

常時微動の水平／上下スペクトル比を用いる 増幅倍率の推定に適した平滑化とその適用例

紺野克昭¹・大町達夫²

¹正会員 工博 芝浦工業大学講師 土木工学科 (〒108 港区芝浦3-9-14, 前東京工業大学大学院生)

²正会員 工博 東京工業大学教授 人間環境システム専攻 (〒226 横浜市緑区長津田町 4259)

基本モードレイリー波の水平動と上下動の振幅スペクトルに対し、対数型の平滑化ウィンドウを用いることにより、その水平/上下スペクトル比のピーク値とSH波の増幅倍率の相関が大幅に改善されることを示す。次に、このウィンドウで平滑化した常時微動の水平/上下スペクトル比から増幅倍率を推定する手順を示し、PS検層結果のある実在地盤で推定精度を検討する。最後に、東京23区内の全中学校を測定点とする常時微動実測結果を用いて東京23区の増幅倍率マップを作成し、既存のマップとの比較を行い、提案手法の妥当性と実用性を実証する。

Key Words : *microtremor, fundamental-mode Rayleigh wave, amplification factor, amplitude ratio, smoothing function*

1. はじめに

常時微動は簡便に測定できるため、原位置地盤調査法として盛んに研究され、実際にも利用されてきた¹⁾²⁾。これに関連し微動の水平動と上下動の振幅フーリエスペクトルの比(以下、水平/上下スペクトル比と呼ぶ)から地盤の振動特性を推定する方法が提案されている³⁾。

この方法は、微動の水平/上下スペクトル比において最大ピークを与える周期を地盤の卓越周期、その周期における水平/上下スペクトル比の値を増幅倍率と見なすものである⁴⁾。このうち卓越周期に関しては、レイリー波の水平/上下スペクトル比のピーク周期やラブ波のエアリー相の周期がSH波の卓越周期とほぼ一致することから、この方法によって精度良く推定できることが説明されている⁵⁾⁶⁾。しかし、増幅倍率については、理論的に検討した研究は少なく、未だ合理的な説明が行われていないのが現状である³⁾⁷⁾⁸⁾。ただし、適用事例の中には、サンフランシスコ市内での調査結果⁹⁾のように、地震の被害程度と高い相関を示す場合もあり、手法の確立が強く望まれている。

本論文では、微動に表面波が優勢に含まれていることを前提とし、表面波であるレイリー波の水平/上

下スペクトル比と実体波であるSH波の増幅特性の関連性を調べることにより、微動の水平/上下スペクトル比からSH波の増幅倍率を推定する方法について検討する。この前提に立てば、微動の上下動成分にはレイリー波が、水平動成分にはレイリー波とラブ波が優勢に含まれる。したがって、この方法で精度良くSH波の増幅倍率を推定するためには、測定した微動からノイズ成分を除去したり、レイリー波とラブ波の分離する技術のほか、目的にかなった水平/上下スペクトル比を算出するための手法が必要となる。本論文は、水平/上下スペクトル比を算出する際の平滑化に主眼をおいて、増幅倍率推定方法の精度向上をはかろうとするものである。

はじめに、二層及び多層水平地盤における基本モードレイリー波の上下動と水平動の振幅スペクトルに対し、新たな平滑化ウィンドウを用いて平滑化を行い、その水平/上下スペクトル比のピーク値とSH波の増幅倍率との相関性を調べる。次に、前論文⁶⁾と同様に東京23区内の全中学校546校での微動データを用いて、各地点での増幅倍率を推定し、これを基に増幅倍率のゾーニング・マップを作成する。そして、それを既往のものと比較することにより、実用面での妥当性を検討する。

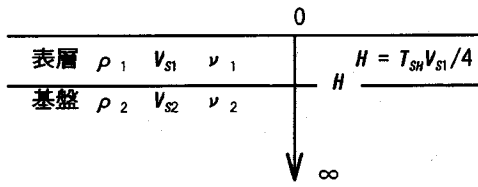


図-1 2層地盤解析モデル

2. 二層地盤における基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比

最も単純な水平二層弾性地盤モデルに対するパラメトリックスタディにより、基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比のピーク値と地盤の増幅倍率との関係を調べる。

(1) 地盤モデル

地盤モデルを図-1に示す。表層と基盤の密度 ρ_1 と ρ_2 は、 $\rho_1 = \rho_2 = 1.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ と固定する。基盤は半無限体とし、そのS波速度 V_{S2} を 500 m/s に固定し、表層のS波速度 V_{S1} を表-1の11通りに変化させる。表層と基盤のポアソン比 ν_1, ν_2 は表-2の7通りに変化させる。なお、ケース1のポアソン比とS波速度の関係式は、3章で用いる東京都内、神奈川県内のPS検層データ(85地点)を基に作成したものである。また、ポアソン比の影響を際立たせるため、ケース7のように非現実的と思われる値についても調べてみることにした。表層厚 $H(m)$ は、SH波の卓越周期 T_{SH} が $0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.2$ 秒になるように、式(1)を用いて決める。

$$H = T_{SH} V_{S1} / 4 \quad (1)$$

以上で定まる合計 $462(=11 \times 7 \times 6)$ 通りの地盤モデルに対して以下の解析を行う。

(2) 解析方法

地表面での鉛直点加振によってレイリー波が励起される場合を考える。加振点から距離 r の地表における j 次モードの速度スペクトルのラジアル成分 $\dot{q}_{\theta j}(T, r)$ 、上下成分 $\dot{w}_{\theta j}(T, r)$ は、次式で求められる¹⁰⁾

$$\dot{q}_{\theta j}(T, r) = (L/2) [\dot{u}_0^* / \dot{w}_{\theta j}] A_{Rj} H_1^{(2)}(k_j r) \cdot \omega \quad (2a)$$

$$\dot{w}_{\theta j}(T, r) = (L/2) A_{Rj} H_0^{(2)}(k_j r) \cdot \omega \quad (2b)$$

ここで、 $\omega (=2\pi/T)$ は角振動数、 T は周期、 L は加振力スペクトル、 A_{Rj} は j 次モードのミディウムレスポンス、 $H_0^{(2)}, H_1^{(2)}$ は第2種ハンケル関数、 k_j は j 次

表-1 表層のS波速度

ケース	表層のS波速度	
	V_{S1} (m/s)	インピーダンス比の逆数 α^{-1}
①	400.00	1.25
②	333.33	1.50
③	285.71	1.75
④	250.00	2.00
⑤	222.22	2.25
⑥	200.00	2.50
⑦	142.86	3.50
⑧	111.11	4.50
⑨	90.91	5.50
⑩	76.92	6.50
⑪	66.67	7.50

表-2 表層と基盤のポアソン比

ケース	ポアソン比	
	ν_1 (表層)	ν_2 (基盤)
1	$0.499 (V_{S1} \leq 150 \text{ m/s})$ $0.499 - 1.16 \times 10^{-4} (V_{S1} - 150)$ $(V_{S1} \geq 150 \text{ m/s})$	0.458
2	0.499	0.400
3	0.499	0.300
4	0.499	0.200
5	0.400	0.400
6	0.300	0.300
7	0.200	0.200

モードの波数であり、 $[\dot{u}_0^* / \dot{w}_{\theta j}]$ は j 次モードにおける地表面でのラジアル成分と上下成分の振幅比で、* は虚数から実数への変換を意味する。なお、 $k_j, A_{Rj}, [\dot{u}_0^* / \dot{w}_{\theta j}]$ は地盤構造のみで決まる値であり、 $j=0$ を基本モードと呼ぶことにする。

振動源が1地点のみであれば、レイリー波の水平/上下スペクトル比 $R(T, r)$ は式(3)で表される。

$$R(T, r) = \left| \sum_{j=0}^{N-m(T)} \dot{q}_{\theta j}(T, r) \right| / \left| \sum_{j=0}^{N-m(T)} \dot{w}_{\theta j}(T, r) \right| \quad (3)$$

ここで、 $m(T)$ は周期 T で存在する高次モードの最大次数である。本研究では、この $R(T, r)$ とSH波の増幅特性との関係を調べることによって、微動の水平/上下スペクトル比を用いる増幅倍率推定法の精度を検討する。なお、振動源としてホワイトノイズの加振力を用いる。これは、レイリー波の水平/上下スペクトル比とSH波の増幅特性との関連性を明確に捉えるため、敢えて振動源の複雑さを省くためである。

以下、数値解析は周波数刻み $0.0244(=1/40.96\text{s})$ Hz とし周波数範囲 $0 \sim 25$ Hz で行う。これは解析区間 40.96 秒、サンプリング周波数 50 Hz の時刻歴データ

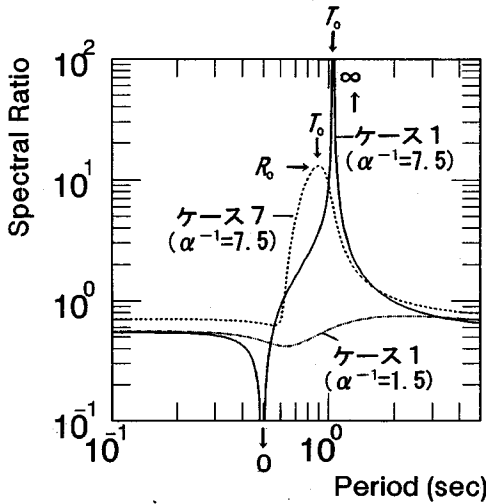


図-2 ポアソン比と α^{-1} の違いによる水平/上下スペクトル比の相違，ケース1で $\alpha^{-1}=1.5$ 及び7.5，ケース7で $\alpha^{-1}=1.5$ の比較($T_{SH}=1.0s$)

に対応する。

(3) 解析および考察

微動の水平/上下スペクトル比は，基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比に類似している場合が多い^{9,10}。そこで，以下では基本モードレイリー波に注目することとし，式(3)の $m(T)$ は0とする。また，材料減衰が無視できる二層地盤においてSH波の増幅倍率はインピーダンス比の逆数の2倍となるので，インピーダンス比を $\alpha(=\rho_1 V_{SH1}/\rho_2 V_{SH2})$ とおくと，増幅倍率 A_{SH} は $2\alpha^{-1}$ で表せる¹¹⁾。そのため，以下では解析結果と α^{-1} との関連性に注目する。

a) 基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比

基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比 $R(T,r)$ は，式(2)，(3)より，次式のように表せる。

$$R(T,r) = |\dot{u}_o^*/\dot{w}_o| \cdot |H_1^{(2)}(k_{or})| / |H_0^{(2)}(k_{or})| \quad (4)$$

この $|H_1^{(2)}(k_{or})| / |H_0^{(2)}(k_{or})|$ は， $k_{or} \geq 1.5$ 程度でほぼ1となり，基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比は，地下構造のみに依存する振幅比の絶対値 $|\dot{u}_o^*/\dot{w}_o|$ で表せる。以下では， $k_{or} \geq 1.5$ を満たす場合，すなわち，振動源が比較的遠方にある場合を想定する。

図-2は， $T_{SH}=1.0$ 秒と共通で，ポアソン比がケース1で α^{-1} が1.5及び7.5と異なるモデル，およびポアソン比がケース7で α^{-1} が7.5である合計3つの地盤モデルについて， $|\dot{u}_o^*/\dot{w}_o|$ をそれぞれ実線

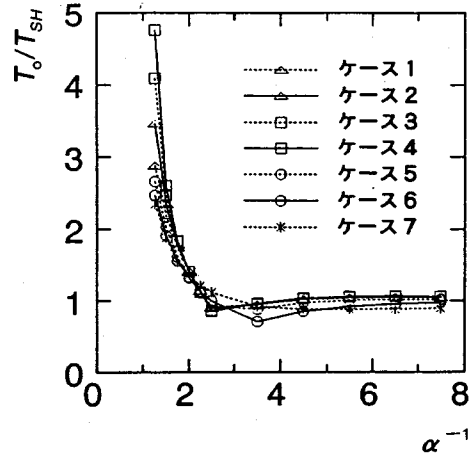


図-3 ポアソン比の違いによる周期比 T_0/T_{SH} と α^{-1} の関係の相違

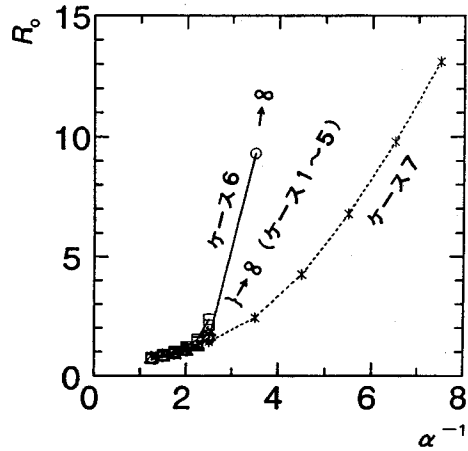


図-4 ポアソン比の違いによるピーク値 R_0 と α^{-1} の関係の相違

と破線および鎖線で示している。なお， $|\dot{u}_o^*/\dot{w}_o|$ のピーク周期を T_0 ，ピーク値を R_0 と記す。 $\alpha^{-1}=7.5$ では，ケース1，7とも明瞭なピークを持つが，ケース1の R_0 は無限大となるのに対し，ケース7の R_0 は有限値をとる。また，ケース1には T_0 の約1/2の周期に鋭い落ち込みが見られる。一方， $\alpha^{-1}=1.5$ では，ピークは有限である。この図から，水平/上下スペクトル比の形状は，ポアソン比と α^{-1} に依存することが分かる。

図-3は卓越周期 T_{SH} で正規化したピーク周期 T_0 と α^{-1} の関係をポアソン比の各ケース毎に示している。 T_0/T_{SH} と α^{-1} の関係は表層厚あるいは卓越周期に依存せず， $\alpha^{-1} \geq 2.5$ では T_0 と T_{SH} がほぼ等しいことが分かる。図-4はピーク値 R_0 と α^{-1} の関係をポアソ

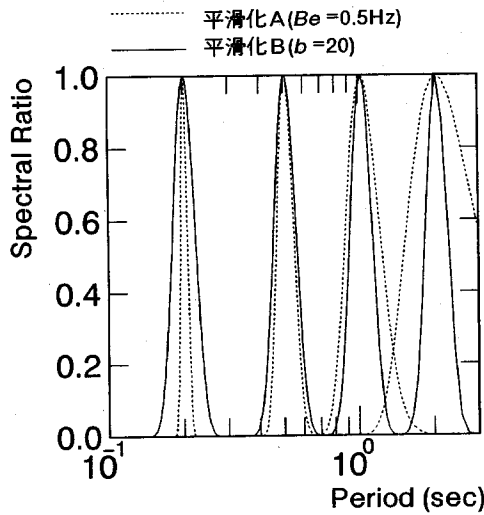


図-5 平滑化A, 平滑化Bの平滑化ウィンドウ

ン比の各ケース毎に示している。\$R_0\$と\$\alpha^{-1}\$の関係も表層厚あるいは卓越周期に依存せず、ケース1~5で\$\alpha^{-1} \ge 3.5\$、ケース6で\$\alpha^{-1} \ge 4.5\$で\$R_0\$は無限大となり、ケース7では\$R_0\$は有限値のままである。\$R_0\$が有限値の間は全てのポアソン比で、\$R_0\$は\$\alpha^{-1}\$に対し単調増加の関係にある。

以上より、卓越周期の推定に関しては、\$\alpha^{-1}\$が2.5程度以上の地盤であれば、ポアソン比の違いは卓越周期推定に影響を与えないと考えてよい。一方、増幅倍率の推定に関しては、ケース7を除き\$\alpha^{-1}\$が3.5程度以上で\$R_0\$は無限大となるため、基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比と増幅倍率との関係を直接検討することは実質的に不可能となる。次項ではこの問題を考える。

b) 水平/上下スペクトル比に及ぼす平滑化の影響

微動の時刻歴波形から振幅スペクトルを推定する際に平滑化は不可欠である¹²⁾。しかし、平滑化すれば推定振幅スペクトルには平滑化の影響が含まれることになる。そこで、平滑化の影響を検討するため、基本モードレイリー波の理論振幅スペクトルに対して微動データ処理時と同様の平滑化を行い、それから水平/上下スペクトル比を求めることにする。

平滑化はラジアル成分と上下成分の速度スペクトルに対し別々に行い、それから水平/上下スペクトル比を求める。ここでは、平滑化ウィンドウとして次の2つを使用する。

A) Parzen ウィンドウ¹³⁾

$$W_A(f) = \frac{3}{4} u \left[\frac{\sin(\pi u f / 2)}{\pi u f / 2} \right]^4 \quad (5)$$

ここに、\$f\$は周波数で、\$u(\text{sec})\$はバンド幅 \$B(\text{Hz})\$と \$B=280/(151u)\$の関係にある¹³⁾。実際の使用にあたっては、前論文⁶⁾と同様に \$Be=0.5\text{Hz}\$を用いる。

B) 本論文では対数型ウィンドウ

$$W_B(f, f_c) = a \left[\frac{\sin(b \log_{10}(f/f_c))}{b \log_{10}(f/f_c)} \right]^4 \quad (6)$$

を提案する。ここに、\$f_c\$はウィンドウの中心周波数である。また、\$a, b\$は係数である。\$a\$は水平/上下スペクトル比を求める際に消去されるので、\$b\$のみ設定すればよい。適切な\$b\$の値については、d)で後述するように、\$b=10, 20, 30\$を用いて検討を行った。\$P(f)\$と\$\hat{P}(f)\$をそれぞれ平滑化前・後のパワースペクトルとし、\$\hat{P}(f)\$を次式のように定義する。なお、記号は平滑化を表す。

$$\hat{P}(f) = \int_0^{\infty} P(f+f') W_B(f', f) df' \quad (7)$$

ここで、\$f'\$は周波数である。A), B)のウィンドウを用いる平滑化をそれぞれ平滑化A, 平滑化Bと呼ぶことにする。図-5に平滑化A(\$Be=0.5\text{Hz}\$)と平滑化B(\$b=20\$)のウィンドウ形状をそれぞれ波線と実線で例示した。平滑化ウィンドウは中心周期がそれぞれ0.2, 0.5, 1.0, 2.0秒で、縦軸は各々のピーク値で正規化してある。横軸は周期の対数である。平滑化Aの各ウィンドウは短周期側ほど狭く、長周期側ほど広い。一方、平滑化Bの各ウィンドウは、中心周期に依らずウィンドウ形状が同一であることが特徴である。

c) 基本モードレイリー波の平滑化による水平/上下スペクトル比

平滑化した基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比は、式(2)のハンケル関数が周期特性を持つため、振動源距離\$r\$に依存して変化する。しかし、ハンケル関数の引数 \$k_r r\$ が \$k_r r \ge 2\$程度を満たしている場合、ハンケル関数の近似式¹⁴⁾を用いて、式(2)は次式のように変形できる。

$$\dot{q}_{\infty}(T) \sim c \left[\dot{u}_{\infty}^* / \dot{w}_{\infty} \right]_0 \left| A_{R0}(T \sqrt{k_0}) \right| \quad (8a)$$

$$\dot{w}_{\infty}(T) \sim c A_{R0}(T \sqrt{k_0}) \quad (8b)$$

$$c = L \sqrt{2\pi/r} \quad (8c)$$

ここで、\$\dot{q}_{\infty}(T), \dot{w}_{\infty}(T)\$は、それぞれ基本モードレイリー波のラジアル成分、上下成分の速度振幅スペク

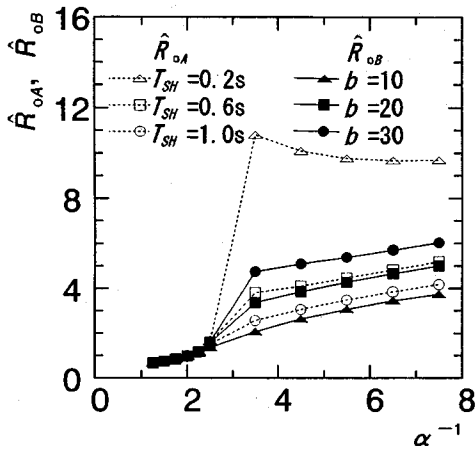


図-6 各卓越周期 T_{SH} 毎のピーク値 $\hat{R}_{\alpha A}$ 及び係数 b 毎の $\hat{R}_{\alpha B}$ と α^{-1} の関係(ポアソン比のケース 1)

トルである. 平滑化した水平/上下スペクトル比 $\hat{R}_{\alpha}(T)$ を, 次のように記す.

$$\hat{R}_{\alpha}(T) = \hat{q}_{\infty}(T) / \hat{w}_{\infty}(T) \quad (9)$$

ここで, $\hat{q}_{\infty}(T)$, $\hat{w}_{\infty}(T)$ は, $q_{\infty}(T)$, $w_{\infty}(T)$ を平滑化したものである. 以下, 平滑化A及び平滑化Bを施した後の水平/上下スペクトル比をそれぞれ $\hat{R}_{\alpha A}(T)$, $\hat{R}_{\alpha B}(T)$ と表記し, $\hat{R}_{\alpha A}(T)$, $\hat{R}_{\alpha B}(T)$ のピーク値をそれぞれ $\hat{R}_{\alpha A}$, $\hat{R}_{\alpha B}$ と呼ぶことにする.

d) 水平/上下スペクトル比のピーク値と α^{-1} の関係

図-6 にピーク値 \hat{R}_{α} と α^{-1} の関係を, ケース 1 のポアソン比をもつ地盤モデルについて示す. 図中の白抜き印と線種は卓越周期 T_{SH} ごとに変えてあり, T_{SH} が長いほど \hat{R}_{α} と α^{-1} とは線形関係に近づくことが分かる. $\alpha^{-1} \leq 2.5$ では各曲線は一致するが, $\alpha^{-1} > 2.5$ では分離する. また, 図-6 には $b=10, 20, 30$ としたときのピーク値 \hat{R}_{α} と α^{-1} の関係をポアソン比のケース 1 について示してある. 平滑化Bでの \hat{R}_{α} と α^{-1} の関係は T_{SH} に依らず, 各 b の値ごとに 1 本の曲線で表される. 次に, これらの理由を考える.

図-7 は, ポアソン比 (ケース 1) と $\alpha^{-1} (=7.5)$ は共通で, 卓越周期 T_{SH} が 0.2, 1.0 秒と異なる 2 つの地盤モデルに対して求めた $|\dot{u}_o^* / \dot{w}_o|$, $\hat{R}_{\alpha A}(T)$, および $b=20$ のときの $\hat{R}_{\alpha B}(T)$ をそれぞれ実線, 破線, 鎖線で示している. 横軸は周期の対数である. 実線で示した 2 つの $|\dot{u}_o^* / \dot{w}_o|$ は, 横軸方向に平行移動すれば完全に一致する. 次に, 2 つのピーク値 \hat{R}_{α} を比較すると, $T_{SH}=0.2$ 秒の地盤モデルの $\hat{R}_{\alpha A}$ は, $T_{SH}=1.0$ 秒の地盤モデルの $\hat{R}_{\alpha A}$ よりも大きい. これは,

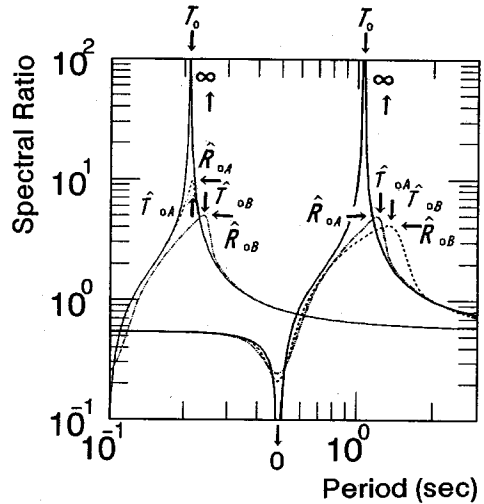


図-7 卓越周期 $T_{SH} = 0.2, 1.0$ 秒の二層地盤モデルにおけるそれぞれの $|\dot{u}_o^* / \dot{w}_o|$, $\hat{R}_{\alpha A}(T)$ 及び $b=20$ のときの $\hat{R}_{\alpha B}(T)$

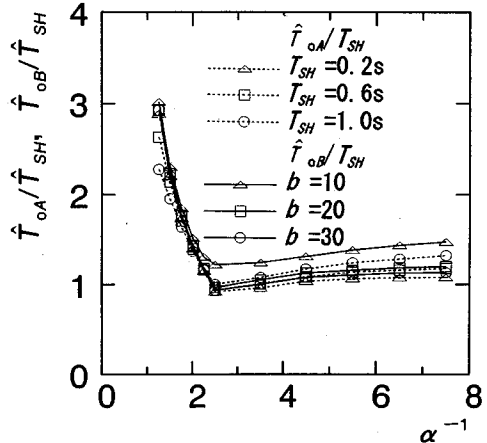


図-8 ポアソン比のケース 1 での周期比 $\hat{T}_{\alpha A} / T_{SH}$, $\hat{T}_{\alpha B} / T_{SH}$ と α^{-1} の関係

図-5 に示した平滑化Aのウィンドウ形状から分かるように, ウィンドウ幅が短周期側で長周期側よりも狭いためである. 一方, 2 つのピーク値 \hat{R}_{α} は同値である. これは, 図-5 に示した平滑化Bのウィンドウ形状から分かるように, ピーク周期が変化してもウィンドウ幅が変わらないためである.

ところで, 図-7 から $\hat{R}_{\alpha A}(T)$, $\hat{R}_{\alpha B}(T)$ のピーク周期は, $|\dot{u}_o^* / \dot{w}_o|$ のピーク周期 T_o より長周期化していることが分かる.

$\hat{R}_{\alpha A}(T)$, $\hat{R}_{\alpha B}(T)$ のピーク周期をそれぞれ $\hat{T}_{\alpha A}$, $\hat{T}_{\alpha B}$ と記すことにし, 図-8 に無次元化ピーク周期 $\hat{T}_{\alpha} / T_{SH}$ と α^{-1} の関係を卓越周期 T_{SH} 毎に示す. T_{SH} ごとに $\hat{T}_{\alpha} / T_{SH}$ と α^{-1} の関係が若干異なることが分かる. 一

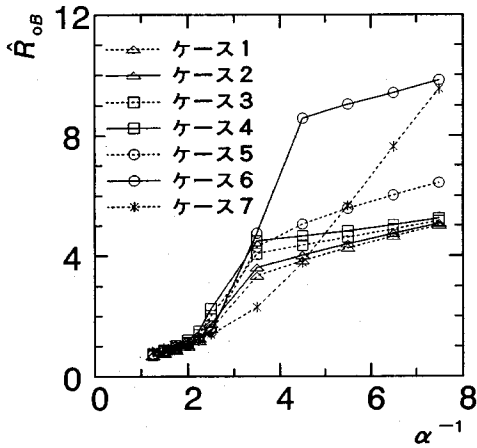


図-9 ポアソン比の各ケース毎のピーク値 \hat{R}_{ob} と α^{-1} の関係 ($b=20$)

方, \hat{T}_{ob}/T_{SH} と α^{-1} の関係は, T_{SH} に依らず, 各 b の値ごとに1本の曲線で表される. $b=10$ では, \hat{T}_{ob} の長周期化が目立つが, $b=20, 30$ では, \hat{T}_{ob}/T_{SH} は1前後であることが分かる.

ここで, 適切な b の値を考える. 図-6より, b を小さくするほど \hat{R}_{ob} と α^{-1} の関係は線形的となるが, \hat{R}_{ob} の変動幅は小さくなる. 一方, 図-8から, \hat{T}_{ob}/T_{SH} と α^{-1} の関係は b を大きくするほど1に近い. すなわち, b の値が小さいと T_{SH} の推定誤差が大きくなり, b の値が大きいと \hat{R}_{ob} から増幅倍率を推定する精度が低下する. そこで, 本論文では, 平滑化Bを行う際, 両者を精度よく推定できる値として, $b=20$ を用いることにした.

最後に, ケース1~7のポアソン比をもつ地盤モデルの \hat{R}_{ob} と α^{-1} の関係を図-9に示す. ケース1~4では差異は少なく, ケース7では線形的関係を示している.

一般に, 地盤の材料減衰を無視すると, 二層地盤における増幅倍率はインピーダンス比 α で決まり, 表層厚あるいは卓越周期に依存しない. したがって, 上記の結果より, 実地盤が二層地盤で近似でき, かつ, 微動に基本モードレイリー波が卓越していれば, 微動の水平/上下スペクトル比のピーク値から増幅倍率を推定するには, ピーク値と増幅倍率との関係がピーク周期に依らない平滑化Bの方が, 平滑化Aより適切と言える.

3. 多層地盤のレイリー波振幅比と増幅倍率の関係

2章で行った二層地盤の数値解析によって基本モ

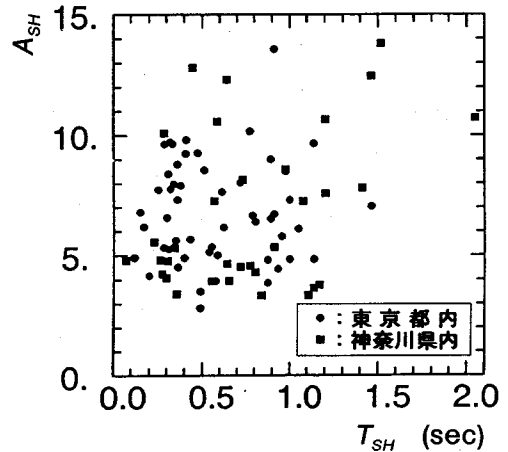


図-10 85地点の増幅倍率 A_{SH} と卓越周期 T_{SH} の関係

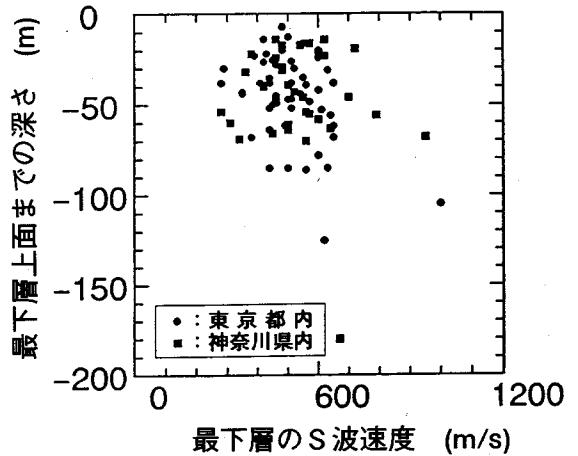


図-11 85地点のPS検層の最下層上面までの深さと最下層のS波速度の関係

ードレイリー波の水平/上下スペクトル比のピーク値とSH波の増幅倍率との相関性が示された. 実際の地盤は, 二層よりも複雑な多層の場合が多い. そこで, 現実に即して考えるため, 東京都内及び神奈川県内の計85地点における密度・PS検層データから多層地盤モデルを作成し, 基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比のピーク値と増幅倍率の関係について調べる.

(1) レイリー波の水平/上下スペクトル比とSH波の増幅特性

a) 地盤モデル

85地点の多層地盤モデルについて, 重複反射理論を用いてSH波の増幅特性 $A_{SH}(T)$ を求めた. 増幅特性の評価において地盤減衰を表す Q 値は重要なパラメータであるが, その周波数依存性やS波速度依存性

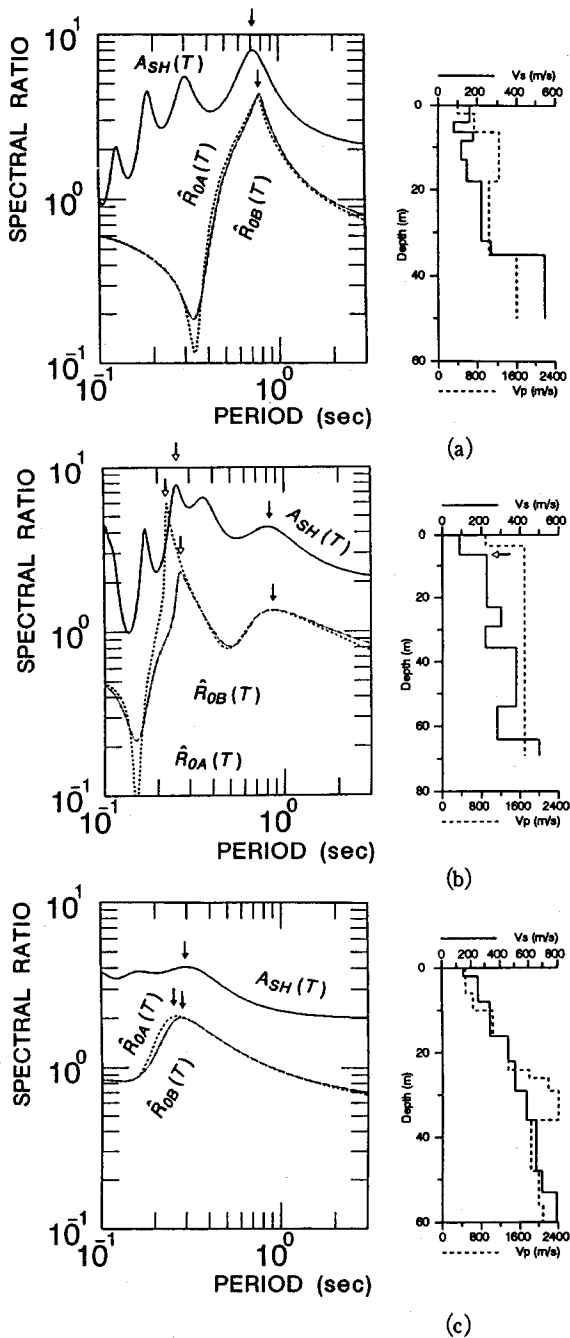


図-12 水平/上下スペクトル比 $\hat{R}_{OA}(T)$, $\hat{R}_{OB}(T)$, 増幅特性 $A_{SH}(T)$ と地下構造の例

など¹⁵⁾については、現在なお定説が得られていない。そのため、今回はS波速度、密度に関わらず一律 $Q=20$ として $A_{SH}(T)$ を求めた。

$A_{SH}(T)$ のピークを長周期側から一次ピーク、二次ピークと順に呼ぶことにする。使用した地盤データの

特徴を知るために、85地点における $A_{SH}(T)$ の一次ピークでの増幅倍率 A_{SH} と卓越周期 T_{SH} の関係を図-10に示す。増幅倍率は3~14の範囲に、卓越周期は0.1~2.1秒の範囲にある。次に、図-11にP S 検層の最下層上面までの深さと最下層のS波速度の関係を示す。最下層上面までの深さは10~180mの範囲に、最下層のS波速度は280~1000m/sの範囲にある。

b) 水平/上下スペクトル比と増幅特性の比較

図-12に数地点での $\hat{R}_{OA}(T)$, $\hat{R}_{OB}(T)$, $A_{SH}(T)$ と地下構造を示し、主な特徴を以下にまとめる。

- 1) $\hat{R}_{OA}(T)$, $\hat{R}_{OB}(T)$ には、 $A_{SH}(T)$ の一次ピークに対応するピークが常に存在する(図-12(a)~(c)の↓印)。
 - 2) $A_{SH}(T)$ の一次ピークが最大ピークになる場合、このピークに対応する $\hat{R}_{OA}(T)$, $\hat{R}_{OB}(T)$ のピークも最大ピークになる(図-12(a)の↓印)。このような地盤は、二層地盤に近似可能な地盤と言える。
 - 3) $A_{SH}(T)$ の高次ピークが一次ピークよりもかなり大きい場合、 $\hat{R}_{OA}(T)$, $\hat{R}_{OB}(T)$ の最大ピークは $A_{SH}(T)$ の高次ピークに対応する(図-12(b)の↓印)。この場合、このピークに対応するS波速度コントラストの大きい境界がある(図-12(b)の←印)。
 - 4) S波速度が深さ方向に漸次大きくなる地盤では、 $A_{SH}(T)$ は明瞭なピークを持たない。この場合でも、 $\hat{R}_{OA}(T)$, $\hat{R}_{OB}(T)$ には、 $A_{SH}(T)$ の一次ピークに対応するピークが見られる(図-12(c)の↓印)。ただし、それぞれのスペクトル形状は緩やかである。
 - 5) 全般に $A_{SH}(T)$ に較べ $\hat{R}_{OA}(T)$ 及び $\hat{R}_{OB}(T)$ のピーク数は少ないが、一次ピーク付近での両者のスペクトル形状の大局的な特徴は類似している。
- これらより、多層地盤の振動特性の推定にレイリー波の水平/上下スペクトル比が利用できる可能性がうかがえる。

(2) 水平/上下スペクトル比のピーク値と増幅倍率

上記のように $\hat{R}_{OA}(T)$ 及び $\hat{R}_{OB}(T)$ が2つ以上のピークを持つ場合もあるが、85地点中の大部分は長周期側のピークが最大となり $A_{SH}(T)$ の一次ピークと対応していた。一方、短周期側のピークで最大となり $A_{SH}(T)$ の高次ピークと対応していたケースは、5地点のみであった。そこで、本論文においては、長周期側のピークにのみ注目してみた。

図-13に長周期側ピークにおける A_{SH} と \hat{R}_{OA} の関係を示す。図中の印はピーク周期 T_{OA} の周期範囲毎に変えてある。全体的に、 A_{SH} と \hat{R}_{OA} の間の相関は低いが、ピーク周期範囲毎に見ると、 A_{SH} と \hat{R}_{OA} にはある程度の相関が見られる。特にピーク周期が0.7秒以上の場合、相関は高い。図-13にはケース1のポアソン比をもつ二層地盤での A_{SH} と \hat{R}_{OA} の関係を卓越周期別に●、

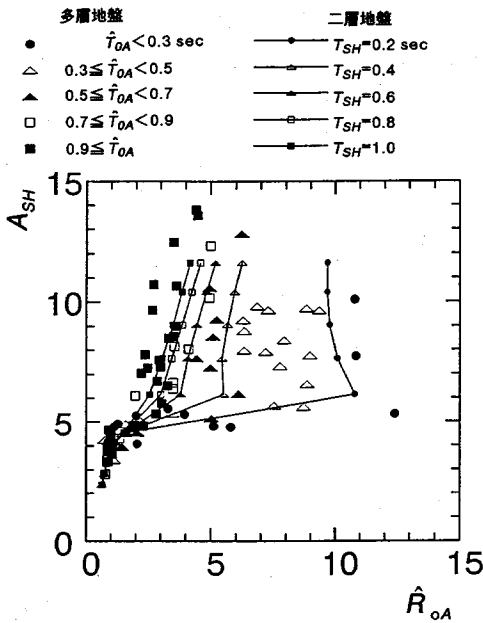


図-13 85地点の増幅倍率 A_{SH} とピーク値 \hat{R}_{OA} の関係

△, ▲, □, ■印と実線で示してある。なお、この A_{SH} を求める際には表層、基盤ともに $Q=20$ としている。多層地盤及び二層地盤における A_{SH} と \hat{R}_{OA} の関係は、ピーク周期範囲毎に見ると比較的類似していることが分かる。

図-14に長周期側ピークにおける A_{SH} と \hat{R}_{OB} の関係を●印で示す。 A_{SH} と \hat{R}_{OB} には、比較的よい相関が見られる。□印と破線は二層地盤のポアソン比のケース1での A_{SH} と \hat{R}_{OB} の関係を示している。同図より多層地盤と二層地盤の A_{SH} と \hat{R}_{OB} の関係は類似していることが分かる。 A_{SH} と \hat{R}_{OB} の関係は、 $A_{SH} = 6$ 付近で折れ曲がっている。そのため、この前後で異なる回帰式を使うことも考えられるが、(3)で後述するように、微動の水平/上下スペクトル比のピーク値から増幅倍率を簡便に推定するため、両者の関係を直線で近似することを考える。近似式としては、原点を通り、●印の全体の中間付近を通る直線 $A_{SH} = 2.5 \hat{R}_{OB}$ を用いることにする。

なお、図-15に \hat{T}_{OB} と \hat{T}_{OA} の関係を●印で示す。図中の直線は $T_{OB} = \hat{T}_{OA}$ を示しており、 $\hat{T}_{OA} \leq 1.5$ で、両者はほぼ一致している。したがって、平滑化Bで $b=20$ を用いれば周期は前論文⁹⁾と同様な精度で推定できることが分かる。

- (3) 微動の水平/上下スペクトル比を用いる増幅倍率の推定手順
 微動データから基本モードレイリー波の水平/上

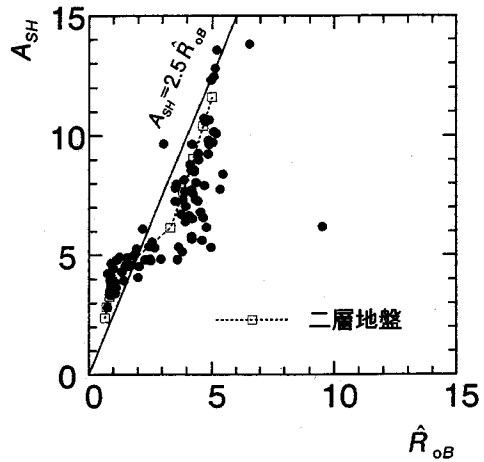


図-14 85地点の増幅倍率 A_{SH} とピーク値 \hat{R}_{OB} の関係

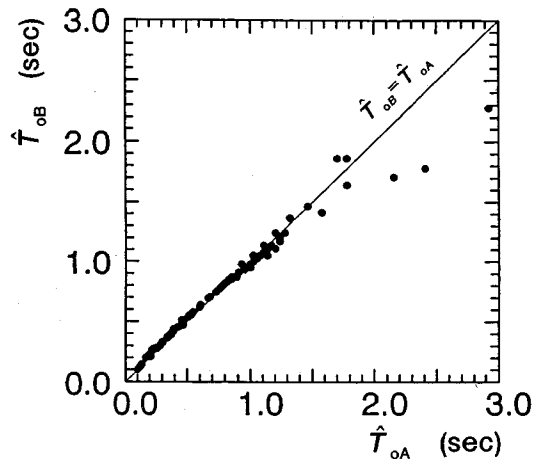


図-15 85地点のピーク周期 \hat{T}_{OB} とピーク周期 \hat{T}_{OA} の関係

下スペクトル比を算出できれば、図-13あるいは図-14より地盤の増幅倍率の推定が可能となる。しかし、微動データから基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比を厳密に算出することは容易ではない。そこで、簡単のため次のように仮定する。

まず、微動の水平動にはラブ波成分 $H_L(T)$ と基本モードレイリー波の水平成分 $H_{Ro}(T)$ が、上下動には基本モードレイリー波の上下成分 $V_{Ro}(T)$ が卓越しているとすると、微動の水平/上下スペクトル比 $R_M(T)$ は次式のように表せる。

$$R_M(T) = (H_L(T) + H_{Ro}(T)) / V_{Ro}(T) \quad (10)$$

水平成分に含まれる $H_{Ro}(T)$ の割合を $\beta(T)$ とし、次のように表す。

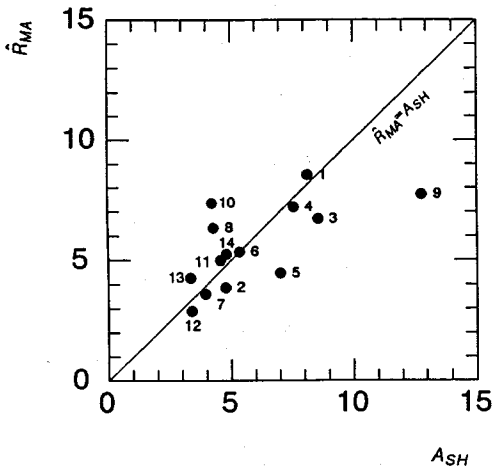


図-16 常時微動の水平/上下スペクトル比のピーク値 \hat{R}_{MA} と増幅倍率 A_{SH} の関係(図中の数字は前論文⁹⁾の測点番号)

$$\beta(T) = H_{Ro}(T) / (H_L(T) + H_{Ro}(T)) \quad (11)$$

微動の水平/上下スペクトル比 $R_M(T)$ は、式(10)、式(11)を用いて次式のように表せる。

$$R_M(T) = H_{Ro}(T) / V_{Ro}(T) / \beta(T) \quad (12)$$

式(12)の右辺は、基本モードレイリー波の振幅比である。したがって、平滑化Bを用いることにより、式(12)から次式が導ける。

$$\hat{R}_{MB}(T) = \hat{R}_{oB}(T) / \beta(T) \quad (13)$$

ここで、 $\hat{R}_{MB}(T)$ は平滑化Bにより求めた微動の水平/上下スペクトル比である。 $\hat{R}_{MB}(T)$ のピーク値を \hat{R}_{MB} 、 $\hat{R}_{MB}(T)$ のピーク周期での $\beta(T)$ を β と記すと、図-14の直線と式(13)より、推定増幅倍率 \hat{A}_{SH} とピーク値 \hat{R}_{MB} の関係として次式が得られる。

$$\hat{A}_{SH} = 2.5 \beta \hat{R}_{MB} \quad (14)$$

なお、実測微動の $H_L(T)$ と $H_{Ro}(T)$ の構成比の研究例は少ないが、微動の水平動に含まれるレイリー波成分が卓越周期 T_{SH} 付近で 30~50% という報告がある¹⁶⁾。そこで、本論文では $\beta = 0.4$ を式(14)に代入して得られる次式を用いて増幅倍率を推定することにする。

$$\hat{A}_{SH} = 1.0 \hat{R}_{MB} \quad (15)$$

したがって、 \hat{R}_{MB} と増幅倍率はほぼ一致すること

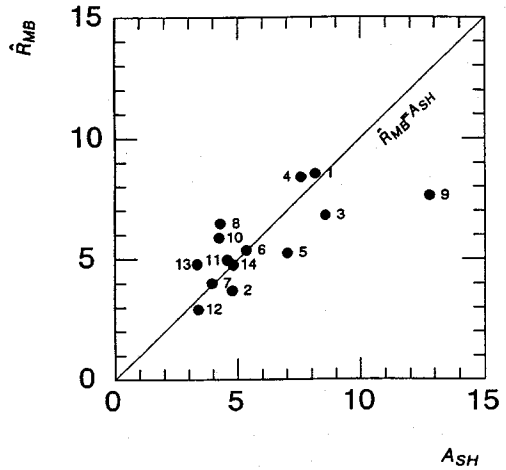


図-17 常時微動から推定した増幅倍率 \hat{A}_{SH} ($= \hat{R}_{MB}$) と増幅倍率 A_{SH} の関係(図中数字は前論文⁹⁾の測点番号)

が期待される。そこで、以下では \hat{R}_{MB} を直接増幅倍率と見なすことにする。ただし、 $\beta = 0.4$ は暫定的に設定した値であり、今後、当該地点において適切な β の値を使用することにより、より信頼性の高い増幅倍率が推定可能となることが期待される。

(4) P S 検層地点での検討

P S 検層地点が特定できた 14 地点⁹⁾での常時微動の水平/上下スペクトル比のピーク値 \hat{R}_{MA} 及び \hat{R}_{MB} と地下構造を基に重複反射理論から求めた増幅倍率 A_{SH} の関係を調べる。なお、Q 値は全層で 20 としている。ここで、 $\hat{R}_{MA}(T)$ は平滑化Aにより求めた微動の水平/上下スペクトル比を表し、 $\hat{R}_{MA}(T)$ のピーク値を \hat{R}_{MA} と呼ぶことにする。

常時微動の水平/上下スペクトル比のピーク値 \hat{R}_{MA} と増幅倍率 A_{SH} との関係を図-16 に示す。図中の数字は測点番号⁹⁾を示している。ピーク値 \hat{R}_{MA} は前論文⁹⁾でピーク周期とした水平/上下スペクトル比のピークから読んでいる。図中には直線 $\hat{R}_{MA} = A_{SH}$ が示してあり、各点は比較的直線付近に分布しているが、分散は大きい。なお、 \hat{R}_{MA} と A_{SH} との相関係数は 0.66 である。

次に、 \hat{R}_{MB} と A_{SH} の関係を図-17 に示す。図中には直線 $\hat{R}_{MB} = A_{SH}$ が示してあり、各点は直線付近に分布している。図-16の結果と較べ分散は低減しており、 \hat{R}_{MB} と A_{SH} との相関係数は 0.72 である。

以上より、本研究の範囲内では、上記 3. (3) で提案した \hat{R}_{MB} を用いる増幅倍率の推定法は、 \hat{R}_{MA} を直接用いる従来の方法よりも良い精度を与えるものと考えられる。

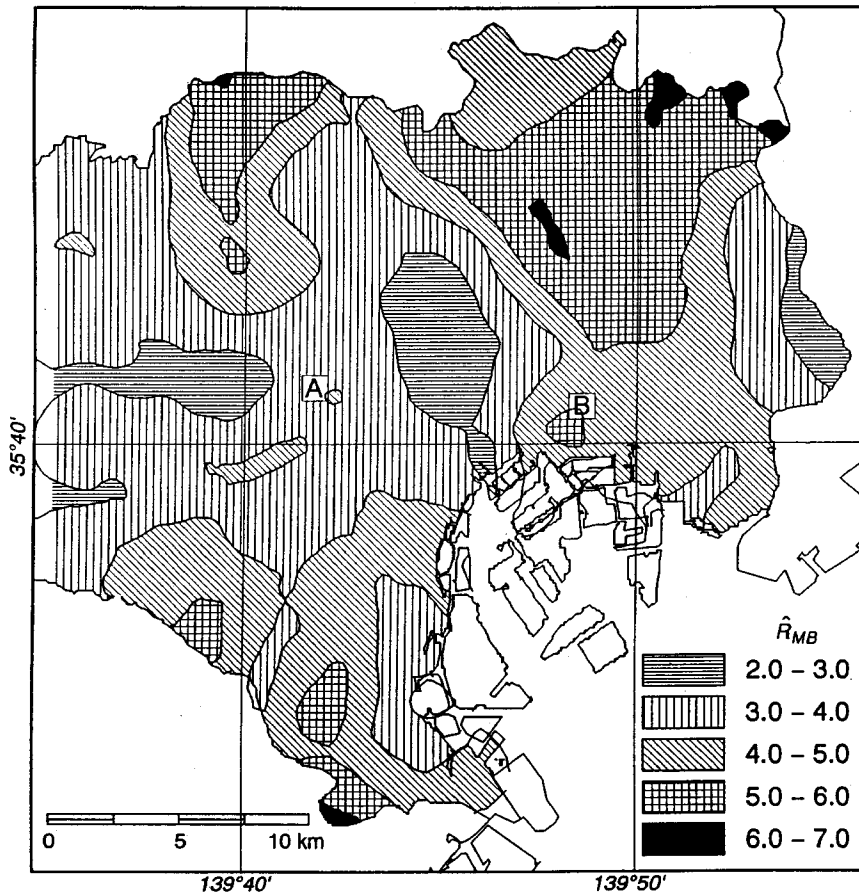


図-19 東京23区における常時微動から推定した増幅倍率 $\hat{A}_{SH} (= \hat{R}_{MB})$ のゾーニング・マップ

4. 提案手法の適用と考察

前論文⁹⁾で示した東京23区内の全中学校546校での微動データを用いて、各地点での水平/上下スペクトル比から増幅倍率を推定し、これを基に増幅倍率のゾーニング・マップの作成を試みる。次に既往のマップと比較することにより実用面での妥当性を検討する。

(1) 東京23区の増幅倍率マップ

a) ピーク値 \hat{R}_{MB} の分布と増幅倍率マップの作成

東京23区におけるピーク値 \hat{R}_{MB} の分布を図-18に示す。同図には国土数値情報¹⁷⁾から得られる表層地質を網掛けで示してある。これより、ローム層(平均値:3.6)に比べ粘土層(平均値:4.7)ではピーク値が若干大きい傾向が見られる。

次に、 \hat{R}_{MB} を推定増幅倍率 \hat{A}_{SH} と見なし、前論文⁹⁾の卓越周期マップと同手順で \hat{A}_{SH} のゾーニング・マップを作成した。その結果を図-19に示す。

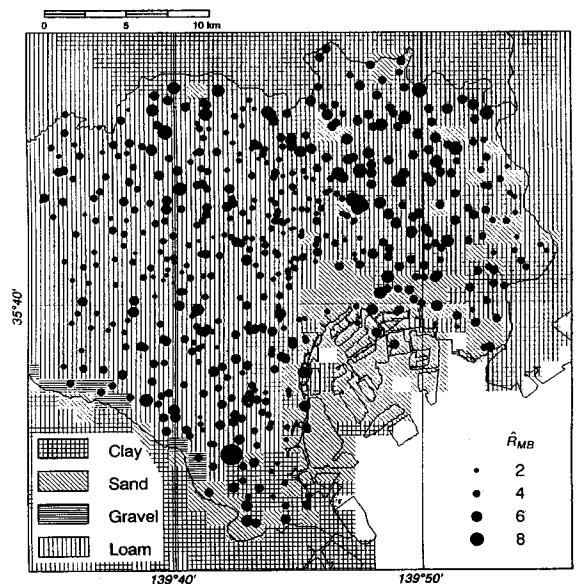


図-18 東京23区における常時微動の水平/上下スペクトル比のピーク値 \hat{R}_{MB} の分布と国土数値情報¹⁷⁾から得られた表層地質

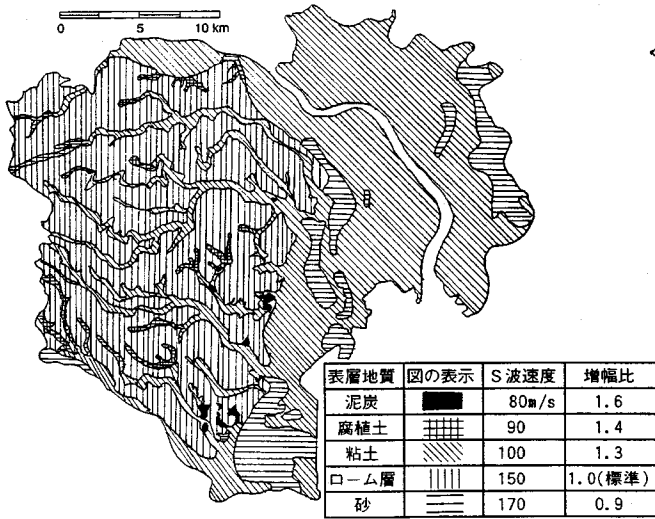


図-20 嶋(1977)の増幅比のマイクロゾーニング・マップ¹⁸⁾

b) 既往マップとの比較検討

嶋による東京23区の増幅倍率のゾーニング・マップ¹⁸⁾を図-20に示す。これは、地表のS波速度を基に作成されており、ローム層を基準としている相対的な増幅倍率(以下、増幅比と呼ぶ)で表示してある。図-19と図-20とを比較すると、次のような特徴が指摘できる。

1) 推定増幅倍率が低地では4.0以上で、山の手台地では4.0以下と、図-20と同様に低地と台地の区別が明瞭である。

2) 推定増幅倍率が4.0の等値線は、図-20に見られる低地と台地の境界と対応している。

3) 下町低地東部に見られる増幅比0.9の地域は、推定増幅倍率が3.0以下の地域と対応している。

以上より、推定増幅倍率と増幅比の分布は、比較的調和していることが分かる。

c) ピーク値 \hat{R}_{MA} について

図-21にピーク値 \hat{R}_{MB} とピーク値 \hat{R}_{MA} との関係を示す。なお、 \hat{R}_{MA} 、 \hat{R}_{MB} の平均値は、それぞれ4.3、3.6である。●、▲、○、△、□印はピーク周期 \hat{T}_{MA} の周期範囲毎に変えてあり、 \hat{T}_{MA} が短周期になるほど、 \hat{R}_{MB} は \hat{R}_{MA} に較べ小さくなる傾向にあることが分かる。

比較のためにピーク値 \hat{R}_{MA} のゾーニング・マップを作ってみた結果によると、全体的な特徴は図-19と比較的似ているが、山の手台地と下町低地の違いは、図-19ほど明瞭ではなかった。

(2) 推定増幅倍率の基盤について

増幅倍率に言及する場合、どの深度の層まで考慮

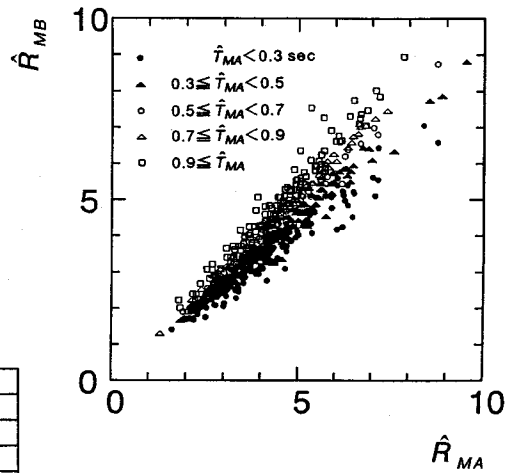


図-21 546地点のピーク値 \hat{R}_{MB} とピーク値 \hat{R}_{MA} の関係

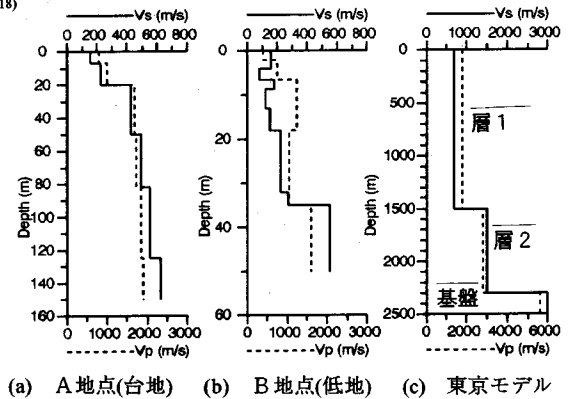


図-22 A地点(台地)、B地点(低地)のPS検層モデルと東京モデル¹⁹⁾

した増幅倍率かを考えておく必要がある。そこで、基本モードレイリー波の振幅分布をもとに、この点について考察する。レイリー波の水平成分および上下成分の深さ方向の振幅分布は、周期毎に固有の形状(固有関数)を持つ。特に基本モードレイリー波については、1波長程度(=周期×位相速度)以深で振幅はほぼ0となる(図-24参照)。このことと基盤との関連性を以下、東京の地盤モデルを使って具体的に調べてみる。

図-19のA地点(台地)、B地点(低地)のPS検層結果(以下、PS検層モデルと呼ぶ)をそれぞれ図-22(a)、(b)に示す。図-22(c)は人工地震によって得られた東京の大局的な地盤モデル¹⁹⁾(以下、東京モデルと呼ぶ)を示しており、上層から層1、層2、基盤と呼ぶことにする。なお、A、B両地点は、PS検層の最下層のS波速度が層1のS波速度に近い。

A地点とB地点のPS検層モデル及びPS検層モ

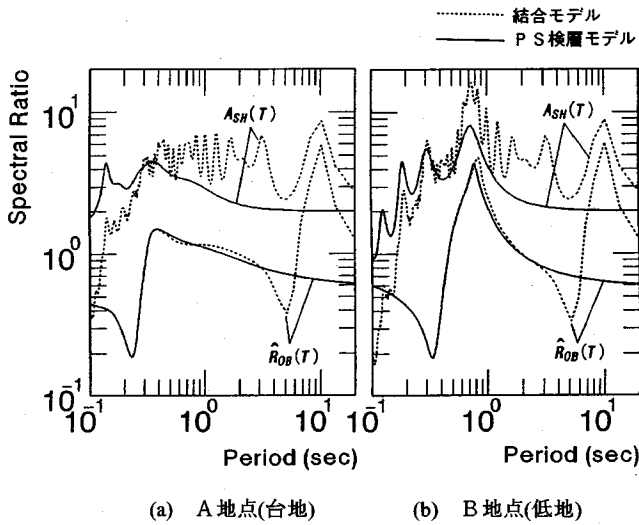


図-23 PS検層モデル，結合モデルにおける水平/上下スペクトル比 $\hat{R}_{ob}(T)$ ，増幅特性 $A_{SH}(T)$

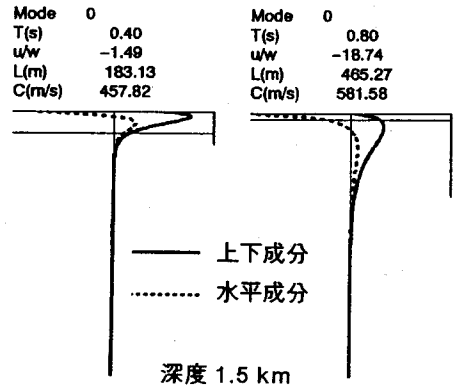


図-24 基本モードレイリー波の固有関数

デルを東京モデルに組み込んだ地盤モデル(以下、結合モデルと呼ぶ)についての増幅特性 $A_{SH}(T)$ ，基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比 $\hat{R}_{ob}(T)$ をそれぞれ図-23(a), (b)に示す。なお、 $A_{SH}(T)$ を求める際、 $V_S \leq 600\text{m/s}$ の全層で Q 値を 20 とし、 $V_S = 680, 1500, 3000\text{m/s}$ で Q 値をそれぞれ 30, 50, 100 とした²⁰⁾。A, B地点とも、結合モデルの $\hat{R}_{ob}(T)$ は2つのピークを示している。両地点とも短周期側のピークは、PS検層モデルの $\hat{R}_{ob}(T)$ のピークとほぼ一致し、ピーク周期はA地点で0.4秒、B地点で0.8秒である。

これらのピーク周期での結合モデルにおける基本モードレイリー波の深さ1.5kmまでの振幅分布を図-24(a), (b)に示す。なお、図中の右側の縦線は、基本モードレイリー波の1波長分の長さ(=周期×位相速度)を示し、横線はPS検層最下層上面を示している。A, B地点とも振幅は、層1内で0へ収束し、表層にのみ有意な振幅を持っていることが分かる。したがって、これらの周期での基本モードレイリー波は、層2、基盤の影響を受けないため、PS検層モデルと結合モデルのピーク値 \hat{R}_{ob} は、ほぼ一致する。一方、上記のピーク周期に対応する、結合モデルの増幅倍率はPS検層モデルに較べ増大している。

これらのことから、東京23区を対象とした微動の水平/上下スペクトル比から推定される増幅倍率は、S波速度 $V_S = 680\text{m/s}$ 程度の層を基盤とみなした場合に対応していると考えられる。

5. 結論

本論文では、常時微動が主に基本モードレイリー

波で構成されていることを前提として、基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比とSH波の増幅特性との関係を調べ、増幅倍率の推定に適した平滑化フィルターおよびそれを用いる推定方法を提案した。次に、本推定法を東京23区における微動データに適用して増幅倍率マップを作成し、本推定法の実用性を実証した。本論文の結論を列挙すると、次のようである。

- 1) 二層、多層地盤モデルの数値解析において基本モードレイリー波の水平動と上下動の振幅スペクトルに対し、通常の平滑化Aを用いた場合、その水平/上下スペクトル比のピーク値とSH波の増幅倍率との関係は、ピーク周期毎に異なり、両者に相関が見られない周期帯域もある。
- 2) 一方、本論文で提案する平滑化Bを用いる場合、基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比のピーク値とSH波の増幅倍率には、ピーク周期に依らず、よい相関が見られる。
- 3) 平滑化Bを用いた基本モードレイリー波の水平/上下スペクトル比のピーク値と増幅倍率の関係式を導き、これを用いて微動の水平/上下スペクトル比のピーク値から増幅倍率を推定する手順を提案した。
- 4) 東京23区内の全中学校546校を測定点に選び、通算32日間で実測した微動データに本提案を適用して増幅倍率を推定し、これを基に増幅倍率マップを作成し、既存のマップと比較検討することによって、提案方法の実用性を実証した。
- 5) 東京23区内では基本モードレイリー波は $V_S = 680\text{m/s}$ 程度の層1内で振幅が概ね0に収束していることから、この層が本推定法の基盤と見なせる。

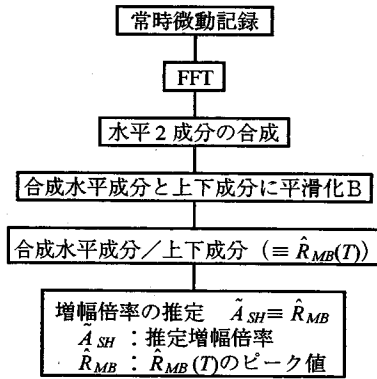


図-25 本提案による増幅倍率推定方法のフローチャート

最後に、本提案による推定方法のフローチャートを示せば図-25のようになる。提案した方法は、微動の振動源を極めて単純化した数値解析の結果や微動に含まれる基本モードレイリー波が一定割合であるとの仮定に基づいている。今後、これらの点についての解明が進めば、本推定方法の精度はさらに向上するものと期待される。

謝辞：本研究を遂行する上で多数の方々からご協力とご便宜を賜った。特に、工学博士 中村 豊氏（鉄道総合技術研究所）、工学博士 翠川三郎氏（東京工業大学）、遠藤達哉氏（北海道開発庁、当時 東京工業大学院生）、中村洋一氏（電源開発株式会社、当時東京工業大学大学院生）、工学博士 年縄 巧氏（東京工業大学）からは、微動測定実施上の多大の支援を得た。厚くお礼を申し上げる。

参考文献

- 1) Kanai, K. and Tanaka, T. : On microtremor, VIII, *Bull. Earth-quake Research Institute*, 39, pp.97-114, 1961.
- 2) 日本建築学会構造委員会 振動運営委員会 地盤振動小委員会：微動の工学的利用について - その現状と可能性 -，第17回地盤震動シンポジウム，1989.
- 3) 堀家正則：微動の研究について，地震2，46，pp.343-350，1993.

- 4) 中村 豊：常時微動計測に基づく表層地盤の地震動特性の推定，鉄道研究報告，4，pp.18-27，1988.
- 5) 時松孝次，宮寺泰生：短周期微動に含まれるレイリー波の特性と地盤構造の関係，日本建築学会構造系論文報告集 第439号，pp.81-87，1992.
- 6) 大町達夫，紺野克昭，遠藤達哉，年縄 巧：常時微動の水平動と上下動のスペクトル比を用いる地盤周期推定方法の改良と適用，土木学会論文集，No. 489/I-27，pp.251-260，1994.
- 7) 若松邦夫，安井謙：常時微動の利用 - 短周期微動の水平上下スペクトル比による地盤増幅特性評価の可能性について -，第22回地盤震動シンポジウム，1994.
- 8) Lachet, C. and P. Y. Bard : Numerical and theoretical investigations on the possibilities and limitations of the "Nakamura's" technique, *Journal of Physics of the Earth*, Vol.84, pp.337-397, 1994.
- 9) 中村 豊，大町達夫，年縄 巧：常時微動により推定した地盤震動特性と地震被害の関係，ロマプリーク地震震害調査報告，土木学会論文集，No. 424，I-14，pp.37-51，1990.
- 10) Harkrider, D.G. : Surface Waves in Multilayered Elastic Media, *Bulletin of Seismology Society of America*, Vol. 54, No. 2, pp.627-679, 1964.
- 11) 金井 清：地震工学，共立出版，1969.
- 12) J. S. ベンダット，A. G. ピアソル(得丸英勝他訳)：ランダムデータの統計的処理，培風館，1976.
- 13) 例えば，大崎順彦：地震動のスペクトル解析入門，鹿島出版会，1976.
- 14) 森口繁一，宇田川金圭久，一松 信：数学公式集Ⅲ，岩波書店，1987.
- 15) 福島美光，翠川三郎：周波数依存性を考慮した表層地盤の平均的な Q^{-1} 値とそれに基づく地盤増幅率の評価，日本建築学会構造系論文報告集，第460号，pp.37-46，1994.
- 16) 宮寺泰生，時松孝次：短周期微動に含まれる表面波成分の抽出，第27回土質工学研究発表会，1992.
- 17) 国土庁計画調整局・国土地理院：国土数値情報，国土情報シリーズ2，大蔵省印刷局，1987.
- 18) 嶋 悦三：東京都23区の子想震度分布，日本建築学会第5回地盤震動シンポジウム，pp.61-65，1977.
- 19) 嶋 悦三他：東京の基盤構造その2，地震研究所彙報，pp.45-61，1976.
- 20) 瀬尾和大，佐間野隆憲，山中浩明：関東平野における屈折法地下深部探査 - 地震波の伝播・増幅のメカニズムを理解するために -，物理探査，第43巻，第6号，pp.418-429，1990.

(1994.11.15 受付)

A SMOOTHING FUNCTION SUITABLE FOR ESTIMATION OF AMPLIFICATION FACTOR OF THE SURFACE GROUND FROM MICROTREMOR AND ITS APPLICATION

Katsuaki KONNO and Tatsuo OHMACHI

When properly smoothed, spectral ratios between horizontal and vertical components of Rayleigh waves are well correlated with amplification factors of SH waves in the surface ground. This is demonstrated by a series of numerical simulations for various soft surface layers. For this reason, a smoothing function is newly proposed and applied to estimation of the amplification factor from microtremor data observed in Tokyo area. An amplification factor map resulting from the estimation shows a good resemblance with an existing map to a satisfactory level of accuracy.