

ベイズ決定理論と観測的方法を用いた 掘削工事における最適排水量の設定とその更新

奥野哲夫¹・鈴木誠²

¹正会員 博(工) 清水建設(株) 和泉研究室 研究員 (〒100 千代田区内幸町 2-2-2 富国生命ビル)

²正会員 工博 清水建設(株) 和泉研究室 主任研究員 (〒100 千代田区内幸町 2-2-2 富国生命ビル)

本論文では透水係数の空間分布推定結果に基づき地下水流動の予測を行い、掘削工事における最適排水量の設定法を提案する。特に、透水係数の推定から地下水流動の予測まで一貫して不均質性と不確定性を考慮し、ベイズ決定理論を用いて最適排水量の設定を行う。非対称な損失関数を導入し、計画地下水位以浅とそれ以深で掘削工事に対する損失の違いを考慮する。また、観測的方法により排水量の修正を行う。

Key Words : Bayesian decision theory, observational method, groundwater, optimum pumping rate, uncertainty

1. 序論

建設工事において施工中や施工後の地下水流動ならびにそれに伴う地盤の挙動を予測し安全かつ合理的な施工を行うためには、地盤物性値である透水係数を適切に評価する必要がある。最近では周辺地盤への影響を配慮した適切な施工法が望まれ、例えば建設基礎工事における地下水位低下工法などでは、周辺の地盤環境への影響を最小限に抑えるため復土工法(リチャージ工法)の必要性も高まっている¹⁾。

建設基礎の掘削工事における従来の排水計画では、まず揚水試験から得られる透水量係数と貯留係数を用いて、Theisの方法により掘削面積と等価な大きさの井戸半径を仮定し、計画地下水位を条件として必要となる総排水量が求められる。次に、所定の井戸半径や計画地下水位を条件として、同様にTheisの方法によりディープウェルなどの1本当たりの排水量が求められ、最後に上記の総排水量をディープウェル1本当たりの排水量で除して、必要なディープウェルの本数が決定される^{1),2)}。このような従来の方法では地盤の透水係数を均質と仮定しており、掘削部周辺に設けられる複数の井戸の各排水量は均等に設定される。対象領域が広範囲で透水係数が場所により有意に変化するような不均質な地盤では、各井戸の排水量を均等に設定することでは必ずしも適切な地下水位低下量が得られない。このような問題を線形計画法の最適化問題として捉えた研究が、上田ら³⁾、神野ら⁴⁾、佐藤ら⁵⁾、竹下ら⁶⁾などによって行われている。

しかし、不均質性を有する透水係数の推定には必ず推定誤差を伴い、これにより地下水流動の予測にも予

測誤差が生じる。現状では、このような不均質性と不確定性を共に考慮した排水計画案の作成法はほとんど示されていない。そこでこの点を考慮して、本論文では奥野ら^{7),8)}が示した透水係数の空間分布推定法と地下水流動の予測手法を用い、建設基礎工事などにおける排水代替案の作成法と統計的決定理論に基づく最適案の決定法を提案する。特に目標とする計画地下水位と実際の地下水位の差に依存した損失関数を導入し、ベイズ決定理論^{9),10),11)}を用いて最適案を決定する。これにより予測結果として得られる地下水位の不均質性や不確定性を考慮して、期待損失(ベイズリスク)が最小になる代替案が最適案として決定される。さらに、排水開始前に決定した最適案を観測的方法により修正する方法も提案する。これは事前情報(事前に実施された揚水試験の観測データなど)だけでは十分低減できない推定値の不確定性を、排水を開始したのちの地下水流動の観測データも利用することで低減させ、より最適な排水案に修正する方法である。

本論文では提案手法の特徴について説明を行ったのち、仮想地盤モデルを用いたシミュレーションにより提案手法の有効性を示す。特にここでは不圧地下水を対象とした平面2次元解析を用いる。

2. 提案手法の概要

提案手法の実施フローを図-1に示す。その概要を述べると、まず排水を実施する前に行われる揚水試験などを利用して透水係数の空間分布推定を行い、推定値と推定誤差を求める。この推定には拡張カルマンフィルタを用いた逆解析手法を利用し、複数の揚水試験結

果を逐次利用した推定が可能である⁸⁾。次に、この推定結果を用いて、計画地下水位(目標とする地下水位低下量)を確保するのに必要となる排水量(必要排水量)の予測解析を行い排水代替案を作成する。この場合に井戸配置の最適化は線形計画法を用いて行うことができるが、本論文では特に対象としない。井戸配置が与えられた後の予測解析には、拡張カルマンフィルタの時間更新アルゴリズムを用い、透水係数の推定値と推定誤差から必要排水量の予測値と予測誤差が得られる。実際の排水では予測値(必要排水量)に近い排水量を確保することが望まれるが、予測誤差も勘案して実際に設定可能なポンプ容量の組み合わせから複数の代替案を作成する。その後、各排水代替案を採用した場合の地下水位の予測解析を行い、地下水位の予測値と予測誤差を求める。次に、計画地下水位と実際の地下水位の差に依存する損失関数を定義し、ベイズ決定理論に基づき期待損失(ベイズリスク)が最小になる代替案を最適案として採用する。ここで損失関数として非対称な関数を導入することで、計画地下水位が浅くそれで深くで重みを変えることも可能である。例えば将来起き得る可能性として、実際の地下水位が計画地下水位まで低下しない場合には大きな損失を、計画地下水位が深くまで低下する場合は小さな損失を与え、施工に及ぼす損失の違いも考慮できる。

以上は排水を行う前の予測であり、事前に十分な情報がない場合は、実際に排水を開始した後の地下水位低下量は予測値と異なることが多い。これに対処するため、逆解析を用いた観測的方法により透水係数の推定値を更新し、その結果から上記と同様の地下水流動の予測解析を行い、再度最適な排水代替案を評価し修正する。

3. 透水係数の空間分布推定と地下水流動の予測

上記の提案手法のうち、ここでは透水係数の空間分布推定と地下水流動の予測^{7),8)}について簡単に説明する。

(1) 透水係数の空間分布推定

地下水流動を調査する場合、井戸やボーリング孔における地下水位や揚水量(あるいは注水量)が指定あるいは観測される。井戸の水位や揚水量は数値解析において境界条件としてモデル化でき、観測も容易である。地下水位と揚水量の制御(指定)と観測の関係は、揚水量が指定される境界の一部で地下水位が観測され、地下水位が指定される境界の一部で揚水量が観測される。したがって、有限要素法で求められる未知地下水位と未知流量の一部が観測されることになる。この条件は

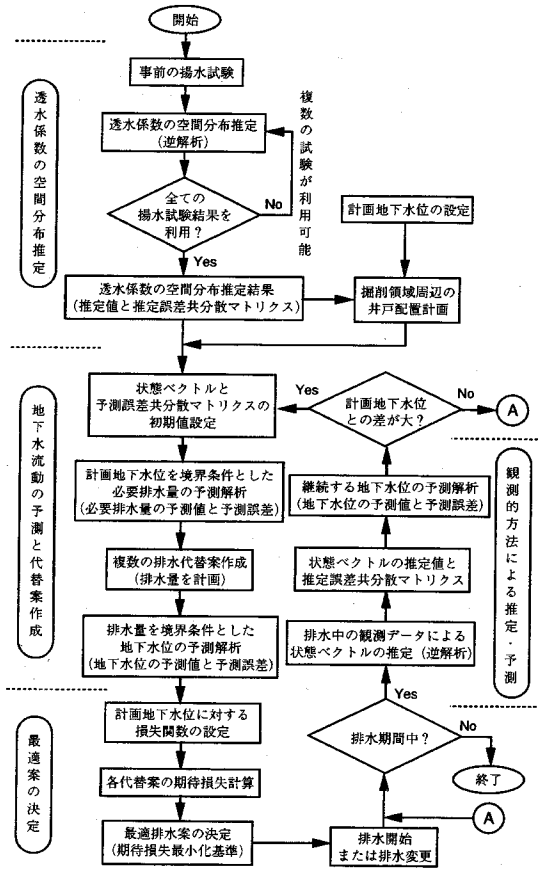


図-1 最適排水量の設定法と観測的方法による排水量の修正法

拡張カルマンフィルタの観測方程式に導入される。

時刻 t ステップにおける状態ベクトルを X_t 、観測ベクトルを Y_t として、本手法では拡張カルマンフィルタのシステム状態方程式と観測方程式を以下のように設定する。

$$\begin{aligned}
 X_{t+1} &\equiv \begin{Bmatrix} h_{t+1}^1 \\ L_{t+1} \\ q_{t+1}^2 \end{Bmatrix} \\
 &= f_t(X_t) + w_t \\
 &= \begin{Bmatrix} f_t^h(X_t) \\ L_t \\ f_t^q(X_t) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} w_t^h \\ w_t^L \\ w_t^q \end{Bmatrix} \quad (1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Y_t &\equiv \begin{Bmatrix} \tilde{h}_t^1 \\ \tilde{L}_t \\ \tilde{q}_t^2 \end{Bmatrix} \\
 &= G_t X_t + v_t \\
 &= \begin{bmatrix} G_t^h & 0 & 0 \\ 0 & G_t^L & 0 \\ 0 & 0 & G_t^q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h_t^1 \\ L_t \\ q_t^2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} v_t^h \\ v_t^L \\ v_t^q \end{Bmatrix} \quad (2)
 \end{aligned}$$

式(1)のシステム状態方程式は、有限要素解析から求められる地下水位 h_{t+1}^1 と流量 q_{t+1}^2 から構成される。ここで肩文字の1あるいは2は、地下水位と流量に関して有限要素法における未知量であることを示す。また、状態ベクトルには透水係数の常用対数値 L_t も用いる。 w_t はシステム誤差であり、正規白色性を有するものとする。このうち w_t^1 と w_t^2 は、有限要素法による地盤のモデル化や離散化の過程などで生じる誤差である。このようにシステム状態方程式では非線形計算を有限要素法で実施し、透水係数に関しては時間的な変化がないものとする。式(2)の観測方程式は線形で、 \hat{h}_t^1 は観測される地下水位、 \tilde{L}_t は調査や試験により測定される一部領域の透水係数の常用対数値、 \hat{q}_t^2 は観測される流量である。 G_t^1 、 G_t^L 、 G_t^2 はそれぞれ地下水位、透水係数、流量が観測されている成分のみ1、他は0のマトリクスである。また、 v_t は観測誤差で、正規白色性を有する。

以上のシステム状態方程式と観測方程式を基に、状態ベクトルの初期値 $\hat{X}_{0/-1}$ と推定誤差共分散マトリクスの初期値 $P_{0/-1}$ が与えられた後、カルマンゲイン K_t 、状態ベクトルの推定値 $\hat{X}_{t/t}$ 、 $\hat{X}_{t+1/t}$ 、推定誤差共分散マトリクス $P_{t/t}$ 、 $P_{t+1/t}$ 、状態遷移マトリクス(Jacobian行列) F_t が拡張カルマンフィルタのアルゴリズムに従って計算される^{12),13)}。この計算により、観測値から状態量の推定と更新が逐次なされ、状態ベクトルの一部を構成する透水係数(常用対数値)の推定が行われる。

1回の揚水試験の観測データを使用して推定を行ったのち、その結果を事前情報(初期値)として次の揚水試験の観測データを用いて推定を行えば、2回の試験の観測データを利用した推定が可能である。これを複数の試験に対して順次繰り返すことで、さらに多くの揚水試験の観測データを用いて推定を行うことができる⁸⁾。具体的には、次の揚水試験の観測データを用いる場合に、推定誤差共分散マトリクスの初期値 $P_{0/-1}$ と状態ベクトルの初期値 $\hat{X}_{0/-1}$ のうち透水係数の初期値に関しては、前回までの推定値を初期値として用いる。ただし、状態ベクトルのうち地下水位と流量の初期値は各揚水試験開始時の値を初期条件として設定する。

(2) 地下水流動の予測

ある時刻での状態ベクトルの推定値 $\hat{X}_{t/t}$ と推定誤差共分散マトリクス $P_{t/t}$ が先の観測更新アルゴリズムで与えられている場合、将来の状態ベクトルの最適予測値 $\hat{X}_{t+s/t}$ と予測誤差共分散マトリクス $P_{t+s/t}$ を求める時間更新アルゴリズムは式(3)、(4)で与えられる¹³⁾。

$$\hat{X}_{t+s/t} = \Phi(t+s, t) \cdot \hat{X}_{t/t} \quad (3)$$

$$P_{t+s/t} = \Phi(t+s, t) \cdot P_{t/t} \cdot \Phi^T(t+s, t) +$$

$$\sum_{k=t}^{t+s-1} \Phi(t+s, k+1) \cdot Q_k \cdot \Phi^T(t+s, k+1) \quad (4)$$

$$s = 1, 2, \dots$$

$$\Phi(t, \tau) = F_{t-1} \cdots F_{\tau}, \quad t > \tau \quad (5)$$

$$F_t = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial h_{t+1}^1}{\partial h_t^1} \right)_{h_t^1 = \hat{h}_{t/r}^1} & \left(\frac{\partial h_{t+1}^1}{\partial L_t} \right)_{L_t = \tilde{L}_{t/r}} & 0 \\ 0 & I & 0 \\ \left(\frac{\partial q_{t+1}^2}{\partial h_t^1} \right)_{h_t^1 = \hat{h}_{t/r}^1} & \left(\frac{\partial q_{t+1}^2}{\partial L_t} \right)_{L_t = \tilde{L}_{t/r}} & \frac{\theta-1}{\theta} I \end{bmatrix} \quad (6)$$

ここで Q_k はシステム誤差共分散マトリクスである。また、状態遷移マトリクス F_t はシステム状態方程式をテラー展開して一次近似することで式(6)のように与えられる⁷⁾。式(3)、(4)の地下水位や流量に対応する値からそれぞれの予測値と予測誤差分散が求まる。

ただし、不圧地下水を対象とした地下水解析では、有限要素法による非線形計算(繰り返し計算)から地下水位を求め、それを用いて流量を算定している。このため状態ベクトルの予測値として、線形化に基づく式(3)に代えて有限要素法による非線形計算の結果を用いる。一方、推定誤差共分散マトリクスの時間更新には式(4)がそのまま用いられる。

ところで、将来の地下水流動を予測する場合の境界条件と透水係数の推定を行った場合の境界条件の種類(Neumann境界あるいはDirichlet境界)が異なる場合は、推定値と推定誤差共分散マトリクスを予測解析に適するように修正する必要がある。これは推定を行う確率場と予測を行う確率場が異なるためである。この点に注意して、以下では特に必要排水量の予測と地下水位低下量の予測について説明する。

a) 必要排水量の予測

必要排水量の予測問題は、目的とする計画地下水位を確保するのに必要となる排水量を時系列的に求める問題である。したがって、ここで対象とする問題は、排水井戸において地下水位を指定(Dirichlet境界)して流量(排水量)を求める問題である。

事前の揚水試験において、観測井戸では揚水に伴う地下水位の変化を観測する場合が多い。このような観測データを用いて透水係数の空間分布推定を行う場合、地下水位を未知量に設定する必要がある。したがって境界条件として流量を指定(Neumann境界)しており、このような井戸で将来の必要排水量を予測する場合は前述のように推定値と推定誤差共分散マトリクスの修正を行う。具体的には、新たに未知流量を構成する排水井戸の節点を状態ベクトルの h_{t+1}^1 の成分から除去し q_{t+1}^2 の成分に組み入れる。こうして修正した状態ベクトルに関して、未知地下水位と未知流量の初期値は排

水開始時の値を設定し、透水係数は全要素に対して推定値を用いる。

さらに、予測誤差共分散マトリクスを構成する行列の成分も同様に組み替え、その初期値は透水係数の空間分布推定開始時の初期値を採用する。他の成分は透水係数の推定が終了した時点の値を用いる。この理由として、透水係数の推定過程では排水井戸の節点は未知流量として状態ベクトルを構成していないため、予測を行う排水量に関して直接情報は得られておらず、予測における不確定性は減少していない。したがって、事前情報として最も不確定性の大きな透水係数の推定開始時の初期値を採用する。

b) 地下水位低下量の予測

地下水位低下量の予測問題は、設定した排水量で排水を実施した場合に予測される地下水位低下量を時系列的に求める問題である。したがって、ここで対象とする問題は、排水井戸において排水量を指定 (Neumann境界) して地下水位を求める問題である。

前述のように、事前に揚水試験結果を用いて透水係数の空間分布推定を行う場合、観測井戸では流量を指定 (Neumann境界) することが多い。このためこれらの観測井戸の地下水位を予測する場合には、事前に透水係数の空間分布推定を行う場合と同種の境界条件になる。したがって、状態ベクトルの予測値と予測誤差共分散マトリクスの修正は行わず、透水係数の推定終了時の値を初期値として用いる。ただし、状態ベクトルの未知地下水位と未知流量の初期値は排水開始時の値を用いる。

4. 最適排水量の設定と観測的方法による排水量の修正

ここでは地下水流動の予測値と予測誤差を用いて、ベイズ決定理論による最適排水量の設定法を示したのち、観測的方法により排水量を修正する方法について説明する。

(1) ベイズ決定理論による最適排水量の設定

一般に決定問題では、自然状態を θ 、決定者の行動を a で表わすため、以下の表示もこれに従う。ここで自然状態とは決定者が操作できない記述を表わし、決定者にとって真の自然状態を知ることはできず不確定性を伴う。また、行動は決定者が操作できる対象であり、決定者が設定することになる^{9),10)}。一般には自然状態 θ に対して行動 a を選択することによる損失を損失関数 $L(\theta, a)$ で表わす。ここで対象とする排水代替案の決定問題では、透水係数の空間分布が自然状態 θ となり、排水代替案を選択し実施することが行動 a に相当する。

ここで特に考慮すべき点は、透水係数の空間分布推定結果から各排水代替案を選択した場合の損失関数を直接設定することは、困難な場合が多い点である。実際、透水係数の空間分布は様々であり、異なる透水係数の空間分布に対しても対象とする限られた位置の地下水位低下量は同一になる場合がある。ここで直接問題となるのは地下水位低下量であり、計画地下水位に対する実際の地下水位の差で損失を設定する方が実用的である。以下ではこの点を考慮して損失関数を定義し、期待損失が最小となる排水代替案の決定方法を示す。

自然状態 θ の母数空間 Θ での確率密度関数 $p(\theta)$ がわかっている場合、期待損失は次式のように表わすことができる。

$$E[L(\theta, a)] = \int_{\Theta} L(\theta, a) p(\theta) d\theta \quad (7)$$

ベイズ決定理論によると、ある観測値 y が得られたのちの期待損失(事後期待損失)はベイズの定理を用いて与えられ、以下の期待損失を最小にする排水代替案 a を決定することになる^{9),10),11)}。

$$\min \int_{\Theta} L(\theta, a) p(\theta | y) d\theta \quad (8)$$

なお、 $p(\theta | y)$ は y が得られた後の θ の事後確率密度関数を示す。ここで対象とする排水代替案の決定問題は透水係数の空間分布が推定されていることから、自然状態 θ は各要素ごとに設定される。要素数を n とし、自然状態を $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ で表わすと、確率密度関数も $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n$ の同時確率密度関数となり、 $p(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)$ と表わされる。また、式(2)により各時間ステップの観測データが得られ、最終的に1組の時系列観測データ $Y_t = \{Y_0, Y_1, \dots, Y_t\}$ が得られた後の期待損失(事後期待損失)を最小とするためには、次式を満たす排水代替案 a を求める必要がある。

$$\min \int_{\Theta_1} \int_{\Theta_2} \dots \int_{\Theta_n} L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a) \cdot p(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n | Y_t) d\theta_1 d\theta_2 \dots d\theta_n \quad (9)$$

このように自然状態 θ が離散化した確率場となる場合、式(9)の積分は煩雑となり、損失関数 L の設定も困難となる。そこで透水係数の場から地下水位の場への写像を考える。特に、式(9)の積分は行動 a を固定した状態の積分であるため、各代替案ごとにこのような写像を考えることができる。この写像は、透水係数の空間分布が1つ決まれば対象とする節点の地下水位が必ず1つ決まることを意味している。したがって、排水計画で管理すべき井戸の地下水位が m 箇所ある場合、ある時点のこれらの地下水位は次式の関数で表わすことができる。

$$\begin{aligned} h_1 &= h_1(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a) \\ h_2 &= h_2(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a) \end{aligned} \quad (10)$$

...

$$h_m = h_m(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a)$$

また、損失関数は自然状態 θ と行動 a で本来定義される関数であるが、自然状態(空間分布する透水係数)からの写像である地下水位を介して定義し直す。式(10)の関係があることから、次式のように損失関数として計画地下水位 $h_1^*, h_2^*, \dots, h_m^*$ と実際の地下水位 h_1, h_2, \dots, h_m に依存した関数を設定する。

$$\begin{aligned} L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a) \\ = L(h_1, h_2, \dots, h_m; h_1^*, h_2^*, \dots, h_m^*) \end{aligned} \quad (11)$$

さらに、この損失関数を管理すべき井戸の計画地下水位ごとに分割し、各井戸の損失関数を $l_i(h_i; h_i^*)$ ($i = 1, 2, \dots, m$)として次のように設定する。

$$\begin{aligned} L(h_1, h_2, \dots, h_m; h_1^*, h_2^*, \dots, h_m^*) \\ = \sum_{i=1}^m w_i l_i(h_i; h_i^*) \end{aligned} \quad (12)$$

ここで w_i は各井戸ごとの損失の重みである。以下では各排水井戸の地下水位を管理する場合を想定して、損失関数 $l_i(h_i; h_i^*)$ は排水井戸で定義する。

以上のように損失関数を各排水井戸の地下水位で定義すると、式(9)で定義される期待損失を計算するには、透水係数の同時確率密度関数 $p(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n | \mathcal{Y}_i)$ に換えて、地下水位の同時確率密度関数 $p(h_1, h_2, \dots, h_m | \mathcal{Y}_i)$ を用いる必要がある。しかし、この同時確率密度関数への変換は一般に非線形であり、確率密度関数の正確な変換式は与えられていない。ここで得られている情報は、予測解析における予測値(平均値)と予測誤差(予測誤差共分散マトリクス)である。これらの値のうち予測誤差共分散マトリクスは式(4)により算定され、状態方程式を平均値まわりで線形化して得られる状態遷移マトリクスを用いている。このため同時確率密度関数の変換は時間更新を行う時点で線形近似されており、厳密には非線形な関係により更新される真の確率分布と異なることに注意を要する。ここでは近似として地下水位が多次元正規分布に従うものと仮定し、地下水位低下量の予測値と予測誤差(標準偏差)を用いて $p(h_1, h_2, \dots, h_m | \mathcal{Y}_i)$ を定義する。これは平均値(予測値)と標準偏差(予測誤差)の2つのパラメータを用いて、真の確率分布と等価な正規分布を仮定することを意味する。このような仮定の下で計画地下水位に対する期待損失を最小にする代替案を決定する。

以上より、排水計画で対象とする井戸の地下水位は、同時確率密度関数(多次元正規分布) $p(h_1, h_2, \dots, h_m | \mathcal{Y}_i)$ で与え、これと式(11)、(12)を用いることで、式

(9)で最小化すべき期待損失は次式のように展開できる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Theta_1} \int_{\Theta_2} \dots \int_{\Theta_n} L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n; a) \cdot \\ & p(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n | \mathcal{Y}_i) d\theta_1 d\theta_2 \dots d\theta_n \\ & = \int_{H_1} \int_{H_2} \dots \int_{H_m} L(h_1, h_2, \dots, h_m; h_1^*, h_2^*, \dots, h_m^*) \cdot \\ & p(h_1, h_2, \dots, h_m | \mathcal{Y}_i) dh_1 dh_2 \dots dh_m \\ & = \int_{H_1} \int_{H_2} \dots \int_{H_m} \sum_{i=1}^m w_i l_i(h_i; h_i^*) \cdot \\ & p(h_1, h_2, \dots, h_m | \mathcal{Y}_i) dh_1 dh_2 \dots dh_m \\ & = \sum_{i=1}^m w_i \int_{H_i} l_i(h_i; h_i^*) p(h_i | \mathcal{Y}_i) dh_i \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)の展開には周辺確率密度関数の性質を用いており、対象とする排水井戸の地下水位 h_i ($i = 1, 2, \dots, m$)の母数空間を H_i ($i = 1, 2, \dots, m$)としている。したがって、排水代替案の期待損失は、各排水井戸の地下水位に関する事後確率密度関数 $p(h_i | \mathcal{Y}_i)$ による損失関数 $l_i(h_i; h_i^*)$ の期待値を求め、これらに各排水位置の重み w_i を乗じて総和を求めることで得られる。これより期待損失の最小化問題として、最終的に式(14)を満たす排水代替案 a を求めればよい。

$$\min \sum_{i=1}^m w_i \int_{H_i} l_i(h_i; h_i^*) p(h_i | \mathcal{Y}_i) dh_i \quad (14)$$

ところで、排水を実施した後、計画地下水位 h_i^* と実際の地下水位 h_i に差が生じると、計画地下水位に対して実際の地下水位が高い場合に損失が大きくなることが多い。この点を考慮して、各計画地下水位ごとの損失関数 $l_i(h_i; h_i^*)$ を以下のように設定する。

$$l_i(h_i; h_i^*) = \begin{cases} C_1(h_i - h_i^*) & h_i \geq h_i^* \text{の場合} \\ -C_2(h_i - h_i^*) & h_i < h_i^* \text{の場合} \end{cases} \quad (15)$$

$$C_1, C_2 > 0$$

ここで計画地下水位よりも高い地下水位の場合に損失を大きく評価するには、 $C_1 > C_2 > 0$ となるように設定する。このように非対称な損失関数と式(14)の地下水位に関する確率密度関数との関係を示したものが図一2である。係数 C_1, C_2 は、計画地下水位からの差に依存して、実際の排水対策などの損失費用から評価される。式(14)に含まれる各排水井戸の地下水位の事後確率密度関数 $p(h_i | \mathcal{Y}_i)$ は正規分布と仮定したことから、予測解析から求められている予測値(平均値)と予測誤差(標準偏差)を用いて期待損失を計算することができる。ここではこの期待損失を最小とする代替案を採用する。

以上は地下水位に関する損失関数から排水代替案を設定する方法を示したが、実務上は排水量の違いが直接損失に影響する場合が多い。このような場合も上記と

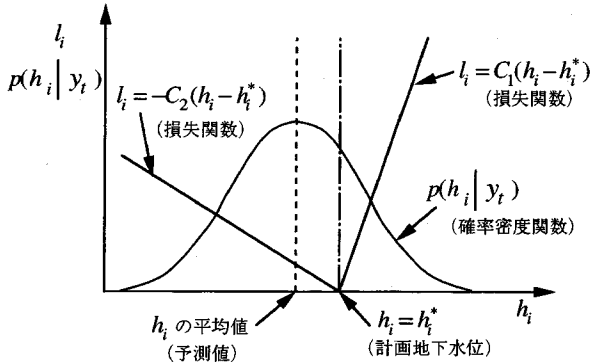


図-2 非対称な損失関数と確率密度関数の関係

類似した式展開が可能である。この場合は式(14), (15)に換えて、以下の式(16), (17)が誘導される。

$$\min \sum_{j=1}^{m'} w_j \int_{Q_j} l_j(q_j; q_j^*) p(q_j | y_t) dq_j \quad (16)$$

$$l_j(q_j; q_j^*) = \begin{cases} C_1'(q_j - q_j^*) & q_j \geq q_j^* \text{ の場合} \\ -C_2'(q_j - q_j^*) & q_j < q_j^* \text{ の場合} \end{cases} \quad (17)$$

$$C_1', C_2' > 0$$

ここで、 m' , Q_j , $l_j(q_j; q_j^*)$, q_j , q_j^* は、それぞれ排水井戸数、必要排水量の母数空間、排水量に関する損失関数、計画地下水位に対する必要排水量、代替案となる排水量であり、係数 C_1' , C_2' は単位排水量の差に対する損失費用として評価される。ただし、式(14)の計画地下水位 h_i^* は目標値として固定されるが、式(16)の q_j^* は代替案となる排水量であり、複数の代替案から最適なもの決定される。

(2) 観測的方法による排水量の修正

以上の方法により代替案を決定したのち、実際の排水中のある時点までの観測結果を用いて、透水係数の推定値の更新を行うと共に、その時点から先の地下水位の低下量を再度予測する。透水係数の推定値を更新する方法は、すでに著者らが示している複数の揚水試験結果を利用した方法と同様である。すなわち、排水中の観測も1回の揚水試験と考え、排水実施前の事前の試験結果から推定した透水係数を初期値として、排水中の観測データにより透水係数の推定値を更新する。このようにして更新された透水係数の推定値を用いて上記と同様の地下水流動の予測を行い、排水量変更代替案を作成したのち期待損失を最小とする代替案を評価し、これを採用することで排水量の修正を行う。

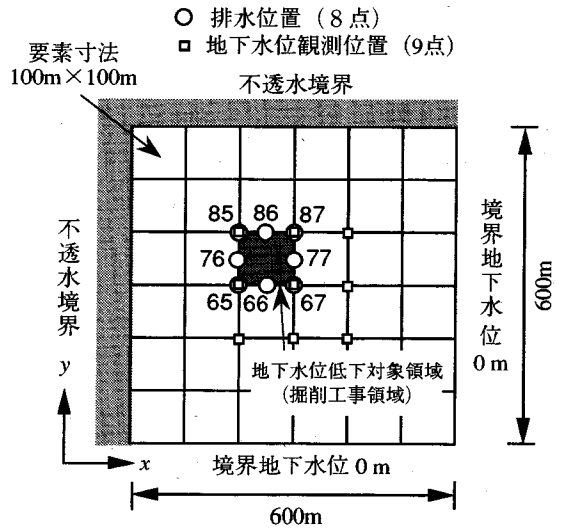


図-3 掘削工事における排水位置と周辺境界条件

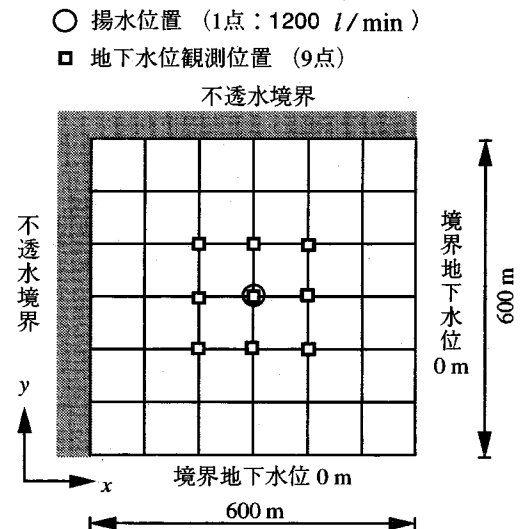


図-4 揚水試験における揚水位置と地下水位観測位置

5. 仮想地盤モデルを用いたシミュレーション

ここでは仮想地盤モデルを用いたシミュレーションにより、提案する手法の有効性を示す。排水代替案の決定には地下水位に対する損失関数を導入するものとし、式(14), (15)を用いた例を示す。

(1) 仮想地盤モデルと解析条件

掘削工事における地下水位低下を目的とした排水を想定し、その仮想地盤モデルにおける排水位置と境界条件を図-3に示す。掘削面積は100m x 100mで掘削を行う周辺の8箇所の井戸から排水を行う。初期の地

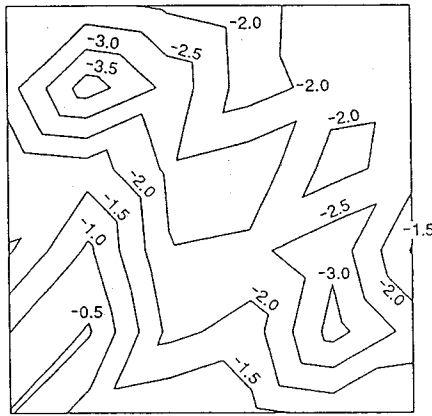


図-5 設定した真の透水係数の空間分布 (単位 cm/s の透水係数の常用対数値)

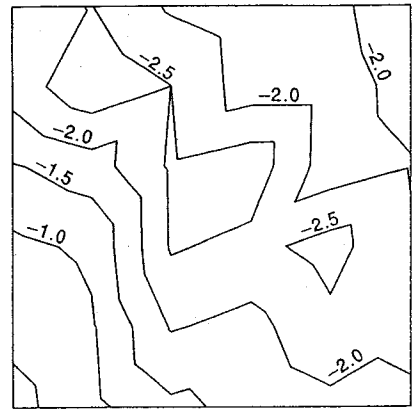


図-6 事前の揚水試験による透水係数の推定値 (単位 cm/s の透水係数の常用対数値)

下水位は全て 0m とし、地下水は不圧状態にあり、周辺の境界条件は図に示すとおりである。また、有効間隙率 (比貯留量) は全要素とも 6.0% で既知と仮定し、不圧帯水層の厚さは一律 50m とする。排水を実施する前の揚水試験として、図-4 に示すように領域中央の 1 箇所の井戸から揚水し、周辺 9 箇所で地下水位の経時変化を観測するものとする。

この仮想地盤モデルの真の透水係数の空間分布は図-5 に示すもので、これは奥野ら⁸⁾と同様に設定したものである。我々はこの透水係数の空間分布を正確には知ることができず、観測データから推定を行うものとする。以下で用いる全ての観測データは、この透水係数の真値を用いた順解析により作成した模擬観測データである。

排水を実施する前の揚水試験により、9 箇所の地下水位の観測データを用いて透水係数の空間分布推定を行った結果を図-6、7 に示す。推定の諸条件は奥野ら⁸⁾と同様であり、揚水位置および地下水位観測位置は流量指定境界 (Neumann 境界) に設定され、未知地下水位が観測される条件になっている。透水係数の推定値は巨視的な分布傾向を捉えており、推定誤差 (標準偏差) は領域中央付近の推定精度が高く周辺付近では低くなっている。これは揚水試験の実施位置に依存した結果である。この透水係数の推定結果を用いて、排水中の地下水流動の予測解析を行う。

さて、計画地下水位は掘削深度から設定される。ここでは地表面から -10.0m の位置を計画地下水位と設定する。また、排水を開始して 33 日後 (約 800 時間後) までに計画地下水位 -10.0m が得られることを目標とする。

排水中の地下水流動の予測には透水係数の推定結果と地下水位、透水係数、流量の推定誤差共分散マトリク

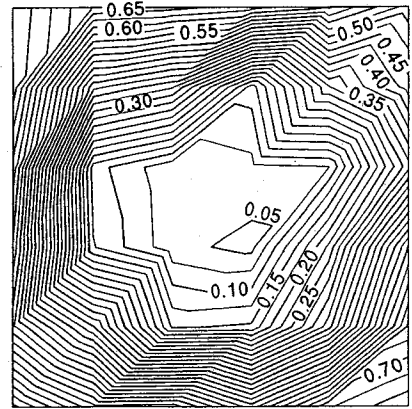


図-7 事前の揚水試験による透水係数の推定誤差 (標準偏差, 単位 cm/s の透水係数の常用対数値)

ス $P_{t+1/t}$ を用いることを基本とし、必要に応じて未知地下水位と未知流量の組み替えに伴う修正を行う。また、地下水位と流量の初期値はそれぞれ予測開始時の初期値 0.0m と 0.0l/min を設定する。なお、ここでは揚水試験の観測データを用いて求められた透水係数、地下水位、流量の推定誤差共分散が、予測誤差に及ぼす影響を評価することを主な目的とする。したがって、式 (4) のシステム誤差共分散マトリクスは $Q_k = \mathbf{o}$ とする。

(2) 最適排水量の設定

a) 必要排水量の予測と排水代替案の作成

はじめに、必要排水量の予測解析を行うため境界条件の修正を行う。これに伴い、必要排水量の予測として先に述べたように、未知流量となる排水井戸の節点に関して状態ベクトルと推定誤差共分散マトリクスの構成を組み替え、初期値を設定する。ここでは排水井戸の未知流量に関する予測誤差共分散マトリクスの初

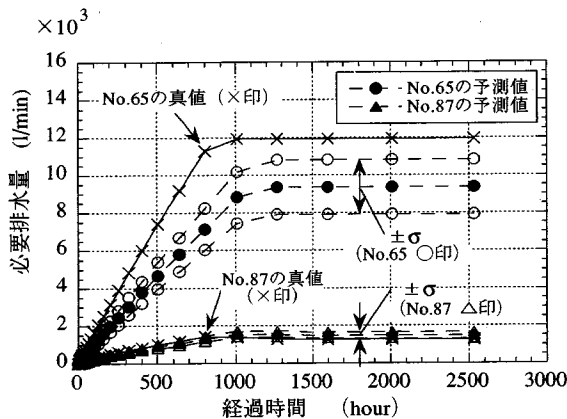


図-8 排水井戸 No.65,87 の必要排水量の予測結果

期成分は、奥野ら⁸⁾が示した未知流量に関する推定誤差共分散(分散のみ)の初期値 $2.7 \times 10^2 (l/min)^2$ を用いる。

以上の条件で33日後(800時間後)に所定の計画地下水水位になるように境界条件を時間に関して線形に変化させ、必要排水量の予測解析を行った。そのうち、排水井戸 No.65 と No.87 の結果を図-8に示す。図には両井戸の必要排水量の予測値と予測誤差(標準偏差:σ)を経時変化として示している。排水井戸の中では No.65 の必要排水量が最も多く予測されており、これは解析領域の左下領域の透水係数が大きく推定されていること(図-6)を反映している。したがって、-10.0mの地下水低下量を得るためには周辺境界から集まる地下水をより多く排水しなければならないことを示している。また、必要排水量の予測値が大きいほど予測誤差も大きくなっている。さらに、33日後に所定の-10.0mになるように井戸の境界条件を設定したため、必要排水量の予測値は非定常な過程を経たのち、約1500時間(約2ヶ月)後以降は定常状態に達している。参考のため図-8には、設定した透水係数分布(図-5)から計算される真の必要排水量(×印)も示しているが、必ずしも適切な推定値が得られていないことがわかる。

排水開始後33日(800時間)の時点では排水量は非定常状態にあり、33日以降も計画地下水水位を確保する目的からは、十分定常状態に達した後の値から必要排水量を設定することが望まれる。このような考えから、十分定常状態に達した約105日(約2530時間)後の予測値(平均値)と予測誤差(標準偏差)を求め表-1に示す。表より、排水井戸 No.65 に次いで No.76 の予測値と予測誤差が大きくなっていることがわかる。

次に、必要排水量の予測値と予測誤差に基づいて排

表-1 各排水井戸の必要排水量の予測値(平均値)と予測誤差(標準偏差)

		(単位 $\times 10^3 l/min$)							
井戸		No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
予測結果	予測値(平均値)	9.360	0.391	0.678	1.938	0.166	0.744	0.242	1.470
	予測誤差(標準偏差)	1.446	0.167	0.163	0.580	0.072	0.189	0.061	0.162

表-2 各排水代替案の排水量

		(単位 $\times 10^3 l/min$)							
井戸代替案		No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
a1		11.00	0.50	0.75	2.00	0.20	0.75	0.25	1.50
a2		9.00	0.50	0.75	2.00	0.20	0.75	0.25	1.50
a3		8.00	0.50	0.75	2.00	0.20	0.75	0.25	1.50
a4		11.00	0.50	0.75	2.50	0.20	0.75	0.25	1.50
a5		9.00	0.50	0.75	2.50	0.20	0.75	0.25	1.50
a6		8.00	0.50	0.75	2.50	0.20	0.75	0.25	1.50

水代替案を作成する。表-1において、必要排水量の予測誤差が大きな排水井戸 No.65 と No.76 の2箇所について、排水量を変えた複数の代替案を作成する。この場合に設定可能なポンプ容量に制限がある場合もあり、一般にはこのような制約も考慮して予測値に近い値を設定する。ここで設定した排水量の組み合わせから a1~a6 までの6つの代替案を作成し、表-2に示す。a1~a3 は節点 No.65 の排水量を予測値付近で変えた案である。a4~a6 は節点 No.76 の排水量を a1~a3 で設定した $2.00 \times 10^3 l/min$ から $2.50 \times 10^3 l/min$ に大きくした案である。したがって、予測値に最も近い排水案は a2 である。

なお、節点 No.65 では $8.0 \times 10^3 l/min$, $9.0 \times 10^3 l/min$, $11.0 \times 10^3 l/min$ と多量の排水案になっているため、ポンプ容量の制約などから1本の井戸では排水不可能な場合も考えられる。このような場合は、この排水位置周辺に複数の排水井戸を掘削するなど、別途対策が必要になる。ここでは簡単のため1本の排水井戸からこのような多量の排水も可能と仮定し、以上の代替案の決定を行う。

b) 地下水水位低下量の予測と最適代替案の決定

地下水水位低下量の予測計算では各井戸における排水量を境界条件として設定し、将来の地下水水位の変動を予測する。この場合、先に地下水水位低下量の予測で述べたように、状態ベクトルの予測値と予測誤差共分散マトリクスは、基本的に透水係数の推定終了時の値を初期値として用いる。

先の必要排水量の算定では、33日後に計画地下水水位

表-3 各排水代替案による地下水位低下量の予測結果 (排水開始33日後)

代替案		(単位 m)							
		No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
a1	平均値	-11.69	-11.55	-11.30	-11.10	-11.01	-10.82	-10.68	-10.44
	標準偏差	1.78	1.15	1.41	1.30	0.666	1.14	0.658	0.637
a2	平均値	-9.75	-10.57	-10.83	-9.98	-10.44	-10.05	-10.08	-10.13
	標準偏差	1.45	1.10	1.37	1.18	0.577	1.11	0.628	0.595
a3	平均値	-8.77	-10.07	-10.59	-9.42	-10.16	-9.66	-9.77	-9.98
	標準偏差	1.29	1.07	1.36	1.12	0.547	1.09	0.620	0.577
a4	平均値	-11.98	-11.82	-11.53	-12.02	-11.24	-11.61	-11.10	-10.66
	標準偏差	1.82	1.17	1.46	1.47	0.721	1.28	0.702	0.670
a5	平均値	-10.02	-10.84	-11.06	-10.88	-10.68	-10.83	-10.49	-10.35
	標準偏差	1.49	1.12	1.42	1.35	0.620	1.24	0.673	0.622
a6	平均値	-9.05	-10.33	-10.82	-10.30	-10.39	-10.44	-10.18	-10.19
	標準偏差	1.33	1.09	1.40	1.29	0.581	1.23	0.604	0.602

-10.0m が得られるように境界条件として排水井戸の地下水位を与え、定常状態に達した後の排水量から必要排水量を設定している。しかし、実際に排水ポンプを稼働させ所定流量を排水する場合は、初期から一定流量を排水することが一般的である。33日後までに所定の地下水位低下量を得ることを目標にする場合、ポンプ稼働直後から一定排水量を排水することは早期に所定の地下水位低下量が確保でき、一般には安全側の評価となる。このような状況を予測解析に反映させるため、ここでは排水開始後1日で所定の排水量になるように、時間に関して線形に排水量を増加させて予測解析を行う。

地下水位低下量の予測結果を表-3に示す。この表は各代替案を用いた場合の排水開始33日後の地下水位低下量の予測値(平均値)と予測誤差(標準偏差)を示している。各排水代替案ごとに計画地下水位-10.0m前後で異なる予測値を示しており、予測誤差は排水井戸No.77, 86, 87の3点が小さくなっている。

期待損失を算定するには式(14)と(15)に含まれる係数を設定する必要がある。ここでは簡単のため、8箇所の排水井戸は同じ重み $w_i = 1$ ($i = 1, 2, \dots, 8$) を与え、損失費用は $C_1 = 3, C_2 = 1$ として、計画地下水位以浅とそれ以深の相対的な重みの違いのみ検討対象とする。また、期待損失を算定する時期は、ほぼ定常状態に達する105日後(2530時間後)とする。こうして求めた期待損失を表-4に示しており、排水代替案 a5 の期待損失が最も小さくなっている。予測地下水位に最も近い排水代替案は a2 であるが、計画地下水位である -10.0m より浅い場合に3倍の損失を見込んでいるため、a2 より若干地下水位が深くなるのが予想される a5 の期待損失が最も小さくなる。ここで選択された排水案 a5 による No.65 と No.87 の排水井戸の地下水位

表-4 各排水代替案の期待損失

($C_1=3, C_2=1$ とした場合の損失金額)

代替案		期待損失					
		a1	a2	a3	a4	a5	a6
各井戸の期待損失	No.65	2.34	2.60	4.16	2.49	2.36	3.59
	No.66	1.74	1.42	1.64	1.94	1.43	1.49
	No.67	1.84	1.75	1.78	1.97	1.81	1.79
	No.76	1.68	1.90	2.60	2.25	1.72	1.81
	No.77	1.09	0.73	0.75	1.29	0.85	0.74
	No.85	1.45	1.72	2.16	1.86	1.58	1.65
	No.86	0.89	0.93	1.29	1.17	0.86	0.92
	No.87	0.81	0.84	0.94	0.89	0.80	0.82
期待損失の合計		11.84	11.90	15.32	13.86	11.40	12.81

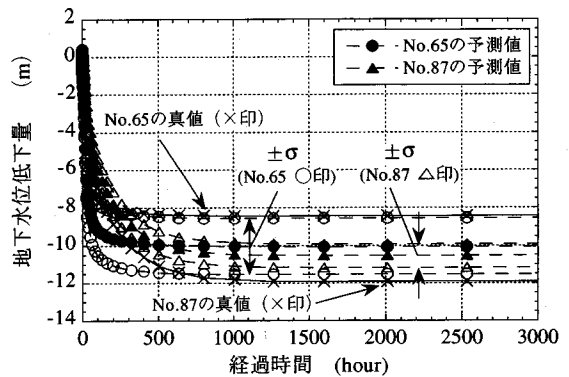


図-9 最適案 a5 による地下水位の予測結果

予測結果を図-9に示す。地下水位の予測値は時間の経過とともに計画地下水位である-10.0m付近に低下し、予測誤差(標準偏差)は地下水位の低下に伴って増大する。その後、地下水位の予測値が一定値に落ち着くのに伴って一定の予測誤差になっている。参考のため同図には設定した透水係数分布(図-5)を用いて計算される真の地下水位低下量(x印)も示しているが、必ずしも計画地下水位まで地下水位は低下しておらず、適切な排水量でないことを示唆している。

(3) 観測的方法による排水量の修正

a) 排水中の観測条件

前節で設定した最適な排水代替案 a5 を用いて実際に排水が実施される場合を想定し、模擬観測データを作成する。真の透水係数の空間分布は先の図-5に示す空間分布モデルであり、先の図-3の排水位置より代替案 a5 の排水量で排水を開始した場合の地下水位を数値解析で求め、模擬の地下水位観測データとする。この一部はすでに図-9に示した真の地下水位低下量(x印)

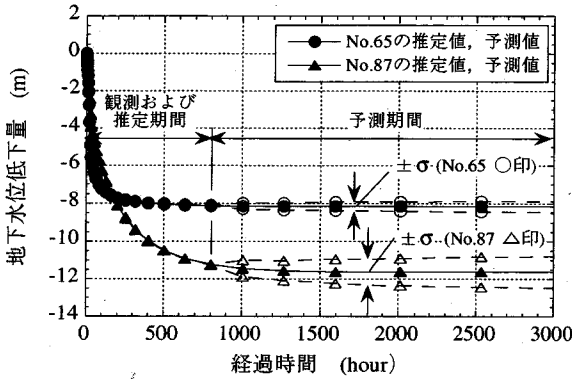


図-10 排水期間中の観測データを用いた地下水位低下量の推定・予測結果

表-5 代替案 a5 による排水開始後 53 日目の地下水位低下量の予測結果

予測結果	井戸							
	No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
予測値 (平均値)	-8.16	-9.97	-10.98	-9.98	-11.10	-10.85	-11.38	-11.55
予測誤差 (標準偏差)	0.190	0.171	0.155	0.184	0.218	0.198	0.306	0.529

である。排水開始後の地下水位の観測位置は先の図-3に示しており、これらは図-4に示した揚水試験の観測位置と同様である。観測期間としては排水を実施した直後から 33 日間 (800 時間) を想定し、この間の模擬の地下水位観測データを作成して、透水係数の推定値の更新を行う。

b) 排水中の観測に基づく推定値更新と排水量変更代替案の作成

図-3に示した 9 箇所の地下水位観測データを用いて状態ベクトルのフィルタリングを行った後、観測期間である 33 日 (800 時間) 以降の排水位置の地下水位の予測を継続して行った結果を図-10に示す。図には No.65 と No.87 の地下水位を示しており、図中の観測および推定期間の地下水位は、排水中の地下水位観測データを用いて透水係数の推定 (更新) を行うと同時に求められる地下水位の推定値を示している。一方、予測期間の地下水位は観測期間が終了した段階の状態ベクトル (未知地下水位, 透水係数, 未知流量) の推定値を用い、時間更新アルゴリズムから求められる予測値である。これらの結果を前節の図-9に示した地下水位の予測結果と比較すると、推定誤差 (標準偏差, σ) が小さくなっている。これは排水期間中の地下水位観測データを用いて、透水係数をはじめとする状態ベクトルの推定 (更新) が行われ、不確実性が小さくなったことを

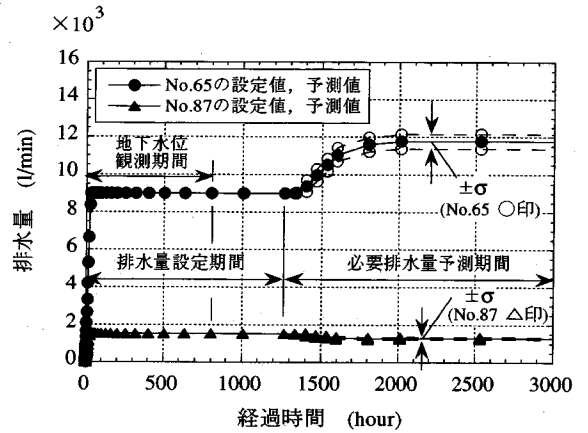


図-11 排水期間中の観測データを用いた必要排水量の予測結果

表-6 各排水位置の必要排水量の予測結果 (排水開始前と排水開始後の予測結果の比較)

予測結果	井戸								
	No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87	
予測値 (平均値)	排水前	9.360	0.391	0.678	1.938	0.166	0.744	0.242	1.470
	排水中	11.764	0.437	0.662	1.611	0.125	0.593	0.104	1.292
予測誤差 (標準偏差)	排水前	1.446	0.167	0.163	0.580	0.072	0.189	0.061	0.162
	排水中	0.387	0.026	0.038	0.211	0.006	0.075	0.010	0.062

示している。また、特に No.65 の排水井戸の地下水位が約 -8.0m までしか低下せず、事前の予測値と大きく異なる。これも事前の揚水試験の観測データだけでは知り得なかった結果である。このように排水実施中の観測データを利用することで、地下水位ならびに透水係数の推定値の不確実性が低下する。

次に、これらの推定結果を用いて、さらに計画地下水位に近い地下水位が得られるよう観測が終了した 33 日以降に排水量の修正を行う。ここで排水量の修正を開始する時期は排水を開始したのち 53 日後 (1270 時間後) と仮定する。図-10において、排水開始後約 53 日目 (約 1270 時間後) の予測地下水位を求め表-5に示す。これらの予測地下水位が計画地下水位である -10.0m と異なるため、計画地下水位になるよう必要排水量の最適案を再度決定する。この方法は先の必要排水量の予測と同様で、53 日目 (約 1270 時間後) の地下水位を初期値として 64 日目 (約 1530 時間後) に全て (8 点) の排水井戸で計画地下水位 -10.0m になるよう境界条件を設定し、必要排水量を予測した。

こうして求めた No.65 と No.87 の必要排水量の予測値を、53 日以前 (約 1270 時間以前) の排水量の設定値と合わせて図-11に示す。必要排水量を比較すると、No.65 の排水井戸では 53 日目を以降に排水量を増加させ

表-7 排水量の変更代替案

(単位 × 10³ l/min)

井戸 代替案	No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87
a5-0	9.00	0.50	0.75	2.50	0.20	0.75	0.25	1.50
a5-1	11.76	0.50	0.75	2.50	0.20	0.75	0.25	1.50
a5-2	11.76	0.44	0.66	1.61	0.13	0.59	0.10	1.29

表-8 変更代替案による地下水位低下量の予測結果

(単位 m)

井戸 変更代替案	No.65	No.66	No.67	No.76	No.77	No.85	No.86	No.87	
a5-0	平均値	-8.18	-10.00	-11.02	-10.00	-11.15	-10.89	-11.44	-11.62
	標準偏差	0.131	0.097	0.110	0.259	0.117	0.320	0.178	0.324
a5-1	平均値	-10.38	-11.17	-11.65	-11.36	-11.91	-11.90	-12.30	-12.01
	標準偏差	0.170	0.107	0.113	0.267	0.117	0.316	0.174	0.334
a5-2	平均値	-10.00	-10.00	-10.00	-10.01	-10.01	-10.01	-10.02	-10.02
	標準偏差	0.165	0.096	0.095	0.210	0.097	0.228	0.126	0.272

る必要があり、No.87の排水井戸ではそれまでの設定値より減少させる必要がある。また、今回の必要排水量の予測誤差(標準偏差;σ)を先の図-8の予測と比較すると、今回の予測の方が誤差が減少している。排水開始前と排水開始後の2回の必要排水量の予測結果から、予測値がほぼ定常状態になる2530時間(約105日)での予測値と予測誤差(標準偏差)を求め表-6に示す。表-6の‘排水前’とは排水開始前に実施した予測結果(表-1)を、‘排水中’は排水開始後の観測データを用いた今回の予測結果を示している。この表からも今回の予測の方が予測誤差が少ないことが明らかである。

必要排水量の予測計算に基づき、排水量の変更代替案を表-7のように設定する。ここでは変更代替案としてa5-0, a5-1, a5-2の3つの案を設定している。a5-0は排水量を変更しない案を設定しており、先に設定したa5の代替案と同一の排水量である。これは他との比較のために設定している。a5-1は特に計画地下水位との差が大きいNo.65のみ排水量を変更する案で、No.65の排水量のみ今回の必要排水量の予測値である11.76l/minに変更し、他の井戸の排水量はa5-0と同一にしている。a5-2は全排水井戸(8点)を今回の予測で得られた必要排水量の予測値に変更する案である。

c) 最適な排水量変更代替案の決定

表-7の3つの変更代替案に基づき地下水位の予測解析を行った。ここでの排水量の変更は53日目(約1270時間後)においてそれまでの設定排水量を初期値とし、64日目(約1530時間後)に全て(8点)の排水井戸で各代替案の排水量になるよう時間に関して線形に排水量を変化させるものである。この予測計算において排水

表-9 変更代替案の期待損失

(C₁=3, C₂=1とした場合の損失金額)

変更代替案		a5-0	a5-1	a5-2
各井戸の 期待損失	No.65	5.460	0.383	0.263
	No.66	0.155	1.167	0.153
	No.67	1.017	1.646	0.152
	No.76	0.413	1.356	0.325
	No.77	1.147	1.905	0.145
	No.85	0.891	1.895	0.354
	No.86	1.436	2.294	0.184
	No.87	1.616	2.005	0.415
	期待損失の合計		12.135	12.651

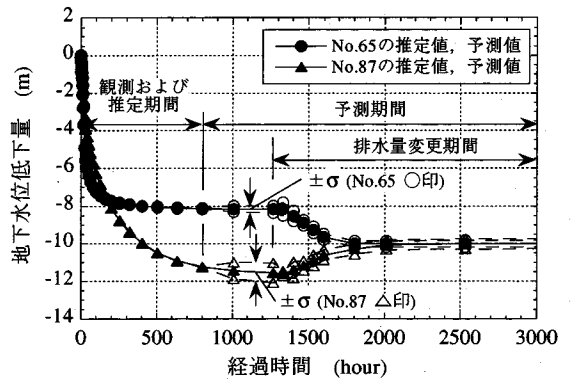


図-12 最適案 a5-2 による地下水位の予測結果

井戸では排水量を指定することから、状態ベクトル(地下水位, 透水係数, 流量)と予測誤差共分散マトリクスの構成は先の図-10に示した推定および予測計算の場合と同一である。したがって、図-10に示す53日目の状態ベクトルと予測誤差共分散マトリクスを地下水位予測計算の初期値とする。

こうして求めた各変更代替案の地下水位の予測値から、地下水位が定常状態になる105日後(2530時間後)の地下水位を表-8に示す。また、これらの地下水位の予測結果を用いて期待損失を求め表-9に示す。なお、期待損失の計算では式(15)と同様(w_i = 1, C₁ = 3, C₂ = 1)の損失関数を設定している。3つの変更代替案のうちa5-2の期待損失は著しく小さくなり、排水量の変更代替案として最適な案となる。これに対して変更代替案 a5-1 は、排水量を変更しない a5-0 より期待損失がわずかながら増加している。この原因として a5-1 では No.65 の排水量のみ増加させることから、井戸干渉により No.65 以外の排水位置の地下水位を必要以上

に低下させ、これらの排水井戸で期待損失を増加させているためである。最適な変更代替案である a5-2 による地下水位の予測結果を図-12 に示す。排水量の変更に伴い、定常状態に達する 105 日後 (2530 時間後) にはほぼ計画地下水位の -10.0m に達することが予測され、a5-2 が妥当な変更代替案であることが確認された。

以上に示したように、排水実施前の予測に基づく排水量の設定値を、排水開始後の地下水位の観測データを用いて不確定性の少ない最適な排水量に修正することができる。このような最適排水量の修正は排水期間中の観測データが得られれば、継続して実施することが可能である。また、掘削工事終了後の維持・保全段階においても目的に応じた損失関数の設定を行えば、同様の方法を継続して利用できるものと考えられる。

6. 結論

本論文では、地盤の透水係数の空間分布推定から将来の地下水流動の予測まで不均質性と不確定性を考慮した解析を行うとともに、統計的決定理論に基づき地下水対策工として最適な排水量の決定方法を提案した。ここで提案した手法は以下の特徴を有する。

- (a) 拡張カルマンフィルタのアルゴリズムを一貫して用いることから、透水係数の空間分布推定から地下水流動の予測計算に容易に移行することができる。
- (b) 地下水位、透水係数、流量により状態ベクトルを構成していることから、透水係数の推定値と推定誤差を用いて将来の地下水位と流量の予測値と予測誤差を評価することができる。
- (c) 上記 (b) の特徴を利用して、計画地下水位を境界条件として必要排水量の予測を行い、予測値と予測誤差を参考に複数の排水代替案を作成する。ただし、透水係数の推定を行う場合と地下水流動の予測を行う場合で境界条件の種類 (Dirichlet 境界、Neumann 境界) が異なる場合は確率場が異なることになり、未知量から構成される状態ベクトルと推定誤差共分散マトリクスの一部を修正して必要排水量を予測する。
- (d) 各排水代替案において地下水位低下量の将来予測を行い、計画地下水位に対する損失関数を設定したのち、ベイズ決定理論より期待損失を最小にする代替案を決定する。特に、損失関数として非対称な関数を導入することで、計画地下水位が浅とそれ以深で重みを変えられることが可能である。また、地下水位を管理する位置の重みを考慮することもできる。
- (e) 事前の観測データに基づいて決定された最適な排

水量を、排水期間中の観測データにより修正することが可能である。このような観測的方法により事前の観測データでは知り得なかった情報を排水期間中に補い、不確定性の少ない最適な排水量に修正することが可能である。

以上の特徴を有することから、建設工事に伴う地下水対策として、計画・設計、施工、維持・保全までの各建設段階を通じて、一貫した手法として適用できるものと考えられる。本論文では仮想地盤モデルを用いた数値シミュレーションにより同手法の有効性を示した。特にここでは不圧地下水を対象とした平面 2 次元解析を用い、掘削工事における最適排水量の設定を目的とした。同手法は、復水工法における最適排水量と最適注水量の設定にも応用できるものと考えられる。さらに、トンネルや地下空洞の掘削などでは、断面 2 次元解析や 3 次元解析などによる掘削時の湧水量の評価や止水対策などの検討が必要とされるが、このような場合にも本論文で提案した手法は、有限要素法の定式化を変更することで適用可能と考えられる。

謝辞： 本研究成果をまとめるに当たり、名古屋大学工学部 浅岡顕教授、同学部 市川康明助教授、岐阜大学工学部 本城勇助教授から貴重なご意見を賜りました。ここに記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 土質工学会：現場技術者のための土と基礎シリーズ 19 根切り工事と地下水—調査・設計から施工まで—, 1991.
- 2) 地下水ハンドブック編集委員会：地下水ハンドブック, 建設産業調査会, 1983.
- 3) 上田年比古, 神野健二, 長野益徳：広領域地下水からの最適井戸取水について, 土木学会論文報告集, No.283, pp.33-43, 1979.
- 4) 神野健二, 長野益徳：深井戸工法における最適揚水量の決定および揚水操作法について, 土木学会論文報告集, No.305, pp.73-84, 1981.
- 5) 佐藤邦明, 関陽太郎, 坪井澄雄, 藤崎克博：埼玉県平野部における適正地下水揚水量の検討, 土と基礎, Vol.134, No.11, pp.25-32, 1986.
- 6) 竹下祐二, 河野伊一郎：地盤掘削工事における最適化手法を用いた排水設計方法に関する考察, 土木学会論文集, No.493 / III-27, pp.155-163, 1994.
- 7) 奥野哲夫, 鈴木誠：不圧地下水を対象とした拡張カルマンフィルタによる透水係数の空間分布推定法, 土木学会論文集, No.469 / III-23, pp.93-102, 1993.
- 8) 奥野哲夫, 鈴木誠, 市川康明：複数の揚水試験結果を用いた透水係数の空間分布推定と地下水流動の将来予測, 土木学会論文集, No.493 / III-27, pp.165-174, 1994.
- 9) 増山元三郎：少数例のまとめ方 2, 竹内書店新社, 1964.
- 10) 宮沢光一：情報・決定理論序説, 岩波書店, 1971.
- 11) 松尾稔：地盤工学 信頼性設計の理念と実際, 技報堂出版, 1984.
- 12) 有本卓：カルマン・フィルター, 産業図書, 1977.
- 13) 片山徹：応用カルマンフィルタ, 朝倉書店, 1983.

(1994. 8. 29 受付)

DETERMINATION AND RENEWAL OF THE OPTIMUM PUMPING RATES FOR DEWATERING DURING EXCAVATION BASED ON BAYESIAN DECISION THEORY AND OBSERVATIONAL METHOD

Tetsuo OKUNO and Makoto SUZUKI

Utilizing the results of the estimation of spatially distributed hydraulic conductivities and the prediction of groundwater flow, a decision procedure of optimum pumping rates to draw down groundwater table for a excavation is proposed. Bayesian decision theory is applied to take account of the heterogeneity and the uncertainty of the estimated and the predicted values. Furthermore, an asymmetric loss function is introduced to take account of the difference of the losses between the upper and the lower of the designed groundwater table. During the pumping, the observational method is applied to modify the decided pumping rates to the more optimum ones. The availability of the proposed procedure is demonstrated in this paper.