

**投稿論文 (和文)**  
**PAPERS**

# 修正二曲面モデルによる板要素の繰り返し 圧縮・引張弾塑性有限変位解析

坂野茂<sup>1</sup>・宇佐美勉<sup>2</sup>・水野英二<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 三菱重工業(株)神戸造船所 鉄構部(〒652 神戸市兵庫区和田崎町 1-1-1)

<sup>2</sup>正会員 D.Sc. 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科(〒464 名古屋市千種区不老町)

<sup>3</sup>正会員 Ph.D. 名古屋大学助教授 工学部土木工学科(〒464 名古屋市千種区不老町)

繰り返し外力が作用する薄板(SS400等)の局部座屈解析においては、降伏棚、パウジンガー効果等の繰り返し挙動を十分に評価できる構成則モデルが必要となる。本研究では、SS400鋼材などの繰り返し挙動を表現できる「修正二曲面モデル」を用い、純圧縮・引張の繰り返し荷重を受ける板要素に対して、有限要素法による弾塑性有限変位解析を行った。また、その結果を、完全弾塑性、等方硬化則、移動硬化則などの塑性力学モデルの解析結果と比較し、検討した。

**Key Words :** two-surface model, local buckling, elasto-plastic large deflection analysis, cyclic models

## 1. 序論

名古屋大学では、複合応力下での構造用鋼材の比較的小さいひずみ領域(例えば、降伏棚)での繰り返し弾塑性挙動を表現するため、Dafalias・Popovの二曲面モデル<sup>1)</sup>の基本的な考え方を変えることなく、まず一軸応力下でのモデルの開発を行い<sup>2),3),4)</sup>、それを一般応力状態へ拡張した<sup>5)</sup>。また、繰り返しねじり・圧縮実験を行い、二次元応力状態での修正二曲面モデルの有効性を確認した<sup>6)</sup>。

本研究では、この二曲面モデル<sup>5)</sup>に有限要素法などに取り込むことを考慮した修正を加え、新たに降伏棚曲面という概念を導入し、降伏棚の明確な定式化を行った。そして本モデルを用いて、純圧縮・引張の繰り返し荷重を受ける板要素に対して、有限要素法による弾塑性有限変位解析を行った。板要素の繰り返し圧縮・引張を取り扱った先駆的研究として、福本・草間<sup>15)</sup>およびYao・Nikolov<sup>16)</sup>の研究があるが、いずれの研究においても、用いられる構成則は実際的な現象を説明するためには十分とはいえない。

本研究の目的をまとめると、構造用鋼材の繰り返し挙動(繰り返しひずみ硬化、パウジンガー効果など)や降伏棚を表現することのできる修正二曲面モデルの構造部材の解析への導入をはかり、完全弾塑性、等方硬化則、移動硬化則による解析との比較により本モデルの特徴について検討することである。また、幅厚比、載荷経路(定変位振幅)をパラメータとし、繰り返し圧縮・引張載荷を受ける4辺単純支持板の局部座屈による劣化挙動を解析し、考察を行うことである。

## 2. 修正二曲面モデルの概要

Shenら<sup>5)</sup>の修正二曲面モデルはDafalias・Popovモデルに対して、以下のような修正および追加を行ったものである。

1. 累積相当塑性ひずみ<sup>8)</sup>の概念を導入した。
2. 降伏曲面の大きさは一定でなく、変化する(小さくなる)こととした。
3. 降伏棚を表現できるようにした。
4. 形状パラメータの修正を行った。
5. 記憶曲面および仮想境界曲面を導入した。
6. 境界曲面の大きさおよび傾きが、変化するものとした。

### (1) 一軸応力状態での修正二曲面モデル

ここでは、本研究に用いたモデルと、Shenらのモデルとの一軸応力状態での相違点についてのみ述べる。本研究で用いるモデルは、Shenらのモデルに、以下に述べる境界線の傾きに関する修正を行ったものである。

Dafalias・Popov二曲面モデルでは、境界線を直線と仮定して、引張側および圧縮側ともに固定した位置に設定している。Shenら<sup>5)</sup>の修正二曲面モデルでは、両境界線間の距離(半径)および傾き $E_0^*$ は、それぞれ拡大および減少するものとし、境界線半径は、累積相当塑性ひずみ<sup>8)</sup>の関数として仮定している。また、Shenらのモデルでは、境界線の傾きは一載荷経路中変化せず一定であり、除荷された時に、傾きが更新されると仮定している。本モデルでは、以下に示すShenらのモデルと同じ式を用い、両境界線の傾きは、同時かつ逐次

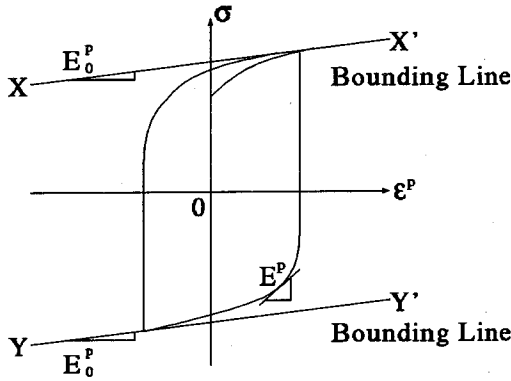


Fig. 1 Two-surface model in the uniaxial case

変化することとした。これによって、一軸状態から多軸状態まで統一した理論で、定式化をおこなうことができる。

$$E_0^p = \frac{E_{0i}^p}{1 + \omega W^p} \quad (1)$$

ここで、 $W^p$  は累積塑性仕事、 $\omega$  は各種鋼材に固有な定数、 $E_{0i}^p$  は初期の境界線の傾きである。

## (2) 多軸応力状態での修正二曲面モデル

Shen ら<sup>5)</sup>によって、一軸応力状態で定義した修正二曲面モデルは一般応力状態へと概念的に拡張された。修正二曲面モデルの一般定式化にあたり、降伏条件、流れ則、硬化則としてそれぞれ、von Mises の降伏条件、関連流れ則、Mróz の硬化則を用いている。

本解析に用いたモデルは、Shen らのモデルの概念を用いてプログラミングされたが、記憶曲面の半径の更新について修正を加え、b) で述べる降伏棚曲面という概念を導入した。

ここでは、その概要について述べる。

### a) 仮想境界曲面と記憶曲面

一般応力状態での仮想境界曲面と記憶曲面は、それぞれ、仮想境界曲面と記憶曲面へと拡張される。Shen ら<sup>5)</sup>のモデルでは、仮想境界曲面および記憶曲面の中心は、実際の境界曲面の中心  $\beta_{ij}(O_b)$  と一致し (Fig.2 参照)、記憶曲面の半径  $\bar{\kappa}_m$  は、ある時点での応力点  $A$  と境界曲面の中心  $\beta_{ij}(O_b)$  との距離が現在の半径より大きくなった時に更新されるとしている。このように定義すると、多軸状態では、降伏曲面が記憶曲面の外に出てしまう状態が考えられる。

よって本モデルでは、記憶曲面の大きさ  $\bar{\kappa}_m$  は、負荷曲面上の任意の点と境界曲面の中心  $\beta_{ij}$  との距離の最大値に依存すると仮定する。つまり、次式のように

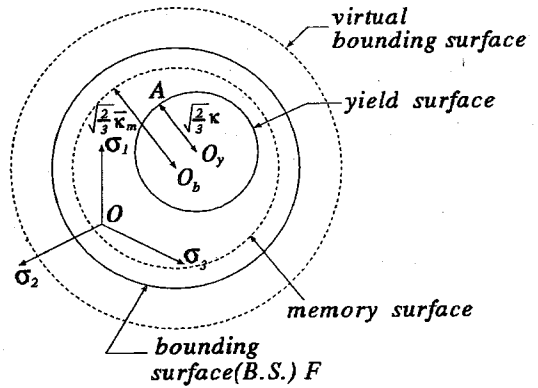


Fig. 2 The virtual bounding surface and memory surface

表すことができる。

$$\bar{\kappa}_m = \left\{ \sqrt{\frac{3}{2}} \|\alpha_{ij} - \beta_{ij}\| + \kappa \right\}_{\max} \quad (2)$$

ここで、 $\alpha_{ij}(O_y)$  は降伏曲面の中心、 $\kappa$  は降伏曲面の半径を表す。式 (2) は、記憶曲面は降伏曲面を常に包み込むように存在し、降伏曲面が記憶曲面に到達すると、押し広げられるように大きくなっていくことを表す (Fig.2 参照)。

また、仮想境界曲面は、一軸の場合と同様に記憶曲面が更新した時 (記憶曲面に降伏曲面が接した時) には用いられず、境界曲面が用いられることとする。

### b) 降伏棚曲面

Shen ら<sup>5)</sup>のモデルでは明確にされていないが、修正二曲面モデルの特徴である降伏棚について、またその時の各曲面の動きを、新しく降伏棚曲面 (Yield Plateau Surface) という概念を導入することによって説明する。

まず、初期状態として応力空間で、中心が原点  $O$ 、半径が初期降伏応力  $\sigma_y$  (つまり、初期の降伏曲面と同じ曲面) の降伏棚曲面を考える (Fig.3 参照)。この曲面は、塑性変形が進んだ後も、降伏棚が存在すると判定される限り、大きさも位置も変化しないものとする。降伏棚曲面が存在しても、各曲面の動きは基本的に Shen らのモデルと同じである。ただし、降伏曲面は、降伏棚曲面の外にできることはなく、降伏曲面が降伏棚曲面に応力点で接した場合は、 $E^p = 0$  とし、さらに塑性状態がつづくときには、また応力点で二つの曲面が接するように、降伏曲面が動くものとする。つまり、幾何学的条件から次式のように降伏曲面の中心を求める。

$$\frac{S_{ij} - \alpha_{ij}}{\kappa} = \frac{S_{ij}}{\sigma_y} \quad (3)$$

よって

$$\alpha_{ij} = S_{ij} - \frac{\kappa}{\sigma} S_{ij} \quad (4)$$

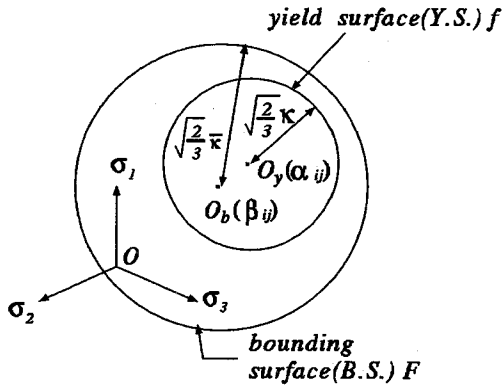


Fig. 3 The yield plateau surface

ここで、 $\sigma_y$  は、初期の降伏応力を表す。

降伏棚が消失したと判定されると、降伏棚曲面は考えないものとする。

### 3. 解析方法

#### (1) 板の弾塑性有限変位解析の定式化

##### a) 基礎仮定

本研究では、幾何学的な非線形性と材料的な非線形性が同時に表れる複合非線形問題を取り扱う。材料非線形性に伴う弾塑性挙動に関連した構成則としては、前節で説明した本修正二曲面モデルを用いた。

定式化は、平面応力場を仮定し、Updated Lagrangian Formulation<sup>10)</sup>によって行った。

また、定式化の際に行われる積分は板厚方向に関しては、7層に分け、各層の値は層中央の値で代表して足し合わせる長方形則を用い、面積分としては3点のガウス積分を用いた。

##### b) 平板要素

平板要素は板厚に比べて板厚方向に垂直な面が十分に大きいと考えられるので平面応力場を仮定し、膜要素と、曲げ要素を独立に重ね合わせることによって得られるものとした。本研究では三角形要素として最もシンプルな、コーナーでのみ節点を持つ3節点要素を用い、膜要素としては定ひずみ三角要素を、曲げ要素としては文献7),17)でその精度が十分検証されている3節点離散キルヒホッフ要素を採用した。

#### (2) 解析手順

解析プログラムは、構造解析汎用プログラム FEAP<sup>11)</sup>を用い、要素の剛性マトリックス、構成式のサブルーチンを新たに書き加えた。

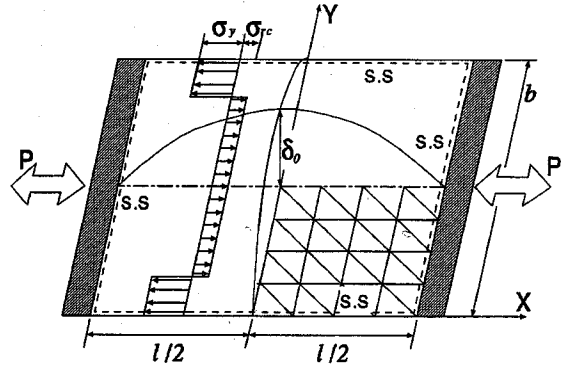


Fig. 4 Simply supported plate

### 4. 数値解析結果と考察

ここでは、Fig.4のような初期たわみと残留応力をもつ4辺単純支持の板要素が繰り返し圧縮・引張力を受ける場合の挙動を、修正二曲面モデルを用いた有限要素法に基づく弾塑性有限変位解析によって求めた。解析は以下のものについて行った。

1. 残留応力の繰り返し圧縮・引張挙動への影響
2. 修正二曲面モデルと簡易な繰り返しモデルとの比較
3. 定変位振幅荷重

以下に、本解析に共通するパラメータおよび諸量について述べる。

板の境界条件は4辺単純支持で荷重辺の  $X = -l/2, l/2$  で  $w = \theta_x = \theta_z = 0$  であり、荷重辺は常に直線を保ち  $X$  軸方向の面内変位は一定とする。非荷重辺は  $Y = 0, b$  で  $w = \theta_y = 0$  であり、面内変位は自由とする。板の初期たわみ  $\delta$  は

$$\delta = \delta_0 \cdot \cos(\pi X/l) \cdot \sin(\pi Y/b) \quad (5)$$

で与える (Fig.4 参照)。  $\delta_0 = b/450$  とした。非荷重辺の溶接によって生ずることを想定した溶接残留応力は  $X$  軸方向では一定であり、引張残留応力を降伏応力  $\sigma_y$ 、圧縮残留応力を  $\sigma_{rc}$  とし、C4-2-40(0)、C4-P-40(0) (Table 1 参照) 以外は  $\sigma_{rc}/\sigma_y = 1/3$  である (Fig.4 参照)。なお、残留応力の取扱いには仮想外力法<sup>14)</sup>を用いている。

文献13)より、解析はアスペクト比 ( $l/b$ ) を強度がほぼ最低となる0.7とし、構造の対称性から板の1/4で行った。要素分割は4×4の等分割であり (Fig.4 参照)、収束計算はNewton-Raphson法を用いた。解析は、荷重辺の  $X$  軸方向面内変位を増分させる変位増分法によった。増分変位は  $1.0 \times 10^{-4} \times (l/2) \sim 5.0 \times 10^{-5} \times (l/2)$  とした。

他のモデルによる繰り返し荷重の解析は、汎用有限要素法プログラム MARC<sup>12)</sup>でおこなった。要素は、要素

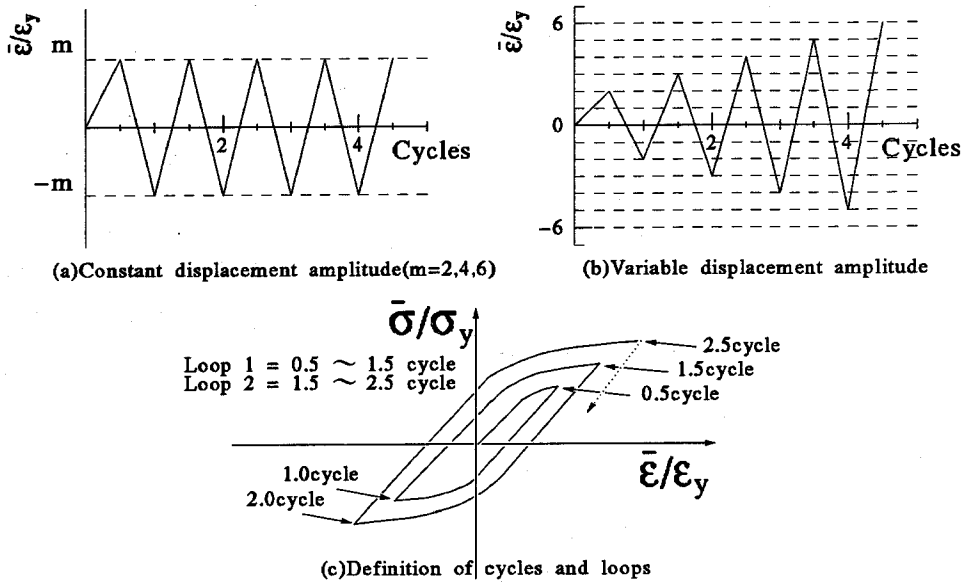


Fig. 5 Loading programs

タイプ72の8節点薄肉線形シェル要素を使用した。この要素を四角形要素(隅節点4×3自由度, 中間節点4×1自由度)として用い, FEAPと同じように4×4の要素分割とした。解析はUpdated Lagrangian Formulationで行い, 繰り返しモデルは, MARCに用意されているバイリニア型完全弾塑性モデル(Perfect Elasto-Plastic model), 移動硬化モデル(Kinematic hardening model), 等方硬化モデル(Isotropic hardening model)を用いた。

次に, 平均ひずみ $\bar{\epsilon}$ と平均応力 $\bar{\sigma}$ をそれぞれ次式で定義する。

$$\bar{\epsilon} = \frac{\Delta l}{l} \quad (6)$$

$$\bar{\sigma} = \frac{P}{bt} \quad (7)$$

ここで,  $l$ は板の長さ,  $\Delta l$ は板の載荷辺のX軸方向の面内変位量,  $P$ は載荷辺の反力,  $b$ は板の幅,  $t$ は板厚である。

載荷経路としては, Fig.5に示すような2種類を用い, 解析を行った。ここで,  $\epsilon_y$ は初期降伏ひずみである。定振幅載荷はFig.5(a)に示すように, まず圧縮から行った。Fig.5(a)のように, 定められた平均ひずみ $m\epsilon_y$ まで圧縮したところを0.5サイクル, その後に除荷し, そのまま $-m\epsilon_y$ まで引張ったところを1.0サイクル, さらに除荷, 再圧縮をし, 平均ひずみが $m\epsilon_y$ になったところを1.5サイクル, 以下同様に, 2.0, 2.5, ..., 4.5

と定義する(Fig.5(c)参照)。ここで,  $m = (\text{平均ひずみの最大値 } \bar{\epsilon}_{\max}) / (\text{降伏ひずみ } \epsilon_y)$ である。定振幅載荷は,  $m = 2, 4, 6$ の3パターンで行い, 最大サイクル数は4.5とした。変動変位載荷は, 定振幅載荷と同じように圧縮から始めるが, Fig.5(b)のように振幅 $\bar{\epsilon}/\epsilon_y$ の最大値を1サイクルごとに2, 3, ..., 6と増大していく。最大サイクル数は4.5である。

解析を行った板のパラメータ等を, Table 1に示す。また, 解析結果の図において, 平均応力, 平均ひずみは, すべて圧縮を正とすることに注意されたい。

#### (1) 各モデルの一軸状態での繰り返し載荷挙動

解析に用いた各モデルのパラメータおよび一軸状態での応力-ひずみ関係について説明する。

用いたモデルは, 修正二曲面モデル(Modified Two-Surface Model, 2.S.M), 完全弾塑性モデル(Perfect Elasto-Plastic Model, P.E.P), 移動硬化モデル(Kinematic Hardening Model, KINE), 等方硬化モデル(Isotropic Hardening Model, ISO)の4タイプである。

修正二曲面モデルのパラメータとしてはSS400<sup>9)</sup>のものを用いた。その他のモデルは, 降伏応力 $\sigma_y$ , ヤング率 $E$ , ポアソン比 $\nu$ は修正二曲面モデルのものと一致させた(Table 2参照)。また, 等方硬化および移動硬化の次式に示す, ひずみ硬化率 $H'$ ( $= d\sigma/d\epsilon^p$ は, 修正二曲面モデルのパラメータ $E^p$ <sup>5)</sup>に相当する)は, とともに2.48 GPaとした。

**Table 1 Loading conditions**

Name	Loading Program(m)	Model	b/t	R	$\sigma_{rc}/\sigma_y$	$\delta_0/b$	
C2 - P - 40	Constant Displacement Amplitude(2)	P.E.P	40	0.767	1/3	1/450	
C2 - K - 40		KINE	40	0.767			
C2 - I - 40		ISO	40	0.767			
C2 - 2 - 40		2.S.M	40	0.767			
C2 - 2 - 60		2.S.M	60	1.151			
C2 - 2 - 80		2.S.M	80	1.534			
C4 - P - 20	Constant Displacement Amplitude(4)	P.E.P	20	0.384	1/3	1/450	
C4 - P - 40(0)		P.E.P	40	0.767	0	1/450	
C4 - P - 40		P.E.P	40	0.767	1/3	1/450	
C4 - K - 20		KINE	20	0.384	1/3	1/450	
C4 - K - 40		KINE	40	0.767	1/3	1/450	
C4 - I - 20		ISO	20	0.384	1/3	1/450	
C4 - I - 40		ISO	40	0.767	1/3	1/450	
C4 - 2 - 20		2.S.M	20	0.384	1/3	1/450	
C4 - 2 - 40(0)		2.S.M	40	0.767	0	1/450	
C4 - 2 - 40		2.S.M	40	0.767	1/3	1/450	
C4 - 2 - 60		2.S.M	60	1.151	1/3	1/450	
C4 - 2 - 80		2.S.M	80	1.534	1/3	1/450	
C6 - 2 - 40		Constant Displacement Amplitude(6)	2.S.M	40	0.767	1/3	1/450
C6 - 2 - 60				60	1.151		
C6 - 2 - 80	80			1.534			
V - P - 40	Variable Displacement Amplitude	P.E.P	40	0.767	1/3	1/450	
V - K - 40		KINE					
V - I - 40		ISO					
V - 2 - 40		2.S.M					
<p>Note : P.E.P = Perfect elasto-plastic model , B.L.H = Bilinear hardening model                  2.S.M = Modified two surface model , KINE = Kinematic hardening model                  ISO = Isotropic hardening model , b/t = Width-thickness ratio  <math>\delta_0/b</math> = Maximam initial deflection / plate width , <math>m = (\bar{\epsilon}/\epsilon_y)_{max}</math>  <math>R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \cdot \frac{12(1+\nu^2)}{\pi^2 \cdot 4}}</math> : Width-thickness ratio parameter , <math>\nu</math> =Poisson's ratio</p>							

**Table 2 Model Parameters**

Model Name	$E(GPa)$	$\sigma_y(MPa)$	$\nu$	$E^T(GPa)$	$H'(GPa)$
2.S.M	207.7	274.4	0.29	Reference 5)	
P.E.P	207.7	274.4	0.29	2.46	2.48
KINE,ISO	207.7	274.4	0.29	0.0	0.0
<p>Note : P.E.P = Perfect elasto-plastic model                  KINE = Kinematic hardening model                  ISO = Isotropic hardening model                  2.S.M = Modified two-surface model  <math>E</math> = Young's modulus  <math>\sigma_y</math> = Yield stress  <math>\nu</math> = Poisson's ratio  <math>E^T = (d\sigma/d\epsilon)</math>,Tangent modulus  <math>H' = (d\sigma/d\epsilon^p)</math>,Strain-hardening rate</p>					

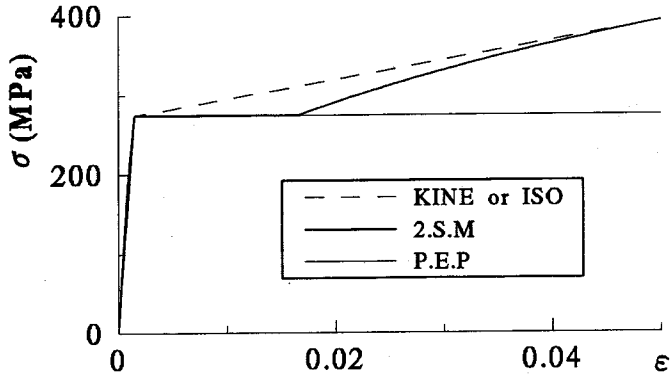


Fig. 6 Stress-strain curves in the uniaxial case

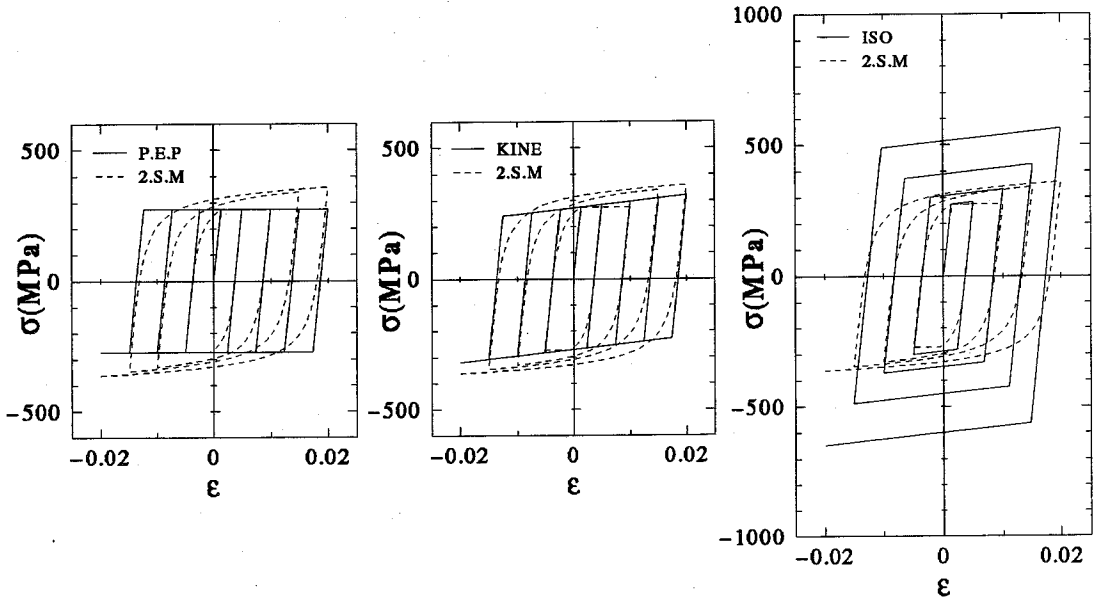


Fig. 7 Comparison of cyclic models in the uniaxial case

$$H' = \frac{E^T}{1 - E^T/E} \quad (8)$$

ここで、 $E^T$ は、接線係数( $d\sigma/d\epsilon$ )である。これは、一軸の単調荷重時の応力-ひずみ関係が、Fig.6に示すような、修正二曲面モデルの降伏点と5%(0.05)のひずみ点を直線で結んだときの傾きと一致するようにしたためである。

上述したようなパラメータを用いた各モデルの一軸状態の繰り返し挙動の比較をFig.7に示す。これは、対称繰り返しひずみ硬化現象の比較である。修正二曲面

モデルと等方硬化モデルに繰り返しひずみ硬化現象が起こることが分かる。また、これらのモデルのなかでバウシンガー効果を表現できるのは、修正二曲面モデルと移動硬化モデルのみである。移動硬化モデルは弾性域の移動(弾性域の大きさは一定)によりバウシンガー効果を表現するが、修正二曲面モデルは、弾性域が小さくなり、かつ、移動して表現する。

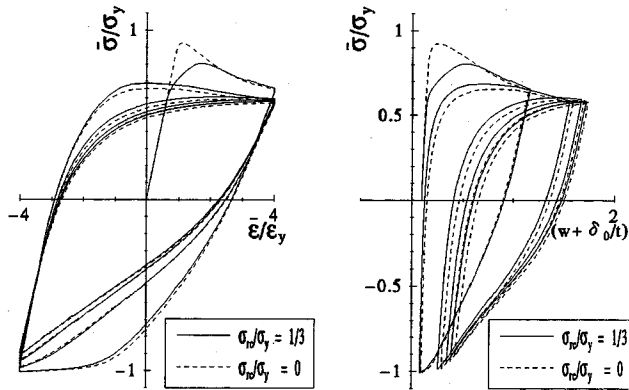


Fig. 8 Influence of residual stress(FEAP with Two-surface model)

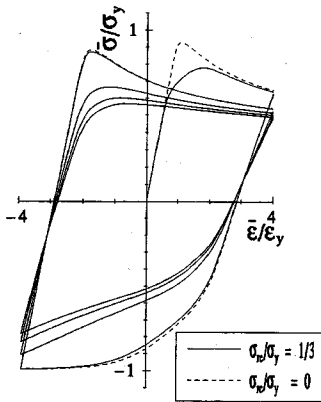


Fig. 9 Influence of residual stress (MARC with Perfect elasto-plastic model)

## (2) 残留応力の繰り返し圧縮・引張挙動への影響

ここでは、残留応力が繰り返し圧縮・引張挙動へ与える影響について調べることを目的とする。モデルとしては、修正二曲面モデル (FEAP) および完全弾塑性モデル (MARC) を用いた。载荷方法は、すべて定変位振幅 ( $m = 4$ ) とした。

修正二曲面モデル (C4-2-40, C4-2-40(0)) のパラメータとしては SS400<sup>9)</sup>、完全弾塑性モデル (C4-P-40, C4-P-40(0)) としては Table 2 の値を用い、板のパラメータは幅厚比  $b/t = 40$ 、初期たわみ  $\delta_0/b = 1/450$  とした。残留応力が、存在しないモデル (C4-2-40(0), C4-P-40(0)) と、残留応力が  $\sigma_{rc}/\sigma_y = 1/3$  のモデル (C4-2-40, C4-P-40) について解析を行い、比較した。

修正二曲面モデル (FEAP) の結果を Fig.8 に示す。Fig.8(a) は平均応力-平均ひずみ関係、Fig.8(b) は平均応力-板中央のたわみ関係である。平均応力、平均ひずみは圧縮を正とし、引張を負とした。以下すべてこのように表わすものとする。

Fig.8(a) より、0.5 サイクル目 (はじめの圧縮) の終局強度が、残留応力のある場合に小さくなることが分かる。これは、残留応力の影響により板の塑性化が残留応力のないものより早く起るためであると考えられる。しかし、残留応力のないモデル (C4-2-40(0)) は終局強度後に局部座屈により大きく劣化し、残留応力の存在する (C4-2-40) 曲線と  $\bar{\epsilon}/\epsilon_y = 2.0$  あたりで一致し、その後の繰り返し载荷では、ほぼ同じ曲線を描いている。Fig.8(b) も、 $(w + \delta_0)/t$  が 0.5 あたりでほぼ一致し、その後の挙動にほとんど差がないことが分かる。

Fig.9 は、完全弾塑性モデル (MARC) の平均応力-平均ひずみ関係の比較であるが、修正二曲面モデルの場合と同様に、はじめの圧縮における  $\bar{\epsilon}/\epsilon_y = 4.0$  で 2 曲線が一致した後、ほぼ同じような曲線を描いている。

以上のことから、修正二曲面モデル、完全弾塑性モデルともに残留応力により、はじめの圧縮の終局強度が低くなるが、残留応力は、その後の载荷挙動には余り影響を与えないことが分かる。

## (3) 修正二曲面モデルと一般的な繰り返しモデルとの比較

ここでは、修正二曲面モデルと、他の簡易な繰り返しモデル (完全弾塑性、移動硬化、等方硬化) との比較により、修正二曲面モデルの特徴を述べる。载荷経路は、定振幅载荷 ( $m = (\bar{\epsilon}/\epsilon_y)_{\max}$  を 2, 4 とした 2 パターン)、変動変位载荷の計 3 パターンとした。モデル



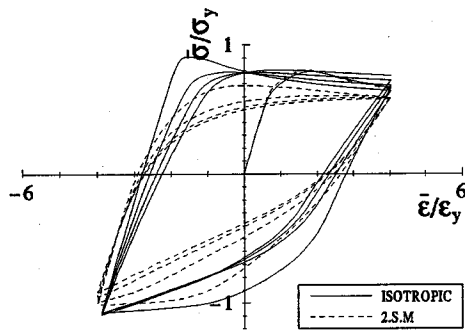
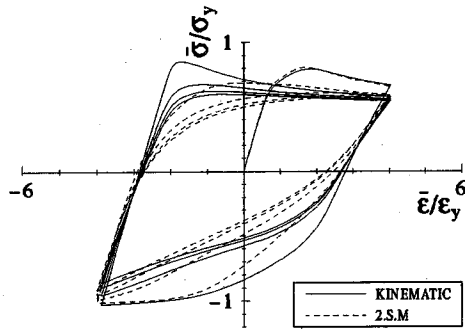
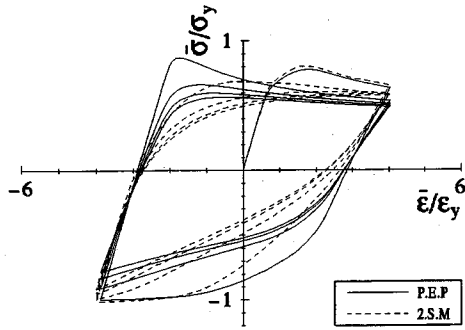


Fig.10 Comparison between Two-surface model and other models(Constant displacement amplitude,  $m=4$  and  $b/t=40$  plate)

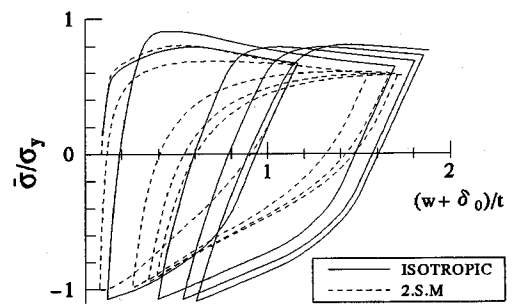
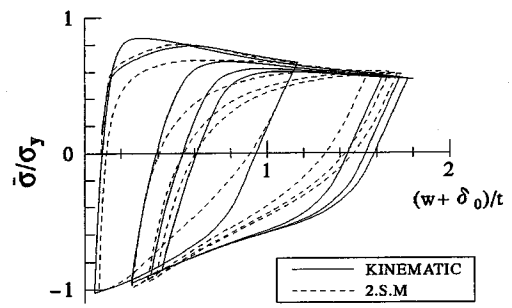
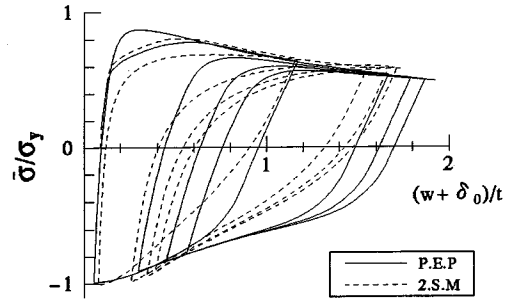


Fig.11 Comparison between Two-surface model and other models(Constant displacement amplitude,  $m=4$  and  $b/t=40$  plate)

の比較を目的とすることから、板のパラメータは同一のものとし、幅厚比  $b/t = 40$ 、残留応力  $\sigma_{rc}/\sigma_y = 1/3$ 、初期たわみ  $\delta_0/b = 1/450$  とした。

a) 定変位振幅荷重

繰り返し構成則モデル(修正二曲面モデル, 完全弾塑性, 移動硬化, 等方便化モデル)の違いが、板の解析結果に与える影響を調べることを目的とすることから、上述したような一定の残留応力、初期たわみを有する幅厚比  $b/t = 40$  の同一の板に、2種類の変位振幅荷重 ( $m = 2, 4$ ) を与えて解析を行った。解析結果の平均応力-平均ひずみ関係を、振幅  $m = 4$  について Fig.10 に示す。また、Fig.11 は振幅  $m = 4$  の平均応力-板

中央のたわみ関係である。

各モデルの履歴曲線は修正二曲面モデルとの比較により示されている。図より次のことがわかる。修正二曲面モデル以外のモデルは、互によく似た形状の曲線を描いている。それらの曲線は、引張の最大平均ひずみから圧縮の最大平均ひずみに移るとき、修正二曲面モデルのような緩やかな曲線を描かず、線形区間(弾性域)が長く、特に2回目の圧縮の時には、最大耐荷力後の劣化の割合が大きい。

Fig.12 に  $i$  サイクルの最大耐荷力  $\bar{\sigma}_{pi}$  (圧縮を正、引張を負)を示す。(a) の  $m = 2$  については、圧縮側は常にとのサイクルも修正二曲面モデル (2.S.M) が最も小

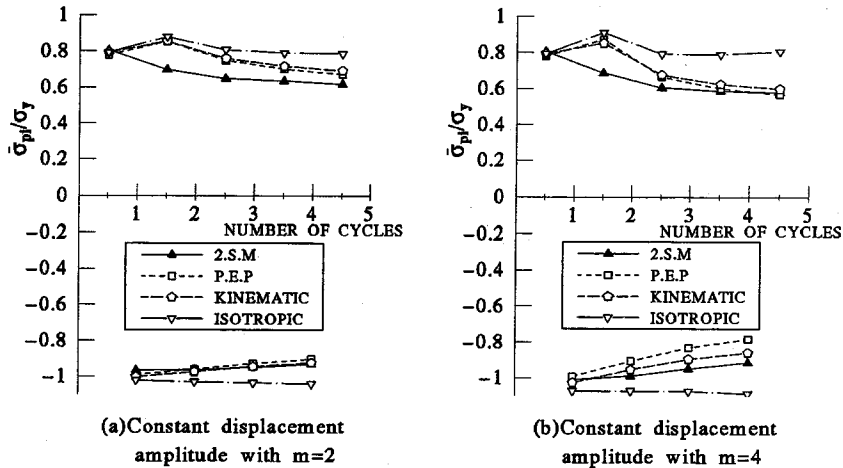


Fig.12 Change in load carrying capacity during cyclic loading

さな値となっている。移動硬化(KINEMATIC)と、完全弾塑性体(P.E.P)は同じ様な値となっている。これは、荷重の振幅が小さいためにひずみが全体的に小さく、移動硬化モデルが硬化をあまり起こしていないためであると考えられる。等方硬化は、2.5サイクル以降、耐荷力は小さくならない。これは、等方硬化が繰り返すうちに、弾性域が大きくなり繰り返しひずみ硬化が、顕著に表れるためであると考えられる。(b)の $m = 4$ については、等方硬化は、2.5サイクル目以降最大耐荷力が大きくなり、他のモデルは最大耐荷力の低下の割合が小さくなる。修正二曲面モデルは、2.5サイクル以降、 $m = 2, 4$ ともに、 $m = 2$ の方がわずかに大きい、およそ $0.6\sigma_y$  ぐらいの値に収束していく傾向がみられる。

また、圧縮側の重要な特徴として、修正二曲面モデルを除いて各モデルは、0.5サイクルより1.5サイクル目の方が耐荷力が大きくなっていることが挙げられる。4.(2)で述べたように、0.5サイクル目の圧縮耐荷力というのは、残留応力の影響を大きく受けて小さくなるが、それ以降の繰り返し荷重ではあまりその影響を受けない。よって修正二曲面モデル以外のモデルが1.5サイクル目の耐荷力が大きくなる理由としては、次のことが考えられる。修正二曲面モデルはバウシinger効果(弾性域の減少)が大きく表れ、1.5サイクルでの強度劣化が大きく、残留応力の影響を受けて低下している0.5サイクルの圧縮耐荷力よりも、さらに小さな値となる。一方、他のモデルは、移動硬化以外バウシinger効果がなく、また移動硬化も修正二曲面モデルほどバウシinger効果がないので、残留応力などの影響を受けない1.5サイクル目の方が耐荷力が大きくな

ると考えられる。

文献9)の修正二曲面モデルのパラメーターについてのセンシティブィー解析においても、弾性域の大きさを決めるパラメーターは、応力-ひずみ関係に大きな影響を与え、重要であることが述べられており、修正二曲面モデルの解析においても弾性域の大きさ(降伏曲面の半径)に関するパラメータの選定には、注意を払う必要がある。

引張側においては、Fig.12より、 $m = 2, 4$ ともに、局部座屈の進展(Fig.11)による剛性の低下により、 $(\bar{\epsilon}/\epsilon_y) = -2$ の時の耐荷力が等方硬化を除いてサイクルごとに小さくなっている。等方硬化は、座屈が進展するものの、モデルの顕著な繰り返しひずみ硬化特性により、耐荷力は大きくなっている。

Fig.11の平均応力-板中央のたわみ関係は、振幅 $m = 4$ の場合の、局部座屈の進展の様子を表現している。各モデルによって局部座屈の進展が異なるが、これは、各サイクルの復元力特性にも影響を与えるので重要である。

以上のことにより、本解析におけるパラメータや荷履歴のもとでは、バウシinger効果を表現でき、ひずみ硬化がおこる移動硬化則モデルが、最大耐荷力、残留変位ともに他のモデルと比べて、本修正二曲面モデルに近い結果となることが分かる。しかし、履歴曲線などは、修正二曲面モデルと一般的なパイリニア型繰り返しモデルの結果とは、大きく異なったものとなる。

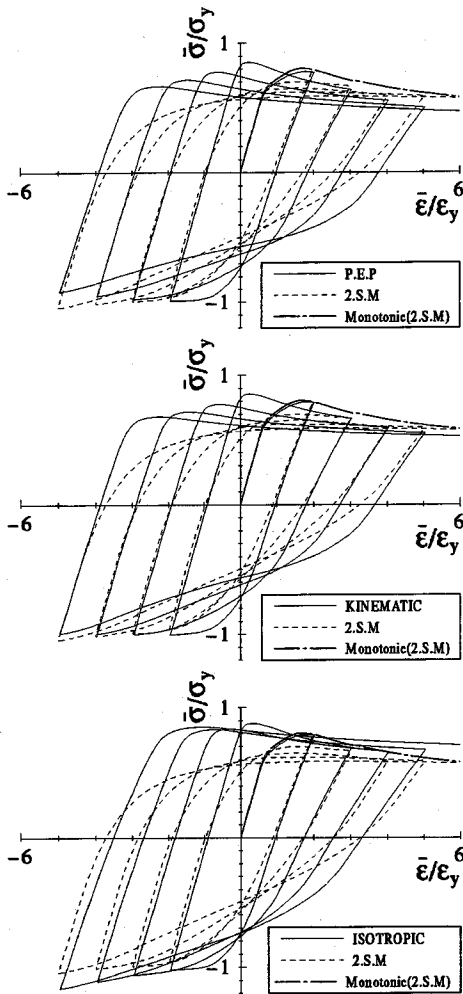


Fig.13 Variable displacement amplitude  
(Comparison of cyclic models)

### b) 変動変位振幅

Fig.13 に変動変位振幅荷の平均応力-平均ひずみ関係を示す。また図には、強度劣化の様子を比較するために、修正二曲面モデルの単調圧縮も描かれている。板のパラメータは、定振幅荷のものと同じで、用いたモデルも同じ4タイプである。

図より次のことが分かる。定振幅荷の場合と同様に、修正二曲面モデルと他のモデルの履歴曲線は形状が異なるものとなっている。

Fig.13 の各サイクルの圧縮側の最大平均ひずみ時の平均応力を、修正二曲面モデルの単調圧縮荷の結果と比較すると、各モデルの最大圧縮強度後の劣化の状態がよく分かる。まず、完全弾塑性 (P.E.P) は、修正二

曲面モデルの単調圧縮より低い値を示しており、ひずみ硬化がないので、大きな平均ひずみでは、他のモデルと比べると劣化が大きい。移動硬化 (KINEMATIC) は、修正二曲面モデルの変動変位振幅荷 (2.S.M) とよく似た値となっているが、修正二曲面モデルの繰り返しひずみ硬化現象により、平均ひずみが大きな領域では修正二曲面モデルの方が大きな値となっている。等方硬化則 (ISOTROPIC) は、弾性域が大きくなる顕著なひずみ硬化現象により、大きな平均ひずみでは、単調荷より大きな値となる。修正二曲面モデルの、変動変位振幅荷と単調圧縮荷を比べると、平均応力は、 $\bar{\epsilon}/\epsilon_y = 4$  までは、変動変位振幅荷の方が低い値となっている。これは、板全体における塑性域の進展や座屈による剛性低下の影響であると考えられる。変動変位振幅荷については  $\bar{\epsilon}/\epsilon_y = 5$  で、劣化があまりなくなり、 $\bar{\epsilon}/\epsilon_y = 6$  で、単調荷の耐力とほぼ同じ値となる。

### c) 履歴吸収エネルギー

これまでは、モデルの違いによるサイクルごとの圧縮・引張最大平均応力  $\bar{\sigma}_{pi}$  などについて比較し、検討した。サイクルごとの最大平均応力は、サイクル挙動を表す重要な値であるが、繰り返し荷挙動全体を、より反映する値として履歴吸収エネルギー ( $\bar{\sigma}-\bar{\epsilon}$  履歴曲線の囲む面積) が考えられる。ここでは、履歴吸収エネルギーを求め、その比較により、修正二曲面モデルについて検討する。

Fig.14 の横軸はループ番号であり、0.5 サイクル (はじめの圧縮) 終了時から 1.5 サイクル (2 回目の圧縮) 終了時までの 1 ループを、ループ番号 1 とし、以下このようにループ番号 2, 3, 4 を定義する (Fig.5(c) 参照)。縦軸は、ループ番号  $i$  で吸収したエネルギー量  $E_i$  であり、次式で定義した  $E_e$  で無次元化してある。

$$E_e = \frac{\sigma_y \epsilon_y}{2} \quad (9)$$

ここで、 $\sigma_y$  は降伏応力、 $\epsilon_y$  は降伏ひずみである。この 1 ループの履歴吸収エネルギー量は、そのループでの圧縮・引張両方の剛性低下、最大耐力などの影響を考慮した値である。Fig.14(a) に定変位振幅荷 ( $m = 2, 4$ )、(b) に変動変位振幅荷の結果を示す。図より次のことが分かる。どの荷経路も、修正二曲面モデルの履歴吸収エネルギー量が常に最も小さな値となっている。定振幅荷では、 $m = 2$  の場合、修正二曲面モデル以外のモデルのエネルギー吸収量はどれもほぼ等しい。また修正二曲面モデルとの差も小さい。 $m = 4$  の場合は、 $m = 2$  に比べると、エネルギー吸収量の減少が大きく、ループ番号 4 は 1 に比べると、どのモデルも、20% ~ 30% 減少している。Fig.12(b) の圧縮側の最大耐力は、修正二曲面モデルと、移動硬化および完全弾塑性モデルとはサイクル数が増えると同じぐらいの値になる。し

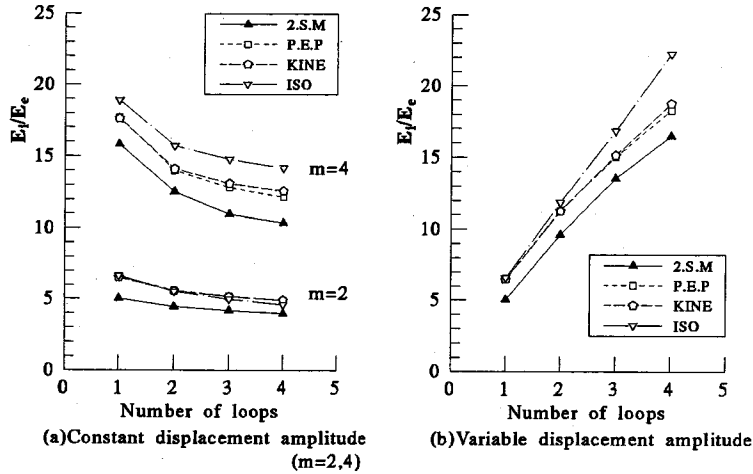


Fig.14 Effect of the number of loading cycles on energy absorption capacity

Table 3 Energy Absorption Capacity(Loop 1)

$b/t$	$E_1/E_c(m=2)$	$E_1/E_c(m=4)$	$E_1/E_c(m=6)$
40	5.03	15.82	26.97
60	3.94	12.72	21.96
80	3.40	11.15	19.46

Note :  $b/t$  = Width-thickness ratio  
 $E_1$  = Energy absorption capacity(Loop1)  
 $E_c = \frac{\sigma_y \epsilon_y}{2}$   
 $\sigma_y$  = Yield stress  
 $\epsilon_y$  = Yield strain  
 $m = (\bar{\epsilon}/\epsilon_y)_{max}$

かし、履歴曲線 (Fig.10) が大きく異なるので、エネルギー吸収量では、サイクル数 (ループ番号) が増えても、モデルのエネルギー吸収量の差は小さくならず、わずかに大きくなる。また、Fig.14(b) の変動変位荷の結果より、以下のことがわかる。等硬化モデルは、エネルギー吸収量がほぼ線形的に増えていく。その他のモデルは、耐荷力や剛性の低下により、振幅 (ループ番号) が大きくなると、傾きが小さくなる。

(4) 定変位振幅荷での幅厚比の影響 (修正二曲面モデルによる)

幅厚比の異なる板の繰り返し荷による劣化挙動を調べることを目的とすることから、上述したような一定の残留応力、初期たわみを有する幅厚比 ( $b/t = 40, 60, 80$ ) の 3 種類の板に、3 種類の定振幅荷 ( $m = 2, 4, 6$ ) を与えて解析を行った。定振幅荷の解析結果の平均応力-平均ひずみ関係および平均応力-板中央のたわみ関係を、 $m = 4$  については Fig.15、 $m = 2, 6$  につい

ては  $b/t = 60$  のみ Fig.16 に示す。図より次のことが分かる。

どの板も、2.5 サイクル (3 回目の圧縮) までは、耐荷力などが小さくなり、履歴曲線が異なったものとなるが、それ以降は安定した挙動をするようになる。板中央のたわみ (局部座屈) の進展は、はじめの圧縮で大きいたわみ、2 回目の圧縮ではたわみがわずかに大きくなる。しかし、それ以降は繰り返し荷しても局部座屈はあまり進展しない。

幅厚比による挙動の比較であるが、幅厚比の大きい薄い板ほど、圧縮後の除荷から引張にかけて、平均応力-平均ひずみ関係の傾き (剛性) が大きく変化して、全体的にくびれた形のループを描く。また幅厚比の大きい板ほど、1.0 サイクルの引張 (はじめの引張) 後の残留変位が小さく (初期たわみと反対の方向) なる傾向がみられる。このため、幅厚比 80 の板では、 $m = 4, 6$  の大きな振幅では、1.5 サイクル目の圧縮による局部座屈が、初期たわみと逆の方向に起こっている。

以上のことから板の繰り返し挙動は、はじめの数サイクルは大きな座屈の発生と板の塑性域の広がりにより、挙動が安定せず大きく劣化するが、サイクル数が増えると、塑性化した部分のひずみ硬化なども起こり板全体の塑性化の進展もあまりおこらず、繰り返し挙動も安定した状態に (耐荷力の低下も小さく) なると考えられる。

Fig.17 には、各サイクルでの最大耐力  $\bar{\sigma}_{pi}$  が、振幅  $m$  ごとに示してある。圧縮側の耐荷力には極大値があり、その終局耐荷力後に局部座屈により劣化し、構造部材としては危険な挙動を示すので、圧縮 (正) 側の挙動について検討する。

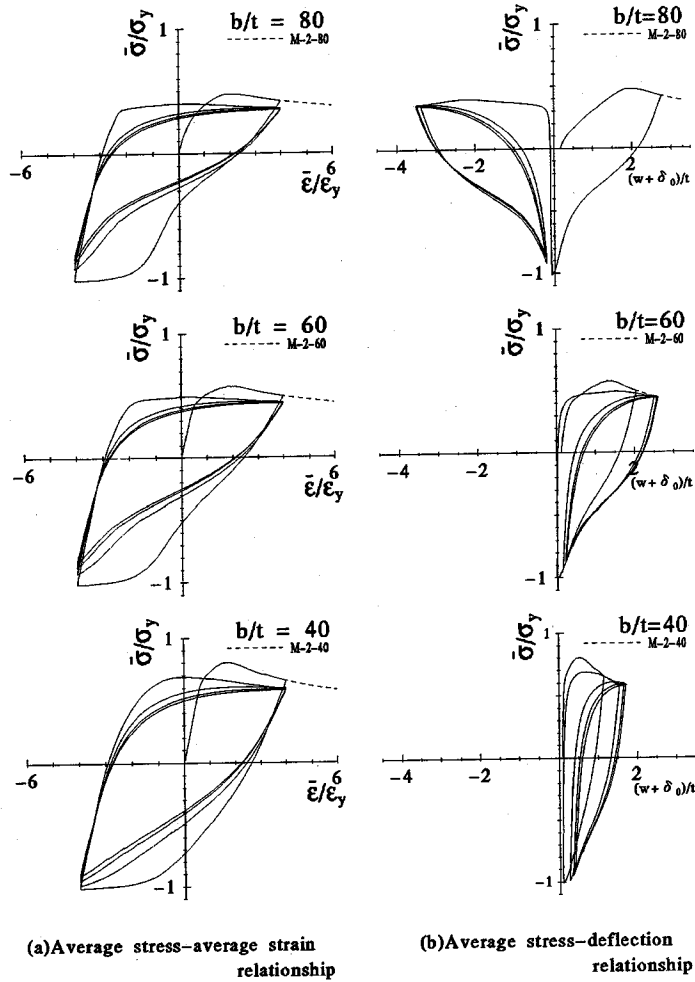


Fig.15 Constant displacement amplitude( $m=4$ , Two-surface model)

Fig.17 より、板の種類や载荷の変位振幅によらず、0.5 サイクルから2.5 サイクルまでの強度劣化が大きい。この修正二曲面モデルによる結果は、4.(3) で述べたように他の繰り返し塑性モデルの解析結果と異なり、板の圧縮耐力が急激に落ち、危険な状態となる。2.5 サイクル以降劣化が小さくなり、最大圧縮耐力はある値に収束していく傾向がみられる。また、 $m=4$  と  $m=6$  はほぼ同じように劣化するが、 $m=2$  と  $m=4$  には差があり、 $m=4$  の方がわずかに劣化が大きく、耐力力がより小さな値に収束していく。幅厚比40の板は、0.5 サイクル目の最大圧縮耐力力に比べて、4.5 サイクル目は、20%~30% 耐力力が低下しているが、その他の板は、15%~20% ぐらいである。これは、幅厚比の大きな板の方が载荷はじめの圧縮でより大きく劣化す

るためであると思われる。

次に、履歴特性をよりよく反映する履歴吸収エネルギーの変化により、劣化挙動を検討する。0.5 サイクルの圧縮終了時から1.5 サイクル終了時(ループ番号1)までの履歴吸収エネルギー(平均応力-平均ひずみの履歴曲線が描く1ループ面積)を、 $E_1$  とし、以下同様に  $E_2, E_3, E_4$  を定義する。Fig.18 は、1ループで吸収するエネルギー量をループ番号1のエネルギー吸収量  $E_1$  により無次元化して、载荷振幅  $m$  で分類して示したものである。この図より次のことが分かる。

どの载荷経路においても幅厚比が大きい薄い板ほど、ループ番号1に対するエネルギー吸収量の減少率が大きい。これは、幅厚比が大きい板ほど繰り返し载荷すると、劣化が大きいことを表している。また同じ载荷経路

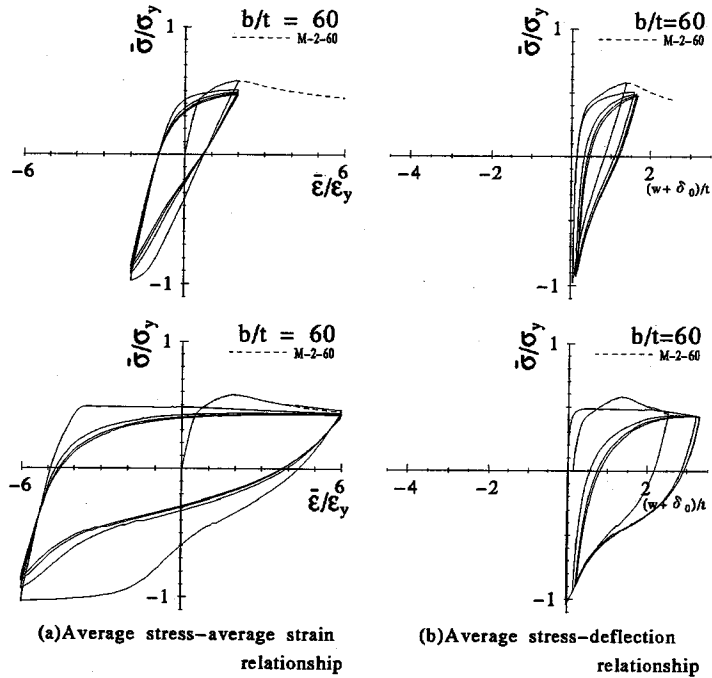


Fig.16 Constant displacement amplitude( $m=2,6$ , Two-surface model)

で比較すると、幅厚比の大きいものほど、エネルギー吸収量の減少率は、ループ番号2 (1.5 から 2.5 サイクル) の時に大きいことが分かる。それ以降は、幅厚比による減少率の差はあまりない。また、同じ幅厚比の板での载荷振幅による差としては、载荷振幅  $m$  が大きいほど、ループ番号2 以降繰り返すごとに減少率が小さくなり、载荷振幅が小さいものより早くエネルギー吸収量が収束していく傾向がみられる。また、Table 3 に各モデル板のループ番号1 の無次元化したエネルギー吸収量  $E_1/E_e$  を示す。

## 5. 結論

本研究の目的は、簡易な繰り返し塑性モデル(完全弾塑性、移動硬化則、等硬化則)ではうまく表現できない、構造用鋼材(SS400等)の降伏棚、パウジンガー効果等の繰り返し挙動を精度よく表せる修正二曲面モデルを有限要素法に取り込み、薄板の繰り返し弾塑性有限変位解析を行うことであった。そしてその結果を、他の簡易な繰り返しモデルによる解析結果と比較することにより、本モデルの特徴や、モデルの違いによる解析結果への影響について検討した。また、本研究では

修正二曲面モデルの構造解析への導入の初期段階として、4辺単純支持の板が繰り返し圧縮・引張载荷を受けるときの挙動について、幅厚比、载荷経路(定変位振幅)をパラメータとして解析を行った。この研究によって得られた結論をまとめると、以下ようになる。

1. 修正二曲面モデル、完全弾塑性モデルともに、残留応力の繰り返し圧縮・引張挙動への影響は、载荷の最初の圧縮では、残留応力のない板は残留応力のあるものに比べて終局強度が大きい。しかし、終局強度後に大きく劣化し、座屈、応力ともに残留応力のある板と同じ様な状態となり、その後の繰り返し载荷挙動はほぼ同じものとなる。
2. 修正二曲面モデルと他のモデルとの解析結果においては、その履歴曲線の形が大きく異なったものとなった。繰り返し挙動における重要な差としては、修正二曲面モデルは、繰り返すごとに圧縮最大耐荷力は小さな値となるが、他のモデルは2回目の圧縮耐荷力が最も大きな値となった。
3. 最大圧縮耐荷力、履歴吸収エネルギーともに、修正二曲面モデルによる解析が完全弾塑性よりも小さい最も小さな値となり、他のモデルはそれらの値を修正二曲面モデルより過剰に評価する。

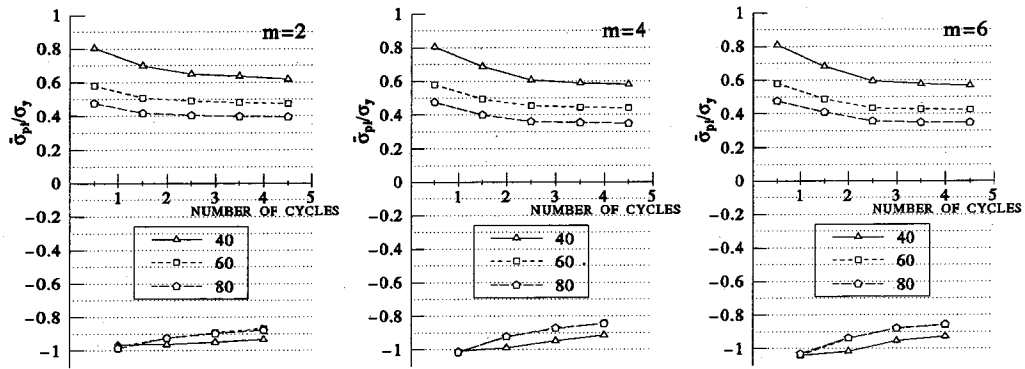


Fig.17 Change in load carrying capacity during cyclic loading  
( $m=2, 4, 6$ , Two-surface model)

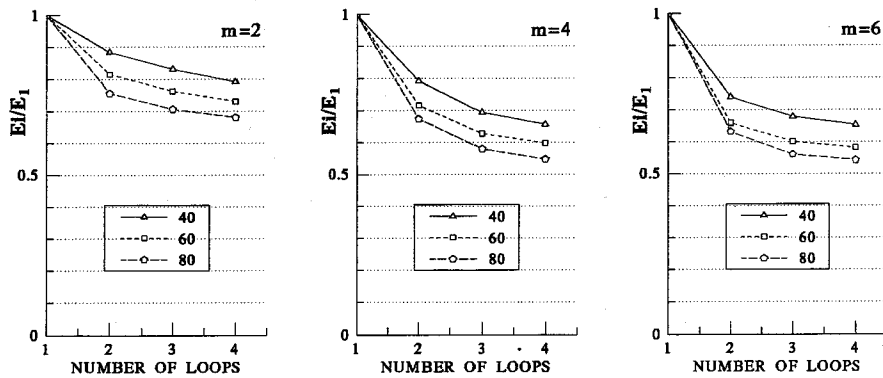


Fig.18 Effect of the number of loading cycles on energy absorption capacity  
( $m=2, 4, 6$ , Two-surface model)

4. 修正二曲面モデルを用いた定変位振幅載荷においては、板の幅厚比、載荷の振幅の大きさによらず、3回目の圧縮までの劣化が大きい。それ以降は劣化が小さくなり、繰り返し挙動が安定したものとなる。
5. どの載荷振幅においても、幅厚比が大きい薄い板ほど、履歴吸収エネルギー量の減少率が大きい。これは、薄い板ほど載荷初期の繰り返し圧縮・引張において、板が大きく劣化し、エネルギー吸収量が減少するためである。
6. 幅厚比が同じ板については、載荷振幅が大きいほど載荷初期での繰り返しでの履歴吸収エネルギー量の減少率が大きくなるが、その後は減少率が小さくなり、載荷振幅が小さい板より履歴吸収エネルギー量が収束していく傾向がみられる。ループ番号1（載荷はじめての圧縮終了後から次の圧縮終

了までの1ループ）に対する載荷終了後のエネルギー吸収量の割合は、載荷振幅が大きいものほど、劣化が大きく、小さくなる。

#### 参考文献

- 1) Dafalias, Y.F. and Popov, E.P.: A Model of Nonlinear Hardening Materials for Complex Loading, *Acta Mech.*, pp.173-192, 1975.
- 2) 田中良二, 水野英二, 沈赤, 宇佐美勉: 降伏棚を有する鋼材の繰り返し弾塑性モデル - 二曲面塑性モデルの開発 -, 構造工学論文集, vol.37A, pp.1-14, 1991年3月.
- 3) Shen, C., Tanaka, Y., Mizuno, E. and Usami, T.: A Two-Surface Model for Steels with Yield Plateau, *Structural Eng./Earthquake Eng.*, Proc. of JSCE, Vol.8, No.4 11(179s)-20(188s), Jan., 1992.
- 4) Shen, C., Mizuno, E. and Usami, T.: Further Study on Two-Surface Model for Structural Steels under Uniaxial Cyclic Loading, *Structural Eng./Earthquake Eng.*, Proc. of JSCE, Vol.9, No.4, 59-62, Jan., 1993.

- 5) Shen, C., Mizuno, E. and Usami, T. : A Generalized Two-Surface Model for Structural Steel under Cyclic Loading, *Structural Eng./Earthquake Eng.*, Proc. of JSCE, Vol.10, No.2, 23(59s)-33(69s), July, 1993.
- 6) 水野英二, 沈赤, 宇佐美勉 : 鋼部材の繰返しねじり実験と二曲面モデルによる数値シミュレーション, 構造工学論文集, Vol.39A, pp.221-234, 1993年3月.
- 7) 加藤正宏 : 離散キルヒホッフ要素による板・殻構造物の弾塑性有限変位解析, 名古屋大学工学研究科, 土木工学科専攻, 修士論文, 1989.
- 8) Ohno, N. : A constitutive model of cyclic plasticity with a nonhardening strain region, *J. of Applied Mechanics*, ASME, Vol.49, pp.721-727, Dec., 1982.
- 9) 佐藤正弘 : 修正二曲面モデルのパラメータ決定法ならびにセンシティブィティ解析, 名古屋大学工学部土木工学科卒業論文, 1993.
- 10) Washizu, K. : Variational Methods in Elasticity and Plasticity, 3rd ed., Pergamon Press, 1982.
- 11) O.C.Zienkiewicz : The Finite Element Method Third edition, McGraw-Hill, 1977.
- 12) 日本マーク社編:非線形構造解析FEMプログラムMARC K-4 Volume A編～E編, 1992.
- 13) 北田俊行 : 圧縮力を受ける鋼板及び補剛鋼板の極限強度に関する研究, 大阪大学学位論文, 1980年2月.
- 14) 小松定夫, 北田俊行, 宮崎清司 : 残留応力および初期たわみを有する圧縮板の弾塑性解析, 土木学会論文報告集, 第244号(1975), pp.1-14.
- 15) Fukumoto, Y.・Kusama, H. : Cyclic Behavior of Plates under In-plane Loading, *Engineering Structure*, Vol.7, Jan.1985, pp.56-63.
- 16) Yao, T・Nikolov, P.I. : Numerical Experiment on Buckling/Plastic Collapse Behavior of Plates under Cyclic Loading, in "Stability and Ductility of Steel Structures under Cyclic Loading", edited by Y.Fukumoto and G.Lee, *CRC Press*, 1992.
- 17) Bathe, K.J. and Ho, L.W. : A Simple and Effective Element for Analysis of General Shell Structures, *Computers and Structures*, Vol.13(1981), pp.673-681.

(1994. 9. 14 受付)

## CYCLIC ELASTO-PLASTIC FINITE DISPLACEMENT ANALYSIS OF PLATES WITH MODIFIED TWO-SURFACE MODEL

Shigeru BANNO, Tsutomu USAMI and Eiji MIZUNO

In order to analyze the local buckling collapse behavior of a thin structural steel plate by employing a numerical approach such as a finite element method, it is necessary to use an accurate cyclic plasticity model for structural steels with yield plateau. In this study, the local buckling collapse behavior of thin plates under cyclic compression-tension loading is investigated by performing an elasto-plastic large deflection analysis with modified two-surface model developed in Nagoya University. Moreover, characteristics of two-surface model are discussed by comparing the results of modified two-surface model with those of other cyclic models.