

地盤の熱伝導問題におけるパラメータの同定 および地温制御に関する研究

小嶋啓市¹・鈴木誠一²・川原睦人³

¹正会員 工博 佐藤工業株式会社 土木本部土木部 (〒103 東京都中央区日本橋本町 4-12-20)

²学生員 中央大学大学院理工学研究科土木工学専攻 (〒112 東京都文京区春日 1-13-27)

³正会員 工博 中央大学理工学部土木工学科 (同上)

数値解析を用いた地盤の温度制御システムを提案する。本システムは、地盤材料の熱伝導率の同定および地盤内の温度の制御解析から成る。前者は非線形最小二乗法、後者は最適制御理論に基づく解析手法を用いている。本論文では、これらの手法の検証および確認を室内地温制御実験結果によって実施した。検討の結果、本手法により地盤材料の熱伝導率が定量的に推定され、実際に地中の温度を最適に制御し得ることを確認した。

Key Words : heat conduction problem, parameter identification, optimum control, finite element method, ground thermal control

1. はじめに

地中の温度分布を数値的に予測することは、近年、高レベル放射性廃棄物の地層処分¹⁾、古くは LNG 地下タンク周辺の凍結等の問題において、地下水の挙動の予測とともに重要な項目として考えられている。また、生活圏においては、地上の植性の保護や寒冷地の融雪を行うための地中温度制御等に対して、その重要性が認められてきている。本研究ではこれらの背景を踏まえて、地中の温度制御システムの構築を目的とした室内地温制御実験、数値計算に必要な熱伝導率の同定計算手法および最適制御理論を用いた温度制御手法の開発を行った。

地盤材料の熱伝導率は、地中の温度制御を行う上で非常に重要な物理定数である。室内実験において試料の熱伝導率を測定することは比較的容易であるが、原位置での熱伝導率を正確に求めることは、地盤の不均質性、自然含水比の変化等により一般には困難である。したがって、室内実験で得られた熱伝導率を、実際の地盤をモデル化する数値計算にそのまま用いることは的確でない。

場の方程式の中で用いられている物理定数を数値解析により同定する方法は、従来より地下水解析や²⁾⁻⁷⁾、地盤物性の逆解析等⁸⁾⁻¹²⁾において数多く提案されており、近年潮流解析における海底摩擦係数等の水理定数の推定にも応用されている⁹⁾。また、状態量の制御手法については、主にシステム工学の分野で研究が行われている^{13),14)}。しかしながら、地盤の熱伝導率の同定、制御を扱っている研究発表は著者らの知る限り数少ないのが現状であ

る¹⁵⁾。

本論文では、熱伝導率の推定を逆問題として扱い、非線形最小二乗法を用いてこれを同定する手法を示す。次に、地盤内の着目点における温度の制御解析についての計算手法を示す。そして、これら一連の解析手法の検証のために行った、室内地温制御実験の概要を示すとともに、制御解析手法を制御実験に適用した結果について述べる。

2. 基礎方程式の離散化

図-1 に解析領域の概念を示す。

ここに、

Ω : 解析領域

Γ_1 : 基本境界

Γ_2 : 自然境界

を意味する。基礎方程式として以下の軸対称非定常熱伝導方程式を用いる。

$$\rho C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(r k \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(r k \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right\} + q \quad (\Omega \text{ 内で}) \quad (1)$$

ここに、

T : 温度 (°C)

ρ : 地盤材料の密度 (kg/m³)

C : 定圧比熱 (J/kg·K)

k : 熱伝導率 (W/mK)

q : 単位体積あたりの熱の発生項 (W)

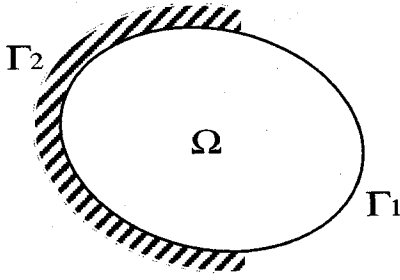


図-1 解析領域の概念

を意味する。式(1)を解くためには、以下に示す基本境界条件 (Dirichlet Condition) および自然境界条件 (Neumann Condition) が必要となる。

すなわち、

$$T(r, z, t) = \hat{T}(r, z, t) \quad (\Gamma_1 \text{ 上で}) \quad (2)$$

$$k \left(\frac{\partial T}{\partial r} n_r + \frac{\partial T}{\partial z} n_z \right) = \hat{Q}(r, z, t) \quad (\Gamma_2 \text{ 上で}) \quad (3)$$

である。ここに、

Γ : 境界

n_r, n_z : Γ に対する外向単位法線ベクトルの成分

\hat{T} : 境界 Γ_1 で与えられる温度

\hat{Q} : 境界 Γ_2 で与えられるフラックス

を表す。初期条件は以下のように与えられる。

$$T(r, z, 0) = T_0(r, z) \quad (4)$$

基礎方程式に対して通常の Galerkin 法を適用し、変数 T を離散化することにより、以下の有限要素方程式が得られる。

$$M_{\alpha\beta} \dot{T}_\beta + S_{\alpha\beta} T_\beta = \hat{Q}_\alpha \quad (5)$$

ここに、

$$M_{\alpha\beta} = \int_{\Omega} \rho C (\Phi_\alpha \Phi_\beta) r dr dz,$$

$$S_{\alpha\beta} = \int_{\Omega} \{ (k \Phi_{\alpha,r} \Phi_{\beta,r}) + k (\Phi_{\alpha,z} \Phi_{\beta,z}) \} r dr dz,$$

$$\hat{Q}_\alpha = \int_{\Gamma_2} (\Phi_\alpha \hat{Q}) r dS + \int_{\Omega} (\Phi_\alpha \hat{q}) r dr dz,$$

である。ここに、 r, z はそれぞれ r, z 方向に関する偏微分を表す。時間方向の離散化には、Crank-Nicolson 法を採用する。次に、式(6)を(5)に代入すれば式(7)を得る。

$$\dot{T}_\beta = \frac{1}{\Delta t} (T_\beta^{n+1} - T_\beta^n), \quad T_\beta = \frac{1}{2} (T_\beta^{n+1} + T_\beta^n) \quad (6)$$

$$\left(M_{\alpha\beta} + \frac{\Delta t}{2} S_{\alpha\beta} \right) T_\beta^{n+1} = \left(M_{\alpha\beta} - \frac{\Delta t}{2} S_{\alpha\beta} \right) T_\beta^n + \Delta t \hat{Q}_\alpha^{n+1} \quad (7)$$

ここに、 Δt は微小時間増分である。式(7)を逐次時間毎に解くことにより各節点における温度を求めることができる。

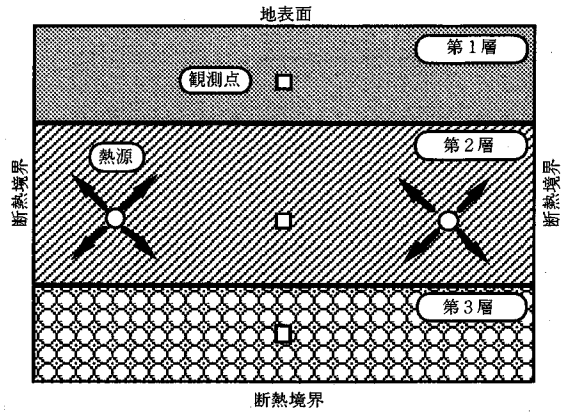


図-2 地盤モデル

3. 熱伝導率の同定

熱伝導率の推定を逆問題として扱い、非線形最小二乗法を用いてこれを同定する手法を示す。ここで扱う地盤の構造は、いくつかの層 (部分領域: 図-2 参照) から成るものとし、各層内の熱伝導率は一定、という仮定を用いている。

各層の熱伝導率を一般的に書き表せば、

$$k_i = \{k_1, k_2, k_3, \dots, k_n\} \quad (8)$$

となる。ここに、

λ : 部分領域に対応する熱伝導率の番号

n : 部分領域の総数

である。解析領域内に設けられた観測点での温度を次のように表す。

$$\hat{T}_\mu(t) = \{ \hat{T}_1(t), \hat{T}_2(t), \hat{T}_3(t), \dots, \hat{T}_m(t) \} \quad (9)$$

ここに、

\sim : 観測値であること

μ : 観測点の番号

m : 観測点の総数

を表す。同様に観測点 $1 \sim m$ に対応する節点での計算値を以下のように表しておく。

$$T_\mu(t, k_\lambda)^T = \{ T_1(t, k_\lambda), T_2(t, k_\lambda), T_3(t, k_\lambda), \dots, T_m(t, k_\lambda) \} \quad (10)$$

熱伝導率を求めるための評価関数は、以下に示すように、任意の点 μ で観測された温度 \hat{T}_μ と数値計算によって求まる温度の値 $T_\mu(t, k_\lambda)$ との残差平方和で表される。

$$J(k_\lambda) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \{ \hat{T}_\mu(t) - T_\mu(t, k_\lambda) \}^T \{ \hat{T}_\mu(t) - T_\mu(t, k_\lambda) \} dt \quad (11)$$

ここに、 t_0, t_f は計算開始時刻、計算終了時刻をそれぞれ表す。この式からわかるように、評価関数は、熱伝導率 k_λ の関数であるため、最適熱伝導率 k_λ は式(11)を最

小化することにより求めることができる。

評価関数の最小化手法として、さまざまな方法があるが、ここではアルゴリズムの簡便性、収束性の良さを考慮して、Gauss-Newton法を用いることとした。この方法は、線形最小二乗法から非線形問題に拡張された方法として理論的に簡明であり、従来広く使われている。しかしながら、非線形性が大きいときや残差が大きくなる場合には、解が収束せずに発散しやすいという性質を有している。

Gauss-Newton法のアルゴリズムを以下に示す。

- [Stap 1] 熱伝導率の初期値 k_λ , 許容誤差 ϵ , $i=0$ の設定。
 [Stap 2] $T_\mu^0(t, k_\lambda^0)$, $J(k_\lambda^0)$, $\partial T_\mu / \partial k_\lambda$ の計算。
 [Stap 3] $J(k_\lambda^i + \Delta k_i)$ を最小にする Δk_i の計算。
 [Stap 4] 熱伝導率の更新 $k_\lambda^{i+1} = k_\lambda^i + \Delta k_i$ 。
 [Stap 5] $T_\mu^{i+1}(t, k_\lambda^{i+1}) J(k_\lambda^{i+1})$ の計算。
 [Stap 6] $|J(k_\lambda^{i+1}) - J(k_\lambda^i)| < \epsilon$ ならば終了、でなければ次のステップへ。
 [Stap 7] $i = i + 1$ を設定し、ステップ3へ。

パラメータの感度マトリックスは、感度方程式²⁾により求める。

$$\left(M_{\alpha\beta} + \frac{\Delta t}{2} S_{\alpha\beta} \right) \frac{\partial T_\beta^{n+1}}{\partial k_\lambda} = \left(M_{\alpha\beta} - \frac{\Delta t}{2} S_{\alpha\beta} \right) \frac{\partial T_\beta^n}{\partial k_\lambda} - \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial S_{\alpha\beta}}{\partial k_\lambda} (T_\beta^{n+1} + T_\beta^n) + \Delta t \frac{\partial Q_\alpha^{n+1}}{\partial k_\lambda} \quad (12)$$

増分値 Δk_i は以下の式によって求めることができる。

$$\frac{\partial J(k_\lambda^i + \Delta k_i)}{\partial k_\lambda} = \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \frac{\partial T_\mu}{\partial k_\lambda} \right\}^T \left\{ \tilde{T}_\mu(t) - T_\mu(t, k_\lambda^i) - \frac{\partial T_\mu}{\partial k_\lambda} \Delta k_i \right\} dt = 0 \quad (13)$$

したがって、

$$\Delta k_i = \left[\int_{t_0}^{t_f} \left\{ \frac{\partial T_\mu}{\partial k_\lambda} \right\} \left\{ \frac{\partial T_\mu}{\partial k_\omega} \right\}^T dt \right]^{-1} \left[\int_{t_0}^{t_f} \left\{ \frac{\partial T_\mu}{\partial k_\omega} \right\} \left\{ \tilde{T}_\mu(t) - T_\mu(t, k_\lambda^i) \right\} dt \right] \quad (14)$$

以上の手順により、各領域の熱伝導率を求めることができる。

4. 地温制御手法

最大原理に基づく最適制御理論¹⁴⁾を用いた制御解析手法を示す。ここでは、狭い意味でレギュレーター問題を最適制御と呼び、拘束条件付の制御手法である Bang bang 制御と区別することとする。最適制御と Bang bang 制御の意味の違いについて、ニュートンの法則を例にとり説明を行う¹⁰⁾。物体の運動と物体に作用する力の関係は、

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = f(t) \quad (15)$$

のように書き表すことができる。ここに、

m : 質量 (kg)

$f(t)$: 物体にかかる力 (N)

を表す。問題を“ある地点 A で静止していた物体を L だけ離れた地点 B まで移動させ、そこで静止させる”と設定すると、

A 地点で、 $t_A = 0$, $x(t_A) = 0$, $\dot{x}(t_A) = 0$

B 地点で、 $t_B = T$, $x(t_B) = L$, $\dot{x}(t_B) = 0$

を満足しなければならない。この問題において、移動時間を最小にすることを目的関数とすると、それに要する力 $f(t)$ は、

$$J = \int_{t_A}^{t_B} 1 dt \quad (16)$$

を最小にすることにより求めることができる。最適制御では、この時の解は、

$$f(t) = \infty \quad (17)$$

となる。これは力の大きさ $f(t)$ を限りなく大きくすれば、理論上いくらでも速く物体を移動させることができる、ということに対応している。しかしながら現実には無限大の力を与えることはできず、与える力に制約が生ずる。これを、

$$|f(t)| \leq F \quad (18)$$

と表すことにする。Bang bang 制御は、拘束条件式(18)のもとに評価関数式(16)を最小にすることに対応する。この場合の最適解は、

$$f(t) = F \text{ or } f(t) = -F \quad (19)$$

となり制約条件の上限もしくは下限のみを用いた制御となる。したがって Bang bang 制御は制御力が単純であり、実際に用いる場合の制御機器の運転に対して経済的な手法であるといえる。

(1) 最適制御

基礎方程式(1)はまた、以下のようなマトリックス形式で表すことができる。

$$[M]\{\dot{T}\} + [S]\{T\} + [A]\{u\} + [B]\{f\} = 0 \quad (20)$$

ここに、

$[M]$: 質量マトリックス

$[S]$: 拡散マトリックス

$[B]$: 境界条件マトリックス

$[A]\{u\}$: 制御温度の節点に関する項

$\{u\}$: 制御温度 (°C)

である。さらに式(20)を変形すると、次式を得る。

$$\{\dot{T}\} = [C]\{T\} + [D]\{u\} + \{F\} \quad (21)$$

ここに、

$$[C] = -[M]^{-1}[S], [D] = -[M]^{-1}[A],$$

$$\{F\} = -[M]^{-1}[B]\{f\}$$

制御温度を求めるための評価関数は、以下ようになる。

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_r} \{ (T^* - T)^T [Q] (T^* - T) + \{u\}^T [R] \{u\} \} dt \quad (22)$$

ここに、

T^* : 着目点における目標温度 (°C)

T : 数値計算によって求まる温度 (°C)

u : 制御温度 (°C)

$[Q]$, $[R]$: 重みを表す対角マトリックス

である。これらは一般に観測値の誤差、制御温度のばらつきを表す共分散の逆行列が用いられるが¹⁷⁾、これらの値を見積ることは非常に困難である。ここでは、 $[Q]$, $[R]$ の値を経験的にそれぞれ 1.0, 0.001 と仮定する。

最適化は、式(20)の拘束条件のもとに評価関数式(22)を最小化する問題に帰着する。以下、最適制御理論の手順にしたがい、制御温度 $\{u\}$ の求め方を示す。ここでは、最適制御理論のうち、勾配法に基づく Sakawa-Shindo 法^{18), 19)}を採用する。まず、Hamiltonian 関数 H を導入する。

$$H = \frac{1}{2} \{ (T^n - T^*)^T [Q] (T^n - T^*) + \{u^n\}^T [R] \{u^n\} + \{p^n\}^T \{ [C] \{T^n\} + [D] \{u^n\} + \{F\} \} \} \quad (23)$$

ここに、 $\{p\}$ は Lagrange の未定乗数である。この式より Euler-Lagrange の方程式を求め、横断性の条件、

$$\{p(t_r)\} = \{0\} \quad (24)$$

を適用すると、未定乗数は式(24)で規定される終端条件を用いて式(25)を解くことにより求めることができる。

$$\{\dot{p}\} = -\frac{\partial H}{\partial \{T\}} = -[Q] \{T - T^*\} - [C]^T \{p\} \quad (25)$$

このとき、 $\{p\}$ については初期条件でなく終端条件が与えられているため、式(25)は次式のように逆時間で解かなければならない。

$$\{\dot{p}^n\} = \{\dot{p}^{n+1}\} + \Delta t [Q] \{T^n - T^*\} + \Delta t [C]^T \{p^{n+1}\} \quad (26)$$

よって、観測点における温度の節点値を全時間ステップで記憶させておく必要がある。次に、制御温度 $\{u\}$ を求めるため、Hamiltonian を次式のように変形する。

$$K_i = H_i + \{ \{u_i^n\} - \{u_{i-1}^n\} \}^T [W_i] \{ \{u_i^n\} - \{u_{i-1}^n\} \} \quad (27)$$

ここに、

i : 繰返し回数

W_i : 重みを表す対角マトリックスで、その値は評価関数の変化により決定される。

制御温度 $\{u_i\}$ の最適条件は次式のようになる。

$$\frac{\partial K_i}{\partial \{u_i\}} = [R] \{u_i^n\} + [D]^T \{p_i^n\} + 2.0 [W_i] \{ \{u_i^n\} - \{u_{i-1}^n\} \} = 0 \quad (28)$$

したがって、最適な制御温度は次式で求めることができる。

$$\{u_i^n\} = -([R] + 2.0 [W_i])^{-1} [D]^T \{p_i^n\} - 2.0 [W_i] \{u_{i-1}^n\} \quad (29)$$

Sakawa-Shindo 法のアルゴリズムを以下に示す。

[Step 1] 初期制御温度、許容誤差 e 重み $w=1.0$ の設定。

[Step 2] $u_0(t)$, $t \in [t_0, t_r]$ の計算および $i=i+1$ の設定。

[Step 3] $J(T_0, u_0)$ の計算。

[Step 4] $\{p_{i-1}\} = \{p(T_{i-1}, u_{i-1})\}$ の計算。

[Step 5] 制御温度 u_i の計算。

[Step 6] $e = \sum_{i=1}^{N_c} |u_i - u_{i-1}|$ の計算。 N_c : 制御点総数。

[Step 7] $e < \varepsilon$ ならば終了、でなければ次のステップへ。

[Step 8] $\{T_i\} = \{T(u_i)\}$ の計算。

[Step 9] $J(T_i, u_i)$ の計算。

[Step 10] $JJ = J(T_i, u_i) - J(T_{i-1}, u_{i-1})$ の計算。

[Step 11] $JJ < 0$ ならば $i=i+1$, 重み行列 $[W_i]$ の要素 $w = w \times 0.8$ とし、ステップ 4 へ、でなければ、 $w = w \times 2.0$ としステップ 5 へ。

ここに、 $u_0(t)$ は制御を行わない場合における制御点での計算値である。ただし、Sakawa-Shindo 法は比較的規模の小さな制御モデルに適した手法であるので、制御系の規模が大きくなる場合には別途最小化手法を用いる必要がある²⁰⁾。

(2) Bang bang 制御

(1) で述べた最適制御は、着目点での目標温度を確保するために必要な、制御点での最適温度を理論上求めることが可能である。しかしながら実際問題において、最適制御手法で得られた温度変化を制御点でそのまま与えることは非常に困難である。現場では、冷水/温水をつくりだすヒートポンプの温度の上下限の制限、制御温度の変化へのポンプの追従性能、自動的な操作性等の問題があるからである。したがって、実際問題には不規則関数的な温度の操作は不向きであり、むしろ一定の温度を長時間段階的に与える操作が現実的である。

ここでは、本論文で提案している制御システムに汎用性を持たせるため、区間毎に一定の制御を繰り返す Bang bang 制御手法について検討を行った。

Bang bang 制御では、式(26)の Lagrange の未定乗数を求めるところまでが最適制御と同様であるので、式(26)以降の定式化、計算手順について詳しく説明する。

今、修正 Hamiltonian 関数を次式のようにおく。

$$K_i = H_i + [W_i] \{ \{u_i^n\} - \{u_{i-1}^n\} \} \quad (30)$$

ここで、制御温度 u に

$$\{b\} \leq \{u\} \leq \{a\} \quad (31)$$

なる拘束条件が与えられるものとする。

本検討では、図-3 に示すように、2 段階の制御を行うこととする。

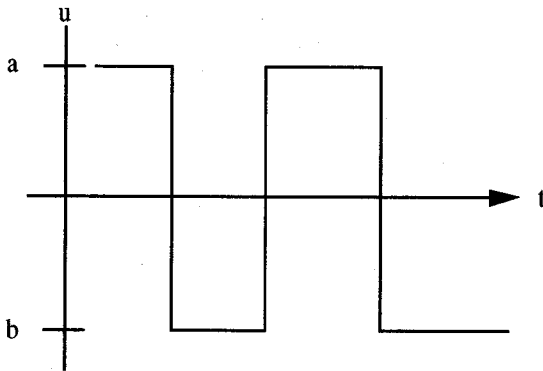


図-3 Bang bang 制御

Bang bang 制御では次式で表される修正 Hamiltonian 関数の勾配により, a, b を選択することになり, アルゴリズムは最適制御の場合より簡易になる。

$$\frac{\partial K_i}{\partial \{u_i\}} = [D]^T \{p_i\} + [W_i] \quad (32)$$

制御温度の具体的な切り替えは以下のように行う。

Case 1: $u_{i-1} = a$ のとき

$$\begin{cases} \text{If } ([D]^T \{p_i\} - [W_i] \leq 0) \\ \text{If } ([D]^T \{p_i\} - [W_i] > 0) \end{cases} \text{ならば } \begin{cases} u_i = \{a\} \\ u_i = \{b\} \end{cases}$$

Case 2: $u_{i-1} = b$ のとき

$$\begin{cases} \text{If } ([D]^T \{p_i\} + [W_i] \leq 0) \\ \text{If } ([D]^T \{p_i\} + [W_i] > 0) \end{cases} \text{ならば } \begin{cases} u_i = \{a\} \\ u_i = \{b\} \end{cases}$$

ここで, u_0 は, $\{a\}$ または $\{b\}$ を選択する。計算のアルゴリズムについては最適制御の場合と同様なのでここでは省略する。

5. 室内地温制御実験

前節までに述べてきたパラメータの同定手法および地中の温度制御手法の検証を行うことを目的とし, 室内地温制御実験を実施した。

(1) 実験装置

図-4 のように直径 2 m, 高さ 1 m の木製の円形土槽を実験室内に設置した。円筒の外型枠および底板は, 厚さ 3 cm の材木を組み合わせて作成した。木型枠の内側には底部厚さ 10 cm 側壁部厚さ 5 cm の発泡スチロールを巻き, さらにその内側に厚さ 3 mm のミラマットを敷き詰めることにより断熱の条件を与えることとした。土槽中心部には, 直径 30 cm のアルミニウム缶を挿入し, その内部に水を満たすことにより外部境界とした。土槽内部には含水比 3.1% の標準砂を制御用ビニールパイプ, 温度センサーを設置するとともにゆるく締固めながら上部まで巻き出した。

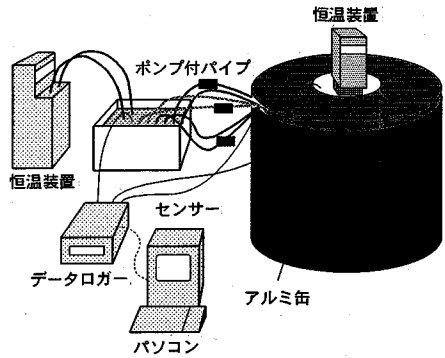


図-4 室内実験システム

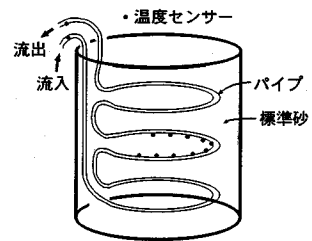


図-5 制御パイプの配置

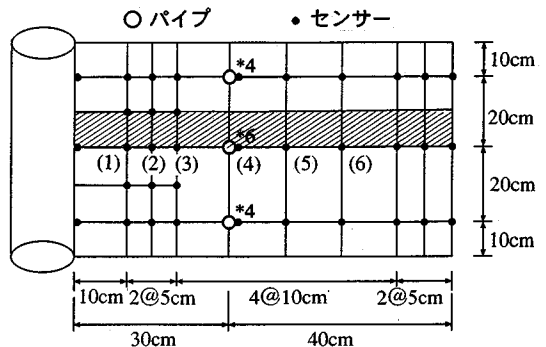


図-6 温度センサーの配置

外部境界 (中心部のアルミ缶) には恒温装置からの水をビニールパイプに循環させ, 缶内部の水温を一定温度に保たせるものとする。アルミ缶周辺砂中には, 外壁より 30 cm の位置にビニールパイプを図-5 のように螺旋状に埋め込み, 外部境界とは別系統の恒温装置によって作られた温水または冷水を循環させることにした。このビニールパイプ内の水温を制御手法によってコントロールすることにより, 地中の着目点での温度を制御する。

現象はアルミ缶の中心, 鉛直方向を軸とした軸対称問題と考えることができるので, 制御解析は円筒の半鉛直断面で行えばよい。解析対象断面の概念を図-6 に示す。

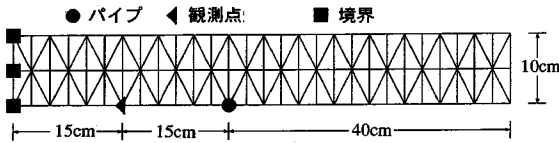


図-7 有限要素モデル

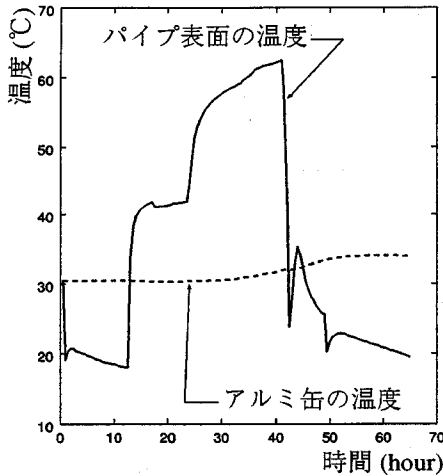


図-8 同定解析に用いた境界条件

制御用パイプ，熱電対（K型）を用いた温度センサーは図に示す位置に設置されている。

(2) 砂の熱伝導率の同定

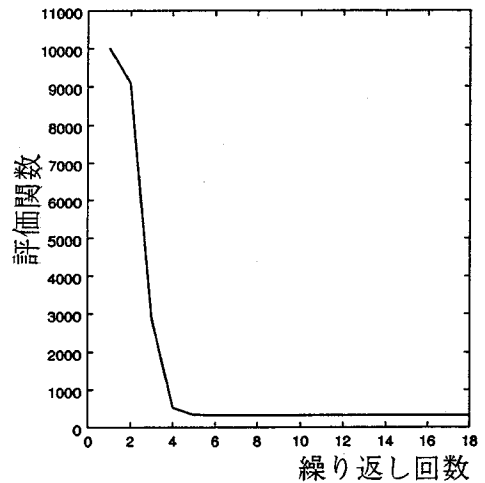
制御解析に先立ち，砂の熱伝導率の同定を行った。図-6中の網掛の部分解析領域とした。また，この部分の有限要素モデルを図-7に示す。

現象が軸対称であること，鉛直方向に温度分布が一樣であることを考慮すれば，解析領域は当該領域で充分であると判断した。砂はほぼ均質に締め固めてあると考えられるため，熱伝導率は全領域において一定であるものと仮定した。また，密度と定圧比熱を乗じた値として，砂の一般的な値， $\rho C = 2,000,000 \text{ J/m}^3\text{K}$ を用いることとした。

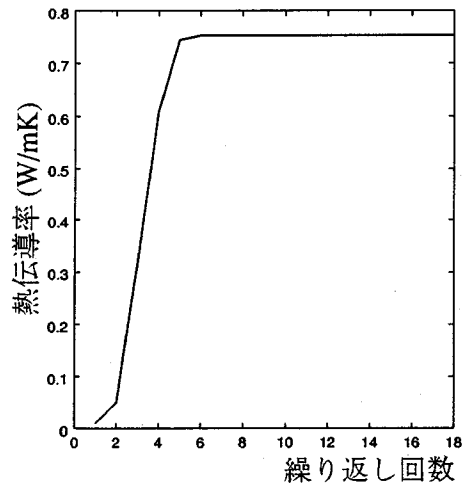
同定解析に用いた境界条件を図-8に示す。

図-8は約3日間の間にパイプ内の水温を変化させることにより得たパイプおよび外部境界（アルミ缶の水温）の温度の境界条件を示す。図-7中，■，●の位置にこの境界条件を与え，▲点での実測値と計算値の残差が最小となる熱伝導率を3節で述べた手法で同定した。図-9(a)に評価関数の推移，図-9(b)に同定の結果を示す。

砂の熱伝導率は，繰返し約5回で $k = 0.75 \text{ W/mK}$ に



(a) 評価関数の推移

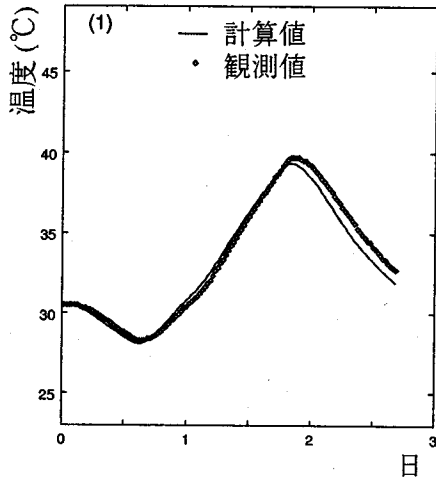


(b) 熱伝導率の収束状況

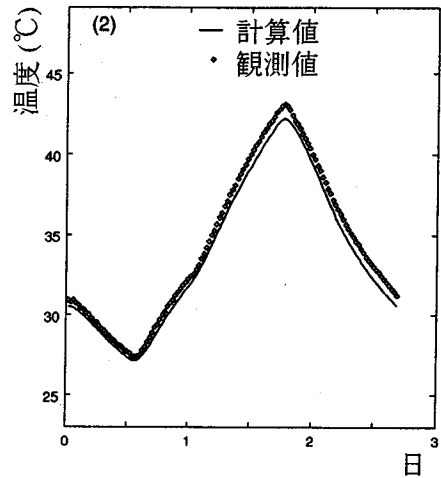
図-9 熱伝導率の同定結果

収束していることがわかる。この熱伝導率を用いた場合の実測値（観測点の位置は，図-6参照）と計算値を比較したものを図-10に示す。これと比較すると最大で約 2°C 程度の差異が認められるものの，全ての点で両者はよく一致しているものと考えられる。したがって，以下の制御解析においては，砂の熱伝導率として $k = 0.75 \text{ W/mK}$ を用いることとした。一般に未凍結上の熱伝導率は含水比等により異なるが，概ね $0.8 \sim 4.0 \text{ W/mK}$ の範囲にある²¹⁾。ここで得られた熱伝導率はこの範囲の下限よりやや小さいものの，物理的に妥当なオーダーの値であると考えられる。

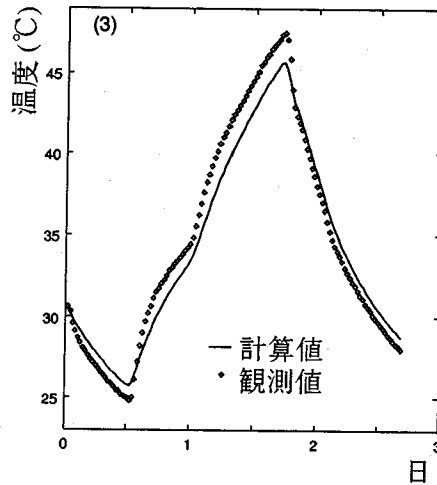
ここで行った室内実験では，温度の境界条件が明瞭で



(a) 観測点(1)



(b) 観測点(2)



(c) 観測点(3)

図-10 観測点における温度の比較

あり、同定には理想的な境界値、計測値が用いられていると考えられる。しかしながら、実際の地盤に対する解析では、解析領域を有限な領域に限定しなければならないため、全ての境界における温度、温度勾配等が必ずしも明確であるとは限らない。このような場合については、外気温と地中温度の計測を行い、数値計算に用いる境界条件を別途確認しておく必要がある。

また、ここで扱ったモデルは r 方向に1次元の軸対称問題であり、同定されるパラメータは1つであったが、3節で述べたように、本手法で同定されるパラメータは複数であっても構わない。ただし、複数の土質から構成される地盤において同定を行う場合においては、各層に

最低1点以上、現象の周期の3倍程度の観測点および観測時間が必要である。

(3) 最適制御解析

以上の実験装置を用いて制御実験を行うに先立ち、理想的な制御状態すなわち最適制御手法を用いた地温制御のシミュレーションを行う。

制御計算においても同定の場合と同様に図-7の有限要素モデルを用いる。ここでは、外部境界(■点)の温度を25°C一定とした条件のもとに、観測点(▲点)の温度を、

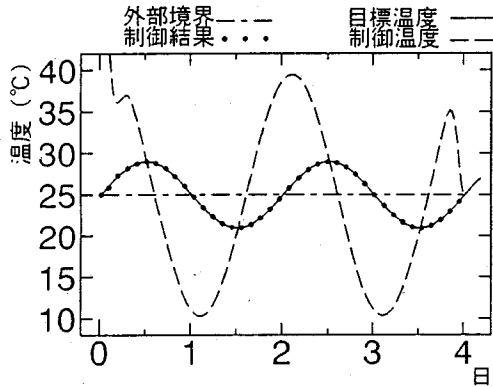


図-11 最適制御計算結果

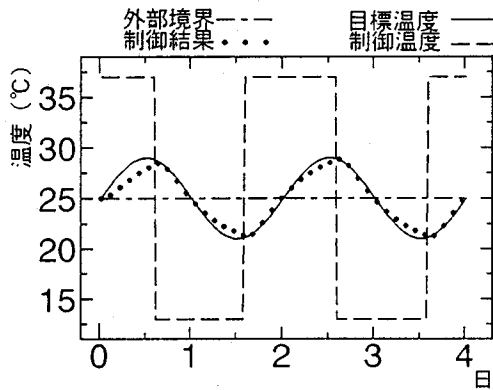


図-12 Bang bang 制御計算値

$$T^* = 25 + 4 \sin \frac{2\pi}{T} t \quad (33)$$

にするような観測点 (●点) での制御温度を求める。ただし、式(33)中 T は周期を表し、ここでは24時間とした。制御計算の結果を図-11に示す。

図中実線は外部境界の温度、一点鎖線は最適制御計算により得られた制御温度である。制御を行った場合の観測点での温度は黒丸で表されているが、これは式(33)に完全に一致している。

本計算では理論上任意の点での温度を制御可能であることが確認された。しかしながら、最適制御計算では制御すべき温度の幅が広く、またここで示した例では、制御すべき温度が目的温度の関数に似た関数形となっている。このような制御は実際問題、恒温器の性能や操作性等の問題により困難である。したがって次項において、区間毎に一定の制御を繰り返す Bang bang 制御を適用した結果について述べる。

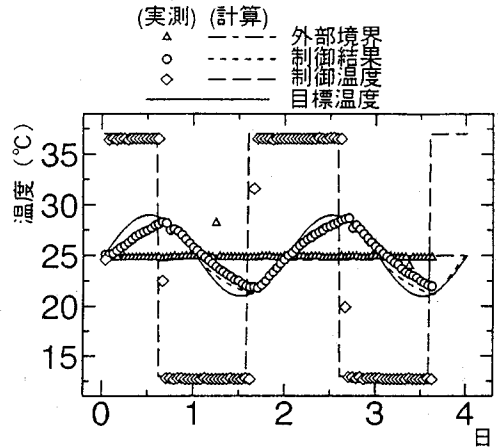


図-13 Bang bang 制御結果

(4) Bang bang 制御解析

Bang bang 制御に用いる外部境界、目的温度は、前例と同様である。制御温度の拘束条件を、

$$13^\circ\text{C} < u < 37^\circ\text{C} \quad (34)$$

とした。図-12に観測点での目標温度、計算で求められた制御温度およびそれらの条件のもとに計算された観測点での温度を示す。Bang bang 制御の理論により計算された観測点での温度は、目標温度を良く表現しているといえる。次に、計算された制御温度の通りに実験システムのパイプの温度の設定を試みた結果を図-13に示す。図-13によれば、制御温度そのものも、計算通りに与えることが可能である。結果として観測された実際の地温は、図-12の計算結果同様目標温度を実用上十分な程度に近似していると考えられる。

ただし、Bang bang 制御を含む最適制御理論は、外部境界条件が制御時間全域にわたり既知であることが前提となっている。したがって、事前に境界の温度がある程度予測できない場合には、本システムを適用することはできない。

6. まとめ

地盤材料の熱伝導率の同定手法および最適制御理論に基づく地盤の温度制御手法からなる地盤制御システムについて述べた。本研究で得られた知見を以下に示す。

(1) 室内地温計測実験の結果をもとに、本論文で提案した同定手法により標準砂の熱伝導率を推定した。その結果同定された熱伝導率が妥当な値であると確認された。

(2) 最適制御理論を用いることにより、地盤内の任意点の温度を理論上最適に制御できることが示された。し

かしながら、現実にはこのような制御を行うことは困難である。それに代わる方法として、区間毎に一定の温度制御を行う Bang bang 制御を適用することにより、実用上十分な制御を行うことが可能であることを確認した。

(3) Bang bang 制御を含む最適制御理論は、外部境界条件が制御時間全域にわたり既知であることが前提となっている。したがって、事前に境界の温度がある程度予測できない場合には、本システムを適用することはできない。

以上、外部境界条件がある程度事前に予測できるような問題に対しては、本システムが有効であることを室内実験、数値実験を通して示した。適用問題に制限はあるものの、気温の日格差等周期的な外的境界条件をもつ問題も多く、本システムがそれらの問題に対して適用可能であると考えられる。

謝辞：本研究を遂行するにあたり佐藤工業株式会社中央技術研究所土木研究部、金子典由、児玉敏雄両氏の協力を得た。記して厚く感謝の意を表する。

参考文献

- 1) たとえば、佐藤邦明、伊藤洋：地下空洞周辺の伝熱に関する研究、土木学会論文集、第363号/II-4、pp.97-106、1985。
- 2) Sadeghipour, J. and Yeh, W.W-G.: Parameter identification of groundwater aquifer models: A generalized least square approach, *Water Resour. Res.*, Vol. 20, pp.971-979, 1984.
- 3) Yeh, W.W-G.: Review of parameter identification on procedure in groundwater hydrology: The inverse problem. *Water Resour. Res.*, Vol. 22, pp.95-108, 1986.
- 4) Carrera, J. and Neuman, S.P.: Estimation of aquifer parameters under transient and steady conditions: 1-3, *Water Resour. Res.*, Vol. 22, pp.199-242, 1986.
- 5) Kodama, T., Tsurumi, N. and Kawahara, M.: A study on estimation of aquifer parameters in unsteady seepage flow, *Proc. ASCE Hydraulic Engineering*, San Diego, pp.1269-1274, 1990.
- 6) 本城勇介、森嶋章：地下水浸透流解析モデルのパラメータ推定：推定の不確実性とその予測への影響、土木学会論文集、No. 400/III-10, pp.215-224, 1988.
- 7) Kodama, T. and Kawahara, M.: Estimation of aquifer parameters in saturated-unsaturated seepage flow analysis, *Theoretical and Applied Mechanics*, Vol. 39, pp.85-89, 1990.
- 8) Kaneko, N., Kodama, T. and Kawahara, M.: Estimation of eddy viscosity coefficient in a periodic shallow water equation, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 112, pp.165-183, 1994.
- 9) 桜井春輔、武内邦文：トンネル掘削時における変位計測結果の逆解析法、土木学会論文報告集、No.337, pp.137-145, 1983.
- 10) 門田俊一、斎藤悦郎、和久昭正、後藤哲雄：繰り返しカルマンフィルターによる異方性岩盤物性の同定と地下空洞計測管理への適用、土木学会論文集、No. 406/III-11, pp.107-116, 1989.
- 11) 鈴木誠、石井清：拡張カルマンフィルターによる土質定数の空間分布推定、土木学会論文集、No. 406/III-11, pp.71-78, 1989.
- 12) 須藤敦史、星谷勝：EK-WLI法と有限要素法を用いた逆解析、土木学会論文集、No. 446/I-19, pp.177-185, 1992.
- 13) Meier, L., Larson, R.E. and Tether, A.J.: Dynamic programming for stochastic control of discrete systems, *IEEE Trans. Automatic Control*, Vol. AC-16, pp.767-775, 1971.
- 14) Sage, A.P. and White, C.C. III: *Optimum system control*, second ed., p.413, Prentice Hall, 1977.
- 15) 柳沢栄司、山河篤史：対流を考慮した地盤の熱伝導解析、第29回土質工学研究発表会、pp.1147-1148, 1994.
- 16) 嘉納秀明：システムの最適理論と最適化、コンピュータ制御機械システムシリーズ3、p.304、コロナ社、1989.
- 17) Navon, I.M., Zou, X., Derber, J. and Sela, J.: Variational data assimilation with the N.M.C. spectral model part 1: A diabatic model tests, *Monthly Weather Review*, Vol. 120, pp.1433-1446, 1992.
- 18) Sakawa, Y. and Shindo, Y.: On global convergence of an algorithm for optimal control, *IEEE Trans. on Automatic Control*, Vol. AC-25, pp.1149-1153, 1980.
- 19) Umetsu, T., Tanaka, Y. and Kawahara, M.: Optimal control of flood using finite element method, *Proc. JSCE*, Vol. 446/I-19, pp.11s-20s, 1992.
- 20) Zou, X., Navon, I.M., Berger, M., Phua, M.K., Schlick, T. and LeDimet, F.X.: Numerical experience with limited-memory Quasi-Newton and Truncated Newton methods, *SIAM J. Optimization*, Vol. 3, pp.582-608, 1993.
- 21) 土質工学会編：土質工学ハンドブック、pp.58-59, 1982. (1994.11.14 受付)

STUDY ON PARAMETER IDENTIFICATION AND CONTROL OF GROUND TEMPERATURE

Keiichi KOJIMA, Seiichi SUZUKI and Mutsuto KAWAHARA

A numerical thermal management system for ground structure is presented. The system consists of two parts, i.e. the identification analysis of the thermal conductivity and the thermal control analysis for the ground. The former is carried out by using the nonlinear least squares method and the latter is based on the optimal control theory. The formulations of these methods are presented and they are applied to an laboratory test. A reasonable thermal conductivity of the ground is identified by parameter estimation method and the ground temperature is actually controled as illustrated by numerical and experimental study.