土木学会論文集 No.524／IV-29，105-119，1995.10

多目的ダム事業における慣用的費用割振り法の改善のためのゲーム論的考察

岡田憲夫[1]・谷本圭志[2]

[1]正会員　工博　京都大学教授　防災研究所（〒611 京都府宇治市五ケ庄）
[2]正会員　工修　三菱総合研究所（〒100 東京都千代田区大手町二丁目3-6）

多目的ダム事業は複数の目的から成る共同事業であるため，共同事業費をいかに割り振るかという「費用割り振り問題」を調整する必要がある．現在我が国において用いられている方法は，分離費用身替り妥当支出法という慣用的な方法である．慣用法は実用性に長所がある反面，得られた解の理論的意味づけが不明確であるとの短所を有する．一方近年の多目的ダム事業では，社会的要請の変化に対して新たな展開を求められている．本研究ではこのような新たな展開に対して，慣用的な費用割り振り法がどこまで斉合性をもって適用可能かについての客観的基準の提案を試みる．その際，協力ゲーム理論における費用割り振り法と慣用法との解の一致性に着目し，新たな一致性の特定を行った．

Key Words : *game theory,multi-purpose reservoir,cost allocation,conflict analysis*

1.はじめに

多目的ダム事業はより効率的，効果的な水管理を推進することを目的として多くの流域で行われてきた．当事業は複数の主体から成る共同事業であるため，共同事業費用を主体間でいかに割り振るかが重要な現実的問題であり，これは「費用割振り問題」と呼ばれる．本論文ではこの問題を以下の視点から検討する．

我が国では米国のTVA事業の過程で開発された分離費用残余便益法(Separable Costs Remaining Benefits Method,SCRB法)[1)]に代表される慣用的な費用割振り法にいくつかの補正を加えた分離費用身替り妥当支出法が法制度化されて実用に供している．しかしながら近年ではこの割振り法が制度化された当初に比べて，新たなダムサイトの適地が格段に減少するとともに水源地対策の必要性が増大している．また，余暇時間の増大や環境問題への関心の高まりを反映して，自然に恵まれたダム湖周辺のオープンスペースをレクリエーションの場として積極的に利用すべきとする社会的要請がある．このような新しい社会的条件の下で，レクリエーションやその他の親水対策を多目的ダムの新たな「目的」として加えてはどうかということが検討されるようになってきた．

現行の（慣用的）費用割振り法は，簡便性や理解容易性といった実用的合理性に優れているため，社会的にその適用が受容されており，その有用性が実証されている[2)]．しかし上述のようなダム事業の新たな社会的要請とその対応に対してどこまで斉合性をもって適用可能なのかについては十分な議論がなされていない．そこで本論文では，SCRB法に代表される慣用法が，新たなタイプの目的の参入の下で，どこまで柔軟に対応し得るかについてその適用可能範囲を検証，判定するための客観的基準を提案することを試みる．その際，理論的なベースとしてゲーム理論を援用することとする．

2.本論文の分析アプローチ

慣用法を評価するアプローチとしては，いくつかの観点からの研究がなされているが，本論文では協力ゲームの理論において得られている公正配分解（以下，ゲーム理論的費用割振り法と呼ぶ)に着目する．費用割振り法を協力ゲーム理論の観点からアプローチした研究としては例えばSuzuki *et al*[3)]，Young *et al*[4)]，Driesen *et al*[5)]，森[6)]，岡田[2)]などの研究がある．岡田は特に慣用法を実用性の観点から基本的に肯定する立場から，その理論的根拠の不備をゲ

ーム理論や経済学の知見により補うための準拠枠を構築することを目的として研究を展開している．本論文ではその基本的立場を踏まえた上で新たに次のような視点からの分析を試みる．

慣用法とゲーム理論的割振り法は互いに全く異なった領域で開発された経緯があり，割振り計算にも類似性が認められないが，適当な条件が整うことによって，それらの割振り解が同値になるという一致性が現れる[7]．本論文ではこの二つの異なったアプローチによる解の間の一致性に着目する．即ち一致性が認められるということは，慣用法による割振り解に自動的にゲーム理論に基づく公正配分解としての意味付けが与えられることを意味する．また一致性が現れる範囲（一致性の条件）そのものが慣用法の適用可能条件，即ちゲーム理論的知見からみた妥当性が保証される範囲を示すことになる．本研究ではこの一致性を慣用法の理論的意味付けと適用可能条件を検証する上での重要かつ有効な特性として捉え，その特性を中心に議論を進めていくことにする．

慣用法とゲーム理論的費用割振り法との一致性の条件はゲーム理論の知見として既に明らかになっているものもある．本論文では更にこれらに加えて新たな一致性の条件の導出を試みる．一致性の条件は提携構造に関する費用関数の特性として規定されるので，これらはゲームの観点からみた費用関数の特性（以後，ゲームの費用関数特性と呼ぶ）と何らかの関連性があると考えられる．ゲームの費用関数特性としては劣加法性，Convex性，Semi-convex性，One-convex性の条件を挙げることができる．そこで本論文ではこれらの特性を取り上げ，一致性との関連について理論的検討を行う．

次いで，我が国の多目的ダム事業の実例からこれらの特性に対応した費用関数形を特定する．このような実証的な検討を踏まえて，多目的ダム事業の実際的文脈において一致性が生じる，つまり慣用法に理論的な意味づけがなされる可能性について検討する．

3.費用割振り法

ここでは費用割振り法を，慣用法とゲーム理論的費用割振り法に分類し，その主要な方法を**Table 1**にまとめる．また，以下にその説明を加える．

(1)慣用的費用割振り法

慣用法はその簡便性から，各プロジェクトに適する多くの方法が開発されてきた．多目的ダム事業においても，事業を取りまく環境の変化の度に，その改正，開発が行われてきた経緯がある[2)8)]．その結果，現在我が国の多目的ダム事業ではSCRB法（の補正版）が用いられている．SCRB法では，共通費用を各主体が最低限負担すべき費用と，それを除いた事業費の割振りとに分けて考える．すなわち，特定の主体が最後に事業参加することによって生じる付加的な費用増分である分離費用(separable costs)を，その発生責任者として当該の主体にそれを最低限の負担額としてまず割り振る．次いで，残りの事業費（非分離費用(non-separable cost)）を，各主体に対し，その事業へのコミットメントの程度（を交渉力として表したもの）に応じて按分するという形をとる．

Table 1　費用割振り法

慣用法	身替り支出法
	SCRB法
	ENSC法
ゲーム理論的方法	仁
	弱仁
	比例仁
	相対仁
	平均差仁
	NSCG法
	Shapley値

分離費用の概念を導入した方法の代表は，1930年代のTVA(Tennessee Valley Authority)事業において提案されたENSC法(Egalitarian Non-Separable Cost Method,均等配分型非分離費用法)，ならびにこのSCRB法(Separable Costs,Remaining Benefits Method,分離費用残余便益法）である[1)]．本論文では慣用法としてこのSCRB法，ENSC法を取り上げる．

なお，ゲーム理論的考察の関連性を説明するための準備として，協力ゲーム理論の記号体系を用いながらSCRB法とENSC法の概要について説明する．

多目的事業（全共同事業=全提携）に参加している主体（目的）の集合全体を$N=\{1,2,\cdots,n\}$とする．任意の主体を$i\,(\in N)$で表し，それを要素とするNの部分集合$S(\subset N)$を提携と呼ぶ．任意の主体$\{i\}$を単独（提携），全主体の集合Nを全提携と呼ぶ．費用関数を一般にCと表わす．各主体が単独で事業を行い，多目的ダム事業に参加した場合と同じ機能を達成することを想定した場合の費用は身替り費用と呼ばれ

る．これは単独（提携）の費用$C(\{i\})$で表わされる（以後簡単のため$C(i)$と表わす）．これを提携Sによる部分的共同事業に拡張した費用が$C(S)$である．

ある主体iの分離費用SC_iは，「全共同事業費用と，任意の主体iを除いたすべての主体から構成される共同事業費用との差」で定義されるので，次式で表わされる．

$$SC_i = C(N) - C(N - \{i\}) \tag{1}$$

非分離費用NSCは分離費用を各主体に割り振った後の共同事業の残余額と定義され，次式で表わされる．

$$NSC = C(N) - \sum_{i \in N} SC_i \tag{2}$$

・SCRB法

この方法では，非分離費用は残余便益$\min\{B(i), C(i)\} - SC_i$に比して割り振られる．ここに，$B(i)$は経済効果の面より主体$i$が当該ダム計画に投資できる金額の限度を示したもので，「妥当投資額」と呼ばれ，経済学的には，支払意志額とみなされる．残余便益は当該主体の単独事業にかかる費用と，共同事業において当該主体に最低限配分されるべき費用，すなわち分離費用との差である．SCRB法では，その便益分だけ非分離費用(NSC)に対する負担のコミットメントが大きいとして，この値に応じてNSCを按分して，当該主体の負担分とする．すなわち，共同事業に参加することによって享受する費用割振りに係わる便益と解釈できる．SCRB法による主体iの割振り値x_iは，

$$x_i = SC_i + \frac{\min\{C(i), B(i)\} - SC_i}{\sum_{j \in N}\left[\min\{C(j), B(j)\} - SC_j\right]} NSC \tag{3}$$

である．ここに，$\sum_{i \in N} x_i = C(N)$である．$B > C$であれば，上式は次式となる．

$$x_i = SC_i + \frac{C(i) - SC_i}{\sum_{j \in N}\{C(j) - SC_j\}} NSC \tag{4}$$

一般に$B > C$であると考えて，本論文では以後SCRB法を式(4)の定義に限定して議論を進める．

・ENSC法

ENSC法では非分離費用を参加主体で均等に割り振る．ENSC法による主体iの割振り値は次式で表わされる．

$$x_i = SC_i + \frac{NSC}{n} \tag{5}$$

この方法はTVA委員会で有力な方法として提案されたにもかかわらず最終的には不採用となった．これは非分離費用の均等割振りが必ずしも主体の立場の違いを明確にしておらず，その意味で公平でないと考えられたからであろう．しかし実際には，主体間の「提携交渉可能性」の違いが費用算定上明確でない場合や，それほど顕著でない場合が考えられる．そのような場合は均等に割り振ることが逆に有効であったりする．つまり，ENSC法は状況によってはその簡便性から，SCRB法より有用な費用割振り法である可能性を十分に保持しており，検討の対象に値する慣用法である．

(2)ゲーム理論的費用割振り法

多目的ダム事業に参加するプレイヤー（目的，主体）間に提携による協力関係が成立する場があるとすると，費用割振り問題は協力ゲーム理論における費用関数（または特性関数）によって規定される配分(imputation)の問題に対応づけられる．ゲーム理論における公正配分解の概念としてよく知れているのがコア(core)[9]である．コアは割振り解が各主体の交渉力の差異を提携の費用に求めた公正な解であり，かつ共同事業費用を効率的に割り振る配分の集合である．コアから唯一解を求める代表的な方法として仁(Nucleolus)ならびに，その変種が提案されている．それらを以下に説明する．

・仁[10),11)]

仁を求める際に用いられる基準が「不満」である．任意の（実行可能な）割振り額が提示されたとき，次式で表わされる割振り額ベクトル$X = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$に対する任意の提携$S$の不満$e(X{:}S)$の最大値を（辞書式に）最小化したものが仁として定義される．仁は，最大不満の最小化を図ることによって公平性を保証する解概念の一つである．

$$e(X : S) = \sum_{i \in S} x_i - C(S) \tag{6}$$

・弱仁（平均仁）[4)]

この方法では提携に関しての不満の代わりに，次式で表わされる提携に参加している主体1人当たりの平均不満を考える．

$$e(X{:}S)\,/\,|S| \tag{7}$$

平均不満の最大値を最小化するような配分が弱仁である．ここに$|S|$は，提携Sの構成員数を表わす．

・相対仁

相対仁(Propensity to disrupt)は不満を提携間の「分裂性向」（ある任意の提携Sとその相手提携$N-S$との不満比[*1]）として次式のように定義する．

$$d(X{:}S) = \{-e(X{:}N-S)\}\,/\,\{-e(X{:}S)\} \tag{8}$$

「分裂性向」の最大値を最小化するような配分が相対仁である．なお，相対仁は以下の条件において定義される．

$$\sum_{i\in S} x_i < C(S) \quad (\forall S\subset N) \tag{9}$$

コアに基づいた方法としてはこの他にも比例仁，平均差仁がある．またコアに基づかないものとしては，分離費用の概念を導入したNSCG法(Non-separable Cost Gap Method,非分離費用差法)[5]や，シャプレイ値(Shapley value)[13]などがある．ここでは，NSCG法のみ簡単に説明しておく．

・NSCG法[5]

費用差関数$g(S)$を

$$g(S) = C(S) - \sum_{j\in S} SC_j \tag{10}$$

と定義する．一般に非分離費用NSCは全員提携Nの費用差関数$g(N)(=C(N)-\sum_{i\in N} SC_i)$で定義されるが，これを部分提携$S$にも拡張すると，費用差関数$g(S)$は「部分提携$S$の非分離費用」と解釈できる．

費用差関数を用いて主体iの譲歩額λ_iを$\lambda_i = \min_{S\subseteq N} g(S),(i\in S)$と定義すると，NSCG法による主体$i$の分担費用は次式で与えられる．

$$x_i = SC_i + \frac{\lambda_i}{\sum_{j\in N}\lambda_j} NSC \tag{11}$$

この方法はENSC法やSCRB法を理論的に拡張した方法になっている．

コアに基づかない方法については当然コアを充足する保証は必ずしもない．また，コアに基づく方法に比べて割振り計算は容易であるが，いずれにしても慣用法に比べると計算上の煩雑性は否めない．

4.慣用的費用割振り法のゲーム論的考察

(1)一致性についての既往の知見

慣用法とゲーム理論的割振り法との一致性自体を明示的に取り上げた研究はほとんど行われていない．ただし，新しい割振り法の開発の一環でSCRB法やENSC法などの既存の慣用法との対応関係に言及した研究がある．例えばDriesen,T.S.H.[5]はNSCG法とSCRB法，NSCG法とENSC法との一致性について指摘している．Heaney[12]はMCRS法(Marginal Costs Remaining Saving Method,限界費用残余便益法)とSCRB法，MCRS法とENSC法との一致性について触れている．

鈴木[14]は費用分担ゲームの解の特性という観点から一致性の可能性について述べているが，その条件についての理論的な考察は行っていない．しかし鈴木[15]は仁による割振り解が簡単な公式で表せる特殊な条件を見いだしているため，結果的にENSC法と仁との一致性の条件を特定したことになる．岡田[2]は慣用法の再評価を行う過程でレビュー研究を行い，慣用法としてSCRB法，ENSC法，ゲーム理論的割振り法としてNSCG法，MCRS法を対象として，これら四種の費用割振り法の関係を明示している．岡田のレビュー研究ではその結果のみが示されているが，ここでは一致性の成立条件について少し詳しく紹介しておこう．これは，(2)で述べる新たな一致性を検討する上で，不可欠の知見となるからである．なお，一致性の条件はNSCG法を考える際に用いた費用差関数$g(S)$を用いて表わす．

(a)ENSC法とNSCG法

ENSC法とNSCG法に関する一致性の十分条件は次式で表わされる[5]．

$$g(S) \geq g(N) \quad (\forall S\subset N) \tag{12}$$

[*1] 厳密には，不満eにマイナスがついていることから不満比というよりも剰余比として定義したものと解釈できる．

この条件は，任意の提携Sに関する費用差関数の最小値が全提携Nに関する$g(N)$であることを示す．このとき譲歩額は$\lambda_i = g(N) = NSC$である．よって$\lambda_i / \sum_j \lambda_j = 1/n$であり，NSCG法はENSC法と一致する．

(b)SCRB法とNSCG法

SCRB法とNSCG法に関する一致性の十分条件は次式で表わされる[5]．

$$g(S) \geq g(i) \quad (\forall i \in S \subset N) \tag{13}$$

この条件は単独提携$\{i\}(\forall i \in S)$の$g(i)$は$g(S)$の最小値であることを示す．このとき，譲歩額$\lambda_i = C(i) - SC_i$となり，式(4)に示すSCRB法と同値である．

(a), (b)より，費用差関数の最小値が最大規模の提携N，または最小規模の提携$\{i\}$に対応すれば，NSCG法はそれぞれENSC法，SCRB法と一致する．

コアに基づく費用割振り法である仁，及びその変種はNSCG法とは違い，ENSC法やSCRB法の拡張概念とはなっていない．しかしこの一見したところ一致性など予想できない両方法間に，ある適当な条件が整うことによって，一致性が成立する事実がゲーム理論の知見として得られている．それは先述したように仁とENSC法の一致性である[14]．この一致性の十分条件は以下のように示される．

(c)ENSC法と仁

$$g(S) \geq \frac{|S|+1}{n} g(N) \quad (\forall S \subset N) \tag{14}$$

この条件は(a),(b)と比べると幾分複雑になっている．この条件式は，提携Sの非分離費用が満たすべき条件が提携の規模の増大に伴って厳しくなることを示している．またこの条件は，$g(S) \geq g(N)$であれば十分であることに留意したい．

(2)新たな一致性の条件の提示

本論文では(1)で言及した既往の知見を踏まえた上で，慣用法が（暗に）備えている理論的根拠の可能性をより多様に見い出すために，新たな一致性の導出を試みる．すなわち，ENSC法と弱仁の一致性，並びにSCRB法と相対仁との一致性の条件を特定する．

(d)ENSC法と弱仁

ENSC法と弱仁に関する一致性の十分条件は次式に示される．また(3)で示すように，この条件の下でこれらの割振り解が一意的に一致することが理論的に証明できる．

$$g(S) \geq \frac{|S|}{n-1} g(N) \quad (\forall S \subset N) \tag{15}$$

この条件は仁とENSC法との一致性の条件である式(14)に類似している．また$n \geq |S|+1$が成立するため，式(14)は式(15)の十分条件である．よって，仁とENSC法の解が一致している場合，同時に弱仁もそれらに一致していることになる．式(15)は式(14)と同様，任意の提携Sの非分離費用が満たすべき条件が提携の規模の増大に伴って厳しくなることを示している．しかしこの条件は式(14)と比べると緩い条件であることから，一致性が生じる範囲はその分広くなると言える．またこの条件についても式(14)と同様に，$g(S) \geq g(N)$であれば十分である．このことは後述するゲームの費用関数特性と関連性があると考えられる．

(e)SCRB法と相対仁

非分離費用($NSC = g(N)$)が非負，かつ強劣加法性（この性質については付録参照）を仮定する．その下で，SCRB法と相対仁に関する一致性の十分条件は次式に示される．この証明は(3)に譲る．

$$\text{i)} \quad g(S) \geq \alpha_S g(N) \quad (\forall S \subset N) \tag{16}$$

$$\text{または，ii)} \quad g(S) \leq \alpha_S g(N) \quad (\forall S \subset N) \tag{17}$$

ここに，

$$\alpha_S = 1 - \frac{\sum_{i \in N-S} g(i) - g(N-S)}{\sum_{i \in N} g(i) - g(N)} \tag{18}$$

である．SCRB法と相対仁に関する一致性の十分条件は式(16),(17)に示すように二つ存在する．これら二つの条件式に関して注意すべきことは，任意の費用関数の下に，「ある提携については式(16)，別の提携については式(17)が成立」していることがSCRB法と相対仁による解が一致する条件ではないということである．一致性が成立するためには，「任意の提携に対して式(16)が成立」するか，「任意の提携に対して式(17)が成立」している場合のいずれかである．また当然のことながら，これら二つの条件が同時に満たされることはない．

SCRB法と相対仁の一致性に関して特筆すべきことは，三人ゲーム以下では$NSC > 0$かつ強劣加法性の下で，式(16)，もしくは式(17)のいずれかが必ず満たされるため，この一致性は常に成立するという点である．これについての理論的証明は次節に示す．

一致性成立の条件である強劣加法性から$\alpha_S \leq 1$である．これより，式(16)は$g(S) \geq g(N)$であれば十分である．また，式(17)は$g(S) \leq g(N)$が必要条件である．

このように，既往の知見及び本論文で特定した一致性の条件は費用（差）関数の条件によって表わされる．従って，一致性の条件はゲームの費用関数特性と密接な関連があることが推察される．この点についての検討は(4)で行う．

(3)一致性の証明

前節で得られた一致性の証明を以下に行う．

a)ENSC法と弱仁の一致性の証明

$$g(S) \geq \frac{|S|}{n-1} g(N) \quad (\forall S \subset N)$$

> 費用割振り法を式(19)とする時，費用差関数$g(S)$に上の条件が成立していれば，Xは弱仁になる．

$$x_i = SC_i + \frac{1}{n} g(N) \tag{19}$$

【証明】

Zを$Z \neq X$なる任意の割振り額ベクトルとすると，$z_i < x_i$となるiがあるので，提携$N-\{i\}$について，

$$\begin{aligned}
&\frac{\sum_{j \in N-\{i\}} z_j - C(N-\{i\})}{n-1} = \frac{SC_i - z_i}{n-1} > \frac{SC_i - x_i}{n-1} \\
&= -\frac{g(N)}{n(n-1)} = \frac{g(N)}{n} - \frac{g(N)}{(n-1)} \geq \frac{\frac{|S|}{n} g(N)}{|S|} - \frac{g(S)}{|S|} \\
&= \frac{-g(S) + \frac{|S|}{n} g(N)}{|S|} = \frac{\sum_{i \in S} x_i - C(S)}{|S|}
\end{aligned} \tag{20}$$

よって，Xは弱仁である．

ここで，(15)の条件式において，任意の提携SにNが含まれない理由について触れておく．仮にSにNが含まれるとすると，式(20)の最右辺においてNの（平均）不満を考えることになる．しかし「Nの不満」は定義されていないため，SにNを含めるのは適切ではない．このことは，式(14),(16),(17)についても同様である．

b)SCRB法と相対仁の一致性の証明

$$\begin{aligned}
&\text{i)} \quad g(S) \geq \alpha_S g(N) \quad (\forall S \subset N) \\
\text{または，}\ &\text{ii)} \quad g(S) \leq \alpha_S g(N) \quad (\forall S \subset N)
\end{aligned}$$

$$\alpha_S = 1 - \frac{\sum_{i \in N-S} g(i) - g(N-S)}{\sum_{i \in N} g(i) - g(N)}$$

ここで，$h(S)$を次のように定義する．

$$h(S) = \sum_{i \in S} g(i) - g(S) \tag{21}$$

強劣加法性の下では，$h(N) > 0$である．上の一致性の条件i),ii)はそれぞれ，次式のように表わされる．ただし，ii)については，Sと$N-S$を置き換えている．

$$\text{i)'} \quad g(S) \geq \frac{h(N) - h(N-S)}{h(N)} g(N) \quad (\forall S \subset N)$$

$$\text{または，ii)'} \quad g(N-S) \leq \frac{h(N) - h(S)}{h(N)} g(N) \quad (\forall S \subset N)$$

> 費用割振り法を式(22)とする時，非分離費用$g(N)$の非負条件$g(N) > 0$及び強劣加法性の下に，条件i)，もしくはii)が成立すると，Xは相対仁になる．

$$x_i = SC_i + \frac{g(i)}{\sum_{j \in N} g(j)} g(N) \tag{22}$$

また式(9)より，次式が成立する．

$$g(S)h(N) > h(S)g(N) \tag{23}$$

【条件i)に関する証明】

Zを$Z \neq X$なる任意の割振り額ベクトルとすると，

$z_i < x_i$となるiがあるので，提携$N-\{i\}$について，

$$\frac{C(i)-z_i}{C(N-\{i\})-\sum_{j\in N-\{i\}} z_j}=\frac{C(i)-z_i}{-SC_i+z_i}>\frac{C(i)-x_i}{-SC_i+x_i}$$

$$=\frac{g(i)-\frac{g(i)}{\sum_{j\in N} g(j)}g(N)}{\frac{g(i)}{\sum_{j\in N} g(j)}g(N)}=\frac{\sum_{j\in N} g(j)-g(N)}{g(N)}$$

$$=\frac{h(N)}{g(N)} \tag{24}$$

ここで条件i)'を変形すると，次式を直ちに得る．

$$h(N)\frac{g(S)}{g(N)}-h(S)\geq h(N)-h(N-S)-h(S) \tag{25}$$

$$-g(N)+g(N-S)+g(S)\geq g(N-S)-\frac{h(N-S)}{h(N)}g(N) \tag{26}$$

ここで$h(S),g(S)$の定義より，次式が成立する．

$$-g(N)+g(S)+g(N-S)=h(N)-h(S)-h(N-S) \tag{27}$$

よって式(25)に式(27)を代入すると，

$$h(N)\frac{g(S)}{g(N)}-h(S)\geq -g(N)+g(N-S)+g(S) \tag{28}$$

式(26),(28)より，

$$h(N)\frac{g(S)}{g(N)}-h(S)\geq g(N-S)-\frac{h(N-S)}{h(N)}g(N) \tag{29}$$

従って，次式が成立する．

$$\frac{h(N)}{g(N)}\geq\frac{g(N-S)-\frac{h(N-S)}{h(N)}g(N)}{g(S)-\frac{h(S)}{h(N)}g(N)} \tag{30}$$

ところで，

$$\frac{C(N-S)-\sum_{j\in N-S} x_j}{C(S)-\sum_{j\in S} x_j}=\frac{g(N-S)-\frac{\sum_{j\in N-S} g(j)}{\sum_{j\in N} g(j)}g(N)}{g(S)-\frac{\sum_{j\in S} g(j)}{\sum_{j\in N} g(j)}g(N)}$$

$$=\frac{g(N-S)(h(N)+g(N))-(h(N-S)+g(N-S))g(N)}{g(S)(h(N)+g(N))-(h(S)+g(S))g(N)}$$

$$=\frac{g(N-S)-\frac{h(N-S)}{h(N)}g(N)}{g(S)-\frac{h(S)}{h(N)}g(N)} \tag{31}$$

であるから，式(24),(30),(31)より，

$$\frac{C(i)-z_i}{C(N-\{i\})-\sum_{j\in N-\{i\}} z_j}>\frac{C(N-S)-\sum_{j\in N-S} x_j}{C(S)-\sum_{j\in S} x_j}$$

となり，Xは相対仁である．

【条件ii)に関する証明】

Zを$Z\neq X$なる任意の割振り額ベクトルとすると，$z_i > x_i$となるiがあるので，提携$\{i\}$について条件i)と同様にして次式を得る．

$$\frac{C(N-\{i\})-\sum_{j\in N-\{i\}} z_j}{C(i)-z_i}>\frac{g(N)}{h(N)} \tag{32}$$

ところで条件ii)'より直ちに次式を得る．

$$g(S)-\frac{h(S)}{h(N)}g(N)\geq -g(N)+g(S)+g(N-S) \tag{33}$$

$$h(N)-h(S)-h(N-S)\geq\frac{g(N-S)}{g(N)}h(N)-h(N-S) \tag{34}$$

である．式(27)より，式(33)は次式と同等である．

$$g(S)-\frac{h(S)}{h(N)}g(N)\geq h(N)-h(S)-h(N-S) \tag{35}$$

式(34),(35)より，次式が成立する．

$$g(S)-\frac{h(S)}{h(N)}g(N)\ge\frac{g(N-S)}{g(N)}h(N)-h(N-S) \quad (36)$$

従って，次式が成立する．

$$\frac{g(N)}{h(N)}\ge\frac{g(N-S)-\dfrac{h(N-S)}{h(N)}g(N)}{g(S)-\dfrac{h(S)}{h(N)}g(N)} \quad (37)$$

式(31)と同様の変形を行えば，

$$\frac{C(N-S)-\sum_{j\in N-S}x_j}{C(S)-\sum_{j\in S}x_j}=\frac{g(N-S)-\dfrac{h(N-S)}{h(N)}g(N)}{g(S)-\dfrac{h(S)}{h(N)}g(N)} \quad (38)$$

よって，式(32),(37),(38)より，

$$\frac{C(N-\{i\})-\sum_{j\in N-\{i\}}z_j}{C(i)-z_i}>\frac{C(N-S)-\sum_{j\in N-S}x_j}{C(S)-\sum_{j\in S}x_j}$$

となる．よって，Xは相対仁である．

c)三人ゲームにおけるSCRB法と相対仁との一致性

以下に，三人ゲームにおいてSCRB法と相対仁が常に成立することを示す．

【証明】

任意の提携$N-\{i\}$に対して費用差関数の定義より，一般に$g(N)=g(N-\{i\})$が成立する．またα_Sについても，提携$N-\{i\}$に対して$\alpha_S=1$となる．よって，三人ゲームにおける任意の二人提携については，式(16)(17)共に満たされる．

任意の単独提携$S=\{i\}$については，以下の場合に応じて式(16)，もしくは式(17)が成立する．

i) $2g(N)\ge\sum_{i\in N}g(i)$

条件i)は強劣加法性及び非分離費用が非負との仮定の下で，以下の式に変形できる．

$$g(N)\ge\sum_{i\in N}g(i)-g(N)$$
$$\frac{1}{g(N)}\le\frac{1}{\sum_{i\in N}g(i)-g(N)} \quad (39)$$

ここで，$g(i)=g(i)+g(N-\{i\})-g(N)$が成り立つので，次式が成立する．

$$\frac{g(i)}{g(N)}\le\frac{g(i)+g(N-\{i\})-g(N)}{\sum_{i\in N}g(i)-g(N)}=\alpha_S \quad (40)$$

上式は，条件i)の成立下では任意の単独提携に対して式(16)が成立することを表わしている．

ii) $2g(N)\le\sum_{i\in N}g(i)$

i)と同様に条件ii)の成立下では任意の単独提携に対して式(17)が成立する．

以上より，三人ゲームにおける任意の提携に対して式(16),(17)のいずれか一式が成立し，常に一致性が生じることが証明された．

(4)一致性の条件とゲームの費用関数特性との関連

一般に，共同事業に参加するにはそれ相応の経済的なメリットが保証される必要がある．このことは費用割振りゲームの費用関数の特性（あるいは節約額分担ゲームの特性関数での特性）と密接な関連があると考えられる．この点についてDriesen *et al*[16)17)]や，岡田[18)]は提携構造と費用関数特性との関連性に着目して分析を行っている．ここでは簡単にこれらの基本的特性を整理した上で，一致性が生じる範囲を規定する基本的な要件を明らかにする．なお，各ゲームの費用関数特性の詳細ついては，付録を参照されたい．

一致性の条件を費用関数特性に関連づけると，SCRB法とNSCG法，並びにENSC法とNSCG法との一致性の条件はそれぞれSemi-convex性，One-convex性の条件式そのものであることが判る．

ENSC法と仁，及びENSC法と弱仁の一致性は，いずれもOne-convex性を十分条件とする．これは，

$$g(N)\ge\frac{|S|+1}{n}g(N)\ge\frac{|S|}{n-1}g(N) \quad (41)$$

が成立するからである．

SCRB法と相対仁との一致性式(16)については式

Table 2　一致性とゲームの費用関数特性
（網かけ部は本論文で特定した一致性を示す）

ゲームの費用関数特性	一致性
Weak-convex性	SCRB=相対仁（必要）
Semi-convex性	SCRB=NSCG（十分）
One-convex性	SCRB=相対仁（十分）
	ENSC=NSCG（十分）
	ENSC=仁（十分）
	ENSC=弱仁（十分）

(28)が満たされていれば十分である．これは，$\alpha_S \le 1$ が成立するので次式を得るからである．

$$g(N) \ge \alpha_S g(N) \tag{42}$$

従ってSCRB法と相対仁に対する一致性の条件式式(16)については，One-convex性が満たされていれば十分である．同様に式(17)の必要条件は$g(S) \le g(N)$である．ここではこの条件をWeak- convex性と定義する．従って，SCRB法と相対仁はWeak-convex性からOne-convex性にわたる広い範囲で一致性が生じる可能性が高いと言えよう．

ゲームの費用関数特性と前節で得られた一致性の条件とを関連づけた結果を整理して**Table 2**に示す．なお表中の各行の（）の中の「必要」または「十分」は，その行に示すゲームの費用関数特性が一致性に対して必要条件か十分条件かを示したものである．これより，一致性が生じる基本的要件がゲームの費用関数特性であることが具体的に理解できよう．また，Weak-convex性及びSemi- convex性の部分集合がConvex性であることから，Convex性の成立下ではSCRB法，One-convex性の成立下ではENSC法による解にゲーム理論的な意味付けができると考えられる．

またここでSCRBと相対仁が一致するケースは，先述したように，排反する式(16)，(17)のいずれかの場合に対応している．従って，One-convex性がWeak-convex性の部分集合となることを意味するものではないことを断っておこう．

慣用法とゲーム理論的割振り法による割振り解の一致性を，三人ゲーム($N=\{1,2,3\}$)を例として**Table 3**,**Table 4**に示す．ただし，$C(\{i,..\})$を$C(i,..)$と示す．$g(\cdot)$についても同様である．表中において，同じ網かけパターンで示されている割振り法の解の間に一致性が生じている．

Table 3.1では，SCRB法とNSCG法，SCRB法と相対仁，ENSC法と弱仁がそれぞれ一致している．これらの一致性を各条件式（式(12)～(17)）に照らしあわせて検証してみよう．費用差関数が**Table 3.2**のように計算される．これよりConvex性が成立していることが判る．また**Table 3.3**では，式(13)については$\{i\}$に，それ以外の式にはSに任意の(適当な)提携を代入した場合に当条件式における左辺と右辺の大小関係が成立するかどうかを確認することができる．ただし，任意のiに対して$g(N)=g(N-\{i\})$が成立することから任意の二人提携を$N-\{i\}$と表わす．ここでは，一致性が成立している条件式のみを示している．また，式(14)の左辺に関しては，$N-\{i\}$についてのみ考慮すれば十分であることから，それのみを考慮している．

Table 4.1～**3**はOne-convex性が成立する場合の一致性の例である．One-convex性の成立下ではENSC法と仁，弱仁，NSCG法の間で一致性が成立することが先の理論的検討によって明らかにされているが，そのことが**Table 4.3**において確認できる．このような一致性の成立は，偶発的に生じたのではなく，上記のような条件が成立する場合には必ず一致するという点が重要である．このような条件を理論的に特定しておくことの有効性は正にこの点にある．

本章ではConvex性，One-convex性などのゲームの費用関数特性の成立が一致性が生じるための基本的な要件であり，その下で慣用法にゲーム理論的な意味付けがなされることが判明した．さて，実際の多目的ダム事業において，これらの特性の成立可能性は保証されるのであろうか．次章では今までの理論的展開を多目的ダムの実際的文脈において解釈していこう．

5.実際の多目的ダム事業での検討

我が国の多目的ダム事業では身替り費用は身替りダムの容量から，また分離費用は分離容量を勘案して算定される．このように実際のダム事業の費用は貯水容量を基準に決定されている．貯水容量をベースとする費用関数は，任意の主体が事業に参加する際に積み増す必要容量に対して，限界費用も積み増すことによって特定される曲線である．ここで，ゲームの費用関数特性が付録の式(A.7),(A.9), (A.11)，(A.13)に示しているように，任意の主体の参加に対する限界費用で表わされる．従って，貯水容量に対する限界費用の変化のパターンとゲームの費用関数特性には何らかの対応関係が特定できるであろう．

我が国の事例では，容量に対して費用が逓減する

Table 3.1 割振り解の一致性（1）

	x_1	x_2	x_3
SCRB法	6.1	5.1	4.8
ENSC法	5.6	4.7	5.7
仁	6.0	5.0	5.0
弱仁	5.6	4.7	5.7
相対仁	6.1	5.1	4.8
NSCG法	6.1	5.1	4.8

$$C(1)=10 \quad C(2)=9 \quad C(3)=7$$
$$C(1,2)=13 \quad C(1,3)=14 \quad C(2,3)=13$$
$$C(N)=16$$

Table 3.2 費用差関数（1）

$$g(1)=7 \quad g(2)=7 \quad g(3)=4$$
$$g(1,2)=g(1,3)=g(2,3)=8$$
$$g(N)=8$$

Table 3.3 一致性の条件（1）

式(13) $g(S) \geq g(i)$				
$\{i\}$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	−
左辺	8	8	8	−
右辺	7	7	4	−
式(14) $g(S) \geq (\lvert S\rvert/(n-1))\, g(N)$				
$\{S\}$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$N-\{i\}$
左辺	8	7	7	4
右辺	8	4	4	4
式(16) $g(S) \geq \alpha_S g(N)$				
$\{S\}$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$N-\{i\}$
左辺	8	7	7	4
右辺	8	28/5	28/5	16/5

ような曲線が得られることが多い．しかし，ダムの地理的条件やその他の諸条件，及び事業に参加する主体の性格によって曲線（費用関数）の特性が微妙に異なる可能性もある．

以下では，我が国の実際の多目的ダム事業から（貯水容量に対する費用の曲線として）得られた費用関数の事例を紹介し，以下にその説明を加える．それと同時に，費用割振り法間の一致性を記す．な

Table 4.1 割振り解の一致性（2）

	x_1	x_2	x_3
SCRB法	7.8	4.7	3.5
ENSC法	7.7	4.7	3.7
仁	7.7	4.7	3.7
弱仁	7.7	4.7	3.7
相対仁	7.8	4.7	3.5
NSCG法	7.7	4.7	3.7

$$C(1)=12 \quad C(2)=8 \quad C(3)=6$$
$$C(1,2)=13 \quad C(1,3)=12 \quad C(2,3)=9$$
$$C(N)=16$$

Table 4.2 費用差関数（2）

$$g(1)=5 \quad g(2)=4 \quad g(3)=3$$
$$g(1,2)=g(1,3)=g(2,3)=2$$
$$g(N)=2$$

Table 4.3 一致性の条件（2）

式(12) $g(S) \geq g(N)$				
$\{S\}$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$N-\{i\}$
左辺	2	5	4	3
右辺	2	2	2	2
式(14) $g(S) \geq (\{\lvert S\rvert+1\}/n)\, g(N)$				
$\{S\}$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$N-\{i\}$
左辺	2	5	4	3
右辺	2	4/3	4/3	4/3
式(15) $g(S) \geq (\lvert S\rvert/(n-1))\, g(N)$				
$\{S\}$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$N-\{i\}$
左辺	2	5	4	3
右辺	2	2/3	2/3	2/3
式(16) $g(S) \geq \alpha_S g(N)$				
$\{S\}$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$N-\{i\}$
左辺	8	7	7	4
右辺	8	28/5	28/5	16/5

お，これらの事例は佐々木[7]の研究より引用した．

Fig.1.1は静岡県の長島ダムの費用関数である．

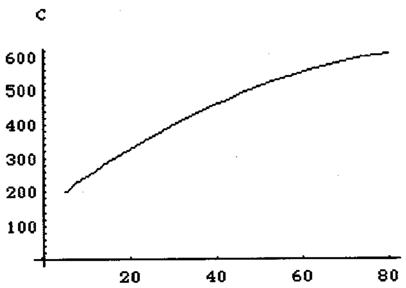

Fig.1.1 長島ダムの費用関数

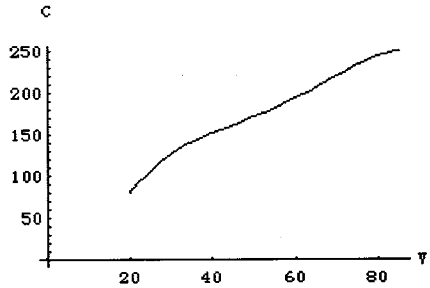

Fig.1.2 川治ダムの費用関数

Table 5.1(a) 長島ダムでの各主体の費用及び貯水容量

	F	A	W	FA	FW	AW	FAW
COST (億円)	561	201	393	571	601	410	610
VOLUME (百万m³)	63	5	29	66	75	32	78

F..洪水制御　A..農業用水　W..都市用水

Table 5.1(b) 長島ダムでの割振り解の一致性

	仁	弱仁	相対仁	NSCG法
SCRB法	—	—	○	○
ENSC法	×	○	—	×

○..一致する　×..一致しない
△..ほぼ一致する　—..一致性が想定し得ない

Table 5.2(a) 川治ダムでの各主体の費用及び貯水容量

	F	A	W	FA	FW	AW	FAW
COST (億円)	164	130	185	199	214	242	250
VOLUME (百万m³)	46	31	55	62	68	79	83

F..洪水制御　A..農業用水　W..都市用水

Table 5.2(b) 川治ダムでの割振り解の一致性

	仁	弱仁	相対仁	NSCG法
SCRB法	—	—	○	△
ENSC法	×	○	—	×

○..一致する　×..一致しない
△..ほぼ一致する　—..一致性が想定し得ない

長島ダムにおける任意の提携の費用及び貯水容量を**Table 5.1(a)**に示す．なお，F,FA,..は各主体による提携を表わしている．

Fig.1.1は貯水容量の増加に対する費用は単調増加している．これに対して費用関数の数値を用いると，実際にConvex性が成立していることが判る．このときの費用配分結果を**Table 5.1(b)**に記す．**4.**で導出した理論的知見から容易に予測されるように，SCRB法とNSCG法，SCRB法と相対仁及び，ENSC法と弱仁の割振り解の値が一致している．

Fig.1.2は栃木県の川治ダムの費用関数である．川治ダムにおける任意の提携の費用及び貯水容量を**Table 5.2(a)**に示す．この例では，60(百万m^3)付近に若干の費用の急増が認められるが，全般的にほぼ容量Vに対して単調増加していると見なせる．ゲームの費用関数特性を計算でチェックすると，一部の提携に対してConvex性の条件式が成立していないが，数値的にその差は僅かであり，ほぼConvex性が成立していることが示される．**Table 5.2(b)**によると，SCRB法と相対仁，及びENSC法と弱仁が一致している．また，SCRB法とNSCG法の厳密な一致性は生じていないが，各々の割振り解はかなり近いものとなっていることが判る（**Table 5.2(b)**において△で評価している）．また他のいくつかのダムについても文献[19]で調べることができる．

従って，我が国の多目的ダム事業における現実の費用関数には概ねConvex性が成立する可能性が高いことが推定される．よって我が国の多目的ダム事業ではSCRB法とNSCG法，SCRB法と相対仁との一致が多くの場合期待できる．

一方，One-convex性の成立事例は現在のところほとんどない．しかし，谷本[20]は親水目的が新たに多目的ダム事業に参加することを想定したケーススタディーにおいて，One-convex性の成立可能性について言及している．この検討で得られている費用関数と，一致性を**Fig.2,Table 6.1(a),(b)**に示す．この費用関数にOne-convex性そのものは成立していないものの，その成立にかなり近い状況であることがわ

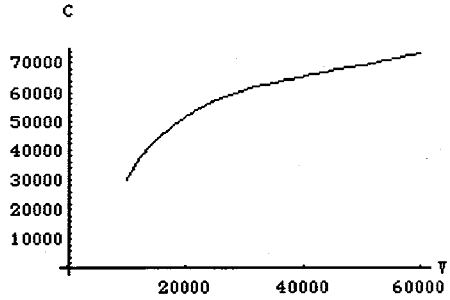

Fig.2 One-convex性に近い状況を呈する費用関数

Table 6.1(a) **Fig.2**での各主体の費用及び貯水容量

	F	W	E	FW	FE	WE	FWE
COST (億円)	602	494	611	625	674	647	704
VOLUME (百万m³)	24	18	28	33	49	37	58

F..河川 W..上水道 E..親水

Table 6.1(b) **Fig.2**での割振り解の一致性

	仁	弱仁	相対仁	NSCG法
SCRB法	―	―	○	×
ENSC法	○	○	―	×

○..一致する ×..一致しない
△..ほぼ一致する ―..一致性が想定し得ない

かる．すなわち，**Table 5.1(b)**,**Table 5.2 (b)**では，ENSC法と弱仁との一致性は成立しているが，ENSC法と仁との一致性は認められない．これは式(41)からわかるように，**Table 5.1(b)**,**Table 5.2 (b)**の状況よりも，**Table 6.1(b)**に示す情報のほうが，よりOne-convex性に近い状況にあると判断し得るからである．このときの費用関数は，親水目的の参加によって増大した水没補償費用に伴い，全提携*N*に関する貯水容量付近で費用が若干ながら急増している．よって，One-convex性は，比較的大きい貯水容量規模において費用が急増している費用関数において，その成立が認め得ると考えられる．

以上の事例より，Convex性やOne-convex性といったゲームの費用関数特性が（貯水容量に対する）費用関数の費用の急増，すなわち費用関数の傾きによって規定されることがわかる．

6.結論

本論文では，多目的ダム事業において従来から広く用いられてきた慣用的費用割振り法を取り上げ，その欠点である理論的妥当性の判定条件の欠如を補うことを目的とした．即ち，理論的な適用可能条件を特定するために，仁などのゲーム理論に基づく公正配分解との関連性について検討を行った．その際，適用可能の規定条件を慣用的費用割振り法とゲーム理論に基づく費用割振り法との一致性の条件に求めた．

具体的には，ENSC法と仁の一致性等の既往の知見を整理するとともに，さらに

- ENSC法と弱仁の一致性
- SCRB法と相対仁の一致性

の条件を新たに特定した．SCRB法と相対仁の一致性の条件は二つ存在するが，三人ゲームにおいてはこれらの解が一意的に一致することが明らかになった．

次いで，これらの一致性をConvex性等のゲームの費用関数特性と関連づけることにより，一致性の条件が示す基本的な要件を明らかにした．ここでは，One-convex性が成立する範囲では，ENSC法，仁，弱仁，NSCG法の四方法が同時に一致するという知見を得た．

最後に我が国の多目的ダム事業の実例に即して，貯水容量配分をベースにして特定される費用関数がConvex性を充足する傾向が強いことに着目した．もしこのことが費用関数の構造特性上より一般的，理論的に裏付けられれば，現行の費用割振り法であるSCRB法にはNSCG法と相対仁の理論的意味付けが保証されるであろう．少なくとも現時点では慣用的費用割振り法は多目的ダム事業の実際的な文脈において十分理論的妥当性を有している状況証拠があると判断される．またOne-convex性が成立する場合はENSC法にもNSCG法，仁法，弱仁法としての理論的意味付けが保証され得ることにも言及した．

最近の多目的ダム事業ではレクリエーション目的や環境対策目的の参入などの新たな展開が期待されているが，このような事業の環境変化における慣用法の適用の妥当性についても検証，判定が求められる．その上で必要であればSCRB法の補正などの見直しについての検討が不可欠となってくる．

なお，ここで取り上げた多目的ダム事業のための費用割振り法に関する理論的知見は，交通整備や都

市整備の共同事業にも適用が期待される．事実，秀島ら[21]は都市拠点開発における基盤整備事業を取り上げて，この種のアプローチの適用可能性を実証している．ただし，単に共同事業費の配分だけではなく，開発利益を考慮した総合的な配分を考える方が妥当な場合もあり，便益の測定法を含めた便益配分的なアプローチを試行する必要もあろう．また，交通整備や都市整備には，多くの主体がプレイヤーとして参入する可能性がある．この場合には，ある程度利害を共通にする主体がグループを形成して，グループ間でゲームを演じることも考えられる．このようにゲームを階層的に構成することにより，いたずらに膨大な計算を回避することができる．また，主体間の提携形成の過程をより広範な交渉ゲームとしてモデル化し，分析していくことも有効であろう．これらの点については今後の課題としたい．

謝辞：本研究の遂行に当たっては多くの方々や機関からデータの提供や研究上のアドバイスを賜わった．特に，東北大学の武藤滋夫先生にはゲーム理論の御専門の立場から貴重な御示唆をいただいた．付して，謝辞とします．

付録

ゲームの費用関数特性

・劣加法性(Sub-additivity)

共同事業に参加する動機付けとして最も基本的な条件が劣加法性であり，次式で表わされる．

$$C(S)+C(T)\geq C(S\cup T)\quad(\forall S,T\subset N, S\cap T=\emptyset)\quad\text{(A.1)}$$

劣加法性は，SとTが提携$S\cup T$を結んだときの費用は少なくともそれぞれの提携が独立に事業を行ったときの費用の和を越えないことを保証している．また費用差関数$g(S)$を用いると，劣加法性の条件は次式のようである．

$$g(S)+g(T)\geq g(S\cup T)\quad(\forall S,T\subset N, S\cap T=\emptyset)\quad\text{(A.2)}$$

また上式より，次式が成立する．

$$g(i)+g(S-\{i\})\geq g(S)\quad(\forall i\in S\subset N)\quad\text{(A.3)}$$

なお，劣加法性の条件において，等号を含むものを弱劣加法性，含まないものを強劣加法性と区別することができる．

以下に劣加法性の条件下に，次の性質を定義する．

・Convex性

Convex性は劣加法性を拡張した条件であり，次式で表わされる．

$$C(S)+C(T)\geq C(S\cup T)+C(S\cap T)\quad(\forall S,T\subset N)\text{(A.4)}$$

費用差関数を用いて表わすとConvex性の必要条件は次のようになる．

$$g(S-\{i\})\leq g(S)\quad(\forall i\in S\subset N)\quad\text{(A.5)}$$

これは費用差関数$g(S)$が提携の規模が大きくなるにつれて増加することを表わす．また，限界費用(marginal cost)MCを以下のように定義する．

$$MC(S,S-\{i\})=C(S)-C(S-\{i\})\quad\text{(A.6)}$$

明らかなように，$MC(N,N-\{i\})=SC_i$が成立する．限界費用を用いると，Convex性の条件は以下の式で表わされる．

$$MC(S,S-\{i\})\leq MC(T,T-\{i\})\quad(\forall i\in T\subset S\subset N)\quad\text{(A.7)}$$

・Semi-convex性

任意の部分提携Sに対し，それに含まれる任意の単独提携$\{i\}$を考えると，Semi-convex性が成立すれば，$g(i)$が任意の提携Sに対して最小となる．すなわち，

$$g(S)\geq g(i)\quad(\forall i\in S\subset N)\quad\text{(A.8)}$$

である．Semi-convex性の十分条件を限界費用を用いると以下の式で表わされる．この式からもわかるように，Semi-convex性はConvex性を含む集合である．

$$MC(S,S-\{i\})\geq MC(N,N-\{i\})=SC_i\quad(\forall i\in S\subset N)\quad\text{(A.9)}$$

・One-convex性

One-convex性が成立すれば，全提携Nに対する$g(N)$が任意の部分提携Sに対して最小となる．すなわち，

$$g(S)\geq g(N)\quad(\forall S\subset N)\quad\text{(A.10)}$$

である．Semi-convex性と同様にOne-convex性の十分

条件を限界費用を用いて表わすと，次式のようである．

$$MC(S,S-\{i\}) \leq MC(N,N-\{i\}) = SC_i \quad (\forall i \in S \subset N) \tag{A.11}$$

本論文ではこれらの特性に加え，以下に示すWeak-convex性を定義した．

・Weak-convex性

Weak-convex性はConvex性を緩めた条件の一つであり，次式で表わされる．

$$g(S) \leq g(N) \quad (\forall S \subset N) \tag{A.12}$$

Weak-convex性が成立すれば，全提携Nに対する$g(N)$が任意の部分提携Sに対して最大となる．この条件の十分条件を限界費用を用いて表わすと，次式のようであるが，これはSemi-convex性の十分条件を限界費用で表わしたものと同一となる．

$$MC(S,S-\{i\}) \geq MC(N,N-\{i\}) = SC_i \quad (\forall i \in S \subset N) \tag{A.13}$$

参考文献

1) Federal Inter-Agency River-Basin Committee, Proposed Practices for Economic Analysis of River Basin Projects, *Technical Report*, Washington D.C., 1950.
2) 岡田憲夫：公共プロジェクトの費用配分法に関する研究：その系譜と展望,土木学会論文集, No.431/IV-15,1991.
3) Suzuki,M. and Nakayama,M. : The Cost Assignment of the Cooperative Water Resource Development : A Game Theoretic Approach, *Management Sci.*, Vol.22, pp.1081-1086, 1976.
4) Young,H.P., Okada,N. and Hashimoto,T. : Cost Allocation in Water Resources Development, *Water Resour. Res.*, Vol.18, pp.463-475, 1982.
5) Driesen,T.S.H. and Tijs,S.H. : The Cost Gap Method and Other Cost Allocation Methods for Multipurpose Water Projects, *Water Resour. Res.*, Vol.21, No.10, pp.1649-1675, October, 1985.
6) 森　統：費用配分法の考え方，展望，日交研シリーズ，A-129，日本交通政策研究会，pp.1-19，1989.
7) 岡田憲夫,谷本圭志：多目的ダム事業の費用配分法に関するゲーム論的考察,応用地域科学会発表論文,1993.
8) 佐々木才朗：多目的ダムのコストアロケーションに関する研究,東京大学工学部博士論文,1992.
9) Aumann,R.J.(丸山　徹，立石　寛訳)：ゲーム理論の基礎，勁草書房，p.43，1991.
10) Schmeidler,D : The Nucleolus of a Characteristic Function Game, SIAM, *Journal of Applied Mathematics* 17, pp.1163-1170, 1969.
11) Maschler,M.,B.Peleg and L.S.Shapley : Geometric Properties of the Kernel, Nucleolus and Related Solution Concepts,*Mathematics of Operations* Research.4, pp.303-338,1979.
12) L.S.Shapley : Cores of Convex Games, *Int. J. Game Theory*, Vol. I, pp.11-26, 1971.
13) Heaney,J. and Dickinson,R.E. : Methods for Apportioning the Cost of a Water Resource Project, *Water Resour. Res.*, Vol.18, No.3, pp.476-482, 1982.
14) 鈴木光男：費用分担ゲームの解,数理科学,No.256,10月号,pp.63-68, 1984.
15) 鈴木光男，中村健二郎：社会システム，共立出版，1976.
16) Driesen,T.S.H. and Tijs,S.H. : Semi-convex Games and the τ-value, Rep. 8228, *Dept. of Math.*, Catholic Univ., Nijmegen, The Netherlands, 1982.
17) Driesen,T.S.H. : Properties of one-convex *n*-person Games, *Oper. Res. Spektrum*, Vol.7, pp.19-26, 1985.
18) 岡田憲夫：費用割り振り問題の理論的考察 ―費用関数の構造に着目して―,鳥取大学工学部研究報告,第21巻,第1号,pp.203-211, 1990.
19) 日本の多目的ダム事業　付表編,建設省河川局監修,ダム技術センター発行
20) 谷本圭志：新たな目的を加えた費用割振り問題に関する基礎的研究　―親水目的を対象として―,京都大学修士論文,1995.
21) 秀島栄三，岡田憲夫，吉川和広，塚本敦彦：都市拠点開発における基盤整備事業の協力分担方式に関するゲーム論的考察，土木計画学研究・論文集　No.11，1993.

(1995.3.31受付)

A GAME THEORETIC ANALYSIS OF COMMONLY USED COST ALLOCATION METHODS IN MULTI-PURPOSE RESERVOIR DEVELOPMENT FOR METHODOLOGICAL IMPROVEMENTS

Norio OKADA and Keishi TANIMOTO

In multi-purpose reservoir developments, a critical question is how to allocate joint costs among its many uses. In Japan, a commonly used method is SCRB(Separable Cost Remaining Benefit) Method. This and other commonly used methods are more useful but less clear in terms of the theory behind the reasoning of the solutions. In recent years, it is becoming more common that a multi-purpose reservoir is required to deal with various needs. Therefore it becomes a problem of whether the commonly used methods, for example SCRB, could be applied to new situations such as a multi-purpose reservoir. This paper presents the applicability of the conditions of the commonly used methods in terms of game theory.