

可動質量型制振装置を用いた構造物 の閉開ループ震動制御

佐藤忠信¹・土岐憲三²・望月俊宏³・吉川正昭⁴

¹正会員 工博 京都大学教授 防災研究所 (〒611 京都府宇治市五ヶ庄)

²正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学科

³正会員 工修 大林組 (元 京都大学院修士課程学生)

⁴正会員 工博 高知工業高等専門学校教授 (元 奥村組)

閉開ループ制御則を付加質量型制振装置を用いた構造物の震動制御に適用する。この場合、観測地震波をそのまま用いて閉ループ制御量を決定すると制御効率が十分に改善されないため、フィルターを用いて修正した地震波を基に制御量を決定する。この閉開ループ制御則を用いて制御を行った場合の制御効率と、従来の状態量のみから制御量を決定した場合（閉ループ制御）の制御効率を比較、検証した。

Key Words : open-closed loop control, band rejection filter, active tuned mass damper

1. はじめに

建築構造物のアクティブ制振技術の1つに可動質量型 (Active Mass Driver; AMD) の制振機構を用いる手法がある。この機構は、構造物に設置された付加質量をアクチュエーターで駆動し、それより得られる慣性力を制御力として利用するもので、装置がコンパクトなうえ設置が比較的簡単なことから幅広く用いられる方式である。しかし、AMD方式を用いる場合に構造物に供給できる制御量は、付加質量の可動範囲 (最大ストローク量)、アクチュエーターの消費エネルギー等によって制限を受けるため、限られた制御量を効率よく用いて構造物の応答を低減しなければならない。

制御効率の向上については、これまでに数多くの解析や実験が行われてきた。例えば、免振機能を備えた付加質量を用いることにより、アクチュエーターが負担する消費エネルギーの低減を図る方式¹⁾、制御量の大きさを決定する制御ゲインを入力地震の規模にあわせて切換える方式²⁾、構造物の応答を低減するための制御力を直接建物に供給するのではなく、構造物の剛性や減衰を変えることによって応答を制御する方式³⁾などが挙げられる。しかし、これらの研究の多くは、制御方式や制御量の大きさ (制御ゲ

イン)に着目したもので、制御量を導く制御則の最適性を見直す研究はあまり見られなかった。そこで本研究ではこの点に着目し、制御則の見直しを図ることで制御効率を向上できる場合のあることを示し、その詳細な検討を行った。

これまで用いられてきた制御則の多くは最適レギュレーター問題と呼ばれる最適制御則である。この最適制御則は、通常、状態量と制御量の2次形式で表現される評価関数を最小とするように決定されるが、この問題は動的システムの最適化問題のうち、終端状態量自由、終端時間固定の問題に属し、一般には境界条件が始端と終端に分かれて存在する二点境界値問題を構成する⁴⁾。この二点境界値問題は、全ての入力を既知のものとして、制御量を決定する方程式を終端より逆向きに解く必要があるため、外乱が地震動のように既知の時間関数として与えられない場合には、そのままでは解くことが困難であった。従って、これまでは地震外力を無視したり、あるいは入力に対し適当な確率過程を仮定することによって解かれていた。またこれに対し、Yang等⁵⁾は評価関数を時間依存型とすることにより、二点境界値問題を解かずに当該時刻の情報のみで最適制御を行うことのできる手法を定式化している。しかし、評価関数に外力の影響が考慮されていないため、非定常

な外力が入力している系においては、誘導された制御則によって最適な制御量が与えられるという保証は十分とは言い難かった。

そこで、本研究ではYangの時間依存型評価関数をもとに、構造物に入力される地震動のエネルギーを評価関数に導入して定式化を行い、制御量に状態量だけでなく外力も考慮できる閉ループ制御則⁶⁾を用いてAMDを制御した場合の制御効率について考察を行う。この閉ループ制御則より導かれる制御量は、状態量から決定される閉ループ制御量と観測地震加速度から決定される開ループ制御量の和で表現されるが、観測地震加速度をそのまま用いてAMDの開ループ部分の制御量を決定すると制御効率が悪化するので、まずフィルターを用いて修正した地震加速度を基に開ループの制御量を決定し、開ループの制御効率の向上を図るとともにその物理的な背景を明確にする。次に、この開ループに閉ループ制御則を付加してAMDを制御することにより、制御効率が従来の制御則に比べてどれだけ向上するかを明らかにする。

2. 閉ループ制御則の定式化及びその考察

(1) 制御理論

a) システムの定式化

アクチュエーターを最上階に1台設置したn自由度系の構造物モデルの運動方程式は次式で表される。

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \\ -\{m\}\ddot{X}_0(t) + \{H\}u(t) \\ \{x(t)\} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}^T \end{aligned} \quad (1)$$

$[M]$, $[C]$, $[K]$ は、それぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスで、 $n \times n$ 次元の正方マトリックスであり、 x_i ($i=1, \dots, n$)は各質点の相対変位、 u は制御力である。 $\{H\}$ は制御力の作用位置を表す n 次元ベクトルで、アクチュエーターにより発生する制御力 u が最上階にのみ作用するため $\{1, 0, 0, \dots, 0\}^T$ で与えられる。また、 $\{m\}$ は n 次元の質量ベクトルで、最上階の質量を m_1 、アクチュエーターの質量を m_a とすると $\{m_1 + m_a, m_2, \dots, m_n\}$ と表現される。式(1)の運動方程式を状態方程式に変換すると次式となる。

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bu(t) + W_1\ddot{X}_0(t) \quad (2)$$

ただし、

$$\begin{aligned} z(t) = \begin{Bmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \end{Bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \\ B = \begin{Bmatrix} 0 \\ M^{-1}H \end{Bmatrix}, \quad W_1 = \begin{Bmatrix} 0 \\ -M^{-1}m \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

式(2)の解は Δt を積分時間間隔とすれば次式で与えられる。

$$z(t) = D(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [Bu(t) + W_1\ddot{X}_0(t)] \quad (4)$$

ただし、

$$\begin{aligned} D(t - \Delta t) = \\ e^{A\Delta t} \left\{ z(t - \Delta t) + \frac{\Delta t}{2} [Bu(t - \Delta t) + W_1\ddot{X}_0(t - \Delta t)] \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

b) 閉ループ制御則

地震動の特性を直接反映できる制御則を導くため、構造物に入力される地震エネルギーを考慮した評価関数⁶⁾がすでに提案されているが⁸⁾、それを修正した次式の評価関数を定義する。

$$\begin{aligned} J(t) = \int_{t-\Delta t}^t [z(\tau)^T Qz(\tau) + u^T(\tau)ru(\tau) \\ + \alpha \{-\dot{x}^T(\tau)\{m\}\ddot{X}_0(\tau)\}] d\tau \end{aligned} \quad (6)$$

系の自由度を n とすると、 z は速度と変位からなる $2n$ 次元の状態量ベクトル、 u は制御量、 \ddot{X}_0 は地震加速度、 Q は状態量をどの程度評価関数に考慮するかを決定する重みで $2n \times 2n$ の非負正定値行列、 r は制御量を評価するスカラー量の重み、 α が構造物に入力される地震エネルギーを評価するスカラー量の重みである。数値解析では式(6)を台形近似した次式を用いる。

$$\begin{aligned} J(t) = z(t)^T Qz(t) + u^T(t)Ru(t) \\ - \alpha \cdot z(t)^T W_2\ddot{X}_0(t) + E_2(t - \Delta t) \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、

$$E_2(t-\Delta t) = z(t-\Delta t)^T Q^* z(t-\Delta t) \\ + u^T(t-\Delta t) R^* u(t-\Delta t) \\ - \alpha \cdot z(t-\Delta t)^T W_2 \ddot{X}_0(t-\Delta t)$$

$$Q^* = \frac{\Delta t}{2} Q \quad R^* = \frac{\Delta t}{2} r \quad W_2 = \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta t/2 \{m\} \end{Bmatrix} \quad (8)$$

ここで、式(4)の状態方程式を制約条件式として式(7)を最小化すると次式のように制御量が決定される。

$$u(t) = -\frac{\Delta t}{4} R^{*-1} B^T (Q^{*T} + Q^*) z(t) + \\ \alpha \frac{\Delta t}{4} R^{*-1} B^T W_2 \ddot{X}_0(t) \quad (9)$$

上式は最終的に次式の形にまとめられる。

$$u(t) = \{F_{BD}\} \{x(t)\} + \{F_{BV}\} \{\dot{x}(t)\} + F_f \ddot{X}_0(t) \quad (10)$$

ただし、

$$\{F_{BD}\} = -\Delta t/4r (\{m^{-1}\} \{H\})^T [Q_{21}^T + Q_{21}] \\ \{F_{BV}\} = -\Delta t/4r (\{m^{-1}\} \{H\})^T [Q_{22}^T + Q_{22}] \\ F_f = \Delta t^2/8 \cdot \alpha/r \quad (11)$$

ここで、 $\{F_{BD}\}$ 、 $\{F_{BV}\}$ 、 F_f はそれぞれ応答変位、応答速度、地震加速度にかかるゲインであり、 Q_{21} と Q_{22} は式(17)で定義される。制御量は右辺第1項、第2項の状態量のフィードバックによる項(閉ループ制御)と地震加速度のフィードフォワードによる項(開ループ制御)から決定されるので、式(10)は閉ループ制御則となっている。

c) 制御信号の決定

本研究ではアクチュエーターとして、マスダンパーとACサーボモーターから構成されるものを想定し、モーターに速度信号を与えてマスダンパーのストローク量を操作するものとする。従って、このマスダンパーを駆動するためのACサーボモーターの速度制御信号を定式化する必要がある。ACサーボモーターの動特性に関する方程式は、モーターの速度入力信号とマスダンパーの応答値を一次遅れ要素とし、次式で与えられるものと仮定する⁷⁾。

$$Y^*(t) = T \ddot{x}_d(t) + \dot{x}_d(t) \quad (12)$$

ただし、 T は時定数、 $Y^*(t)$ はサーボモーターを駆動するための信号、 $x_d(t)$ は最上階に対するマスダンパーの相対変位である。一方、制御力はマスダンパーの慣性力に等しいので、式(10)の関係から次式を得る。

$$-m_d \ddot{x}_d(t) = \{F_{BD}\} \{x(t)\} + \{F_{BV}\} \{\dot{x}(t)\} + F_f \ddot{X}_0(t) \quad (13)$$

式(13)を用いて式(12)から $\ddot{x}_d(t)$ を消去すると次式が得られる。

$$Y^*(t) = -\frac{T}{m_d} (\{F_{BD}\} \{x(t)\} + \{F_{BV}\} \{\dot{x}(t)\} + \\ F_f \ddot{X}_0(t) - \frac{m_d}{T} \dot{x}_d(t)) \quad (14)$$

いま、 $\{F_{BD}\} = \{0\}$ とおき、式(13)を積分した式

$$\dot{x}_d(t) = -\frac{1}{m_d} \{F_{BV}\} \{x(t)\} - \frac{F_f}{m_d} \dot{X}_0(t) \quad (15)$$

を用いて式(14)より $\dot{x}_d(t)$ を消去すると、最終的にサーボモーターの速度信号が次式の形で与えられる。

$$Y^*(t) = -\frac{T}{m_d} \{ \{F_{BV}\} (\{\dot{x}(t)\} + \{x(t)\}/T) \\ + F_f (\ddot{X}_0(t) + \dot{X}_0(t)/T) \} \quad (16)$$

式(16)の誘導過程で $\{F_{BD}\} = \{0\}$ とおいたが、これは応答変位のフィードバックを考慮しないことに相当する。従って、速度応答のみがフィードバックされる場合を想定しているの、制御力を加えると構造系の減衰定数のみが変化することになる。

(2) 重みに関する考察

a) 重みQの決定

閉ループ制御量を決定するのに必要な重みQの決定法について述べる。Qは、 n 質点系の場合、 $2n \times 2n$ の正方行列であり、以下のように表現できる。

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} \\ Q_{21} & Q_{22} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$Q_{11}, Q_{12}, Q_{21}, Q_{22}$ は、それぞれ $n \times n$ の正方行列であり、

表-1 重みQの値

case	θ_1	θ_2, θ_3	θ_4, θ_5	$\theta_6, \theta_7, \theta_8$
1	100	100	100	100
2	100	100	100	10
3	100	100	10	10
4	100	50	50	5

式(6)の評価関数において Q_{11} が応答変位にかかる重み、 Q_{22} が応答速度にかかる重み、 Q_{12}, Q_{21} が変位と速度にかかる重みである。ここでは速度フィードバックのみを考えるので、式(11)より Q_{22} のみ考慮すれば良い。

Q_{22} は n^2 個のマトリックス成分から構成されている。しかし、式(11)中の重み Q_{22} にかかるベクトルの成分が $(\{m^{-1}\}\{H\})^T = \{1/(m_1 + m_d), 0, \dots, 0\}$ であることから、制御量に影響を及ぼすのは Q_{22} の第1行目にある n 個の成分のみであることがわかる。また、一般的な最適レギュレータ問題において、 Q は、「対称かつ非負定値マトリクス」という条件が与えられていることを考慮すると、最終的に Q_{22} は以下のように表現できる。

$$Q_{22} = \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \dots & \theta_n \\ \theta_2 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_n & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

従って、閉ループ項による制御力は次式で表現できる。

$$u(t) = -\frac{\Delta t}{2r} \frac{1}{m_1 + m_d} \sum_{i=1}^n \theta_i \dot{x}_i(t) \quad (19)$$

式(19)で定義された n 個の重み成分 θ_i ($i=1, 2, \dots, n$)は、各質点の応答速度の比例定数として制御力に影響を与えることがわかる。この θ_i の値を具体的に決定するため、図-1に示すような構造モデルを対象として次表の4つのケースを考えて数値解析を行い、最も効率良く構造物の応答変位が低減できるのがケース4の場合であることが判明したので、以下に述べる解析例では、この Q の分布を解析に用いた。

b) パラメーター α/r の決定

開ループの制御量は式(11)よりパラメーター α/r により決定されるので、この値の物理的な意味を明らかにする。まず、系の運動方程式をモード

変換すれば第 i 次モードの方程式として次式を得る。

$$\ddot{q}_i(t) + \zeta_i \dot{q}_i(t) + \Omega_i q_i(t) = -\{\phi_i\}^T \{m\} \ddot{X}_0(t) + \phi_i^1 u(t) \quad (20)$$

ただし、 i 次モードベクトルを $\{\phi_i\}$ 、その k 成分を ϕ_i^k と定義する。この i 次モードの応答を完全に低減させるには、式(20)の右辺の項を0にして i 次モードを刺激する外乱をゼロにするように制御量を決定すればよい。この場合の制御量は次式のようになる。

$$u(t) = \frac{\{\phi_i\}^T \{m\}}{\phi_i^1} \ddot{X}_0(t) \quad (21)$$

式(21)の制御量は地震加速度のみから決定されているので、開ループ制御量となっている。一方、式(10)、(11)より最適な開ループ制御量は次式となる。

$$u(t) = F_f \ddot{X}_0(t) = \frac{\Delta t^2}{8} \frac{\alpha}{r} \ddot{X}_0(t) \quad (22)$$

式(21)、(22)よりパラメーター α/r は次式で与えられる。

$$(\alpha/r)_i = \frac{8}{\Delta t^2} \frac{\{\phi_i\}^T \{m\}}{\phi_i^1} \quad (23)$$

モードごとに刺激係数は異なるため、上式より明かなように α/r はモードの数だけ存在することになる。

c) Leak Termの定義

式(23)による制御力は i 次モードの応答をゼロにするが、他モードの応答を励起する可能性があるため、他モードに与える影響を調べておく必要がある。今、 i 次モードを制御する制御力が入力するときの k 次 ($k \neq i, k=1, \dots, n$) モードに関する運動方程式を書き下すと以下のようになる。

$$\ddot{q}_k(t) + \zeta_k \dot{q}_k(t) + \Omega_k q_k(t) = -\left(\{\phi_k\}^T \{m\} - \frac{\phi_k^1}{\phi_i^1} \{\phi_i\}^T \{m\} \right) \ddot{X}_0(t) \quad (24)$$

この式の右辺の入力加速度の係数項は開ループ制御を行うことにより修正される k 次の刺激係数と考えられる。また右辺()の中の第2項は i 次モード制

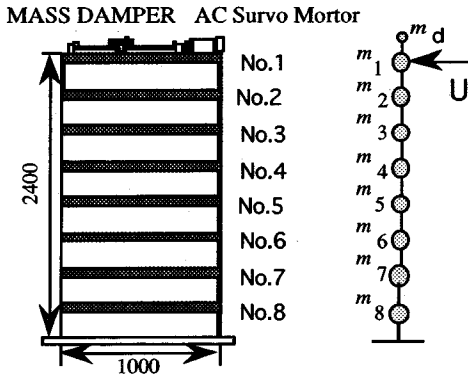


図-1 モデル図

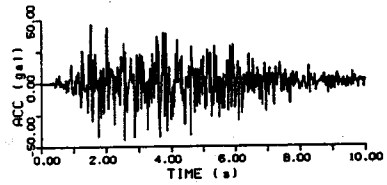


図-2 模擬地震波形

御時のk次モードへの制御力の漏れの程度を表現しているのを、これをLeak Termと呼ぶことにする。

(3) 開ループ制御則の特性

a) 解析モデル

本研究で用いた解析モデルは、図-1に示すような集中質量系の8自由度線形モデルである。粘性項は一次モードの減衰定数、固有振動数より決まる係数を剛性に乗じる剛性比例型とした。図-1にモデルの概要を、表-2に解析モデルの重量、固有値、固有ベクトル、及び刺激係数を示す。また、解析に用いる入力地震は、0.5Hz~25Hzの周波数帯域で一定振幅を有する模擬地震波を作成し、その最大加速度を50galに調節したものとした。図-2に模擬地震波の加速度波形を示す。

b) 解析結果

式(23)で与えられるモードの応答を相殺するためのパラメーター α/r の値を表-3に示した。開ループの制御量はこのパラメーター α/r より決定されるため、まず図-3に、 α/r を少しずつ変えた場合に最上階の最大応答変位及び最大制御量がそれぞれどのように変化するかを示す。最大制御量は α/r とともに増加し、それに従って最大応答変位は極小値まで減少する。その後は α/r の増加に

表-2 モデルの諸元

層番号	1	2	3	4	5	6	7	8	AMD
重量(kgf)	123.1	123.1	123.1	123.1	123.1	123.1	123.1	144.1	3.5
剛性(kgf/cm)	245.0	245.0	245.0	245.0	245.0	245.0	245.0	245.0	-

Mode		1	2	3	4	5	6	7	8	
固有振動数 (Hz)		1.26	3.76	6.15	8.35	10.29	11.89	13.08	13.81	
刺激係数		0.0297	.00970	.00556	.00368	.00254	.00173	.00108	.000522	
モードスペクトル	質点位置	8	5.54	-1.80	1.04	-0.72	0.54	-4.43	0.39	-0.36
		7	5.32	-1.17	0.96	0.52	-0.88	1.11	-1.25	1.32
		6	4.93	-0.21	0.07	1.02	-0.42	-0.51	1.44	-2.10
		5	4.38	0.82	-1.25	0.08	0.94	-0.67	-0.85	2.59
		4	3.68	1.61	-0.59	-0.97	0.28	1.08	-0.19	-2.72
		3	2.87	1.94	0.53	-0.65	-0.98	-0.26	1.13	2.46
		2	1.97	1.71	1.24	0.59	-0.14	-0.86	-1.46	-1.86
		1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00

表-3 各モードの外乱を相殺する α/r

Mode	1	2	3	4	5	6	7	8
α/r	56.6	-19.5	12.6	-10.0	8.6	-7.9	7.5	-7.3

伴って急激に増加する。この極小値となる α/r の値は約5.7である。これは表-3に示した1次モードを励起する外乱を相殺する値(56.6)と等しいことがわかる。対象とした構造モデルは1次モードが極端に卓越したモデルであるので、 α/r の値が56.6を越えると式(20)と(21)より明らかなように、1次モードの応答が過制御になるため応答が急激に増加する現象が発生する。

1次モードの応答を相殺できる α/r の値を用いれば1次モードの応答をゼロにできるので、1次モードが極端に卓越している構造モデルでは、応答をほぼゼロに制御できそうであるが、最大応答変位の極小値は非制御時の4割程度にしかならない。この結果は、前述したLeak Termに基づいて説明できる。

図-4に1次モードを開ループで制御した場合と2次モードを制御した場合のLeak Termを図示する。

図は、Leak Termを各モードの刺激係数 $\{\phi_n\}^T \{m\}$ で正規化した結果を示しており、開ループ制御時の各モードの刺激係数が非制御時の何倍になるかがわかる。この結果、1次モード制御時には1次モードの刺激係数はゼロにできるが他モードに与える影響は非常に大きく、2次以上のモードの刺激係数は3倍以上に増加している。このため、1次モードが制御されても他モードが励起されるので、応答変位は完全にゼロにはならないことがわかる。一方、2次モー

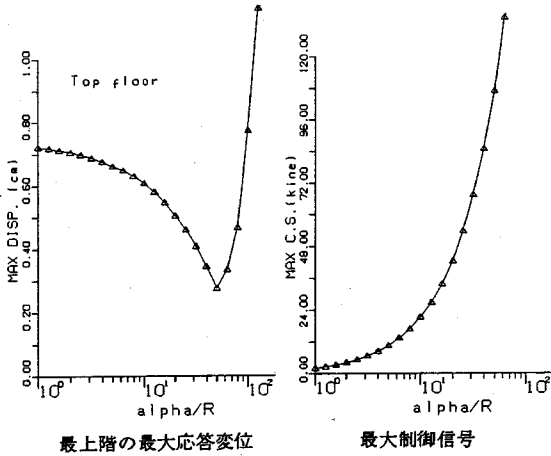


図-3 α/r と最大応答変位, 最大制御量の関係
(開ループ制御)

ド制御時には、1次モード制御時に比べるとLeak Termとして見た場合には他モードに与える影響は少ないが、1次モード応答が大きくなり、系全体としての応答値は非制御時より大きくなってしまふ。

この結果を応答変位のフーリエスペクトルで確認する。図-5に非制御時、1次モードを開ループで制御、2次モードを開ループで制御した場合の結果を左から順に示す。非制御時と比較すると、1次モードを開ループで制御した場合には、1次モードのピークがなくなるかわりに2次モードのピークが増加し、その値はLeak Termが示す通り非制御時の約4倍増加している。また、2次モードを開ループ制御した場合には1次モードのピークが増加し、この場合もLeak Termが示す通り非制御時の約1.5倍増加している。

最後に図-6に1次モードを開ループで制御した場合の最上階の応答変位、制御信号の時刻歴曲線を示す。図中、破線が非制御の場合、実線が制御を行った場合である。応答変位は、1次振動成分がなくなるかわりに2次振動成分がみられる。また、制御信号の最大値は非常に大きく、地震波が有する高周波数成分が見られる。

以上の結果、開ループ制御の特性は次のようにまとめられる。

- 1) 制御の対象とするモードの外乱を相殺するようにパラメーター α/r を設定すれば、そのモードを完全に制御することが可能である。
- 2) 開ループ制御量は観測地震加速度を基に決定されるので、制御対象でないモードの振動成分を多く含む。この結果、主要モードは低減できても非制御モードが励起し、応答変位が十分低

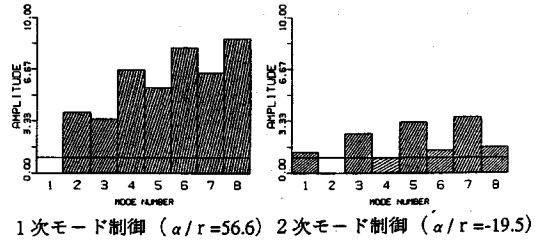


図-4 Leak Term

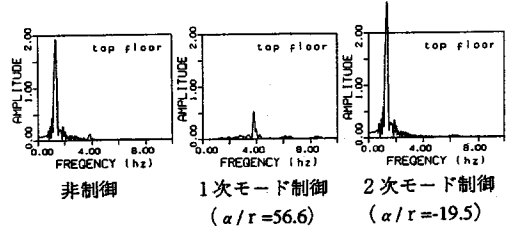


図-5 最上階応答変位のフーリエスペクトル

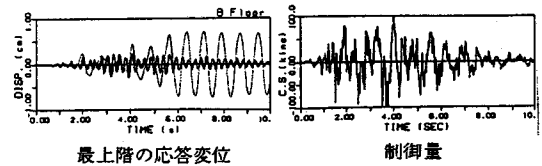


図-6 1次モード制御時の時刻歴曲線 ($\alpha/r=56.6$)
(破線：非制御 実線：開ループ制御)

減しない。

- 3) 開ループ制御量の最大値は観測地震加速度の最大値に比例する。このため最大制御量が大きくなる。

この3つの特徴のうち、2) 3) の2点は開ループ制御が有する最大の問題点である。この問題点は、そのまま閉ループで制御した場合の問題点でもある。

3. 修正地震加速度を用いた開ループ制御

(1) 概説

閉ループで制御を行う場合、開ループ制御が有する問題点を解決する必要がある。2節の最後に示した2) 3) の2つの問題点は、開ループ制御量の基になる観測地震加速度が広帯域な振動数成分から構成されていることが直接的な原因と考えられる。そこで、観測地震加速度をそのまま用いて開ループ制御量を決定するのではなく、フィルターを用いて修正した地震加速度を基に制御量を決定することで問題点の解決を図る。

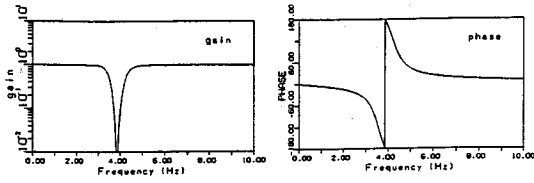
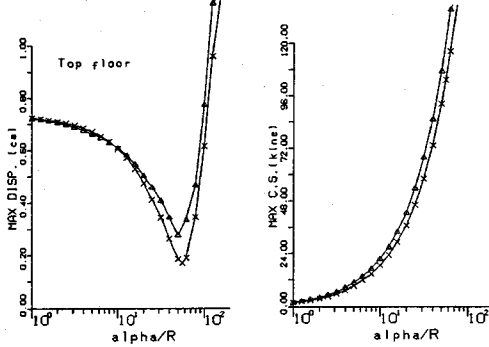


図-7 帯域阻止フィルター (BRF) の特性



△開ループ制御 (観測地震加速度を使用)
×開ループ制御 (修正地震加速度を使用)

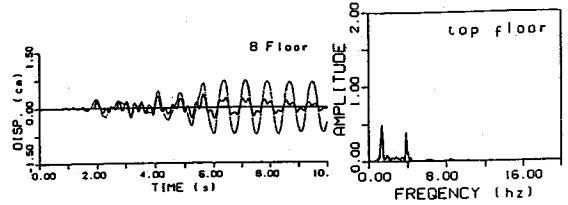
図-8 観測地震加速度を用いた開ループ制御と修正地震加速度を用いた開ループ制御の比較

(2) 帯域阻止フィルター

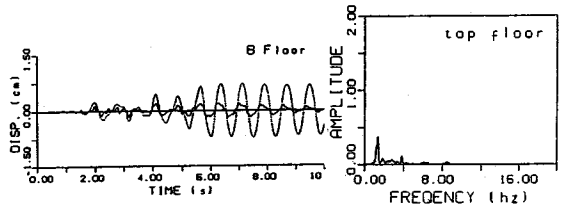
観測地震加速度の修正は、非制御対象のモードの振動成分をカットして、制御の対象モードの振動数成分のみからなる波形に修正することが望ましい。従って、修正に用いるフィルターには、1) 通過域 (制御の対象モードの振動数成分を含む帯域) の位相を遅らせない、2) 遮断域 (通過域以外の非制御モードの振動数成分を含む帯域) のゲインを小さくする、という2つの特性が要求される。

このような特性を有するフィルターとして、本解析では帯域阻止フィルター (Band Rejection Filter ; BRF)⁹⁾を用いた。解析に用いた帯域阻止フィルターの特性を図-7に示す。このフィルターは、ある振動数域のゲインだけを小さく設定できるため、その帯域の通過を阻止することができる。理想としては通過域以外の全振動成分を遮断域とすることが望ましいが、図-5に示した1次開ループ制御時の応答変位フーリエスペクトルをみると、励起して応答変位に影響を与えているモードは2次モードだけであるため、2次振動成分 (3.76Hz) 近傍を遮断域とすれば十分である。また、遮断域の振幅を小さく設定しておけば、位相は遮断域のすぐ近傍で急激に変わるだけであるので通過域での位相遅れがあまり生じないという利点を有する。

この帯域阻止フィルターをs領域で表現すれば次式となる。



開ループ制御 (観測地震加速度を使用)



開ループ制御 (修正地震加速度を使用)

図-9 最大値が80kineの制御信号を供給した場合の観測地震加速度を用いた開ループ制御、修正地震加速度を用いた開ループ制御の比較 (帯域阻止フィルター使用)

$$G(s) = \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + A_1s + B_1} \frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + A_2s + B_2} \quad (25)$$

上式は、基準となるチェビシェフのローパスフィルター⁹⁾に対して、ある周波数変換を行ない導かれた式で、係数 A_1 、 A_2 、 B_1 、 B_2 はゲインを低減させたい帯域の振動数を与えれば自動的に決定される⁷⁾。このフィルターを実時間領域で観測される地震加速度に適用するためには、時間領域において利用できるフィルターが必要になる。そのため、式(25)をZ変換¹⁰⁾し、漸化式を次式のように表現した。なお、式中の各係数は式(25)の係数を基に自動的に決定される⁹⁾。

$$\begin{aligned} y_{i,1} &= a_{0,1}x_i + a_{1,1}x_{i-1} + a_{2,1}x_{i-2} - (b_{1,1}y_{i-1,1} + b_{2,1}y_{i-2,1}) \\ y_i &= y_{i,2} = a_{0,2}y_{i,1} + a_{1,2}y_{i-1,1} + a_{2,2}y_{i-2,1} \\ &\quad - (b_{1,2}y_{i-1,2} + b_{2,2}y_{i-2,2}) \end{aligned} \quad (26)$$

(3) 解析結果

ここでは、観測地震波をそのまま用いて開ループ制御を行った場合と修正地震波を用いて開ループ制御を行った場合を比較して、地震波を修正することで制御効果がどのように変わるかを検証する。この場合、修正に用いる帯域阻止フィルターは図-7に示すとおり、遮断域は2次モードの固有振動数である3.8Hzを中心として3.4~4.4Hzとし、そのゲイン

を1/100と設定した。この場合、制御対象である1次モードの固有振動数1.25Hz付近の位相遅れは10度未満であることがわかる。

図-8に入力地震動を修正した場合としない場合の開ループ制御の比較結果を示す。最大応答変位の極小値に着目すると、修正地震波を用いた場合には観測地震波を直接用いた場合の約半分に減少している。また、最大制御量も観測地震波を用いた場合に比べて1割程度減少している。

次に、最大値が80kineとなる制御量を供給した場合 ($\alpha/r=34$) の最上階の応答時刻歴曲線及びそのフーリエスペクトルを図-9に示す。図の破線は非制御時、実線が制御時の結果である。修正地震波を用いると1次モードは観測波を用いた場合と同程度に制御できており、しかも2次モードの励起が十分に抑えられていることがわかる。

4. 制御効率の比較

(1) 概説

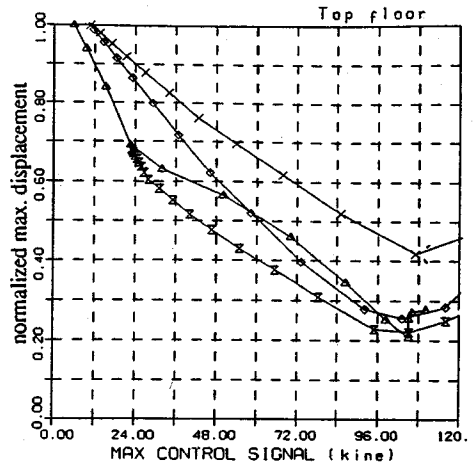
本節では、閉ループ制御則を用いて制御した場合の制御効率について検討する。この場合、入力地震加速度は考慮せず系の状態量のみで制御量を決定する閉ループ制御を比較基準として、制御効率がどの程度改善されるかを明らかにする。なお、重みQの要素の分布形は表-1に示したケース4を採用した。式(19)より明らかのように制御力の大きさは θ_i/r ($i=1, 2, \dots, 8$)の値によって変化する。そこで、 θ_i/r を Q/r の代表値として r の値を変えることにより閉ループの制御量を変化させた。式(19)、(10)、(14)を比較すれば θ_i/r を大きくすると制御信号が大きくなるがわかる。

また、閉ループ制御では、前節の帯域阻止フィルターを用いて修正した地震加速度を基に開ループの制御量を決定した。なお、式(16)と式(22)より明らかのように開ループ制御では α/r の値が大きくなるほど制御信号が大きくなる。

(2) 解析結果

各制御則を用いて制御を行った場合の制御効率を、最上階の最大応答変位を正規化した値と最大制御量を基に比較する。

図-10に、閉ループ制御、観測地震波を用いた開ループ制御、修正地震波を用いた開ループ制御、閉ループ制御の結果を示す。図の縦軸は、閉ループ制御で θ_1/r が 10^6 の時の最大応答変位を1として最大応答変位が何割低減するかを示し(正規化最



正規化最大応答変位と最大制御信号の関係

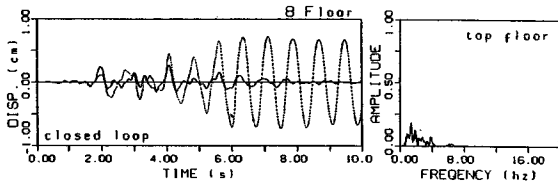
- △閉ループ制御 (全モード対象)
- ×開ループ制御 (観測地震加速度を使用)
- ◇開ループ制御 (修正地震加速度を使用)
- ⊗閉ループ制御 (修正地震波を使用)

図-10 閉ループ制御、観測地震波を用いた開ループ制御、修正地震加速度を用いた開ループ制御、修正地震加速度を用いた閉ループ制御の比較

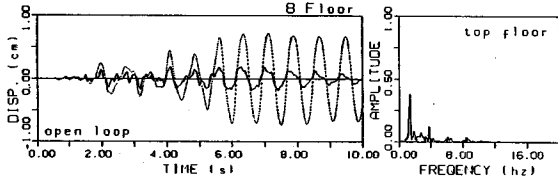
大応答変位)、横軸が最大制御量を示している。この図では、解析結果をプロットした線が左側にあるほど少ない最大制御量で最大応答変位を低減できるので制御効率が良いということになる。

まず閉ループ制御と開ループ制御を比較する。開ループ制御は観測波を用いた場合(×)と修正波を用いた場合(◇)の2つが示されているが、観測波を用いた場合と比べると修正波を用いた場合には最大制御量を4割ほど節約できることがわかる。(例えば正規化最大応答変位が0.5の場合、前者は88kine、後者は60kineとなる)この修正地震波を用いた開ループ制御と閉ループ制御を比較すると、それぞれの曲線が交差する領域が存在し、最大制御信号を56kine以上与える場合には開ループ制御のほうが閉ループ制御に比べて最大制御量を減少できる場合が存在することがわかった。

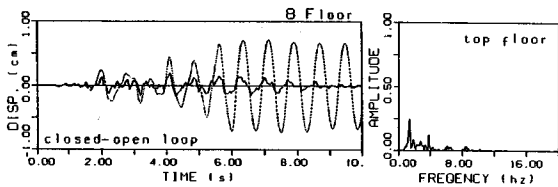
次に、閉ループで制御した場合と閉ループで制御した場合を比較する。この場合、閉ループ制御において閉ループで制御量をどの程度まで受け持たせるかは、パラメーター θ_1/r の値で決定される。図-10では、閉ループ制御で正規化最大応答変位が0.7になる時の θ_1/r の値(5×10^6)を閉ループ制御での θ_1/r とし、 α/r を0から増加させて制御効率を調べた。従って、閉ループで制御した場合の⊗印の曲線は、閉ループで制御した場合の結果を示す曲線上に始点(点A)を持っている。



閉ループ制御 (全モード対象)



開ループ制御 (修正地震加速度を使用)



閉開ループ制御 (修正地震加速度を使用)

図-11 閉ループ制御, 開ループ制御, 閉開ループ制御の比較 (帯域阻止フィルターで地震加速度を修正) 最大値が80kineの制御振動を供給した場合

結果は, 閉ループ制御と開ループ制御の曲線が交差する領域を覆うように, 閉ループ制御と閉開ループ制御が交差する領域が存在し, 閉開ループで制御するほうが開ループのみで制御するより効率が大幅に改善されることがわかる。例えば, 正規化最大応答変位が0.5の場合, 閉ループで制御すると62kine, 開ループで制御すると60kine必要なのに対し, 閉開ループで制御すると42kineですみ, 最大制御量を約3割節約できる。また, 最大制御量が80kineの場合の最大応答変位に注目すると, 閉ループ制御では非制御の約4割なのに対し, 閉開ループ制御では約3割に低減することが可能で, 閉ループ制御に比べ閉開ループ制御のほうが制御効率が良くなることわかる。

次に, 閉ループ, 修正地震波を用いた開ループ, 閉開ループの3つのケースに関して, 最上階の応答変位時刻歴曲線とそのフーリエスペクトルを比較した結果を図-11に示す。これは最大値80kineの制御量を供給して制御した場合の結果で, 上段に閉ループ制御, 中段に開ループ制御, 下段に閉開ループ制御の結果を示す。閉ループで制御した場合, 制御を開始してから4秒ぐらいまでの前半ではあまり応答が減少していないのに対し, 開ループ及び閉開ループ

で制御した場合には, 制御を開始してすぐに制御効果が現われている。また, 閉開ループ制御則では, 開ループ制御と比べて後半の自由振動の振幅を減少できている。

5. ATMDによる閉開ループ制御

(1) 概説

これまで最上階に設置されていたAMDとは別に懸垂式の動吸振器を新たに設置することを考える。動吸振器は, 構造物よりはるかに大きな振幅で振動し構造物に減衰を付加することで, 構造物の震動を小さくする免震機能を有する。この免震機能を備えた動吸振器(Tuned Mass Damper 以下, TMD)をある特定の振動数に同調させておけば, その振動数に対応するモードの応答値が減少し, 制御量を節約することが可能となる。この免震機構と前節の制震機構とを併用した制御手法をActive Tuned Mass Damper (ATMD)と呼び, 以下ATMDとしてAMDと区別して用いる。本節ではこのATMDに閉開ループ制御則を適用した場合について検討し, さらにAMDに対して適用した結果との比較を行った。

(2) モデルの定式化

構造物モデルの運動方程式は, 2節で用いたモデルにTMDの復元力及び粘性力の項を付加すればよく, 次式で表される。

$$\begin{aligned}
 & [M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} \\
 & = -\{m\}\ddot{X}_0(t) + \{H\}(-m_d\ddot{x}_d) + \{H\}(c_T\dot{x}_T + k_T x_T)
 \end{aligned}
 \quad (27)$$

各諸量は2節の式(1)と同じである。式(1)と式(27)の違いは右辺第3項にあり, k_T, c_T はTMDの剛性, 粘性係数を, x_T, \dot{x}_T はTMDの最上階に対する相対変位, 相対速度をそれぞれ示す。また, TMDに関する運動方程式を次式に示す。

$$m_T \ddot{x}_T + c_T \dot{x}_T + k_T x_T = -m_T \ddot{X}_0 - m_T \ddot{x}_1 \quad (28)$$

ここに, \ddot{x}_1 は最上階の応答加速度である。式(27)と式(28)を連立させると状態量が得られる。なお, 制御信号に関しては, 式(16)を用いる。

(3) TMDのチューニング

動吸振器による構造物の制震効果を上げるために

は、構造物の固有振動数に動吸振器の固有振動数を同調させることが重要となる。この動吸振器の特性は、剛性(k_d)、減衰定数(h_d)、質量(m_d)から決定されるため、これらを適切な値に設定することが同調を実現する上で大切である。この場合、一般に無次元量に換算した質量比 μ (ダンパーの質量/仮想1自由度系の質量)、振動数比 γ (ダンパーの固有振動数/仮想1自由度系の固有振動数)、減衰定数比 ξ (ダンパーの減衰定数/仮想1自由度系の減衰定数)をパラメータとして考えるが、本解析では、質量比は与えられるものとして振動数比、減衰定数比の2つを既往の研究結果¹¹⁾を参照して次式より導いた。

$$\gamma = \frac{1}{1+\mu} \quad \xi = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} \quad (29)$$

ここで、主構造物の一次固有振動数を ω_1 とし、1次モードの質量を m_1 とすれば、式(29)を用いて計算すると、ダンパーの剛性、粘性係数は次式で与えられる。

$$k_d = m_d \gamma^2 \omega_1^2 \quad c_d = 2m_d \omega_1 \xi \quad (30)$$

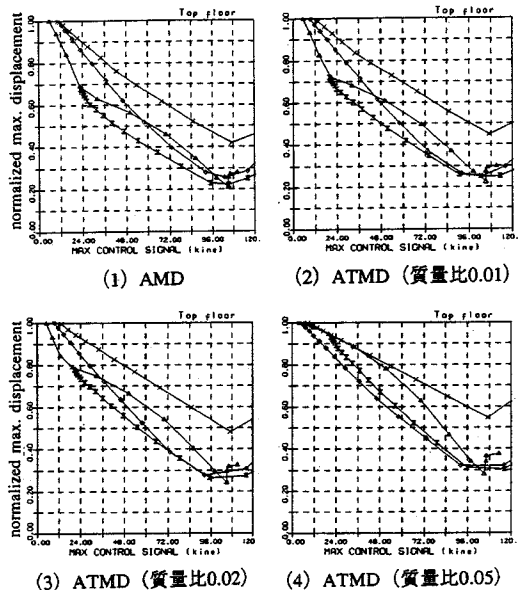
(4) 解析結果

図-12は制御機構がAMD、質量比0.01 (TMDの質量 $m_T=5.45\text{kgf}$) のATMD、質量比0.02 ($m_T=10.9\text{kgf}$) のATMD、質量比0.05 ($m_T=27.5\text{kgf}$) のATMDの4ケースについての各制御効率を比較したものである。図中の記号や図の見方は前節の図-11と同じである。

TMDの質量比が増加するに従って、修正地震波を用いた開ループ制御の制御効率が閉ループのそれに比べて改善されていくことがわかる。これは、両方の結果を表わす曲線の交差する領域が増加していることから明らかである。また、図の縦軸は最大応答変位を正規化して表示しているため、この図のみからはわからないが、TMDの質量比が増加するにつれて非制御時の最大応答変位の値は減少する。

次に、閉開ループで制御した場合と閉ループで制御した場合を比較した場合には、TMDの質量比が変わってもそれほど制御効率に変化は見られず、逆に質量比が0.05の場合のように開ループのみのほうが制御効率が良くなる場合が生じる。

AMDを用いた場合には、図-11から明らかのように開ループや閉開ループで制御した場合に制御後半の自由振動が十分に低減していない。しかし、ATMDを用いた場合には、TMDが系の減衰を増



正規化最大応答変位と最大制御信号の関係

- △閉ループ制御 (全モード対象)
- ×開ループ制御 (観測地震加速度を使用)
- ◇開ループ制御 (修正地震加速度を使用)
- ⊗閉開ループ制御 (修正地震波を使用)

図-12 閉ループ制御、観測地震波を用いた開ループ制御、修正地震加速度を用いた閉ループ制御、修正地震加速度を用いた閉開ループ制御の比較

加させるために自由振動の振幅を低減するので開ループ制御の制御効率はAMDのみの場合より改善される。従って、入力地震加速度を用いて制御量を決定する開ループ制御では制御系をAMDではなくATMDにしたほうが有効であり、しかもTMDの質量比が大きいほど効果があるといえる。

6. 結論

本研究では、地震等の非定常な外力を考慮して構造物の振動を最適に制御するためのアルゴリズムを構築した。このアルゴリズムを可動質量型の制震機構 (AMD) を有する構造物の震動制御に適用し、その実用性について数値解析モデルを用いて詳細な検討を加えた。本研究で得られた成果を以下に述べる。

1) 閉開ループ制御則を用いて制御した場合の制御特性を明らかにするため、まず観測地震加速度のみを用いて制御量を決定する開ループ制御則の制御特性を調べた。これに対し得られた結果を以下に示す。

a)開ループ制御則 (フィードフォワード) のゲインは各振動モードごとに決定でき、これは各モードの刺激係数をゼロにする、いわゆる外乱相殺形の値

を取った時に最適値となる。

b)特定のモードに対して外乱を相殺するフィードフォワードゲインを用いると当該モードの応答を完全にゼロにすることはできるが、制御の対象ではないモードの応答を励起するので、非制御モードに与える影響を調べるため非制御モードの刺激係数が見かけ上、どのように変化するかをそのモードに対する制御量の漏れを表わす指標として表現した。

2) 開ループで制御する場合の制御量は、観測地震波をそのまま用いていると高次の振動成分を多く含んでいるので、これが制御信号に含まれることにより非制御モードの振動を励起することとなり、制御量の最大値を増加させる原因となっている。従って、観測地震波をそのまま用いるのではなく、フィルターを用いて非制御モードの振動成分をカットした修正地震加速度を基に開ループの制御量を決定することを試みた。この開ループ制御と閉ループ制御を組み合わせることで閉ループで制御した結果、閉ループで制御した場合に比べて約2~3割ほど最大応答変位を減少することができた。

3) 修正地震波を用いた閉ループ制御をATMDに対して適用した結果、TMDの質量比が大きいほど閉ループ制御に比べて制御効率が改善されることがわかった。

なお観測地震波から1次モードの振動成分のみを取り出す理想的なフィルターが設計できれば閉ループ制御則の制御効率はさらに向上できると考えられる。

参考文献

1) 西村功, 小堀鐸二, 坂本光雄, 小鹿紀英, 佐々木勝康, 大

類哲: 絶対加速度フィードバック制御によるアクティブ動吸振器, アクティブ制震シンポジウム論文集 pp.187-193, 1992年3月.

- 2) 藤田隆史, 鎌田崇義, 正木信男: 多段積層ゴムと油圧アクチュエータを用いた高層建物制振用アクティブマスタングバの基礎的研究, 日本機械学会論文集(C編), 58巻545号, pp.87-91, 1992-1.
- 3) 小堀鐸二, 高橋元一, 丹羽直幹, 倉田成人: 構造性能可変型制震システムの高層建物への適用研究, アクティブ制震(振)シンポジウム論文集, pp.303-310, 1992.3.
- 4) 加藤寛一郎: 最適制御入門, 東京大学出版会, 1987.
- 5) J.N.Yang, A.Akbarpour and P.Ghaemmaghami: New Optimal Control Algorithms for Structural Control, *Journal of the Engineering Mechanics Division ASCE*, Vol.113, No.9, pp.1369-1386, Sep., 1987.
- 6) Tadanobu Sato, Kenzo Toki and Kazuhisa Sugiyama: Optimal Control of Seismic Response of Structures, *Structural Engineers/ Earthquake Engineers.*, Vol.7, No.1, pp.179-188, 1990.
- 7) 中野道雄, 美多 勉: 制御基礎理論, 昭晃堂, 1993.
- 8) 尾知博: デジタルフィルタ設計入門, CQ出版株式会社, pp.74-138, 1991-1.
- 9) 斉藤正徳: 漸化式デジタルフィルターの自動設計, 物理探鉱, pp.241-263, 第31巻, 第4号, 昭和53年8月.
- 10) 小島紀男, 篠崎寿夫: Z変換入門, 東海大学出版会, 1981年9月.
- 11) 山口宏樹, 藤野陽三, 津村直直: 構造物のバッシブコントロール(2) - TMDを中心として -, 第1回振動制御コロキウムPART A, pp.36-60, 1991.7.

(1994.3.31受付)

OPEN-CLOSED LOOP CONTROL OF SEISMIC RESPONSE OF STRUCTURES WITH ACTIVE MASS DRIVER SYSTEM

Tadanobu SATO, Kenzo TOKI, Toshihiro MOCHIZUKI and Masaaki YOSHIKAWA

To establish a practical device of the active mass driver (AMD) type for building structures, we developed a novel closed-open-loop optimal control algorithm derived by minimizing the sum of the quadratic time-dependent performance index and the seismic energy input to the structural system. The optimal algorithm is simple and reliable for on-line control operations because the control force dose not depend on the rigidity of the structural system. We investigated the effect on control efficiency of a parameter that expresses the amount of seismic energy input to a structure and give the theoretical background for the feedforward term in the control algorithm. To increase the efficiency of the feedforward term we propose a filtering technique for seismic input motion to generate the control force. This new algorithm, has been introduced to model of an eight-story building to demonstrate the reduction of vibration caused by medium earthquake.