水路側方からVTRで撮影・録画し、これより先端部の発達と移動速度を測定した。また、上流端より120 cm, 180 cm, 260 cmおよび320 cmの4地点に最大厚さの断面がきたとき瞬時に採水して断面内の塩分分布を求めた。水路拡幅率は0.020, 0.040とし、底面勾配は0.052~0.203で変化させた。

サーマルの実験は、水路上流部に図-4に示すような仕切りを設けて行った。まず、水槽に水道水を入れて落ちつかせた後、所定の体積・濃度の着色塩水を仕切りより上流部分に貯めた。そして両者が落ちついたのち仕切りをスライドさせて、短時間の塩水供給を行った。仕切りは塩水が漏れないように作成し、仕切りのスライドに際しては攪乱が生じないように注意した。その他の計測項目と方法はプリュームと同様である。ただし、密度分布の

表-1 実験条件 (Salinity 10%)

Thermal				
Run	$V_o (l)$	$db/dx$	$\sin \theta$	$b_o (cm)$
T- 5A	2	0	0.052	7.1
T- 5B	5	0	0.052	7.1
T- 6A	2	0	0.102	7.1
T- 6B	5	0	0.102	7.1
T- 7A	2	0	0.155	7.1
T- 7B	5	0	0.155	7.1
T- 8A	2	0	0.203	7.1
T- 8B	5	0	0.203	7.1
T-11A	2	0.019	0.045	8.2
T-11B	4	0.019	0.045	8.2
T-12A	2	0.019	0.098	8.2
T-12B	4	0.019	0.098	8.2
T-13A	2	0.019	0.152	8.2
T-13B	3	0.019	0.152	8.2
T-14A	2	0.019	0.203	8.2
T-14B	3	0.019	0.203	8.2
T-15A	2	0.042	0.045	7.1
T-15B	3	0.042	0.045	7.1
T-16A	2	0.042	0.098	7.1
T-16B	3	0.042	0.098	7.1
T-17A	2	0.042	0.152	7.1
T-17B	3	0.042	0.152	7.1
T-18A	2	0.042	0.203	7.1
T-18B	3	0.042	0.203	7.1
Plume				
Run	$Q(l/s)$	$db/dx$	$\sin \theta$	$b_o (cm)$
P- 1	0.049	0.020	0.046	8.5
P- 2	0.049	0.020	0.103	8.5
P- 3	0.049	0.020	0.152	8.5
P- 4	0.050	0.020	0.202	8.5
P- 5	0.100	0.020	0.047	8.5
P- 6	0.101	0.020	0.102	8.5
P- 7	0.100	0.020	0.153	8.5
P- 8	0.101	0.020	0.202	8.5
P-11	0.051	0.040	0.047	6.8
P-12	0.050	0.040	0.103	6.8
P-13	0.050	0.040	0.152	6.8
P-14	0.050	0.040	0.202	6.8
P-15	0.101	0.040	0.047	6.8
P-16	0.100	0.040	0.103	6.8
P-17	0.101	0.040	0.152	6.8
P-18	0.100	0.040	0.202	6.8

測定は上流より80 cm, 180 cm, 260 cm, および340 cmの位置で行った。水路拡幅率は0, 0.019, および0.042の3種類、そして底面勾配は0.045~0.203の間で変化させた。実験条件を表-1に示す。

#### 4. 実験結果と考察

##### (1) 先端部の厚さと膨らみ係数 $m$

前述のように、膨らみ係数  $m$  は、周囲流体の連行ならびに前後の断面の速度差による流動厚さの増加割合である。これを流動厚さの測定結果から求めるには、式(4)の変形、すなわち次式を用いればよい。

$$m = \frac{D\delta}{Dx} + \frac{\delta}{b} \cdot \frac{db}{dx} \quad (12)$$

ここに、 $D\delta/Dx$  は注目している断面が次々に場所を移動していく時、その断面の流動厚さの変化量を移動距離

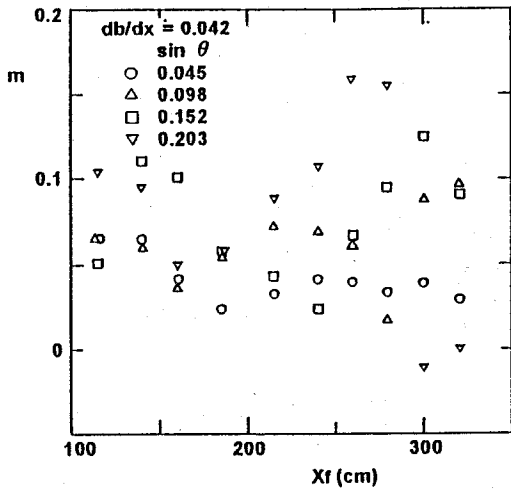


図-5  $m$  と先端位置の関係 (Thermal)

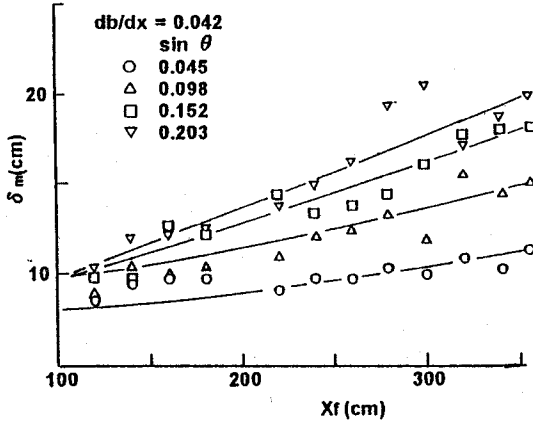


図-6 流動厚さの実験値と計算値 (Thermal)

で除したものである。なお、プリュームの場合、平均的にみると  $m$  は流下方向に変化しないことは既報<sup>15)</sup>で述べたとおりである。また、プリュームの  $m$  の性質は既報で詳細に述べているので、ここではサーマルの結果を主体に報告する。

図-5 は、塩水供給量 2 リットルで行ったサーマル実験の流動厚さの測定値に式 (12) を適用して求めた  $m$  の値を先端位置  $x_f$  に対してプロットしたものである。なお、流動厚さはフロントが 20 cm 移動すると測定されているが、この測定値に式 (12) をそのまま適用すると  $m$  の値はかなりばらつくので、図では 2 点移動平均を示している。図によると、 $m$  の値は移動平均してもかなりばらつくが、各実験とも  $m$  はある一定値のまわりに分布していることがわかる。すなわち、 $m$  は流下方向にトレンドをもたないようである。つぎに図-5 に示す各実験について  $m$  の平均値を求め、これと  $x_f =$

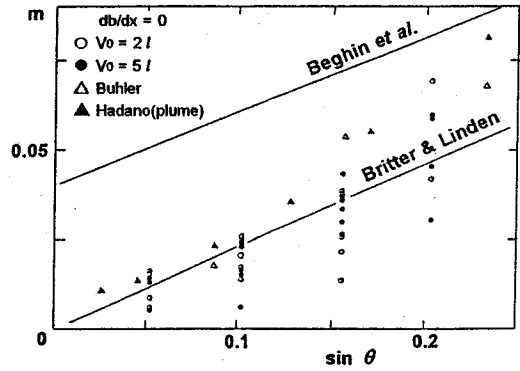
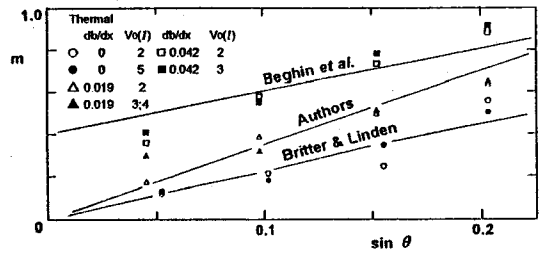
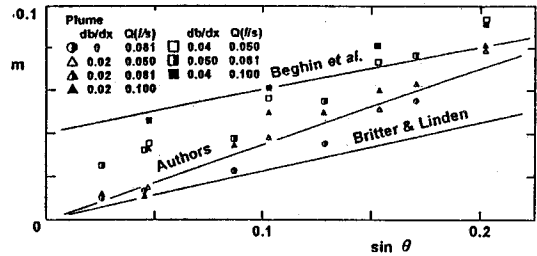


図-7 個々の実験の  $m$  の値 (Thermal)



(a) Thermal



(b) Plume

図-8  $m$  と底面勾配の関係

100 cm での  $\delta_m$  の実験値を式 (8) に代入して  $\delta_m$  の計算値を求めた。図-6 はこうして求めた  $\delta_m$  の計算値と実験値を示したものである。実験値と計算値の一致はわりあい良好であり、サーマルについてもプリュームと同様に  $m$  を一定として取り扱うことができる。

次に表-1 に示す条件で繰り返し実験を行い、 $m$  の値を求めた。その結果の一例として水路拡幅率  $db/dx=0$  のケースが図-7 に示されている。図には羽田野<sup>15)</sup>のプリュームの結果も記入した。図中の実線は、水路幅一定のサーマルについての Beghin らの結果およびプリュームについての Britter and Linden の結果である。 $m$  の値は同一条件の実験でかなり変化するが、大体において底面勾配が急なほど大きな値をとる。このような傾向は他の拡幅率でもみとめられた。本実験の結果は Beghin らの結果に比べて  $m$  がかなり小さい。本実験では水表

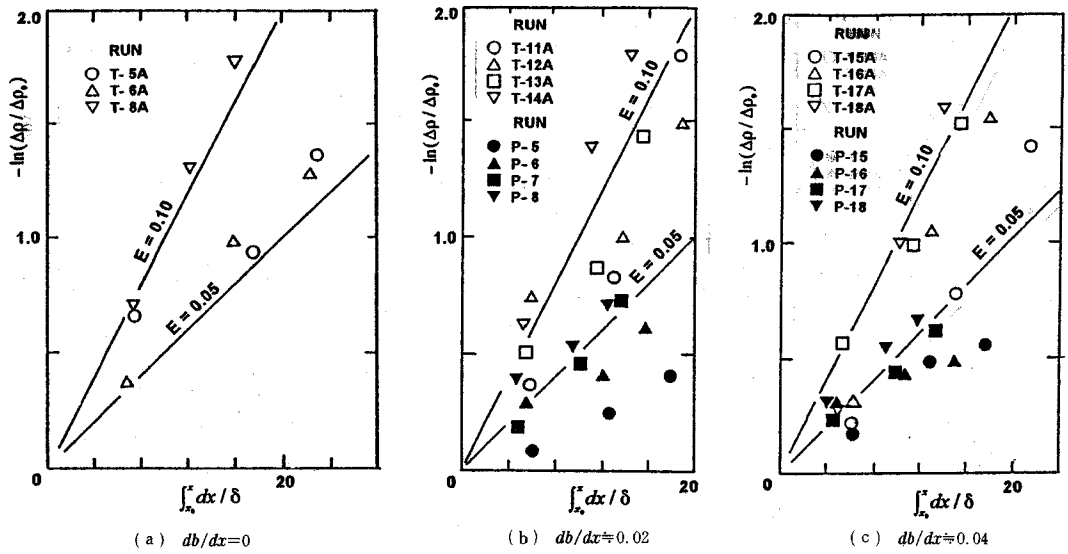


図-10  $-\ln(\Delta\rho/\Delta\rho_0)$  と  $\int dx/\delta$  の関係

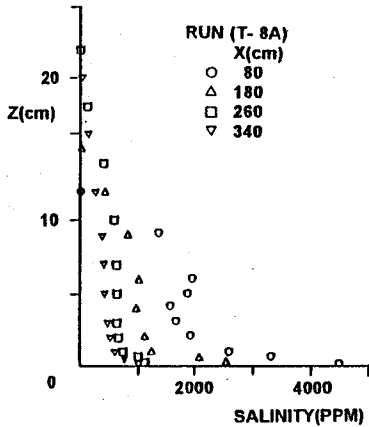


図-9 先端部の塩分濃度分布 (Thermal)

面が自由表面であったのに対し、Beghin らの実験は深さ 50 から 60 cm の密閉容器の中で行われている。  $m$  の値の違いはこのような条件の差異が影響していることも考えられるが、はっきりした原因は今のところわからない。次に、同一条件で繰り返し行われた実験で得られた  $m$  の平均値を求めた。これを実験条件での平均について示したのが図-8 である。図よりサーマル、プリュームとも本実験の最緩勾配 ( $\approx 0.05$ ) のケースで供給量の違いにより  $m$  の値に差が出るようであるが、そのほかの勾配では供給量による差があまりでない。一般的な傾向として、底面勾配が急なほど、そして拡幅率が大きいほど  $m$  の値が大きい。しかしながら、底面勾配と拡幅率がほぼ同じサーマルとプリュームの  $m$  を比較すると、サーマルの  $m$  が若干小さいようである。

## (2) 密度変化と連行係数 $E$

図-9 は水路幅一定の場合のサーマル実験において先端部最大流動厚さの断面で測定された塩分濃度分布の一例である。分布形はプリュームのものと同じようなものである。また、いずれの実験においても先端部が流下するにつれて先端部の濃度が減少するとともに、流動厚さが増大している。

次に、 $E$  を一定として式 (5) を積分すると次式が得られる。

$$E = \frac{-\ln(\Delta\rho/\Delta\rho_0)}{\int_{x_0}^x dx/\delta} \quad (13)$$

上式に先端部の流動厚さと密度の測定値を代入すると、連行係数が算出される。図-10 は式 (13) の分子と分母の関係をプロットしたものの例である。

図には底面勾配と水路拡幅率がほぼ同一のサーマルとプリュームの結果を示している。プロットは多少バラつくが、連行係数は流下方向にさほど変化しないようである。また、底面勾配と水路拡幅率が同一の場合、サーマルとプリュームとでは、サーマルの方が連行係数が大きいようである。

これを詳しく調べるために、同一条件で数回実験を繰り返し、個々の実験の連行係数を求めた。ただし、前述のように図-10 のプロットは多少バラつく、つまり先端部の連行係数は移動とともに変化する。このため、以下のようにしてこれを平均化した。すなわち、図-11 に示す任意の 2 点  $X_i$  と  $X_j$  に対応する図-10 中の 2 描点を結ぶ直線の勾配を求め、これをこれら 2 点間の連行係数  $E_{ij}$  と定義し、次式により平均連行係数  $E$  を求めた。

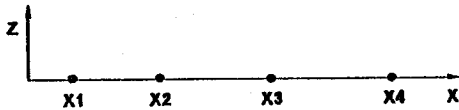


図-11 連行係数決定法の説明図

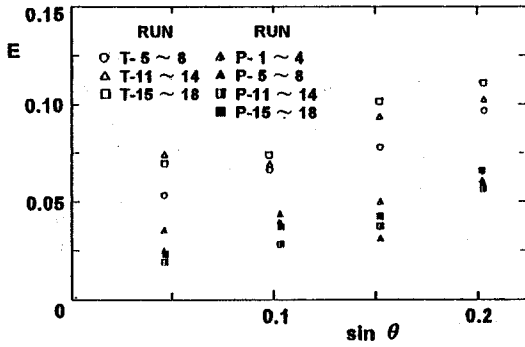


図-12 連行係数と底面勾配の関係

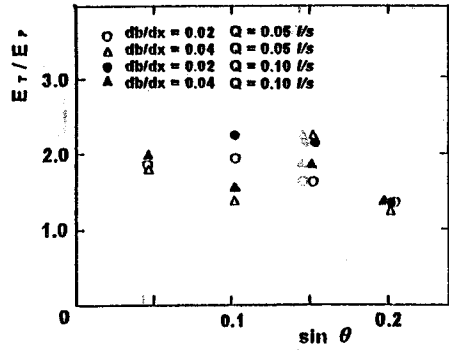
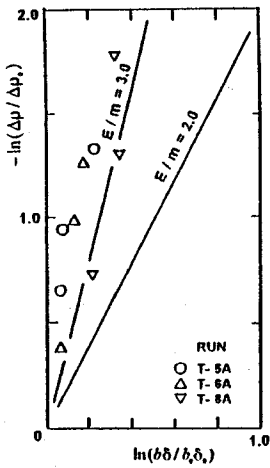
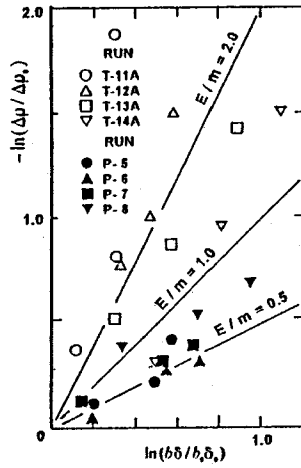


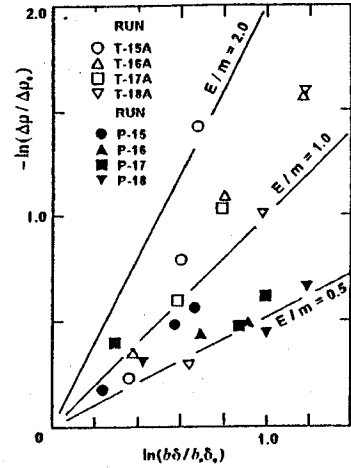
図-13  $E_T/E_P$  と底面勾配の関係



(a)  $db/dx=0$



(b)  $db/dx=0.02$



(c)  $db/dx=0.04$

図-14  $-\ln(\Delta\rho/\Delta\rho_0)$  と  $\ln(b\delta/b_0\delta_0)$  の関係

$$E = (E_{12} + E_{13} + E_{14} + E_{23} + E_{24} + E_{34}) / 6 \quad (14)$$

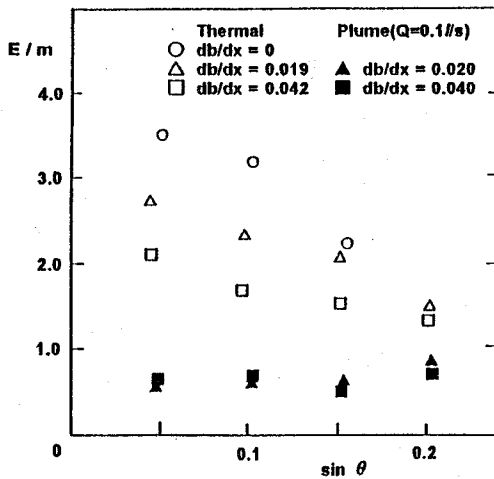
その結果を実験条件ごとに平均し、底面勾配に対して示したものが図-12である。図より、連行係数は底面勾配により系統的に変化することがわかる。すなわちサーマル、プリュームとも連行係数は、底面勾配が急なほど大きな値を示している。また、底面勾配と水路拡幅率がほぼ同一のサーマルとプリュームで連行係数を比較すると、サーマルの連行係数が明らかに大きい。このほか拡幅の場合、3次元性のため連行係数が増大することが考えられるが、図-12ではサーマルでその傾向がみとめられる。

次に、底面勾配と拡幅率がほぼ同一のサーマルとプリュームの実験の平均の連行係数の比  $E_T/E_P$  を底面勾

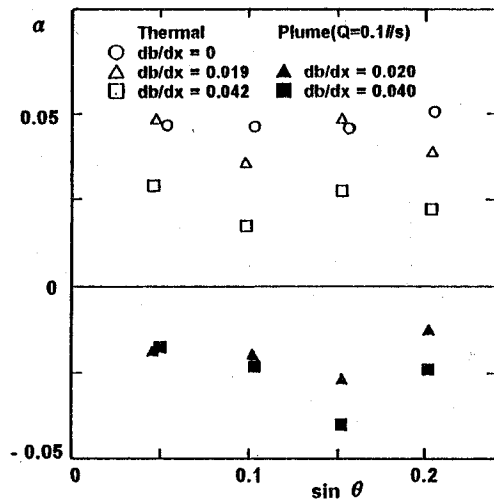
配に対してプロットしたものを図-13に示す。本実験の範囲では、 $E_T/E_P$  の値は1.2~2.2の範囲となっている。底面勾配や拡幅率による  $E_T/E_P$  の値の系統的变化についてははっきりしたことは言えない。

### (3) 流動厚さ増加への連行の寄与

前述のように、膨らみ係数  $m$  は、周囲流体の連行および断面平均流速の流下方向の変化による流動厚さの増加割合である。密度流においては、連行はその駆動力である浮力を変化させるため、流れに重大な効果をもたらすものである。そこで、先端部の流動厚さと密度の測定結果をもとに膨らみ係数  $m$  を構成する上記2つのファクターの相対的大きさを検討した。



図—15  $E/m$ と底面勾配の関係



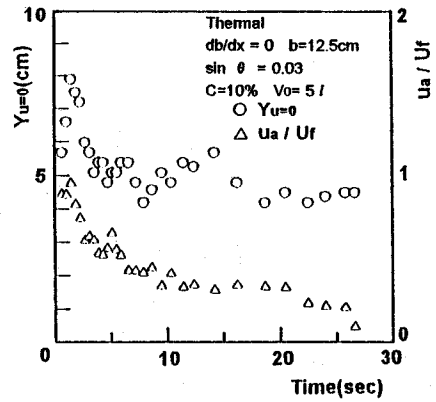
図—16  $\alpha$ と底面勾配の関係

まず、膨らみ係数  $m$  に対する連行係数  $E$  の相対的大きさを調べる。式 (9) より次式が得られる。

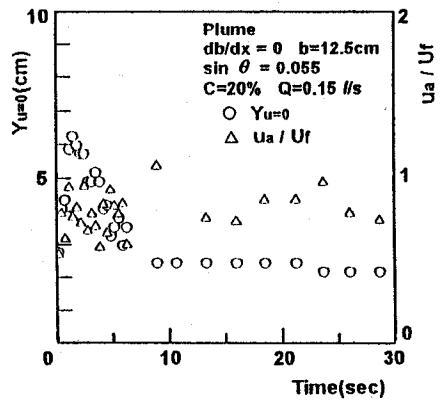
$$\frac{E}{m} = \frac{-\ln(\Delta\rho/\Delta\rho_0)}{\ln(b\delta/b_0\delta_0)} \quad (15)$$

先端部の密度と流動厚さの測定値に式 (15) を適用した結果の一例が図—14 に示されている。多少のばらつきはあるものの、 $E/m$  の値は先端部の流下に際してわりあい一定している。そしてプリュームでは  $E/m$  が 1 より小さいのに対し、サーマルでは 1 より大きくなっている。

この状況を確認するため、同一の条件で繰り返し行われた実験について  $E/m$  を算出し、実験条件ごとに平均値を求めた。図—15 はその結果を示す。 $E/m$  と 1 との大小関係がプリュームとサーマルとで逆になることが明



(a) Thermal



(b) Plume

図—17 密度フロントが通過する際の固定点での流動厚さと断面平均流速の時間変化

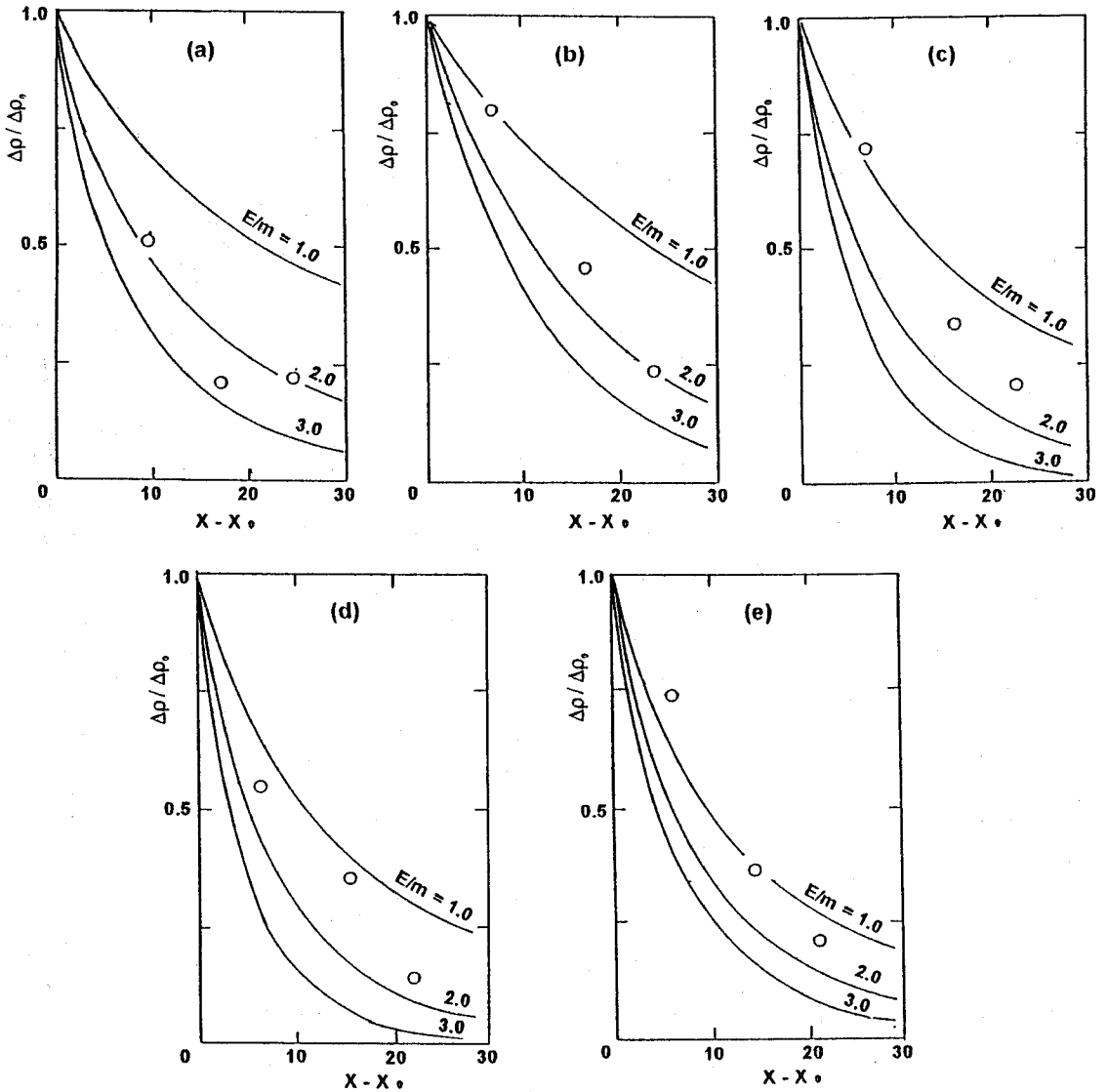
瞭に示されている。このことは、プリュームとサーマルの流速構造の本質的な相違であり、これについては図—16 および 17 との関連で再度のべる。図—15 より、 $E/m$  はサーマルでは底面勾配と振幅率が小さいほど大きな値を示している。一方、プリュームでは  $E/m$  の値の実験条件による差異はあまりみとめられない。

次に、隣接する前後断面の速度の違いによる流動厚さの変化割合を示す、次式の  $\alpha$  を見つかった。

$$\alpha = \frac{\delta}{u_a} \cdot \frac{\partial u_a}{\partial x} \quad (16)$$

その結果が図—16 に示されている。 $\alpha$  はプリュームで負値をとるのに対し、サーマルでは正值をとっている。このことは、一見類似した密度流現象であるサーマルとプリュームの本質的な相違を示している。すなわち、プリュームでは先端部の最大流動厚さの断面付近でとった隣接 2 断面でみると前方断面に比べて後方断面の方が流速が大きく、このため後方からの流れ込みが先端部の厚さの増大に寄与している。一方、サーマルでは、前方断面の流速に比べて後方断面の流速が小さいため、後方断





図—18 先端部の密度の実験値と計算値;(a) RUN T-5A, (b) RUN T-15A, (c) RUN T-16A, (d) RUN T-17A, (e) RUN T-18A

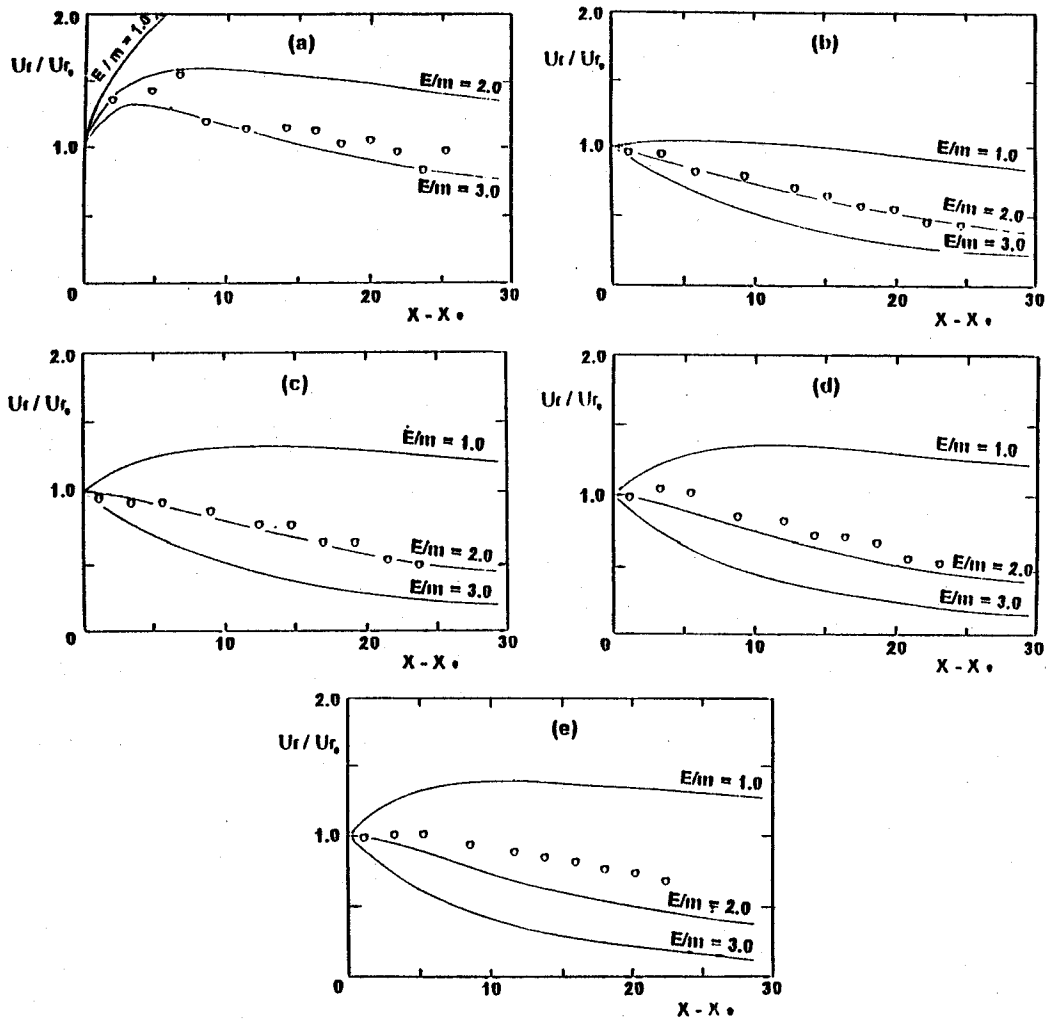
面に存在する流体は相対的に後方に取り残される。このようにサーマルの場合、隣接の前後断面の流速の違いは先端部の厚さを減少させる方向に作用している。

図—17は、サーマルとプリュームにおける上記の速度特性を確認するために行った、一定幅水路での下層密度流実験で得られた固定点における流動厚さと断面平均流速の時間的変化<sup>10)</sup>を示したものである。断面平均流速は水素気泡法により得られた速度分布から求めた。また、図の時間軸のゼロ点は密度流の最先端が測点を通過してからの経過時間である。したがって、フロントの流下にとりなるフロントの速度の変化を度外視すれば、時間軸は最先端から上流向きにとった距離をフロント移動速度

で除したものの程度に考えてよい。図より、実験値とくにプリュームの断面平均流速の変動が大きい、概してサーマルでは断面平均流速が最先端から後方に行くにつれて単調に減少するのに対し、プリュームでは最先端から最大厚さの断面までの間で速度が増加していることがわかる。このことは、 $\alpha$ がプリューム先端部では負、サーマルでは正という図—16の結果と対応している。

#### (4) 密度と速度の変化

先端部の密度と速度の変化を式(9)および(10)により検討した。プリュームについてはすでに報告しているのでここではサーマルの結果を述べる。その結果の代



図—19 先端移動速度の実験値と計算値; (a) RUN T-5A, (b) RUN T-15A, (c) RUN T-16A, (d) RUN T-17A, (e) RUN T-18A

表例として、水路拡幅率  $db/dx=0$  の 1 ケース、そして  $db/dx=0.042$  の 4 ケースを図—18 および 19 に示す。計算では 4 つの密度測定点のうち最上流の点 (上流端より 80 cm) を初期条件地点としている。図—18 より第 (3) 節で求めたものと同程度の  $E/m$  の値を用いた計算が実験値と近い傾向を示している。

次に図—19 であるが、密度流先端部の流速分布の測定<sup>16)</sup>によれば先端部では流速ゼロ点と目視境界 (濃度境界) がほぼ一致する。このため、式 (10) の計算で  $k=0$  とおいた。また、先端部の流速分布の測定結果<sup>16)</sup>を参照し、 $\beta_1=1.2$  とおいた。底面せん断力は壁面噴流に関する Sigalla<sup>17)</sup> の実験式 (17) から評価する。

$$\tau_b = \frac{0.0283}{\left(\frac{U_m Z_{um}}{\nu}\right)^{1/4}} \rho U_m^2 \quad (17)$$

ここに、 $U_m$  は断面最大流速、 $Z_{um}$  は  $U_m$  の生じている位置と底面との距離、 $\nu$  は動粘性係数である。密度流先端部の流速分布の測定結果によれば、先端部最大厚さの断面の近くでは  $U_m \approx 2 u_a \approx 2 U_f$ 、 $Z_{um} \approx 0.1 \delta_m$  である。これより底面せん断力係数  $f_1$  をみつめると、本実験では  $f_1=0.02 \sim 0.03$  となる。また、側面に作用するせん断力の係数  $f_2$  を Lofquist<sup>18)</sup> にならってみつめると  $f_1$  に比べて 1 オーダー小さいとみなされるので、ここでは無視した。図より、密度の計算結果と同様で図—14 や 15 で得られたものと同程度の  $E/m$  の値を用いた計算が先端速度の実験値と近い特性を示している。これらの例では最初に少し加速された後、最大速度に達して減速する傾向が出ている。特に重要なことは、この傾向が一定幅のケースでも現われていることである。一定幅のプリュームの場合、先端速度は初期の密度フルード数の値

の大小に応じて減速または加速されて次第に一定値に近づくことが明らかにされている<sup>6)</sup>。初期の加速・減速が密度フルード数の初期値に依存することはプリュームとサーマルで変わらないが、サーマルではその後減速することはプリュームとの本質的な相違点である。そしてこのことは、プリュームとサーマルでは  $E/m$  と 1 との大小関係が逆になるという事実を別の形で示している。

## 5. 結 論

以上、漸拡水路を流下する傾斜密度流先端部の流動に関する著者らのモデルをプリュームとサーマルの実験に適用し、先端部の発達、混合および速度の特性を規定するパラメータ、すなわち式(7)の  $m$ 、連行係数  $E$  をして式(16)の  $\alpha$  を実験的に検討した。その結果、プリューム、サーマルのいずれにおいても  $m$  が水路勾配と水路拡幅率により系統的に変化することがわかった。連行係数は、サーマルでは勾配と拡幅率による系統的に変化したが、プリュームでは勾配による変化のみ確認した。いずれにしても拡幅がある場合に流れの3次元性が影響すると考えてよい。また、プリュームでは  $E/m$  が 1 より小さく、 $\alpha$  が負値となり、一方サーマルでは  $E/m$  が 1 より大きく、 $\alpha$  が正値となることが示された。このことは、プリュームでは後方の流速が前方の流速より大きいため後方から先端部への流れ込みが生じているのに対し、サーマルでは後方の流速が前方の流速より小さいので後方に取り残されるという、プリュームとサーマルの本質的な差異を表現していることを明らかにした。また、一定幅のケースに限定すると、プリュームでは先端速度が一定値に漸近するのに対し、サーマルでは時間が経つと先端速度が次第に減速することを示した。そして、このような速度特性が著者らのモデルの計算により示されることがわかった。

謝辞：最後に本研究に際し、卒研生の赤司淳也(運輸省)、梅尾信之(清水建設)、井元大吉(東急建設)、池田浩二(熊谷組)、外村健司(清水建設)、松尾俊洋(東京都)、小野義之(鴻池組)、馬場透(東亜建設)、本田喜久雄(長崎県)、西田圭吾(西田建設)、弘中邦芳、津田眞典(日本国土開発)の諸氏の献身的な協力を受けた。また、山口大学工学部齊藤隆教授には流速分布の測定でご教示・ご支援を賜った。記して謝意を表す次第である。

## 参考文献

- 1) Ippen, A.T. and Harleman, D.R.F. : Steady state characteristics of subsurface flow, *U.S. Natl. Bur. Stand. Cir.*, 521, 79, 1952.
- 2) Keulegan, G.H. : The motion of saline fronts in still water, *Nat. Bur. Stand. Rept.*, No.5831, 1953.
- 3) Buhler, J. : Density currents generated by submarine slumps, *Proc. of 2nd Intern. Symposium on stratified flows*, IAHR/Trendheim, pp.636-646, 1980.
- 4) Beghin, P., Hopfinger, E.J. and Britter, R.E. : Gravitational convection from instantaneous sources on inclined boundaries, *J. Fluid Mech.*, Vol.107, pp.407-422, 1981.
- 5) Middleton, G.V. : Experiments on density and turbidity currents, I. Motion of the head, *Canadian Journal of Earth Science*, Vol.3, pp.524-546, 1966.
- 6) 平野宗夫, 羽田野袈裟義 : 密度流先端部の流動特性について, 土木学会論文報告集, 第314号, pp.67-73, 1981.
- 7) 福岡捷二, 水村和正, 加納敏行 : 密度流先端部の流動機構に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第274号, pp.41-55, 1978.
- 8) Britter, R.E. and Linden, P.F. : The motion of the front of a gravity current travelling down an incline, *J. Fluid Mech.*, Vol.99, pp.531-545, 1980.
- 9) 平野宗夫, 羽田野袈裟義, 大本照憲, 外村健司 : Inclined thermal の流動特性について, 第27回水理講演会論文集, pp.103-108, 1983.
- 10) 芦田和男, 江頭進治, 中川 一 : 傾斜路床における泥水塊の挙動に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第24号, B-2, pp.265-282, 1981.
- 11) 福嶋祐介 : 個体粒子浮遊による二次元下層密度流先端部の解析, 土木学会論文集, 第461号/II-22, pp.21-30, 1993.
- 12) 福嶋祐介, 早川典生, 備前亨 : 三次元傾斜サーマルの流動特性, 土木学会論文集, 第473号/II-24, pp.17-24, 1993.
- 13) 秋山壽一郎, Wei Wang, 浦 勝 : 非定常傾斜プリュームの数値モデル, 水工学論文集, 第35巻, pp.167-172, 1991.
- 14) Prandtl, L. : *Essentials of fluid dynamics*, Blackie and Son, Ltd. Glasgow, pp.368-372, 1952.
- 15) 羽田野袈裟義 : 密度流先端部の流動機構に関する研究, 九州大学学位論文, 1983.
- 16) 羽田野袈裟義, 齊藤 隆, 平野宗夫 : 傾斜プリュームの流速特性, 第31回水理講演会論文集, pp.455-460, 1987.
- 17) Sigalla, A. : Measurement of skin friction in a plane turbulent wall jet, *J.R. Aeronaut. Soc.*, 62, pp.873-877, 1958.
- 18) Lofquist, K. : Flow and stress near an interface between stratified liquids, *The Physics of Fluids*, Vol.3, No.2, pp.158-175, 1960.

(1994.11.28 受付)

# AN EXPERIMENTAL STUDY ON THE GROWTH OF GRAVITY CURRENTS

Kesayoshi HADANO, Muneo HIRANO, In-cheol LEE and Yongdi YANG

Flow parameters introduced in the authors' previous model on the head of the gravity currents which govern the variations of flow depth, density and velocity of the head of the currents have been examined for the inclined plume and thermal. These parameters are entrainment coefficient,  $E$ , and expansion coefficient,  $m$ , which indicates the growth rate of flow depth due to the sum of entrainment and streamwise convergence of the depth averaged velocity. As the results of examination, the values of  $m$  showed no significant difference between these flows when bottom slope and width enlarging rate are set at almost the same values for both flows. The value of  $E$ , however, showed significant difference between these flows. The  $E/m$  value of a thermal is greater than unity, while that of plume is a little smaller than unity. This expresses the fundamental difference between these two types of flow. The above mentioned model explains well the difference between the properties of both density and velocity variations of the heads of plume and thermal.