

# 動的粒状要素法による落石挙動の解析

土倉 泰<sup>1</sup>・深澤哲也<sup>2</sup>・村上幸利<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 山梨大学助手 工学部土木環境工学科 (〒400 甲府市武田 4-3-11)

<sup>2</sup>正会員 工修 鹿島建設 (元山梨大学大学院生)

<sup>3</sup>正会員 工博 山梨大学教授 工学部土木環境工学科

斜面における岩塊落下の挙動を解析することは、落石防護施設等の合理的な設計を行う上で不可欠である。個別要素法は、不連続部を含有する物質の力学挙動の解析法の一つとして提案され、このような岩塊落下の問題にも適用されてきた。しかし、同手法はその運動方程式の前提条件のために計算に用いるパラメーターの設定法が確立されておらず、定量的な解析を行うには限界があると考えられる。この欠点を解消することを目的として落石挙動の解析に動的粒状要素法を採用した。この方法によると、減衰パラメーターに改善の余地が残るものの、その他のパラメーターを明確に決定でき、定量解析が可能であることが分かった。

**Key Words** : rockfall, distinct element method, dynamic analysis, granular element method

## 1. ま え が き

落石防護施設の合理的な設計を行うためには、その敷設現場の斜面の状況から落石の落下速度、跳躍高さ、落下位置などを推定し、落石衝撃力を推測することが要求される。従来は、主に経験的判断から落石の運動軌跡や落下速度などが推測されてきた。これを改善するために、様々な実験や解析によって落石の運動形態を把握しようとする研究が行われているが<sup>1),2)</sup>、複雑な落石現象を精度よく掌握することは極めて難しい状況にある。特に落石および斜面の物理的・幾何学的特性が落石に及ぼす影響に関しては研究が進んでおらず、これらの影響を適切に評価できる解析理論の確立が求められている。

ところで、従来より落石の衝撃特性を追究するための試みとして、個別要素法<sup>3)</sup>を用いたシミュレーション解析が行われている<sup>4)-6)</sup>。個別要素解析に、図-1のような表面に凹凸のある岩塊モデル(円を組み合わせたもので、表面形状は実線で示している)<sup>7),8)</sup>を適用すれば、落石および斜面の複雑な形状が落石の運動特性に及ぼす影響を調べることも可能と考えられる。様々な表面形状のモデルを用いたシミュレーション解析を系統的に行い、表面形状が落石の運動に及ぼす影響について何らかの力学的知見が得られれば、実際の落石および斜面の物理的・幾何学的特性が落石に及ぼす影響を適切に評価するための基礎資料とすることができる。

ところが、個別要素解析に用いられるばねおよびダッシュポット、時間増分といったパラメーターの決定方法の理論的根拠は必ずしも明確でなく、解析そのものに対

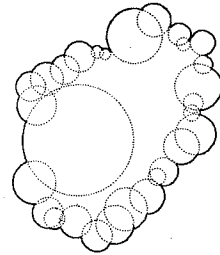


図-1 表面に凹凸のある岩塊モデル

する信頼性の面で問題がまったくないとは言いきれない。これは、従来の個別要素解析において、動的解析の安定化を目的として導入される接触力算定用のダッシュポットの力学的意味付けが、不明確となっているためと考えられる。この問題を解決するための一手段として、個別要素法と類似の手法であるが、接触力算定用のダッシュポットを用いない解析手法である動的粒状要素法<sup>9)</sup>を採用し、落石問題を見据えた解析を試みることにした。本文では、従来の個別要素法・動的粒状要素法の運動方程式とその取り扱いについて簡単に整理した後、動的粒状要素法で表面に凹凸のあるブロックの落下挙動を解析するための具体的定式化とパラメーターの決定過程を示し、この手法を用いた定量解析の可能性を検討する。

## 2. 個別要素法・動的粒状要素法の運動方程式とその取り扱い

### (1) 運動方程式の考え方

動的粒状要素法は、解くべき運動方程式が従来の個別要素法とは異なっており、この理由で、従来の個別要素法で導入される接触力算定用のダッシュポットを用いる必要がない。これを整理して示すために、これらの解析法において一般的に考えられる運動方程式を明示しておく。

一般に離散力学系の運動方程式は次のマトリックス微分方程式で与えられる。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{f_{ex}\} \quad (1)$$

ここに、 $[M]$ は質量マトリックス、 $[C]$ は減衰マトリックス、 $[K]$ は剛性マトリックス、 $\{f_{ex}\}$ は外力に相当するベクトル、 $\{u\}$ は変位に相当するベクトルで、 $\cdot$ は時間微分を表す。

個別要素法・粒状要素法では、計算のステップごとに要素間の接触判定がなされる。また、各ステップでの変位・回転増分に基づいて接触力が算定される。このため、式(1)については次の2点を反映させた形に整理すると両手法の運動方程式としてわかりやすいものと考えられる。すなわち、各ステップで要素に作用している接触力は外力として評価し、変位を表す項は初期状態からの変位ではなく各ステップごとの変位増分として表すのである。このとき、式(1)は次のようになる。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{\Delta u\} = \{f\} \quad (2)$$

ここに、 $\{\Delta u\}$ は現在の状態からの要素の変位と回転の増分を表すベクトル、 $\{f\}$ は現在のステップで各要素に作用する接触力と重力から算定される荷重ベクトルである。

### (2) 個別要素法における運動方程式の取り扱い

従来の個別要素法では、式(2)における剛性の項を省略した次の式を運動方程式とする<sup>3)</sup>。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} = \{f\} \quad (3)$$

通常、式(3)の $[C]$ は $[M]$ に比例したものと仮定されるが<sup>3)</sup>、左辺第2項は省略されることも多い。いずれにしても、式(3)をもとにすれば陽解法によって計算を進めることができるので、簡便かつ高速な計算が可能になる。

ところが、剛性項を省略すると解を安定に求めるのが困難となる。そこで、従来の個別要素法では、接点にダッシュポットがあるものと仮定し、剛性項を無視したために生じる要素の不必要な動きをこのダッシュポットで与えられる付加的な力により拘束する。なお、このダッシュポットは、式(3)においては右辺の $\{f\}$ の算出の際

に用いられる。左辺第2項の減衰項とは別のものである。

新たに設けたダッシュポットは、動的解析を安定させるという計算技術的な役目を果たすのみでなく、結果的に力学的な減衰の効果も受け持つ。動的解析を安定させる効果と力学的な減衰の効果とを分離して考えることは困難である。また、減衰効果の面では式(3)の左辺の減衰項と重複することになる。したがって、このダッシュポットを表すパラメーターを合理的に決定することは非常に難しい。

### (3) 動的粒状要素法における運動方程式の取り扱い

動的粒状要素法<sup>9)</sup>は、式(2)で与えられる運動方程式のどの項も省略することなく用いる解析法である。陰解法による計算が行われ、要素間の相互作用まで考慮して大行列を用いた計算を行うとすると、従来の個別要素法と比べて解法が相当に複雑となる。しかし、従来の個別要素法で導入される接触力算定用のダッシュポットは用いないので、減衰を表すパラメーターの決定を見通しよく行うことができると考えられる。

いま、式(2)を解くのにニューマークの $\beta$ 法<sup>10)</sup>を適用するならば、その定式化と解の求め方は以下のようになる。

時間の刻み幅を $\Delta t$ とし、 $n$ 、 $n+1$ ステップ目の時刻をそれぞれ $t_n$ 、 $t_{n+1}$ とする。時刻 $t_n$ での速度および加速度ベクトル $\{\dot{u}\}_n$ 、 $\{\ddot{u}\}_n$ が既知として、時刻 $t_{n+1}$ での変位増分ベクトル $\{\Delta u\}_{n+1}$ と速度ベクトル $\{\dot{u}\}_{n+1}$ が $s$ 、 $\beta$ という定数を用いて、次式で与えられると仮定する。

$$\{\dot{u}\}_{n+1} = \{\dot{u}\}_n + ((1-s)\{\ddot{u}\}_n + s\{\ddot{u}\}_{n+1})\Delta t_n \quad (4)$$

$$\{\Delta u\}_{n+1} = \Delta t_n \{\dot{u}\}_n + (\Delta t_n)^2 \{\ddot{u}\}_n / 2 + \beta (\Delta t_n)^2 (\{\ddot{u}\}_{n+1} - \{\ddot{u}\}_n) \quad (5)$$

まず、式(5)を $\{\dot{u}\}_{n+1}$ について解くと次のようになる。

$$\{\ddot{u}\}_{n+1} = (1 - 1/(2\beta)) \{\ddot{u}\}_n - 1/(\beta \Delta t_n) \{\dot{u}\}_n + 1/(\beta (\Delta t_n)^2) \{\Delta u\}_{n+1} \quad (6)$$

これを(4)式に代入すると次のようになる。

$$\{\dot{u}\}_{n+1} = (1 - s/\beta) \{\dot{u}\}_n + (1 - s/(2\beta)) \Delta t_n \{\ddot{u}\}_n + s/(\beta \Delta t_n) \{\Delta u\}_{n+1} \quad (7)$$

これらの式を運動方程式、

$$[M]\{\ddot{u}\}_{n+1} + [C]\{\dot{u}\}_{n+1} + [K]\{\Delta u\}_{n+1} = \{f\}_n \quad (8)$$

に代入して整理すると、次の式が得られる。

$$([K] + s/(\beta \Delta t_n) [C] + 1/(\beta (\Delta t_n)^2) [M]) \{\Delta u\}_{n+1} = \{f\}_n + [M] \{((1/(2\beta) - 1)\{\ddot{u}\}_n + 1/(\beta \Delta t_n) \{\dot{u}\}_n) + [C] \{((s/(2\beta) - 1)\Delta t_n \{\ddot{u}\}_n + (s/\beta - 1)\{\dot{u}\}_n)\} \quad (9)$$

ここに、 $\{f\}_n$ は時刻 $t_n$ における $\{f\}$ である。 $\{\dot{u}\}_n$ 、 $\{\ddot{u}\}_n$ 、 $\{f\}_n$ が既知のとき、式(9)を解けば $\{\Delta u\}_{n+1}$ が求められる。さらに、それを式(6)、(7)に代入すれば $\{\dot{u}\}_{n+1}$ 、 $\{\ddot{u}\}_{n+1}$ も算定できる。ただし、時刻 $t_n$ と $t_{n+1}$



$$M_G = \begin{bmatrix} M & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad (11)$$

は、要素Gの質量マトリックスで、 $M$ は要素Gの質量、 $I$ は要素Gの質量モーメントである。次に、

$$S_{GG} = \sum_c \begin{bmatrix} k_n \cos^2 \theta + k_t \sin^2 \theta \\ (k_n - k_t) \sin \theta \cos \theta \\ k_n a \sin(\theta - \alpha) \cos \theta - k_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) \sin \theta \\ (k_n - k_t) \sin \theta \cos \theta \\ k_n \sin^2 \theta + k_t \cos^2 \theta \\ k_n a \sin(\theta - \alpha) \sin \theta + k_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) \cos \theta \\ k_n a \sin(\theta - \alpha) \cos \theta - k_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) \sin \theta \\ k_n a \sin(\theta - \alpha) \sin \theta + k_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) \cos \theta \\ k_n a^2 \sin^2(\theta - \alpha) + k_t (a \cos(\theta - \alpha) + r)^2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

はGの動きによりGに与えられる接触力を評価する3行3列の剛性マトリックスであり、

$$S_{G'G} = \sum_c \begin{bmatrix} -k_n \cos^2 \theta - k_t \sin^2 \theta \\ -(k_n - k_t) \sin \theta \cos \theta \\ -k_n a' \sin(\theta - \alpha') \cos \theta + k_t (a' \cos(\theta - \alpha') - r') \sin \theta \\ -(k_n - k_t) \sin \theta \cos \theta \\ -k_n \sin^2 \theta - k_t \cos^2 \theta \\ -k_n a' \sin(\theta - \alpha') \sin \theta - k_t (a' \cos(\theta - \alpha') - r') \cos \theta \\ -k_n a \sin(\theta - \alpha) \cos \theta + k_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) \sin \theta \\ -k_n a \sin(\theta - \alpha) \sin \theta - k_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) \cos \theta \\ -k_n a a' \sin(\theta - \alpha) \sin(\theta - \alpha') \\ -k_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) (a' \cos(\theta - \alpha') - r') \end{bmatrix} \quad (13)$$

はGの動きによりG'に与えられる接触力を評価する3行3列の剛性マトリックスである。ここに、 $k_n$ 、 $k_t$ はそれぞれ各接点の法線方向、接線方向の接触剛性である。 $\sum_c$ は、動かす側の各要素ごとに全接点に関する和を算定すべきことを表している。和を算定するのは、一般にGはG'以外の要素とも接する場合が存在し、また、GとG'は2点以上で接する場合が存在するからである。なお、次の関係が成り立つ。

$$S_{GG'} = S_{G'G}^t \quad (14)$$

さらに、 $C_{GG}$ 、 $C_{G'G}$ については、接点の存在する箇所にグッシュポットを設けることを想定すれば、次のように表される。

$$C_{GG} = \sum_c \begin{bmatrix} \eta_n \cos^2 \theta + \eta_t \sin^2 \theta \\ (\eta_n - \eta_t) \sin \theta \cos \theta \\ \eta_n a \sin(\theta - \alpha) \cos \theta - \eta_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) \sin \theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (\eta_n - \eta_t) \sin \theta \cos \theta \\ \eta_n \sin^2 \theta + \eta_t \cos^2 \theta \\ \eta_n a \sin(\theta - \alpha) \sin \theta + \eta_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) \cos \theta \\ \eta_n a \sin(\theta - \alpha) \cos \theta - \eta_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) \sin \theta \\ \eta_n a \sin(\theta - \alpha) \sin \theta + \eta_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) \cos \theta \\ \eta_n a^2 \sin^2(\theta - \alpha) + \eta_t (a \cos(\theta - \alpha) + r)^2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$C_{G'G} = \sum_c \begin{bmatrix} -\eta_n \cos^2 \theta - \eta_t \sin^2 \theta \\ -(\eta_n - \eta_t) \sin \theta \cos \theta \\ -\eta_n a' \sin(\theta - \alpha') \cos \theta + \eta_t (a' \cos(\theta - \alpha') - r') \sin \theta \\ -(\eta_n - \eta_t) \sin \theta \cos \theta \\ -\eta_n \sin^2 \theta - \eta_t \cos^2 \theta \\ -\eta_n a' \sin(\theta - \alpha') \sin \theta - \eta_t (a' \cos(\theta - \alpha') - r') \cos \theta \\ -\eta_n a \sin(\theta - \alpha) \cos \theta + \eta_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) \sin \theta \\ -\eta_n a \sin(\theta - \alpha) \sin \theta - \eta_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) \cos \theta \\ -\eta_n a a' \sin(\theta - \alpha) \sin(\theta - \alpha') \\ -\eta_t (a \cos(\theta - \alpha) + r) (a' \cos(\theta - \alpha') - r') \end{bmatrix} \quad (16)$$

ここに、 $\eta_n$ 、 $\eta_t$ はそれぞれ各接点の法線方向、接線方向に設けた粘性係数である。 $C_{GG}$ 、 $C_{G'G}$ はそれぞれ $S_{GG}$ 、 $S_{G'G}$ における接触剛性が粘性係数に置き換わったものである。

## (2) パラメーターの決定

### a) 単位体積重量、静止摩擦係数および接触剛性

単位体積重量、摩擦角については、対象とするモルタル製ブロックを用いた簡単な試験で求めることができる。ここで考えているブロックの場合は、それぞれ、21.56 kN/m<sup>3</sup>、24度と求められた。

接触剛性についてはヘルツの理論<sup>11)</sup>を適用できる。まず、接触する2要素間の重なり量 $\delta$ から法線方向の接触力 $q$ が求められる。円柱と平板の接触における接触力 $q$ は次式で算定する。

$$q = \pi E \delta / \{2(1 - \nu^2) [1/3 + \ln(4r/b)]\} \quad (17)$$

また、円柱同士の接触の場合には次式のようになる。

$$q = \pi E \delta / \{2(1 - \nu^2) [2/3 + 2 \ln(4r/b)]\} \quad (18)$$

ここに、 $\pi$ は円周率、 $E$ はヤング率、 $\nu$ はポアソン比、 $r$ は円柱の半径である。 $b$ は理論で与えられる接触幅で、円柱と平板の接触の場合には、

$$b = \{32qr(1 - \nu^2) / (\pi E)\}^{1/2} \quad (19)$$

円柱同士の接触の場合には、

$$b = \{16qr(1 - \nu^2) / (\pi E)\}^{1/2} \quad (20)$$

と表される。接触力 $q$ は、式(17)、(19)あるいは式(18)、(20)の2つの式を用いた繰り返し計算から求められる。法線方向の接触剛性 $k_n$ は、コンプライアンス $d\delta/dq$ の

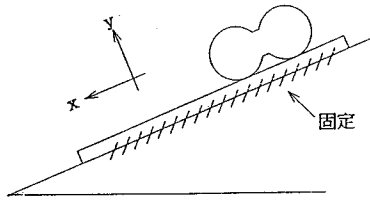


図-4 平板ブロックの上を落下させる問題

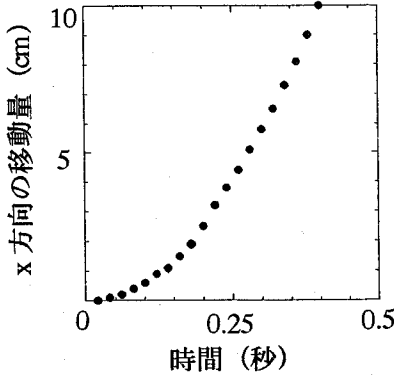


図-5 実験で得られたブロックの移動量 (図-4の問題)

逆数で与えられる。円柱と平板の接触では、

$$k_n = 1 / \{ \delta / q - (1 - \nu^2) / (\pi E) \} \quad (21)$$

円柱同士の接触では、

$$k_n = 1 / \{ \delta / q - 2(1 - \nu^2) / (\pi E) \} \quad (22)$$

となる。

弾性体の接触問題における Mindlin 解<sup>12)</sup>によれば、接線方向接触力が零のときの接線方向接触剛性  $k_t$  と法線方向接触剛性  $k_n$  のオーダーは同一と考えてよい。ただし、接線方向接触力が法線方向接触力と摩擦角から決まる滑りを生じる限界値に近づくに従い  $k_t$  は減少し、滑った時点で零となる。これらの点を考慮して、簡単のため  $k_t$  は  $k_n$  に比例するものと近似し、滑りを生じる限界値までは  $k_t/k_n = 0.7$ 、滑りを生じている場合には  $k_t/k_n = 0$  と設定することとした。

以上の式から  $k_n$  と  $k_t$  を定める際に必要となるのは、ヤング率  $E$  とポアソン比  $\nu$  である。これらは解析に用いる材料に合わせて決定できる。ここでは、コンクリートに一般に用いられる値を参考にして、ヤング率 29.4 GPa、ポアソン比 0.2 とした。

#### b) 動摩擦係数

ブロックが滑っているときの摩擦係数は、静止しているときの摩擦係数とは異なる。この値を実験で求めた。

図-4のように平板ブロック上でブロックを落下させる問題を、モルタル製ブロックを用いて実験し、ビデオ撮影によってブロックの挙動をとらえた。平板は斜面上

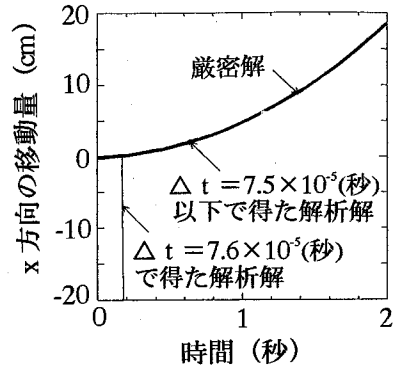


図-6 斜面下方側の円中心の移動量 (図-4の問題)

に固定されている。2つのブロックの表面粗度は静止摩擦係数を求めたときと同一とした。実験開始後の経過時間と斜面に平行な方向へのブロックの移動量との関係を示したのが、図-5である。

動摩擦は滑り速度に無関係であるという仮定の下で、図-5の各プロット値を用いて動摩擦係数を算定したところ、その平均値、標準偏差は 0.317, 0.007 であった。ほぼ一定の値が得られたので、この平均値をもって動摩擦係数としてよいと考えられる。その値は静止摩擦係数 ( $\tan 24^\circ = 0.445$ ) の約 7 割であった。

#### c) 時間増分

時間増分  $\Delta t$  を小さくするにつれて解が収束することが判明すれば、 $\Delta t$  を客観的に決定できる。そこで、式(2)の減衰項を省略した上で簡単な2つの問題を解析し、その結果に及ぼす  $\Delta t$  の影響について調べた。以下の動的解析では、2. に示したニューマークの  $\beta$  法による解法で導入される定数  $s, \beta$  をそれぞれ 1/2, 1/6 としている。

まず、平板ブロック上の落下の問題 (図-4) を解析した。  $\Delta t$  の値は解析中一定値とするが、その値を幾通りかに変えた解析を数回行った。予めブロックの滑り出す直前の力の釣り合い状態を求めておき、その状態から傾斜角を微量大きくすることによってブロックを落下させた。ブロックを落下させる前の釣り合い状態は、式(2)における動的な項を省略した準静的解析 (従来の粒状要素解析<sup>13)</sup>) で求めた。静止摩擦係数を表す摩擦角は 24 度であるので、滑り出す直前の傾斜角 23.9 度の安定状態を求め、これを初期状態として、傾斜角を 24.5 度に増加させてブロックを落下させた。

図-6に、時間の経過に伴う、斜面下方側の円の中心の移動量を示す。縦軸は斜面と平行な方向 ( $x$  方向) の下向きを正にとった移動量を表している。この問題は理論的に解を求めることができるので、それによって得た厳密解も図の中に示した。  $\Delta t$  を  $7.5 \times 10^{-5}$  秒以下とした場合には、解析結果と厳密解がよく一致している。し

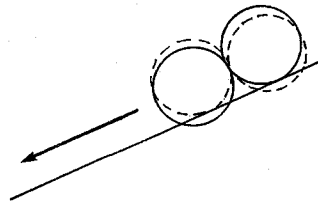


図-7 落下時にみられるブロックの微小な動き

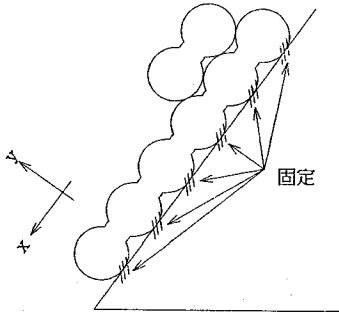
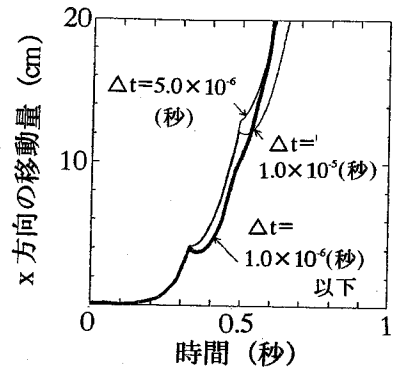


図-8 凹凸のあるブロックの上を落下させる問題

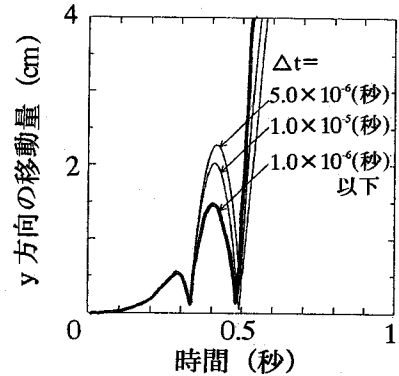
かし、 $\Delta t$ を $7.6 \times 10^{-5}$ 秒とした場合には、解析結果として、ブロックが斜面を上昇し始めるという奇妙な現象が得られている。この現象は以下のように説明できる。ブロックは図-7に誇張して示すように微妙に揺れながら落下する。この振動の振幅は、本来 $10^{-6}$ cm程度のものであるが、 $\Delta t$ が大きくなると1ステップごとの要素の動きが大きくなるために、この振幅が徐々に増大していき、要素と平板が大きく重なる状態が生じる。このとき法線方向接触力が大きく算定され、それに伴い接線方向にも大きな接触力が算定される。この力がブロックの重力に比べて極端に大きいため、ブロックは斜面上方側に飛び上がるのである。上記の結果から、 $7.5 \times 10^{-5}$ 秒を $\Delta t$ の決定のための一つの尺度と考えた。

次に、落下させるブロックと同じ凹凸のあるブロック上の落下の問題(図-8)を解析した。ブロックが落下する限界の傾斜角は幾何学的関係から容易に54度と求められる。そこで、直前の安定状態として傾斜角53.9度の状態を準静的解析で予め求めておき、傾斜角を54.0度に増加させてブロックを落下させた。平板ブロック上の落下の問題(図-4)を解析した結果を参考にして、 $\Delta t$ は $10^{-5}$ 秒以下の値で選定した。なお、この問題でのブロックの挙動については、厳密解を求めることが困難である。

図-9は、時間の経過に伴う、斜面下方側の円の中心の移動量を示す。(a)は斜面に平行な方向、(b)は斜面と直行する方向の移動量である。解析に用いた $\Delta t$ の範囲内では、ブロックはどれもほぼ同様の軌跡を描くが、



(a) x方向



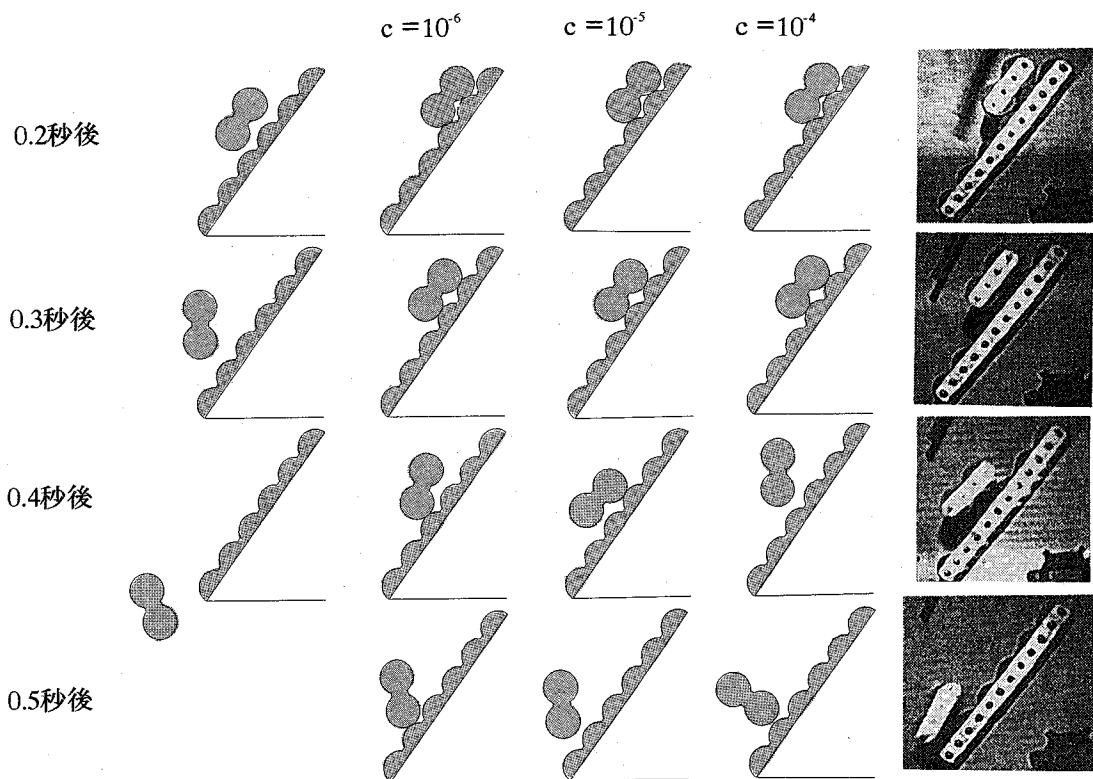
(b) y方向

図-9 斜面下方側の円中心の移動量(図-8の問題)

$\Delta t$ を $1.0 \times 10^{-6}$ 秒より小さくすると、この図のスケールでみる限り、ブロックの挙動は完全に収束する。したがって、これをもって信頼できる解とみなすことができる。

以上のように、動的粒状要素解析では $\Delta t$ を小さくしていくと解が収束することから、解析に用いる $\Delta t$ を客観的に決定できることが分かった。もちろん、要素の質量や接触剛性、ブロックの落下速度が変われば、解が収束する $\Delta t$ の最大値は異なってくるのが予想されるが、扱う問題にあわせて時間増分を決定することが可能である。いま対象としているブロックの落下挙動の解析においては、 $\Delta t$ を $1.0 \times 10^{-6}$ 秒に設定すれば収束解を得ることができる。

なお、ここでは実物との対応は無視し、ブロックが滑っているときの摩擦係数に静止摩擦係数を用いて計算した結果でもって議論した。最終的に実物のブロックの挙動をシミュレートする場合には、ここでの解析で省略した減衰項が導入されるため、ブロックの運動は相当に減速する。したがって、動摩擦係数の代わりに静止摩擦係数を用いたために、得られた $\Delta t$ の大きさの評価が損なわれることはないかと判断した。



図一10 減衰項を4通りに設定した解析結果

写真-2 実験結果

#### d) 減衰項

物の衝突は、ほとんどが非弾性衝突と考えられることから、定量解析のためには衝突時の減衰を的確に評価する必要がある。減衰を表すパラメーターは適当な実験結果と合うように選定すればよい。ここでは、凹凸のあるブロック上のブロックの落下の問題(図-8)を対象として、式(2)の左辺第2項[C]を変えた数回の解析を行い、それらの結果を比較する中で実験結果をよくシミュレートするように減衰項の値を決定できることを示す。先の検討から、解析に用いる動摩擦係数を静止摩擦係数の7割とし、時間増分 $\Delta t$ を $1.0 \times 10^{-6}$ 秒とした。

いま、式(2)の減衰マトリックス[C]は剛性マトリックス[K]に比例するものと仮定し、次式に示す比例定数 $c$ を導入した。

$$[C] = c[K] \quad (23)$$

上式の $c$ を $0, 10^{-6}, 10^{-5}, 10^{-4}$ (秒)と4通りに変えて解析を行い、実験結果と比較した。

なお、滑りの発生している場合には接線方向の剛性を零としているので、式(23)に従えばこのときの接線方向の減衰はない。したがって、減衰項と動摩擦係数は独立しており、減衰項の導入によって先に定めた動摩擦係数の値は影響を受けない。

図-10がブロックの落下挙動に関する解析結果、写真-2が実験結果である。ここで解析した例は、落下するブロック、斜面に固定されたブロックとも複雑な表面形状をもつ。したがって、微妙な衝突の仕方の差がその後の運動形態に大きく影響することに注意する。

0.4秒後のブロックの位置に着目して4通りの解析結果を比較すると、 $c$ を $10^{-5}$ とした場合に実験結果と近い解析結果が得られている。落下過程全体をみても $c = 10^{-5}$ とした場合に実験結果をよく再現している。これより、減衰項を的確に設定し、定量解析を行うことが可能であるのが分かる。

一方、 $c$ を0すなわち減衰がないものとする、ブロックは弾みながら相当速く落下していく。 $c$ が $10^{-6}$ の場合にはブロックの弾み方が実験より大きいために、衝突の仕方が実験と異なり、落下を押し止めるような衝突が生じたためにブロックの動きが遅くなっている。また、 $c$ が $10^{-4}$ の場合には、ブロックが不自然に飛び出る形となった。これは、減衰項の効果が大き過ぎたために、ブロックが斜面上方に押し上げられる格好になったものと考えられる。

なお、ここでは減衰項を式(23)に基づいて決定したが、減衰項の値を剛性の値に比例させる必然性はなく、

剛性の値とは独立に決定してよいと考えられる。減衰項に関わる問題については、今後詳しく検討したい。

#### 4. あとがき

動的粒状要素法で表面に凹凸のあるブロックの落下挙動を解析する手法を示した。本論文で得られた成果をまとめると、以下のようになる。

(1) 個別要素法・動的粒状要素法の運動方程式を示し、従来の個別要素解析では省略される項があり、そのために接触力算定用のダッシュポットが導入される点を明らかにした。このダッシュポットは、動的解析を安定させるといふ計算技法的な役目を果たすと同時に、結果的に力学的な減衰の効果も受け持つので、個別要素法では減衰の効果を受け持つパラメーターを合理的に決定することが難しい。

(2) 本来の運動方程式をそのまま解く動的粒状要素法を、減衰に関わるパラメーターを合理的に決定することのできる手法として位置づけ、ニューマークの $\beta$ 法を用いて、その解法を明示した。

(3) 円を連結した要素を、動的粒状要素解析に適用する場合の運動方程式を、具体的に示した。

(4) 円柱を連結した形状のブロックの落下挙動を解析するために必要となるパラメーターの決定過程を示した。減衰に関わるパラメーターについてはさらに検討する余地があるものの、その他のパラメーターは明確に決定できること、定量解析が可能であることが分かった。

ここでは、円と円を接するように連結させた要素を用いたが、本論文で示した定式化は、円の重ね合わせを許した場合にも適用可能である。したがって、様々な形状の要素を用いた解析ができる。引き続き研究を進めて、落石、斜面の形状が落石の運動形態に及ぼす影響を調べていきたいと考えている。

謝辞：東北大学工学部の岸野佑次博士には、本論文で示した個別要素法の運動方程式に関する基本的考え方をご

教示いただきました。このことに対して謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) 吉田 博, 榎谷 浩, 右城 猛, 柴田健次: 落石覆工の設計の現状と合理的設計へのアプローチ, 土木学会論文集, No.421/VI-13, pp.213-222, 1990.
- 2) 吉田 博, 右城 猛, 榎谷 浩, 藤井智弘: 斜面性状を考慮した落石覆工の衝撃荷重の評価, 構造工学論文集, Vol.37 A, pp.1603-1616, 1991.
- 3) Cundall, P.A. and Strack, O.L.D.: A discrete numerical model for granular assemblies, *Geotechnique*, Vol.29, No.1, pp.47-65, 1975.
- 4) 吉田 博, 榎谷 浩, 今井和昭: 個別要素法による敷砂上への落石の衝撃特性に関する解析, 土木学会論文集, No.392/I-9, pp.297-306, 1988.
- 5) 下田義文, 鈴木真次, 石川信隆, 古川浩平: 個別要素法によるコンクリート製砂防ダムの衝撃破壊シミュレーション解析, 土木学会論文集, No.48/VI-21, pp.97-106, 1993.
- 6) 園田佳巨, 佐藤絃志, 石川信隆, 太田俊昭: 個別要素法によるサンドクッションの衝撃応答特性に関する基礎的考察, 土木学会論文集, No.483/I-26, pp.51-60, 1994.
- 7) Meguro, K., Iwashita, K. and Hakuno, M.: Fracture Analyses of Media Composed of Irregularly Shaped Regions by the Extended Distinct Element Method, *Structural Eng./Earthquake Eng. (JSCE)*, Vol.8, No.3, pp.131s-142s, 1991.
- 8) 土倉 泰: 任意形状の要素を用いた粒状要素法とその応用例, 構造工学論文集, Vol.39 A, pp.399-406, 1993.
- 9) 森谷直樹, 岸野佑次: 粒状体モデルによる斜面崩壊の発生機構に関する研究, 土木学会東北支部技術研究発表会講演集, pp.354-355, 1993.
- 10) たとえば, 矢川元基, 吉村 忍: 有限要素法, 培風館, pp.175-176, 1991.
- 11) Warren C. Young: *Roark's formulas for stress and strain*, McGraw-Hill Book Company, pp.650-651, 1989.
- 12) Mindlin, R.D.: Compliance of elastic bodies in contact, *J.Appl. Mech.*, Vol.71, pp.259-268, 1949.
- 13) 岸野佑次: 新しいシミュレーション法を用いた粒状体の準静的挙動の解析, 土木学会論文集, No.406/III-11, pp.97-106, 1989.

(1994.11.15 受付)

## ANALYSIS OF ROCKFALL BY THE DYNAMIC GRANULAR ELEMENT METHOD

Toru TSUCHIKURA, Tetsuya FUKASAWA and Yukitoshi MURAKAMI

The analysis of the behavior of rockfall on slopes is indispensable for the reasonable design of preventive structures against them. To date the distinct element method has been proposed to analyse the mechanical behavior of discontinuous materials and has been applied to some rockfall problems. However, due to the precondition of the method's equation of motion, the procedure for determining computational parameters is not well defined. As such its adoption for quantitative analysis has some limitations. In order to overcome this shortcoming, the dynamic granular element method was adopted for analysis of rockfall. As a result it was found that although there is room for further studies on the damping parameter, the other parameters are already clearly defined and that this 'Dynamic Granular Element Method' is suitable for quantitative estimate.