

はりモデルによる可撓性浮体の 波浪応答調和振動解析

呉 冲¹・渡邊 英一²・宇都宮 智昭³

¹学生員 工修 京都大学大学院博士後期課程 工学部土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)

²フェロー Ph.D., 工博 京都大学教授 工学部土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)

³正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)

本論文は、はりモデルを対象として、構造物の弾性変形を含む流体-構造物の相互作用を考慮した可撓性浮体の変位及び断面力の波浪応答調和振動解析について検討したものである。本研究では、波強制力と流体力係数の計算においてはグリーン関数法を利用し、構造物の変位応答解析においては差分法またはLevintonの方法を利用する。また、本方法によるプログラムを利用して、構造物の波浪応答調和振動に対する波長や構造物の長さや曲げ剛性の影響などについて検討した。

Key Words: wave response, floating structure, boundary element method, hydroelasticity

1. はじめに

海上に長期に係留されている浮体式構造物は常に波浪や風による外力を受けることになり、その構造物の設計において、波浪応答解析は極めて重要である。従来の小規模な浮体式構造物を対象とした設計法では、構造物を剛体とみなし、波による剛体運動を求め、これをもとに断面力の算出を行っている¹⁾。しかし、現在構想されている浮体式海上空港²⁾のような大型浮体は、従来の小規模浮体構造物に比べて相対的に剛性が低く、波浪応答解析においてこれを剛体と仮定することができず、構造物の弾性変形も考慮した上で波浪応答を求めることが必要と考えられる。

構造物の弾性変形を考慮した浮体の波浪応答解析の過去の研究例をいくつか以下に挙げる。Wen・Shinozuka³⁾は長波の速度ポテンシャル基本方程式を直接に積分する方法とモード解析法を併用して、両端自由のはりモデルの波浪応答解析を行った。さらに、Wen⁴⁾は同じ方法で周辺自由の板モデルについて再検討した。岡本・増田・加藤⁵⁾の研究では構造物を等価梁としてモデル化し、流体力の計算と構造物の応答解析との両方において有限要素法を利用した。Newman⁶⁾はグリーン関数法と一般化したモード解析法を利用して、任意形状の可撓性の大きい三次元構造物の波浪応答解析を行った。濱本・高橋・田中⁷⁾は

弾性円形人工島の波浪および海震に対する応答挙動を領域分割法により解いている。Mamidipudi・Webster⁸⁾は特異点分布法と差分法との結合解法により、波による長方形板の変位応答解析を行った。Utsunomiyaら⁹⁾は流体部と構造物をそれぞれ境界要素法と有限要素法でモデル化したBE-FE結合解法を提案し、その結果を模型実験値と比較した。

しかしながら、波長や構造物の長さ・曲げ剛性などが弾性浮体の波浪応答に大きな影響を及ぼすものと考えられるが、その影響について詳しく検討した例は見あたらない。そこで、本論文では、ポンツーン式大型浮体を対象として、構造物を両端自由の弾性支持ばりとしてモデル化し、計算例によって構造物の波浪応答調和振動に対する波長や構造物の長さ・曲げ剛性の影響などについて検討する。ただし、本研究では、従来より提案されている方法をそのまま用いるのではなく、より計算効率のよい解析法を提示することも目的として、波強制力と流体力係数の計算にはグリーン関数法を利用し、構造物の変位応答解析には差分法のほかに、弾性支持ばりに用いられているLevintonの方法¹⁰⁾を導入した。本研究の方法によれば、流体と可撓性浮体の相互作用を線形回折波理論の範囲内で厳密に取りこむことができる。また、流体力係数マトリックスは計算量を増加させることなく回折波による波力と同時に算出することができ、構造物の断面力も初等梁理論により直ちに

算出することができる。また、Levintonの方法を導入することによって、単に差分法を利用する場合に比べて計算可能な範囲を大きくした。

2. 仮定と解析モデル

ポンツーン式大型浮体の波浪応答特性を定量的に評価するには、浮体本体を三次元弾性体あるいは弾性平板とし、流体部を三次元として扱うべきであるが、これには膨大な計算が必要となる。一方、このようなポンツーン式大型浮体では、波の影響を低減するため、一般に防波堤が設置され、浮体は比較的穏やかな海域にあり、しかも係留により水平方向の運動が拘束されるものと考えられる⁹⁾。

以上より、本研究では解析にあたり、以下の仮定を行う。①構造物の奥行方向の寸法は無限度とし、波は横から入射するものとする。②波による構造物の弾性変形は小さいものとし、たわみ角による波の変形を無視する。③構造物は水平方向には拘束されるものとし、鉛直変位のみを考慮する。④波は微小振幅波で、線形回折波理論が適用できる。

上記の仮定により、この問題を断面二次元問題として扱うことができ、単位幅の浮体のみを取り出して考えればよい。また、浮体に働く浮力は浮体の鉛直変位に比例するため、浮力の影響は弾性バネで置き換えることができる。鉛直方向に線形回復力を有する係留のある場合についても、浮力と同じように弾性バネで置き換えられる。

以上から、浮体の波浪応答調和振動解析にあたり、図-1(a)に示した浮体を図-1(b)に示すような両端自由の弾性支持ばりにモデル化することができる。ただし、図-1において、 h と d はそれぞれ水深と浮体の吃水を表し、 EI と m は単位幅浮体の曲げ剛性と分布質量を表す。 L は浮体の長さで、 k は浮力と線形係留力から換算したバネ係数である。 Γ_b と Γ_e はそれぞれ浮体の底面と両側面の没水表面を表す。

3. 波力と構造物の運動方程式

(1) 波力

波浪と剛体との相互作用の問題については、流体全領域が鉛直面に関して矩形に分割できる場合には、吉田等¹¹⁾の提案した直接選点法(MEFM)は少ない計算量で精度の良い解が得られるが、弾性変形を含む構造物と流体との相互作用を考慮しなければならない問題に適用することは困難と思われる。ここでは、波力の計算には、構造物と流体との相互作用が境界面での連続条件で直接に評価できるグリーン

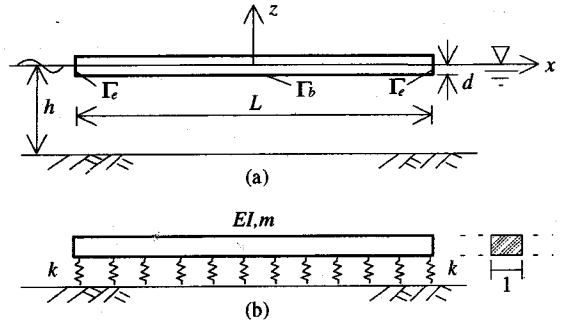


図-1 解析モデル

関数法を利用した。

仮定④により、波の速度ポテンシャル Φ はつぎの複素関数で表すことができる。

$$\Phi(x, z, t) = \sum_{l=0}^2 \phi_l(x, z) e^{-i\sigma t} \quad (1)$$

ここに、 ϕ_0 、 ϕ_1 と ϕ_2 はそれぞれ入射波、回折波と造波の複素速度ポテンシャルであり、 σ は角周波数、 t は時間、 i は虚数単位を表す。微小振幅波理論により、入射波の複素速度ポテンシャル ϕ_0 はつぎの式で表すことができる。

$$\phi_0 = -i \frac{Hg \cosh \kappa(h+z)}{2\sigma \cosh \kappa h} e^{i\kappa x} \quad (2)$$

ここに、 H は波高、 κ は波数、 g は重力加速度である。

また、グリーン関数法¹²⁾により、構造物の没水表面の任意の点 (ξ, ζ) において、回折波と造波の複素速度ポテンシャルは次の式(3)で表される。

$$\frac{\theta}{2\pi} \phi_l(\xi, \zeta) + \int_{\Gamma} \phi_l(x, z) \frac{\partial G}{\partial n} ds = \int_{\Gamma} G \frac{\partial \phi_l(x, z)}{\partial n} ds \quad l=1,2 \quad (3)$$

ここに、 $\Gamma = \Gamma_b + \Gamma_e$ は構造物の没水表面を表し、 θ は境界の (ξ, ζ) における流体側の内角である。 G は次の式で表した浮体表面以外の全ての境界条件を満たす二次元のグリーン関数^{13),14)}である。

$$G \equiv G(x, z; \xi, \zeta) = -i \frac{1}{\kappa} \frac{\kappa^2 - v^2}{h\kappa^2 - hv^2 + v} \cosh \kappa(h+z) \cosh \kappa(h+\zeta) e^{i\kappa|x-\xi|} - \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\kappa_j} \frac{\kappa_j^2 - v^2}{h\kappa_j^2 - hv^2 + v} \cos \kappa_j(h+z) \cos \kappa_j(h+\zeta) e^{-\kappa_j|x-\xi|} \quad (4)$$

$$\frac{\partial G}{\partial n} = n_x \frac{\partial G}{\partial x} + n_z \frac{\partial G}{\partial z} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi(x, z)}{\partial n} = n_x \frac{\partial \phi(x, z)}{\partial x} + n_z \frac{\partial \phi(x, z)}{\partial z} \quad (6)$$

$$v \equiv \frac{\sigma^2}{g} = \kappa \tanh \kappa h \quad (7)$$

ここで、 n_x, n_z はそれぞれ構造物の没水表面 (x, z) における外向き法線方向単位ベクトルの x 軸、 z 軸に関する成分を表し、 κ_j はつぎの方程式の正根である。

$$\kappa_j \tan \kappa_j h + \frac{\sigma^2}{g} = 0 \quad (8)$$

さらに、不透過条件と構造物表面における水粒子の速度がその点の構造物の速度に等しいという連続条件より、つぎの式が満たされなければならない。

$$\frac{\partial \phi_1(x, z)}{\partial n} = -\frac{\partial \phi_0(x, z)}{\partial n} \quad \text{on } \Gamma \quad (9)$$

$$\frac{\partial \phi_2(x, z)}{\partial n} e^{-i\sigma t} = V_n(x, z; t) \quad \text{on } \Gamma \quad (10)$$

ここに、 $V_n(x, z; t)$ は構造物の没水表面の (x, z) における法線方向速度である。波力と同じように構造物の定常調和振動を複素形

$$W(x, t) = w(x)e^{-i\sigma t} \quad (11)$$

で表し、仮定②と③を利用すれば、 $V_n(x, z; t)$ は次式で表すことができる。

$$V_n(x, z; t) = -i\sigma n_z w(x)e^{-i\sigma t} \quad \text{on } \Gamma \quad (12)$$

ここに、 $W(x, t)$ は x における構造物の鉛直変位で、 $w(x)$ は $W(x, t)$ の複素振幅である。

なお、線形化したベルヌーイの方程式により、浮体表面に作用する波の動水圧 $p(x, z; t)$ はつぎの式から求められる。

$$p(x, z; t) = \sum_{l=0}^2 p_l(x, z)e^{-i\sigma t} = i\rho\sigma \sum_{l=0}^2 \phi_l(x, z)e^{-i\sigma t} \quad (13)$$

ここに、 ρ は流体密度で、 p_0, p_1 および p_2 はそれぞれ入射波、回折波および造波による圧力である。

式(2)を式(13)に代入すれば、入射波による圧力は

$$p_0 = \rho g \frac{H \cosh \kappa(h+z)}{2 \cosh \kappa h} e^{i\kappa x} \quad (14)$$

となる。また、式(9)と式(10)を式(3)に代入し、式(12)と式(13)を適用すれば、回折波および造波による圧力は次の式(15)で表すことができる。

$$\frac{\theta}{2\pi} p_l(\xi, \zeta) + \int_{\Gamma} p_l(x, z) \frac{\partial G}{\partial n} ds = \begin{cases} -\int_{\Gamma} G \frac{\partial p_0(x, z)}{\partial n} ds & l=1 \\ \rho\sigma^2 \int_{\Gamma} n_z G w(x) ds & l=2 \end{cases} \quad (15)$$

式(14)と式(15)からわかるように、 p_0 と p_1 は構造物の運動と無関係で、構造物に作用する波強制力として

考えられるが、造波による圧力 p_2 は構造物の運動と連立して解かなければならない。

(2) 構造物の運動方程式

ラグランジェの方程式により、波による図-1(b)に示した弾性支持ばりの運動方程式は次式で表わされる。

$$EI \frac{\partial^4 W(x, t)}{\partial x^4} + kW(x, t) + m \frac{\partial^2 W(x, t)}{\partial t^2} = p_b(x, t) \quad (16)$$

ここに、 $p_b(x, t)$ は構造物の底面に働く動水圧で、式(13)により、次式で表すことができる。

$$p_b(x, t) = \sum_{l=0}^2 p_{bl}(x)e^{-i\sigma t} = \sum_{l=0}^2 p_l(x, -d)e^{-i\sigma t} \quad (17)$$

上の式と式(11)を式(16)に代入すれば、式(16)は

$$EI \frac{d^4 w(x)}{dx^4} + (k - m\sigma^2)w(x) = \sum_{l=0}^2 p_{bl}(x) \quad (18)$$

となる。この式は弾性支持ばりの撓み曲線の微分方程式の形と同じであるが、右辺の荷重項に未知変位の関数が含まれるので、一般に解析解は得られず数値解法により計算する必要がある。

(3) 構造物の断面力

式(18)の左辺の第二項を右辺に移し、

$$q(x) = \sum_{l=0}^2 p_{bl}(x) - (k - \sigma^2 m)w(x) \quad (19)$$

を導入すれば、式(18)は

$$EI \frac{d^4 w(x)}{dx^4} = q(x) \quad (20)$$

となる。この式は初等梁の撓み方程式の形と同じで、式(19)で表した $q(x)$ が求められたら、曲げモーメントとせん断力の振幅、 $M(x)$ と $Q(x)$ は初等梁理論により求めることができる。ただし、 $w(x)$ と $q(x)$ は複素数で、 $M(x)$ と $Q(x)$ も複素数である。

4. 数値解析

(1) 境界積分方程式の離散化

式(15)で表した境界積分方程式においては、一般に解析解が得られず、その積分を離散化する必要がある。構造物の没水表面 Γ を n^* 個の要素に分割し、要素の端点を節点とすれば、線形要素の境界要素法(BEM)¹⁵⁾を利用して、式(15)の境界積分方程式は次の離散化式で表すことができる。

$$\begin{aligned} & \frac{\theta_i}{2\pi} p_{li} + \sum_{j=1}^{n^*} \left(\int_{\Gamma_j} (p_{lj} f_{1j}(s) + p_{l,j+1} f_{2j}(s)) \frac{\partial G_i}{\partial n} ds \right) \\ & = \begin{cases} -\int_{\Gamma} G_i \frac{\partial p_0}{\partial n} ds & l=1 \\ \rho \sigma^2 \sum_{j=1}^{n^*} \left(\int_{\Gamma_j} (w_j n_z f_{1j}(s) + w_{j+1} n_z f_{2j}(s)) G_i ds \right) & l=2 \end{cases} \\ & \quad i=1,2,\dots,n^*+1 \end{aligned} \quad (21)$$

ここに、 Γ_j は*j*番目の要素を表す。また、 $p_{lj}, p_{l,j+1}$ と w_j, w_{j+1} はそれぞれ*j*番目の要素の左右端点における波圧と構造物の変位で、 θ_i は*i*番目の節点における隣合う要素からなる流体側の内角であり、 G_i は $G(x, y; \xi_i, \zeta_i)$ を表し、 (ξ_i, ζ_i) は*i*番目の節点座標である。 $f_{1j}(s)$ と $f_{2j}(s)$ は次式で表した内挿関数である。

$$f_{1j}(s) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{s}{\Delta s_j} \right) \quad (22)$$

$$f_{2j}(s) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{s}{\Delta s_j} \right) \quad (23)$$

ただし、 Δs_j は*j*番目の要素の長さで、 s は要素の中心を原点とするローカル座標を表す。

式(21)をマトリックスの形で表せば、回折波と造波による圧力は次の式(24)のように書くことができる。

$$P_l = \begin{cases} c_l & l=1 \\ \rho \sigma^2 c_2 w & l=2 \end{cases} \quad (24)$$

ただし、

$$P_l = \{p_{lj}\} \quad j=1,2,\dots,n^*+1 \quad (25)$$

$$w = \{w_j\} \quad j=1,2,\dots,n^*+1 \quad (26)$$

$$c_l = a^{-1} b_l \quad l=1,2 \quad (27)$$

ここに、マトリックス a と b_l の要素は次の式で表される。

$$a_{ij} = \frac{\theta_i}{2\pi} \delta(i-j) + \int_{\Gamma_{j-1}} f_{2(j-1)}(s) \frac{\partial G_i}{\partial n} ds + \int_{\Gamma_j} f_{1j}(s) \frac{\partial G_i}{\partial n} ds \quad i, j=1,2,\dots,n^*+1 \quad (28)$$

$$b_{1i} = -\int_{\Gamma} G_i \frac{\partial p_0}{\partial n} ds \quad i=1,2,\dots,n^*+1 \quad (29)$$

$$b_{2ij} = \int_{\Gamma_{j-1}} n_z f_{2(j-1)}(s) G_i ds + \int_{\Gamma_j} n_z f_{1j}(s) G_i ds \quad i, j=1,2,\dots,n^*+1 \quad (30)$$

$$\delta(i-j) = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (31)$$

さらに、構造物の底面と両側面に働く波の圧力をそれぞれ p_{b1} と p_{e1} で表し、式(24)をサブマトリックスの形

$$P_1 = \begin{Bmatrix} P_{b1} \\ P_{e1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} c_{b1} \\ c_{e1} \end{Bmatrix} \quad (32)$$

$$P_2 = \begin{Bmatrix} P_{b2} \\ P_{e2} \end{Bmatrix} = \rho \sigma^2 \begin{Bmatrix} c_{b2} \\ c_{e2} \end{Bmatrix} w \quad (33)$$

に書き直せば、構造物の底面に働く回折波と造波の圧力の離散解の p_{b1} と p_{b2} が上の式から求められる。また、節点の座標を式(14)に代入すれば、入射波の離散解 p_{b0} も求められる。

(2) 差分法

式(18)に示した構造物と波浪の相互作用の問題については、波力として数値解しか求められないので、はりの応答計算も数値解法によらなければならない。境界要素法との結合のため、ここでは差分法を用いる。

はりを軸方向に n_b 等分し、式(18)の4階微分と両端自由の境界条件を中央差分で表せば、式(18)はつぎの連立一次方程式で置き換えることができる。

$$\left(\frac{EI}{(L/n_b)^4} D + (k - \sigma^2 m) I \right) w = P_{b0} + P_{b1} + P_{b2} \quad (34)$$

ここに、 L ははりの長さで、 w と $P_b = P_{b0} + P_{b1} + P_{b2}$ は大きさ n の複素振幅ベクトルと浮体底面に働く波力ベクトルを表し、 I と D はそれぞれ大きさ $(n \times n)$ の単位マトリックスと次の式(35)で表したマトリックスである。ただし、 n は節点数($n=n_b+1$)である。

$$D = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 & & & & & & & & & \\ -2 & 5 & -4 & 1 & & & & & & & & \\ 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & & & & & & & \\ & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & & & & & & \\ & & & & & & 1 & -4 & 6 & -4 & 1 & \\ & & & & & & & 1 & -4 & 5 & -2 & \\ & & & & & & & & 2 & -4 & 2 & \end{bmatrix} \quad (35)$$

式(33)の $P_{b2} = \rho \sigma^2 c_{b2} w$ を式(34)に代入して整理すれば、式(34)は

$$\left(\frac{EI}{(L/n_b)^4} D + (k - \sigma^2 m) I - \rho \sigma^2 c_{b2} \right) w = P_{b0} + P_{b1} \quad (36)$$

となり、この方程式を解けば、はりの鉛直変位 w が求められる。

式(35)からわかるように、 D は簡単なバンドマトリックスで、プログラミングしやすく、計算量も少ない。しかしながら、 D は特異マトリックスであり、しかも式(36)の左辺の第一項ははりの曲げ剛性に比例するうえに要素の長さの4乗に逆比例するから、左辺の第二、三項に比べてこの項が大きい場合には、式(36)の計算精度が悪くなり、この差分法が使えない

場合もある。この場合、次に述べるLevintonの方法を利用すれば、計算精度を改善することができる。

(3) Levintonの方法

Levintonの方法は分割数を多くするほど計算精度がよくなり、また、剛体変位に比べて、はりの弾性変形が小さくなるほど、即ち剛性が高くなるほど計算精度がよくなる方法である¹⁰⁾。この方法は先述の差分法と相補う関係にある。

はりを軸方向に n_b 等分し、Levintonの方法を利用すれば、はりの変位の複素振幅ベクトル $\mathbf{w}=\{w_j\}$ ($j=1,2,\dots,n_b+1$)は次の式(37)から求められる。

$$\mathbf{B}\{(k-\sigma^2 m)\mathbf{I}-\sigma^2 \rho c_{b2}\}\mathbf{w}+\mathbf{F}\mathbf{w}=\mathbf{B}(\mathbf{p}_{b0}+\mathbf{p}_{b1}) \quad (37)$$

ただし、 \mathbf{I} は大きさ $(n \times n)$ の単位マトリックスで、ほかのマトリックスはつぎの式(38)-(40)に示したものである。

$$F_{ij} = \begin{cases} -(1-(i-1)/n_b)\delta(1-j) & j=1 \\ \delta(i-j) & j=2,3,\dots,n-1 \\ -(i-1)/n_b \delta(n-j) & j=n \end{cases} \quad i=1,2,\dots,n \quad (38)$$

$$\begin{cases} B_{11} = B_{nn} = L^2/6n_b^2 \\ B_j = B_{n(n+1-j)} = L^2(j-1)/n_b^2 & j=2,\dots,n-1 \\ B_{1n} = B_{n1} = L^2(3n_b-1)/6n_b^2 \end{cases} \quad (39)$$

$$B_{ij} = \begin{cases} \frac{2L^4}{EI\pi^5} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^5} \left\{ 1 - \frac{n_b}{m\pi} \sin \frac{m\pi}{n_b} \right\} \sin \frac{im\pi}{n_b}; & j=1 \\ \frac{2L^4}{EI\pi^5} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{n_b}{m^6\pi} \left\{ \sin \frac{(j-2)m\pi}{n_b} + 2 \sin \frac{(j-1)m\pi}{n_b} \right. \\ \quad \left. + \sin \frac{jm\pi}{n_b} \right\} \sin \frac{im\pi}{n_b}; & j=2,\dots,n-1 \\ \frac{2L^4}{EI\pi^5} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m^5} \left\{ \cos m\pi + \frac{n_b}{m\pi} \sin \frac{(n_b-1)\pi}{n_b} \right\} \times \\ \quad \sin \frac{im\pi}{n_b}; & j=n \end{cases} \quad i=2,3,\dots,n-1 \quad (40)$$

式(40)に示した級数の収束ははやく、例えば、10項まで計算すれば $B_{n2,n2}$ の相対誤差は 10^{-5} より小さくなる。次の第5節の数値計算例においてはその級数を10項までとり、マトリックス \mathbf{B} を計算した。

(4) 付加質量及び造波減衰

浮体の運動による構造物の底面に働く回折波の圧力を

$$p_{b2} = \sigma^2 m_a \mathbf{w} + i\sigma c_a \mathbf{w} \quad (41)$$

と書き換えれば、 \mathbf{m}_a と \mathbf{c}_a はそれぞれ付加質量マトリックスおよび造波減衰マトリックスに相当することがわかる。ただし、 \mathbf{m}_a と \mathbf{c}_a は次の式で表される。

$$\mathbf{m}_a = \rho \operatorname{Re}(\mathbf{c}_{b2}) \quad (42)$$

$$\mathbf{c}_a = \sigma \rho \operatorname{Im}(\mathbf{c}_{b2}) \quad (43)$$

5. 数値計算例と考察

ここでは、波は x 軸の負の方向(図-1参照)から入射するものとし、浮体の水平方向の運動は係留で拘束されているものとする。また、入射波の振幅は単位振幅として考える。

計算モデルの諸元については、浮体の弾性変形の影響がみられるように、模型実験の結果⁹⁾を参照して、表-1に示すように決めた。なお、バネ係数は浮体の鉛直方向の単位変位による単位長さの浮体に働く浮力により換算したものである。また、波長と浮体の長さや曲げ剛性が浮体の波浪応答調和振動に与える影響を調べるために、この三つのパラメータをいくつかのケースについて考える。便宜上、このモデルの諸元を無次元値(中括弧[]で表したもの)で表す。また、入射波の位相の影響を除くため、計算結果を無次元化した振幅で表す。

周知のとおり、グリーン関数法に基づいた境界要素法においては要素の分割は計算精度と直接的な関係がある。要素分割数の影響を調べるために、表-1に示した各波長に対して、直接選点法¹¹⁾と境界要素法で入射波と回折波による構造物底面の圧力分布(p_0+p_1)を計算した。その結果を図-2に示す。ただし、直接選点法においては、選点数をそれぞれ50、100と200として計算し、図-2に示した結果は十分収束したものである。ここでは、直接選点法の結果を境界要素法の解の比較の基準として考える。この図からわかるように、構造物の長さが一定であっても、波長が長い場合には境界要素法の解は直接選点法の解とよく一致するが、波長が短くなると、波の入射側の近くでは両者の解はよく一致するが、中央部においては直接選点法に比べて境界要素法の解の精度は悪くなることがわかる。そのため、境界要素法の場合には波長が短ければ短いほど境界要素を細かく分割しなければならない。また、波長だけでなく、アスペクト比(浮体長/吃水)や吃水の影響も

表-1 計算モデルの諸元

水深 $[h]=h/h$	1
吃水 $[d]=d/h$	0.2
バネ係数 $[k]=k/\rho g$	1
入射波の振幅 $[\zeta]=\zeta/h$; $\zeta_0=H/2$; H =波高	1
浮体の単位長さ当たりの質量 $[m]=m/\rho h$	0.1
浮体の長さ $[L]=L/h$	1, 2, 5, 10
浮体の曲げ剛性 $[EI]=EIh^2/\rho g$	0.05, 5, 500
波長 $[\lambda]=\lambda/h$	1, 2, 5, 10
底面要素の分割数	100, 200, 500, 1000

大きく、特にアスペクト比が大きい場合には、計算精度が悪くなる⁹⁾。なお、浮体の長さ L と波長 λ との比 (L/λ) が大きくなる場合には、波強制力は小さくなる。

図-3は境界要素の分割数の構造物の変位応答への影響を示したものである。図からわかるように、波の入射側の近くでは要素の分割数の影響は小さいが、波下側へ進むに従い誤差が拡大する。しかしながら、圧力分布に見られるほどの誤差は、変位応答曲線においては見られない。

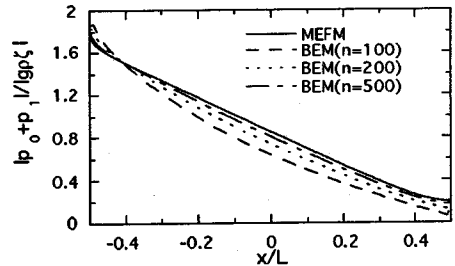
以上の結果から、以下の計算では構造物の長さ L と波長 λ との比 (L/λ) が2以下の場合には構造物底面の要素分割数を500とし、他の場合には1000とした。分割数をより多くすることが望ましいが、計算容量の制限により、この程度の分割数にした。

図-4は構造物の曲げ剛性が構造物の変位応答へ与える影響を示したものである。この図からわかるように、曲げ剛性を同様に変化させているにもかかわらず、構造物が短い場合には剛性にかかわらず、いずれも剛体変位を呈しているが、構造物が長い場合には曲げ剛性の減少に応じて変位応答が大きくなり弾性変形も大きくなる。

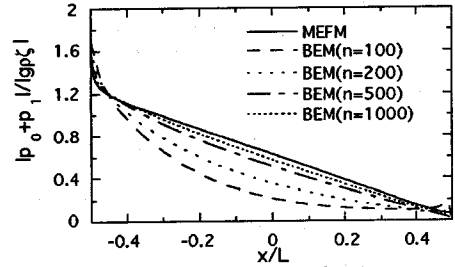
図-5は構造物の長さ L と波長 λ との比 (L/λ) を変化させたときの構造物の変位の分布を示す。この図からわかるように、構造物の長さ L と波長 λ との比 (L/λ) が大きくなると構造物の変位は小さくなる。

図-6に入射波長と曲げ剛性を一定に保ち、構造物の長さを変化させた時の構造物の変位応答を示す。構造物が短い場合には剛体変位が支配的で両端の変位は大きくなる。構造物が長くなると弾性変形が見られるようになるが、絶対的な構造物の変位はスケール効果により小さくなるということが示される。

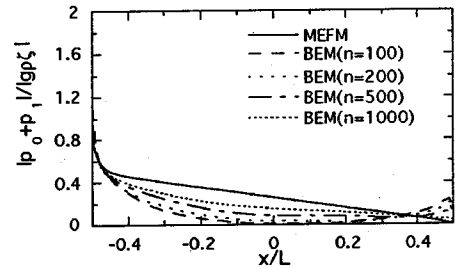
図-7は入射波長 λ を一定にして、構造物の長さを変化させたときの構造物の曲げ剛性と曲げモーメントとの関係を示す。この図に示すように、曲げ剛性を同様に変化させても、浮体長の短い $L=1$ の場合には、曲げモーメントは殆ど変わらないのに対して、浮体長の長い $L=10$ の場合には、曲げ剛性の減少に



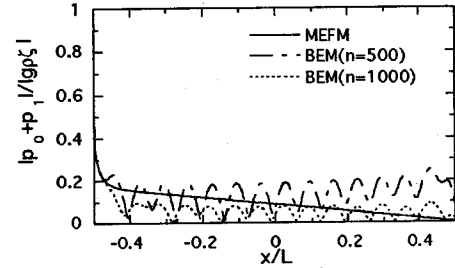
(a) $[L]=10; L/\lambda=1$



(b) $[L]=10; L/\lambda=2$



(c) $[L]=10; L/\lambda=5$



(d) $[L]=10; L/\lambda=10$

図-2 要素の分割数と波強制力の圧力分布

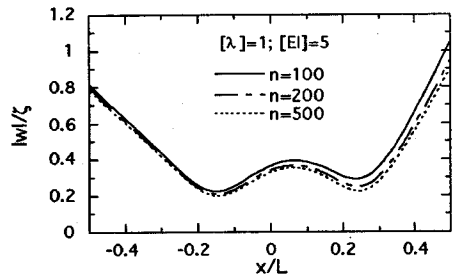
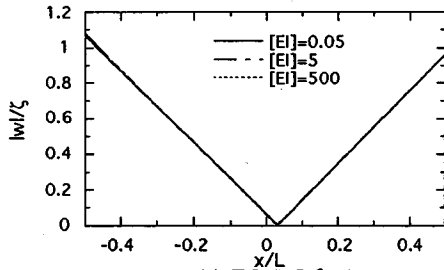
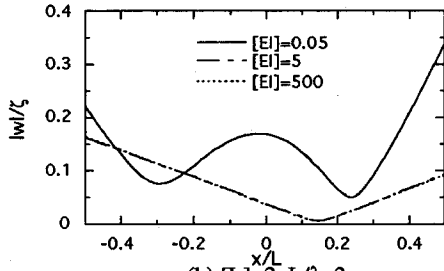


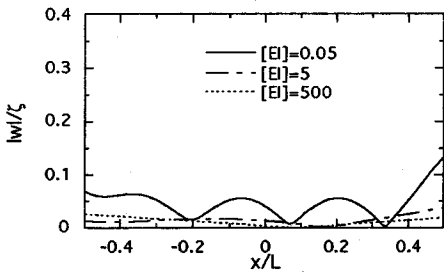
図-3 要素の分割数と構造物の変位



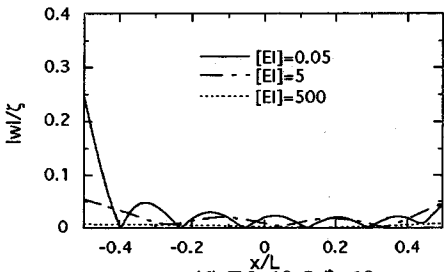
(a) $[L]=1; L/\lambda=1$



(b) $[L]=2; L/\lambda=2$



(c) $[L]=5; L/\lambda=5$



(d) $[L]=10; L/\lambda=10$

図-4 曲げ剛性と構造物の変位

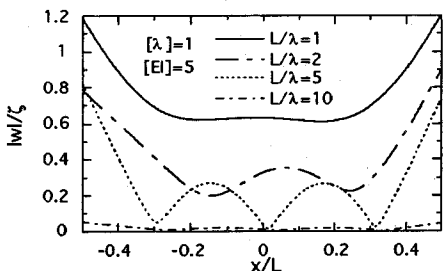


図-5 波長と構造物の変位

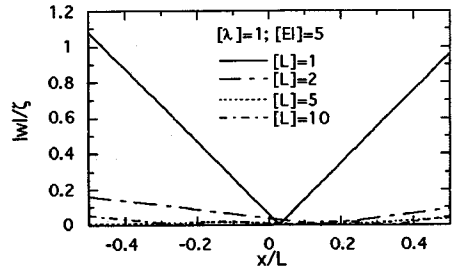
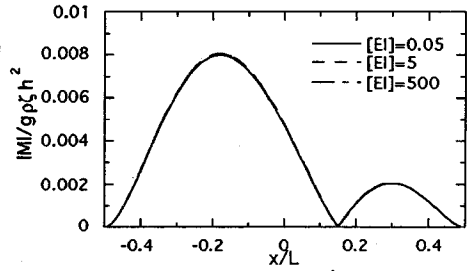
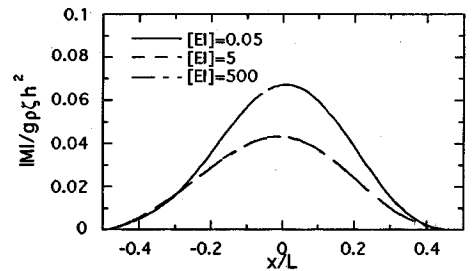


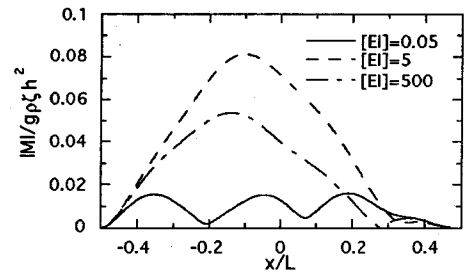
図-6 構造物の長さの変位



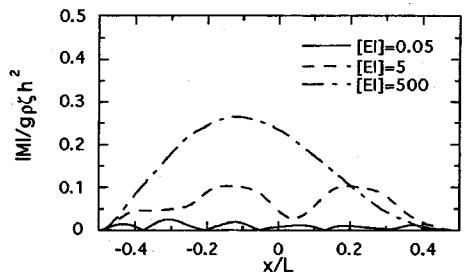
(a) $[L]=1; L/\lambda=1$



(b) $[L]=2; L/\lambda=2$



(c) $[L]=5; L/\lambda=5$



(d) $[L]=10; L/\lambda=10$

図-7 曲げ剛性と曲げモーメント

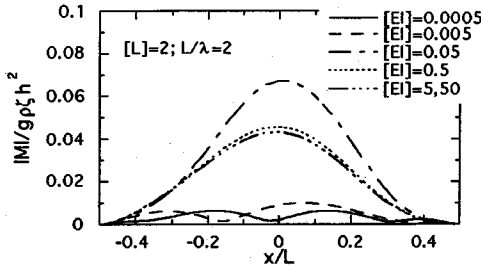


図-8 曲げ剛性と曲げモーメント

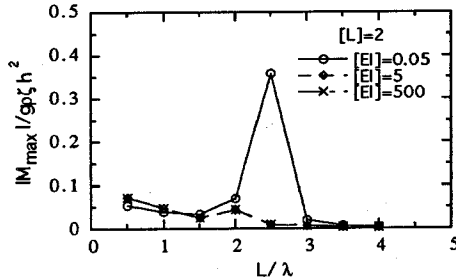


図-9 曲げモーメントの最大値と波長

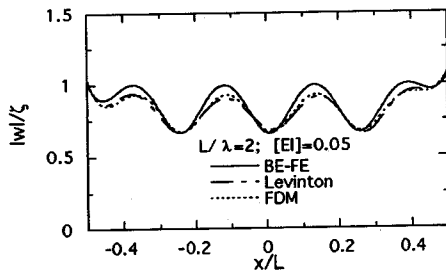


図-10 はりモデルと有限要素モデルの比較

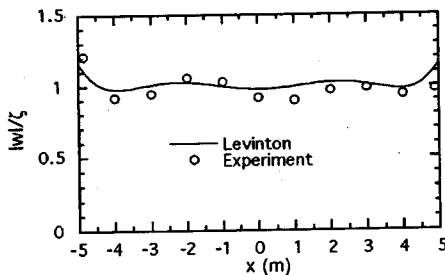


図-11 Levinton方法の数値解と模型実験結果との比較

に伴い、曲げモーメントが小さくなる。ここで、図-7(b)(c)において曲げ剛性を減少させても曲げモーメントが逆に大きくなる場合が認められる。そこで、 $[L]=2$ のとき、曲げ剛性をさらに細かく変化させて計算し、その結果を図-8に示した。この図からわかるように、 $[EI]=0.05$ の場合には曲げモーメントは大きくなるが、曲げ剛性をさらに小さくすれば、曲げ

モーメントは急に小さくなる。また、図-9は入射波の波長を変えて計算した曲げモーメントの最大値を示す。この図より、 $[EI]=0.05$ の場合の曲げモーメントの最大値は $L/\lambda=2.5$ のところで著しいピークが観察される。これらの結果より、図-7(b)の $[EI]=0.05$ ときの曲げモーメントが大きくなるのは共振状態に近づいたためだと考えられる。図-7(c)の $[EI]=5$ の場合も同様な原因だと考えられている。つまり、曲げ剛性の変化により、構造物の固有振動数が入射波の振動数と一致して共振状態になるおそれがあると考えられる。

図-10は本論文で提示した弾性支持ばりモデルにより計算した変位応答とUtsunomiyaら⁹⁾が提案したBE-FE結合解法で計算した有限要素モデルの結果との比較を示すものである。この図からわかるように、本論文で提案した差分法(FDM)とLevinton法で計算したはりモデルの結果とBE-FE結合解法の結果とはよく一致している。

また、本研究の解析方法の妥当性を調べるもう一つの例として、本論文の提示したLevintonの方法で計算した変位応答を模型実験結果⁹⁾と比較した。その結果の一例を図-11に示す。なお、この実験模型は長さ10m、幅0.5m、高さ38mmで、曲げ剛性 $EI=0.236\text{kN/m}^2$ 、単位長さの質量 $m=0.00418\text{ton/m}$ である。図-11に示した結果は、造波水路の水深 $h=1.1\text{m}$ 、吃水 $d=8.36\text{mm}$ 、入射波の周波数 $f=0.35\text{Hz}$ の場合の計測値である。この図からわかるように、Levintonの方法による計算値は実験結果とよく一致し、本方法の妥当性が検証される。

6. 結び

本論文では簡単な一次元はりモデルを用いて弾性変形を考慮した可撓性浮体式構造物の波浪応答調和振動解析法を提示し、計算例によって要素の分割数が波力の計算精度へ与える影響、及び波長と構造物の長さ・曲げ剛性が構造物の変位および断面力の波浪応答調和振動に及ぼす影響などについて検討した。その結果より、可撓性浮体式構造物の波浪応答調和振動及びその解析法について、以下のように考えることができる。

(1) グリーン関数を用いた境界要素法による波力計算において、要素の分割数が波力の計算精度に大きな影響があり、波長が短ければ短いほどその影響が大きくなる。

(2) 構造物の長さや波長との比の増大に伴って、波強制力は小さくなり、構造物の変位応答も小さくなる。

(3) 構造物の長大化に伴い、絶対的な構造物の変位はスケール効果により小さくなるが、弾性変形が見られるようになり、波浪応答解析の際、この弾性変形が無視できなくなる。

(4) 構造物の曲げ剛性の減少に伴い、曲げモーメントは一般的に小さくなるが、共振状態により応答が拡大するおそれがあり、今後周波数領域での詳細な検討が必要である。

参考文献

- 1) 土木学会海岸工学委員会研究現況レビュー小委員会：海岸波動-波・構造物・地盤の相互作用の解析法，土木学会，pp.289-430, 1994.7.
- 2) 太田英美：浮体式海上空港構想，日本造船学会第12回海洋工学シンポジウム，pp.75-81, 1994.1.
- 3) Wen, Y.K. and Shinozuka, M.: Analysis of floating plate under ocean waves, *Proc. of ASCE*, Vol.98, No.WW2, pp.177-190, 1972.5.
- 4) Wen, Y.K.: Interaction of ocean waves with floating plate, *Proc. of ASCE*, Vol.100, No.EM2, pp.375-395, 1974.4.
- 5) 岡本強一，増田光一，加藤渉：超大型浮遊式構造物の波浪応答解析，日本建築学会論文報告集，No.314, pp.116-175, 1982.4.
- 6) Newman, J.N.: Wave effects on deformable bodies, *Applied Ocean Research*, Vol.16, pp.47-59, 1994.
- 7) 濱本卓司，高橋浩史，田中彌壽雄：浮遊式海洋人工島の波浪及び海震に対する流体連成挙動の統一的扱いに関して，構造工学論文集，Vol.37B, pp.87-99, 1991.3.
- 8) Mamidipudi, P. and Webster, W.C.: The motions performance of a mat-like floating airport, *Hydroelasticity in Marine Technology*, Faltinsen, O. et al. eds., A.A. Balkema, pp.363-375, 1994.
- 9) Utsunomiya, T., Watanabe, E., Wu, C., Hayashi, N., Nakai, K. and Sekita, K.: Wave response analysis of a flexible floating structure by BE-FE combination method, *Proc. of the Fifth(1995) International Offshore and Polar Engineering Conference*, pp.400-405, 1995.6.
- 10) 成岡昌夫：構造力学要論，丸善株式会社，pp.87-89, 1974.
- 11) 吉田明德，小島治幸，鶴本良博：波動境界値問題におけるポテンシャル接続法の選点解法，土木学会論文集，No.417/II-13, pp.265-274, 1990.
- 12) Sarpkaya, T. and Isaacson, M.: *Mechanics of Wave Forces on Offshore Structures*, Van Nostrand Reinhold Company, pp.381-466, 1981.
- 13) Wehausen, J.V. and Laitone, E.V.: *Surface waves*, Handbuch der Physik, Berlin, Springer, pp.472-483, 1960.
- 14) Yu, X., Isobe, M., Watanabe, A. and Sakai, K.: Analysis of wave motion over submerged plate by boundary element method, *Boundary Element Methods*, Kobayashi, S. and Nishimura, N. eds., Springer-Verlag, pp.393-402, 1992.
- 15) Brebbia, C.A. and Dominguez, J.: 詳解境界要素法，田中正隆等訳，オーム社，pp.59-102, 1993.

(1994. 10. 20受付)

WAVE RESPONSE ANALYSIS OF A FLEXIBLE FLOATING STRUCTURE BY A SIMPLE BEAM MODEL

Chong WU, Eiichi WATANABE and Tomoaki UTSUNOMIYA

Wave response of a flexible floating structure is studied by a simple elastic foundation beam model. The wave-structure interaction problem is formulated as a combined hydroelastic equation. Boundary element method is used for the evaluation of wave pressure on the structure, and finite difference method or Levinton's approximation method is employed to solve the combined hydroelastic equation. The influences of structural length and the bending stiffness on the structural wave responses are discussed through some numerical examples. It is shown that the effects of stiffness on the displacements and bending moments due to waves are significant when the structure is flexible, and the bending moment becomes larger as the structure becomes stiffer. The method proposed in this paper is effective for the analysis of wave response of flexible floating structures which can be modeled as beams.