

乱れ強度モデルに基づく河川の 再ばっ気係数の推定式

平山公明¹・松尾友矩²・今岡正美³・平山けい子⁴

¹正会員 工博 山梨大学助教授 工学部土木環境工学科 (〒400 山梨県甲府市武田四丁目3-11)

²正会員 工博 東京大学教授 工学部都市工学科 (〒113 東京都文京区本郷七丁目3-1)

³正会員 工博 山梨大学教授 工学部土木環境工学科 (〒400 山梨県甲府市武田四丁目3-11)

⁴正会員 農博 山梨大学助手 工学部土木環境工学科 (〒400 山梨県甲府市武田四丁目3-11)

これまでに開水路で測定された酸素移動係数の値を整理し、酸素移動係数と水面付近の乱れパラメータの関係を検討した。乱れパラメータは水深や摩擦速度などのマクロな水理量から推定した。

実験水路での測定結果を中心に考察したが、再ばっ気現象に対するエネルギー逸散率モデルと乱れ強度モデルの適用性の比較をおこない、乱れ強度モデルの有効性を示した。また、自然河川を含む開水路の測定結果は、およそ3つのグループに分けられることを指摘した。そして、攪拌槽での測定結果との比較もふまえて、乱れ強度モデルにもとづいた、河川での再ばっ気係数を求めるための関係式を導いた。

Key Words : oxygen transfer, reeration, turbulence intensity, energy dissipation, open channel

1. はじめに

河川の溶存酸素濃度は、河川の水質環境を支配する一つの要因である。河川水中の酸素は、空気中から水中への移動、再ばっ気、によって供給される。酸素濃度の低下を防ぐには、汚濁源である有機物濃度を抑えることが重要であるが、もう一方で、河川の再ばっ気による酸素移動速度を把握することが必要である。

再ばっ気能力は再ばっ気係数 (K_2)、または、酸素移動係数 (K_L) によって評価される。河川でのこれらの係数を推定するために多くの実験式や理論式が提案されている。著者らは理論的な関係を、エネルギー逸散率を水理的要因として取り込んだ「エネルギー逸散率モデル」と乱れ速度の平方根2乗平均値(以下“乱れ強度”)を水理的要因として取り込んだ「乱れ強度モデル」に分け、攪拌槽での酸素移動係数の温度依存性を検討することにより、乱れ強度モデルの優位性を指摘した¹⁾。

河川や実験水路では酸素移動係数の測定が数多くおこなわれている²⁾¹³⁾。乱れ強度モデルが有効であるためには、このような河川や水路などでの酸素移動係数の測定結果に対してモデルが適用可能でな

ければならない。本研究では、河川や水路での酸素移動係数の測定結果を用いて乱れ強度モデルの開水路への適用性を検討した。また、エネルギー逸散率モデルと乱れ強度モデルとの比較、すなわち、酸素移動係数を推定するのにエネルギー逸散率から求めるのがよいのか、乱れ強度から求めるのがよいのかについても併せて考察し、結論として河川での再ばっ気係数を求める関係式を示した。

2. 酸素移動モデル

河川に溶解している物質は、通常、濃度でその量がまず把握される。したがって、河川や水路での酸素移動速度は、濃度をベースにした次式で示される再ばっ気係数として求まる。

$$\frac{dC}{dt} = K_2(C_s - C) \quad (1)$$

ここに、 C : 溶存酸素濃度 [mg/l]

C_s : 飽和溶存酸素濃度 [mg/l]

t : 時間 [s]

K_2 : 再ばっ気係数 [1/s]

である。

一方、物質移動の基本的概念は単位面積単位時間あたりの移動量であるfluxであるので、モデル的には次式で示される物質（酸素）移動係数 K_L をいかに表現するかという点が重要である。

$$J = K_L (C_s - C) \quad (2)$$

ここに、 J : 酸素移動flux [gs^{-1}m^2]

K_L : 酸素移動係数 [cm/s]

である。式(1)、(2)より K_2 と K_L は次式で関係づけられる。

$$K_L = K_2 (V/A) \quad (3)$$

ここに V : 水の体積 [m^3]

A : 接触面積 [m^2]

である。

酸素移動、ないし物質移動に関するモデルは多くのもが提案されている。本研究ではその中で、既報¹⁾においてもおこなった、以下の例のような、酸素移動係数が物理量と指数的な関係にあるものを念頭においている。

酸素移動係数の拡散係数に対する依存性については、多くの研究者が次式に示すDankwertsの表面更新モデル¹⁴⁾を用いている。

$$K_L = \sqrt{D_m \gamma} \quad (4)$$

ここに、 D_m : 拡散係数 [cm^2/s]

γ : 表面更新率 [$1/\text{s}$]

である。

酸素移動係数を推定するためのモデルは、式(4)中の表面更新率 γ をどのように表わすかが重要である。しかし、どのモデルの表面更新率の定義も、理論的な展開で得られるというよりは、次元的な関係を満たすものを用いるという意味合いが強い。

いろいろなモデルが提案されているが、モデルの違いのひとつは、表面更新率の定義の違いである。

「1/時間」の次元をもつ表面更新率は、二通りの定義の仕方がある。エネルギー逸散率ないし供給率（長さ²/時間³の次元をもつ）と動粘性係数を用いれば次式のように定義できる。

$$\gamma = (G/\nu)^{1/2} \quad (5)$$

ここに、 G : エネルギー逸散または供給率 [cm^2/s^3]

ν : 動粘性係数 [cm^2/s]

である。また、表面更新率は「1/時間」の次元を持つので、次式のように「速度/長さ」でも定義できる。

$$\gamma = u/l \quad (6)$$

ここに、 u : 速度のスケール [cm/s]

l : 長さのスケール [cm]

である。長さのスケールは表面張力、密度、速度を用いると次元解析的に、次式のように定義できる。

$$l = \sigma / \rho u^2 \quad (7)$$

ここに、 ρ : 密度 [g/cm^3]

σ : 表面張力 [g/s^2]

である。

モデルのもうひとつの違いは、Kolmogoroffの最小渦の特性を用いるのか、エネルギー保有渦の特性を用いるのかという点である。最小渦の特性を用いるならばエネルギー逸散率が、エネルギー保有渦の特性を用いるならば乱れ強度が、モデルに組み込まれる。

酸素移動係数とエネルギー逸散率との関係（エネルギー逸散率モデル）は、以下の関係が提案されている。

式(6)、(7)の速度のスケールにKolmogoroffの最小渦の流速スケールを用いれば、次式が得られる^{9),15)}。

$$K_L = C_1 \sqrt{D_m (\rho/\sigma) (\nu \varepsilon)^{3/4}} \quad (8)$$

ここに、 C_1 : 定数 [-]

ε : エネルギー逸散率 [cm^2/s^3]

である。また、式(5)の G にエネルギー逸散率を用いれば次式となる¹⁶⁾。これは結局、式(4)の表面更新率にKolmogoroffの最小渦の周波数を用いたことになる。

$$K_L = C_2 \sqrt{D_m (\varepsilon/\nu)^{1/2}} \quad (9)$$

ここに、 C_2 : 定数 [-]

である。式(8)、(9)の指数を小数の形にすると次式となる。

$$K_L = C_1 D_m^{0.5} \rho^{0.5} \sigma^{-0.5} \nu^{0.375} \varepsilon^{0.375} \quad (8')$$

$$K_L = C_2 D_m^{0.5} \nu^{-0.25} \varepsilon^{0.25} \quad (9')$$

エネルギー逸散率の指数に注目して、それぞれ、0.375乗エネルギー逸散率モデル、0.25乗エネルギー逸散率モデルと呼ぶことにする。

酸素移動係数と乱れ強度の関係（乱れ強度モデル）は、以下の関係が提案されている。

式(6)、(7)の速度のスケールに乱れ強度を用いると、次式が得られる¹⁷⁾。

$$K_L = C_3 \sqrt{D_m (\rho/\sigma) u'^3} \quad (10)$$

ここに、 C_3 : 定数 [-]

u' : 乱れ強度 [cm/s]

である。また、式(5)の G に、乱れ強度を用いて水面への乱れエネルギーの供給率を次元解析的に定義したものをを用いれば、次式が得られる¹⁸⁾。

$$K_L = C_4 \sqrt{D_m \left\{ (\rho u'^5/\sigma) / \nu \right\}^{1/2}} \quad (11)$$

ここに、 C_4 : 定数 [-]

である。式(11)は、攪拌槽で測定した K_L と乱れ強度の関係を説明するモデルを得ようとして示されたものである。式(10)、(11)の指数を小数の形にすると次式となる。

$$K_L = C_3 D_m^{0.5} \rho^{0.5} \sigma^{-0.5} u'^{1.5} \quad (10')$$

$$K_L = C_4 D_m^{0.5} \rho^{0.25} \sigma^{-0.25} \nu^{-0.25} u'^{1.25} \quad (11')$$

乱れ強度の指数に注目して、それぞれ、1.5乗乱れ強度モデル、1.25乗乱れ強度モデル、と呼ぶことにする。

著者らは K_L の温度依存性の検討をおこない、上に述べた4つのモデルの中では、1.25乗乱れ強度モデルが温度依存性をもっとも良く説明できることを指摘している¹⁾。本研究では別の観点、すなわち、モデルの開水路への適用性という観点から検討するが、したがって、乱れ強度モデルは1.25乗モデルを検討の対象とする。また、乱れ強度モデルの開水路への適用性をこれまでに提案されているエネルギー逸散率モデルと比較する意味で、2つのエネルギー逸散率モデルも比較・検討の対象とする。

3. 検討方法

基本的には、酸素移動係数とエネルギー逸散率、乱れ強度の関係を調べる。

著者らは水面付近での水理的要因が酸素の移動速度を決める大きな要因であると考えている。その意味で、移動速度の指標は、面積あたりの移動量を示す酸素移動係数がより重要であるといえる。一方、モデルの適合性の検討は、多くの場合 K_2 を用いておこなわれている。 K_2 は水深の影響を大きく受けるため、 K_2 によりモデルの適合性を検討すると、水深による影響が大きく現れて、モデル自体の適合性が把握しにくくなる。そのため、本研究では酸素移動速度のパラメータとして K_L を用いて検討をおこなう。なお、本研究で用いた K_L は、水温20℃、底はeでの値である。 K_2 から K_L への変換には次式を用いた。

$$K_L = K_2 H \quad (12)$$

ここで、 H ：水深 [m]

である。また、20℃での値の変換には温度係数を1.024として次式を用いた¹⁹⁾。

$$K_{L20} = K_L \theta^{20-t} \quad (13)$$

ここに、 K_{L20} ：20℃での K_L [cm/s]

K_{Lt} ： t ℃での K_L [cm/s]

θ ：温度係数 [-] (=1.024)

t ：水温 [℃]

である。

開水路での酸素移動現象において、乱れ強度モデルの適用性の検討やエネルギー逸散率モデルと乱れ強度モデルの比較をおこなうためには、開水路での酸素移動係数の値とともに、乱れ強度やエネルギー逸散率の値を知る必要がある。酸素移動速度の測定

がおこなわれた開水路では流速や水深などのマクロな水理パラメータは測定されていても、乱れ強度やエネルギー逸散率は測定されていないため、測定されている水理パラメータから乱れ強度やエネルギー逸散率を推定する必要がある。

流速や水深などの基本的な水理パラメータから乱れ強度とエネルギー逸散率を推定するために、今本²⁰⁾による開水路での乱れ特性量の普遍関数表示と、橋津²¹⁾による開水路での乱れ強度に関する検討結果を用いた。彼らは乱れ特性量の鉛直方向の分布と、流速、水深、摩擦速度などの基本的な水理パラメータとの関係を調べている。

今本は開水路でのエネルギー逸散率を、実験式として、次のように表わした²⁰⁾。

$$\frac{\varepsilon}{(U_*^3 / H)} = 0.36 \left(\frac{z}{H} \right)^{-1} \quad (14)$$

ここで、 z ：底からの距離 [m]

U_* ：摩擦速度 [m/s]

である。空气中から水中への酸素移動の律速要因は水面付近にあるため、乱れ特性量は水面付近での値が重要である。水面付近のエネルギー逸散率は式(14)において $z=H$ と置き、数値を丸めると、次式で表される。

$$\varepsilon_s = 0.4 (U_*^3 / H) \quad (15)$$

ここに、 ε_s ：水面付近でのエネルギー逸散率 [m^2/s^3] である。

また、橋津は開水路の乱れ強度の測定結果から次の関係を得ている²¹⁾。

$$\frac{u'}{U_*} = 2.30 \exp \left(\frac{-z}{H} \right) \quad (16)$$

したがって、水面付近の乱れ強度は式(16)中で $z=H$ と置くと次式で与えられる。

$$u'_s = 0.85 U_* \quad (17)$$

ここに、 u'_s ：水面付近での乱れ強度 [m/s]

である。乱れ強度は摩擦速度から推定するのが本来の方法であろうが、橋津はさらに、乱れ強度と平均流速との関係についても検討を加えている。その結果によれば、水面付近での乱れ強度は次式でも表される。

$$u'_s = 0.05 U \quad (18)$$

ここに、 U ：平均流速 [m/s]

である。式(18)は摩擦速度が得られない場合に用いた。

本研究ではこのようにして求めた水面付近での乱れパラメータを用いて、 K_L との関係を検討する。

本研究で検討に用いた開水路での酸素移動係数の測定者、測定内容をTable 1に示す。このうち、 K_L が0.01 cm/sを越える比較的高い値が得られている

Table 1 K_L data and hydraulic parameter ranges in open channels

No.	researcher	type of channel	K_L -determining procedure	number of data	K_L (cm/s)	depth (m)	velocity (m)	friction velocity (m/s)	Fr (-)	width (m)	reference No.
(1)	O'Connor & Dobbins	stream	DO balance	32	0.0005-0.005	0.2-5.0	0.05-1.3	0.03-0.1	0.015-0.2	unknown	2)
(2)	Churchill et al	stream	DO balance	29	0.0015-0.0075	0.6-3.5	0.55-1.4	0.06-0.15	0.14-0.4	27-200	3)
(3)	Owens et al	stream	DO balance	32	0.001-0.024	0.1-0.75	0.04-0.6	0.03-0.16	0.02-0.4	3-12	4)
(4)	Murakami	lab. channel	DO balance	25	0.0005-0.0035	0.04-0.33	0.15-0.45	0.008-0.021	0.1-0.4	0.3	5)
(5)	Murakami	stream	DO balance	4	0.0015-0.0042	0.45-2.0	0.5-0.9	0.065-0.08	0.18-0.25	unknown	5)
(6)	Thackston & Krenkel	lab. channel	DO balance	52	0.0008-0.006	0.01-0.07	0.1-0.7	0.01-0.08	0.2-1.2	0.6	6)
(7)	Krenkel	lab. channel	DO balance	57	0.001-0.013	0.02-0.06	0.07-0.65	0.015-0.1	0.1-1.0	0.3	7)
(8)	Wilcock	stream	tracer (meth. chloride)	6	0.01-0.013	1.1-1.4	0.7-0.9	0.08-0.09	0.2	25	8)
(9)	Cleveland	stream	tracer (Krypton-85)	109	0.0002-0.004	0.2-1.9	0.01-0.9	unknown	0.004-0.5	1-35	9)
(10)	Tsivoglou et al	stream	tracer (Krypton-85)	15	0.0012-0.004	0.5-1.0	0.08-0.2	unknown	0.03-0.09	unknown	10)
(11)	Friedmann & Blanc	stream	tracer (propane)	3	0.0015-0.0025	0.35-0.5	0.04-0.08	unknown	0.02-0.04	5.6-6.2	11)
(12)	Gameson et al	stream	DO balance	6	0.01-0.02	0.1-0.13	0.2-0.35	unknown	0.2-0.31	5.3-6.0	12)
(13)	Negulescuc & Roianski	lab. channel	DO balance	8	0.002-0.006	0.05-0.15	0.2-0.6	unknown	0.1-0.5	0.2	13)

のは、Owensら、Krenkelら、Wilcock、Gamesonらの測定結果である。また、Wilcock、Friedmannら、Gamesonらの結果は水理パラメータの範囲が小さく、類似の水理的条件下の結果であると解釈されるものであろう。

4. 検討結果

(1) 摩擦速度が得られるデータを用いた検討

a) K_L と乱れパラメータの関係

式(15)、(17)を用いてエネルギー逸散率や乱れ強度を推定するには、摩擦速度を求める必要がある。したがってエネルギー勾配ないしは水路勾配の値が必要である。Table 1の中から摩擦速度が得られているデータを用い、式(15)、(17)を用いて水面付近のエネルギー逸散率、乱れ強度との関係を調べたものを、Fig. 1~3に示す。これらの図から、

(1) K_L は、エネルギー逸散率、乱れ強度、いずれの乱れパラメータによっても一意的に定まてはいない、とくに、ThackstonらとKrenkelのデータはエネルギー逸散率、乱れ強度のいずれで整理しても2~3倍程度Krenkelの結果が大きくなる、

(2) エネルギー逸散率で整理するとThackstonらのデータが低めの K_L をとる傾向にある、

(3) 乱れ強度で整理するとOwensらとKrenkelのデータが高い K_L をとる傾向にある、ことが指摘できる。

(1)に関して、Table 1に示されるように、ThackstonらとKrenkelのデータは水路幅が異なる以外は非常に似た条件でおこなっている。それにもかかわらず、 K_L は2~3倍程度異なっている。この点に関しては、測定者のThackstonらも疑問を持ち確認の実験をおこなっている。最終的には、側壁の効果により幅の小さな水路が大きい K_L を持つ可能性を述べているが、詳細は不明であるとしている。また、Thackstonらによる結果は自然河川に適用で

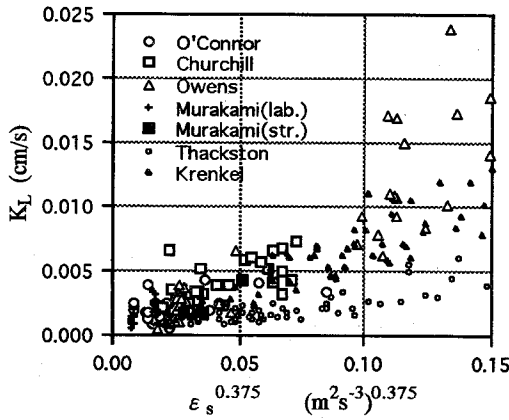


Fig. 1 $K_L - \varepsilon_s^{0.375}$ relation

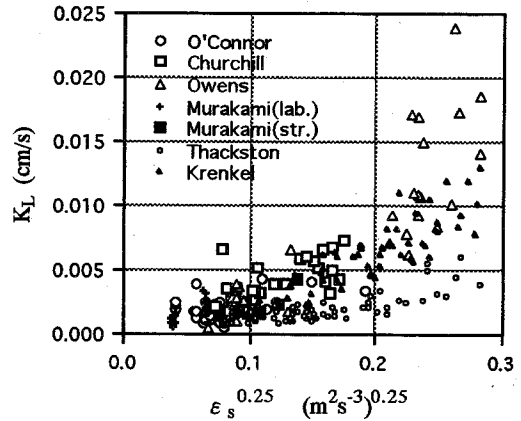


Fig. 2 $K_L - \varepsilon_s^{0.25}$ relation

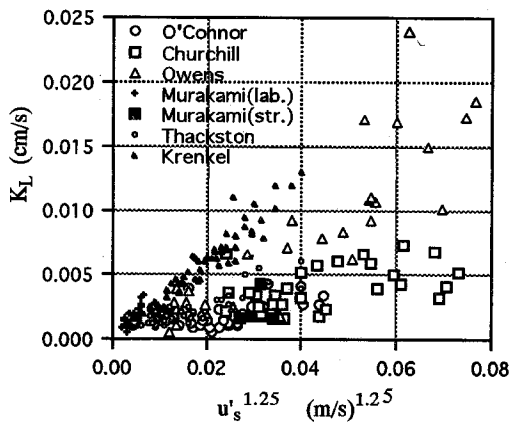


Fig. 3 $K_L - u_s'^{1.25}$ relation

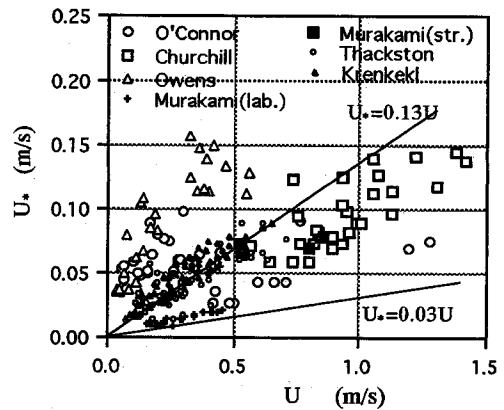


Fig. 4 relationship between U and U_*

きるが、Krenkelの結果は自然河川への適用性に疑問があるとしている⁶⁾。しかし、自然河川への適用性を K_L の値だけで判断しているので、ここではひとまず、両者の結果をともに検討の対象とする。その場合、基本的に性質が異なると考えられるデータを含むのであるから、Fig. 1～Fig. 3のようなグラフの、全体のばらつき具合からモデルの妥当性を判断するのは、適切でないと思われる。

ThackstonらとKrenkelの結果が異なることを含めて、式(15)または(17)から得られる乱れパラメータによって K_L が一意的に定まらない理由は、エネルギー逸散率または乱れ強度は単独で K_L を決定するパラメータではないからという可能性もあるが、その他に、エネルギー逸散率、乱れ強度の二つのパラメータに関わっている摩擦速度が正しく得られていないためという可能性もある。これらの点に関して以下に若干の検討をおこなう。

b) 摩擦速度に関する検討

まず、摩擦速度に関して検討する。摩擦速度と流

速の関係をFig. 4に示す。Fig. 4によると、河川のデータではOwensらのものとO'Connorらの一部のデータが平均流速に対して大きい摩擦速度の値($U_* / U \approx 0.4$)を示していることがわかる。

U_* / U がどの程度の値をとるのか対数分布則をもとに検討する。対数分布則に基づけば、平均流速公式は次式となる。

滑面水路に対して

$$U / U_* = 3.0 + 2.5 \left\{ \ln(U_* / U) + \ln(UR / \nu) \right\} \quad (19)$$

粗面水路に対して

$$U / U_* = 6.0 + 2.5 \ln(R / k) \quad (20)$$

である。ここに、 R : 径深 [m]

k : 粗度 [m]

である。したがって、 U_* / U の値は滑面水路では平均流速と径深により、粗面水路では径深と粗度により変わってくる。河川での流速が0.1～1.5m/s、水深が0.1～2m程度であると考え、 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2 / \text{ s}$ として、滑面水路での U_* / U は0.03 ($UR = 3 \times$

$10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ の時) ~ 0.06 ($UR=1 \times 10^2 \text{ cm}^2/\text{s}$ の時)となる。粗面水路における k/R の値は、オーダ的には k を底面の凹凸の高さ、 R を水深と考えれば、極端な場合を除いて0.5より大きくなることは考えにくい。 $k/R=0.5$ のとき、 $U_*'/U=0.13$ となるので、開水路においては U_*'/U の値はおおむね0.03 \sim 0.13にあると考えられる。したがって、この範囲から高い方に大きくはずれているOwensらとO'Connorらの一部のデータは、水理パラメータが正しく測定されていない可能性がある。以下、これらのデータはこの点を考慮して扱うこととする。

c)フルード数に関する検討

再び気は大气から水中への酸素の移動であるため、酸素の移動量に関しては大气と水との接触面積も関係する。再び気係数 K_2 から酸素移動係数 K_L への変換に式(12)を用いたということは、水が流れていても接触面積は静水での値にほぼ等しいと考えていることを意味する。したがって、接触面積を過小評価しているかもしれないので、式(12)によって求めた K_L は過大評価している恐れもある。

水が流れているときの水面の凹凸はフルード数に依存すると考えられている^{6),15),22)}。フルード数と摩擦速度の関係をFig. 5に示す。摩擦速度が大きくなるとフルード数は大きくなる傾向にある。全般に自然水路でフルード数は小さく(0.5以下)、実験水路では大きい。実験水路の中では村上によるものがフルード数は全般に小さい(0.4以下)。逆に、Thackstonらによるものは最も大きく、1を越える値も見られる。同じ摩擦速度で比較するとフルード数はThackston \approx 村上 $>$ Krenkel $>$ 河川、の順に大きい値を示している。

今仮に、Thackstonらの K_L の測定結果が河川に適用できるとする。 $u_*'=0.06 \text{ m/s}$ 程度($0.06^{1.25} \approx 0.03$)では河川のフルード数は約0.1、Thackstonらの実験水路のフルード数は1である。Fig. 6に K_L と $u_*'^{1.25}$ の関係を示した。 $u_*'^{1.25}=0.03$ あたりではThackstonらの結果と河川での結果とはほぼ重なっているため、 K_L に及ぼすフルード数の影響はあまり大きくないことがうかがえる。

d)データの特徴

ここで、各データの水理パラメータの特徴について触れる。ある程度はTable 1からもわかるが、Fig. 4, 5も参考にすると以下の点が特徴として挙げられる。

河川のデータに関しては、Churchillらのデータは流速が大きくなりその範囲が広い、O'Connorらのデータは小さな流速のデータがかなり含まれている、Owensらは流速がやや小さい。フルード数について

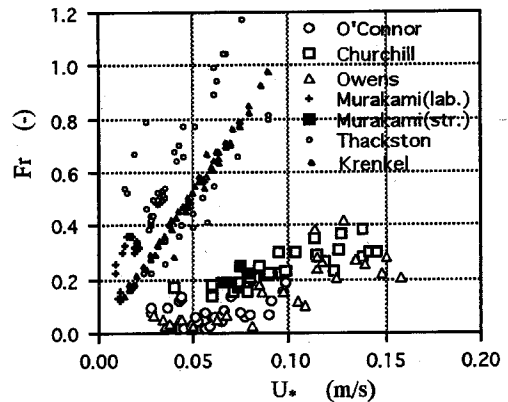


Fig. 5 Relationship between Fr and U_*' .

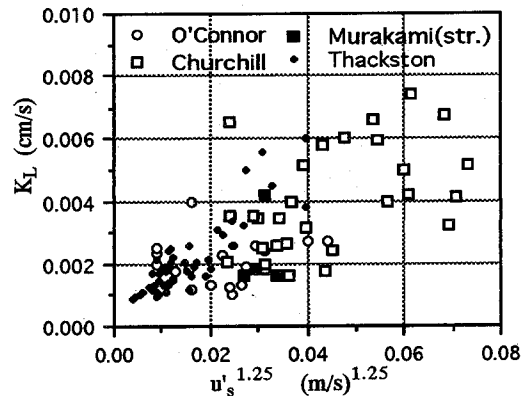


Fig. 6 K_L - $u_*'^{1.25}$ relation of four researchers

では、O'Connorらのが他に比べるとやや小さい。

実験水路に関しては、村上のデータが他の2つの測定例に比べ水理パラメータの範囲が小さいといえる。また、村上は、実験水路にしては深い水深でおこなっているのも特徴である。また、前にも述べたように、ThackstonらとKrenkelのデータは水路幅以外は類似の条件で測定をおこなっているにも関わらず、 K_L の値は2 \sim 3倍程度Krenkelの結果が大きい。

河川において K_L を測定することは、実験水路に比較して困難であることは容易に想像できるし、Fig. 4, 5にも見られるように、水理パラメータの関係が実験水路ほど秩序だっていない。したがって以後においては、実験水路の測定結果を用いて K_L と乱れパラメータとの関係を検討する。

e)実験水路における検討

ThackstonらとKrenkelの結果を用いて検討する。この2組の測定は水路幅が異なる以外は類似の水理条件でおこなわれているが、 K_L の値は2 \sim 3倍程度異なっている。いずれかが正しいのか、どちらも正しいのか明確でないが、 K_L の乱れパラメータへの依存性に関しては少なくともいずれかの結果が正

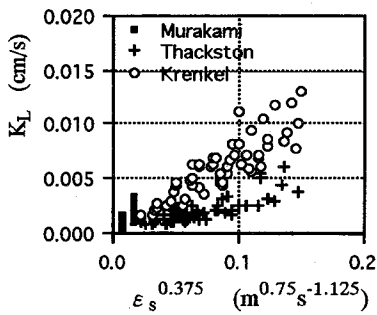


Fig. 7 $K_L - \epsilon_s^{0.375}$ relation in laboratory channels

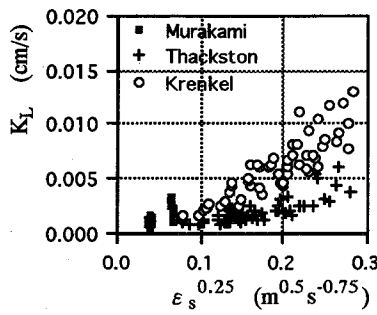


Fig. 8 $K_L - \epsilon_s^{0.25}$ relation in laboratory channels

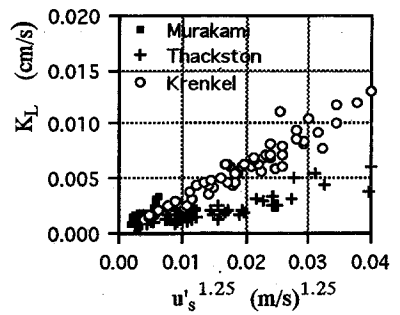


Fig. 9 $K_L - u_s'^{1.25}$ relation in laboratory channels

Table 2 Best fit equations between K_L and turbulence parameters

data	best fit equation	R^2	95% confidence interval of exponent
Thackston	$K_L = 0.024 \epsilon_s^{0.37} + 0.0002$	0.67	0.29~0.44
	$K_L = 0.063 u_s'^{1.06} + 0.0002$	0.74	0.88~1.23
Krenkel	$K_L = 0.082 \epsilon_s^{0.41} + 0.0002$	0.86	0.36~0.45
	$K_L = 0.352 u_s'^{1.31} + 0.0002$	0.95	1.23~1.39

(unit: [K_L]=cm/s, [ϵ_s]= m^2/s^3 , [u_s']=m/s)

しい関係を反映していると考えて検討をおこなう。

Fig. 1~3の実験水路の結果のみを改めてFig. 7~9に示す。村上のデータはこれらの図に示されるように乱れパラメータはほぼ2点しかなく、それも小さな値であるので、検討の対象から除外する。乱れがない静止水面での K_L が0.0002cm/s程度である^{23),24)}ことを考慮して、 K_L と乱れパラメータの関係を次の式で整理し、その指数の値を求めてみた。

$$K_L = C_5 \epsilon_s^\alpha + 0.0002 \quad (21)$$

$$K_L = C_6 u_s'^\beta + 0.0002 \quad (22)$$

ここに、 C_5, C_6 : 定数

である。最小自乗法で求めた指数の値をTable 2に示す。

Table 2のエネルギー逸散率の指数の値は、Thackstonらの結果に対しては0.37、Krenkelの結果に対しては0.41となっている。0.375には近い値であるが、95%の信頼区間を考慮しても、0.25からはかなり離れている。したがって、0.25乗エネルギー逸散率モデルが適用できるとは考え難い。実際、Fig. 8に示すように、乱れがゼロの時 K_L もほぼゼロであるとすると、 K_L と $\epsilon_s^{0.25}$ の関係はやや上に凸の関係となっている。Table 2からは、エネルギー逸散率を乱れパラメータとして組み込むならば、0.25乗モデルよりも0.375乗モデルの方が適切であると思われる。

一方、Table 2の乱れ強度の指数はThackstonらの結果に対しては1.06、Krenkelの結果に対しては1.31となっている。これは1.25にかなり近い値である。 K_L と $u_s'^{1.25}$ の関係はFig. 9に示されるように直線的な関係となっている。したがって、1.25乗乱れ強度モデルは実験水路に対して適用できるといえる。

次に、 K_L の水深の依存性から検討をおこなう。ThackstonらとKrenkelの測定は、大部分が水路幅に対する水深の比が1割以下なので、径深の代わりに水深を用いて、摩擦速度を次式で表せるものと仮定する。

$$U_* = \sqrt{gTH} \quad (23)$$

ここに、 l : エネルギー勾配または水路勾配である。この関係を式(15)、(17)に代入するとつぎの関係が得られる。

$$\epsilon_s = C_7 l^{1.5} H^{0.5} \quad (24)$$

$$u_s' = C_8 l^{0.5} H^{0.5} \quad (25)$$

C_7, C_8 は定数である。 K_L の H と l の依存性に注目すると、エネルギー逸散率モデルの式(8')、(9')は次の式(26)、(27)となる。

$$K_L = C_9 l^{0.562} H^{0.1875} \quad (26)$$

$$K_L = C_{10} l^{0.375} H^{0.125} \quad (27)$$

C_9, C_{10} は定数である。また、1.25乗乱れ強度モデルの式(11')は次の式(28)となる。

$$K_L = C_{11} l^{0.625} H^{0.625} \quad (28)$$

Table 3 Best fit equation parameters for laboratory channel data

data	best fit equation	R ²	95% confidence interval of I-exponent	95% confidence interval of H-exponent
Thackston	$K_L=0.114 I^{0.46} H^{0.48}$	0.74	0.37~0.55	0.28~0.68
Krenkel	$K_L=1.267 I^{0.62} H^{0.74}$	0.96	0.59~0.65	0.64~0.85

(unit: [K_L]=cm/s, [H]=m)

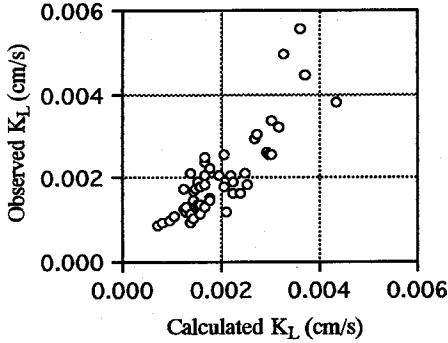


Fig. 10 Comparison of observed and calculated K_L for Thackston's data

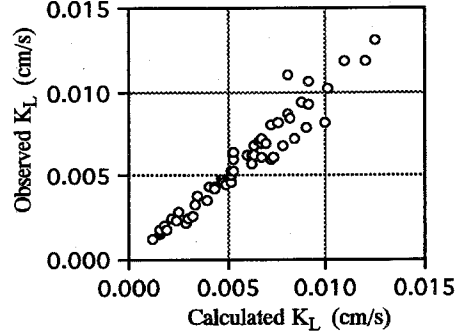


Fig. 11 Comparison of observed and calculated K_L for Krenkel's data

C₁₁は定数である。両モデルの違いはHの指数に大きく現れている。すなわちエネルギー逸散率モデルではK_LはほとんどHに依存しないが、乱れ強度モデルではHに0.6~0.7乗程度で依存することになる。

ThackstonらとKrenkelのデータを用いて、K_LのH、Iの依存性を検討する。式(29)のような関係を仮定してデータを回帰させたときの、各指数の値をTable 3に示す。

$$K_L = C_{12} I^{\alpha} H^{\beta} \quad (29)$$

C₁₂は定数である。また、回帰式から得られるK_Lと測定値の関係をFig. 10, 11に示す。K_Lは式(29)で、かなり良く回帰されているといえる。

Table 3に示されたHの指数はThackstonらの結果に対しては0.48、Krenkelの結果に対しては0.74である。これらの値は95%の信頼区間を考慮しても、エネルギー逸散率モデルによる指数の値、0.1875や0.125に比べると相当大きい。それに比較すると、乱れ強度モデルによるHの指数の値0.625は、実測された値に近い。ThackstonらやKrenkelの測定は、実験水路の測定なのでHが小さいところでの結果ではあるが、K_LのHの依存性からは、エネルギー逸散率モデルより乱れ強度モデルのほうが適用性が高いことが示唆される。

以上、開水路でのK_Lの測定結果による検討からは、再ばっ気現象に乱れ強度モデルを適用することは、無理な展開ではなかろう。しかも、K_Lの温度依存性に関しては、エネルギー逸散率モデルよりも、

乱れ強度モデルの方が温度依存性を適切に説明できることが指摘されている¹⁾。K_Lと乱れ強度の関係を整理し、乱れ強度モデルに基づいた再ばっ気係数の推定式を提示することは、意義のあることだと考えられる。以下では、摩擦速度が得られていないK_Lの測定結果も加えた考察をおこない、乱れ強度モデルにもとづく再ばっ気係数の推定式を導く。

(2) 摩擦速度の得られないデータも用いた検討

摩擦速度を求めるには勾配が必要だが、K_Lの他に流速と水深のみを測っているデータもたくさんある(Table 1, No. (9)~(13))。これまでに乱れ強度モデルの再ばっ気現象への適用性を指摘したが、これらのデータも加えて1.25乗乱れ強度モデルを適用したときのK_Lの分布について考察する。

摩擦速度が得られている場合(Table 1, No. (1)~(8))には式(17)、摩擦速度が得られない場合(Table 1, No. (9)~(13))は、式(18)により水面付近の乱れ強度を推定する。水面での乱れ強度で整理したK_Lの分布をFig. 12に示す。Fig. 12では点が重なっていてわかりにくいので、模式的な図をFig. 13に示す。K_Lはおよそ3つのグループに分けられる。乱れ強度の増加に対してK_Lの増加が緩やかなグループ(増加率=0.05(cm/s)/(m/s)^{1.25}、グループ(a))、乱れ強度の増加に対してK_Lが急激に増加するグループ(増加率=2(cm/s)/(m/s)^{1.25}、グループ(c))、二つの中間のグループ(増加率=

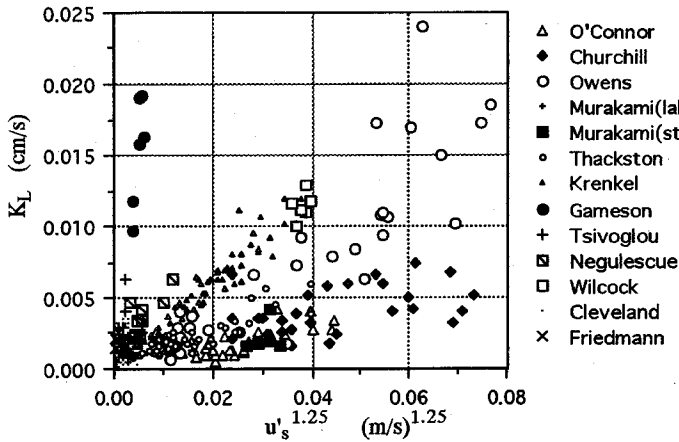


Fig. 12 Relation between K_L and $u_s^{1.25}$

$0.25(\text{cm/s})/(\text{m/s})^{1.25}$, グループ (b)) である。

グループ (a) に属するものは, O'Connorら, Churchillら, 村上の河川のデータ, Clevelandの一部のデータ, Thackstonらのデータであり, 河川でのデータはこのグループに属するものが多い。グループ (b) に属するのはOwensら, Wilcock, Krenkel, 村上の実験水路のデータであるが, Owensらのデータは水理パラメータが正しく得られていない可能性があることを前に指摘した。そして, グループ (c) に属するのはGamesonら, Tsivoglouら, Friedmannら, のものである。また, 攪拌槽での測定例としては, 表面での乱れ強度が 0.03 m/s ($0.03^{1.25} \approx 0.012$) のとき K_L が約 0.0025 cm/s や約 0.002 cm/s であるとの報告がある¹⁸⁾²⁵⁾。これはグループ (a) ないし (b) に近いところに位置するが, グループ (c) からは大きく離れている。この点も考慮に入ると, グループ (c) の関係が河川で一般的に当てはまるとは考えにくい。多くの場合, 河川ではグループ (a) か (b) の関係が当てはまると考えられる。

(3)河川での K_2 の推定式の提示

河川での酸素移動係数を求めるのに使いやすいように, グループ (a), (b) の関係を, 次式の関係をあてはめて求める。

$$K_L = C_{13} u_s^{1.25} + 0.0002 \quad (30)$$

ここで, C_{13} : 定数, 単位は, $[K_L] = \text{cm/s}$, $[u_s] = \text{m/s}$ である。

グループ (a) に対しては,

$$K_L = 0.088 u_s^{1.25} + 0.0002 \quad (31)$$

グループ (b) に対しては,

$$K_L = 0.30 u_s^{1.25} + 0.0002 \quad (32)$$

が得られる。式 (31) と式 (32) とでは3倍程度

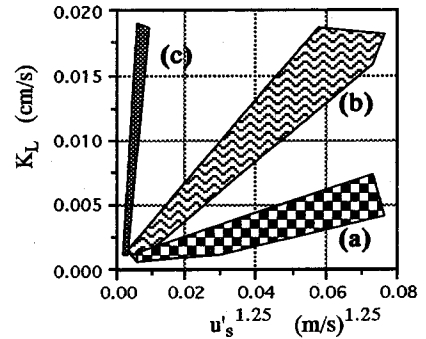


Fig. 13 Schematic diagram of relation between K_L and $u_s^{1.25}$

の開きがある。両式を再ばっ気係数 K_2 と水深などのより基本的な水理パラメータの関係に書き直すと, 式 (31) は,

$$K_2 = (260 I^{0.625} R^{0.625} + 0.17) / H \quad (33)$$

式 (32) は,

$$K_2 = (880 I^{0.625} R^{0.625} + 0.17) / H \quad (34)$$

となる。上の2式において R は径深, H は水深で, 単位は, $[K_2] = \text{d}^3$ (底はe), $[R] = \text{m}$, $[H] = \text{m}$ である。この2式の適用範囲は, Table 1 に示されるデータの範囲から考えると, $Fr < 0.5$, $U_* < 0.15 \text{ m/s}$ となる。

Fig. 12において K_L のデータがいくつかのグループに分かれるのが必然かどうかは明確でないが, 少なくとも次の4つの原因が可能性として考えられる。

(1) 横軸の乱れパラメータが適当でない。すなわち, 乱れの評価指標が正しくない。(2) 乱れパラメータとマクロな水理パラメータとの関係が正しく把握されていない。(3) K_2 から K_L に変換するときに, 接触面積が正しく評価されていない。(4) K_2 自体が正しく計測されていない。今の段階では何が原因かを明らかにすることはできないが, 少なくとも, 式 (33) または (34) の関係が成り立つと考えれば, K_L または K_2 の値を3倍程度の幅で推定できる。 K_2 推定における実用上のオーダーの評価においては式 (33), (34) の両式は, ほぼ同程度とみなせる。

グループ (a) の K_L は 0.01 cm/s 以下である。攪拌槽で K_L が 0.01 cm/s を越える場合というのは気泡を巻き込むような流れの場合である。攪拌槽の結果が河川にそのまま当てはまるかどうかは不明な部分もあるが, 河川のデータの多くがグループ (a) に属していることから考えて, 石が水面から出ている流れや激しい流れや風の強い流れでなければ, グループ

プ (b) よりはグループ (a) の関係が当てはまると考えるのが妥当であろう。

5. おわりに

これまでに測定された、開水路での K_L の値を整理し K_L と乱れパラメータの関係について検討した。開水路での K_L の測定、特に野外水路での測定は多くの困難が伴うと思われる。ゆえに、得られている値が全て正しいとは必ずしもいえないため、 K_L と乱れパラメータの関係については実験水路での結果を中心に検討した。その結果、乱れ強度を乱れパラメータとして組み込む、1.25乗乱れ強度モデルが開水路に適用可能であることがうかがえた。また、乱れ強度モデルに基づいた、河川での K_L または K_2 を推定するための関係式、式 (33) を示した。

開水路での K_L または K_2 を推定するための水理パラメータをどのようにモデルに導入すれば良いのかという点を、開水路での測定結果をもとに検討するにはいくつかの問題がある。たとえば、気液接触面積が静水時の面積に対してどの程度増加するのか、再ばっ気係数は正しく求まっているのか、などである。これらの点について部分的には本論文でも検討したが、なお問題点は残っている。これらの問題点も含めて、開水路の再ばっ気係数の推定方法、現象のモデル化についてはさらに検討が必要であると考えている。

参考文献

- 1) 平山公明, 松尾友矩, 今岡正美, 平山けい子: 温度係数の適合性にもとづく再ばっ気モデルの比較, 土木学会論文集, No. 485/II-26, pp. 121-129, 1994.
- 2) O'Connor, D. J. and Dobbins, W. E.: The mechanism of reaeration in natural streams, *Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE*, Vol. 82, No. SA 6, pp. 1115.1-1115.30, 1956.
- 3) Churchill, M. A., Elmore, H. L. and Buckingham, R. A.: The prediction of stream reaeration rates, *Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE*, Vol. 88, No. SA 4, pp. 1-46, 1962.
- 4) Owens, M., Edwards, R. W. and Gibbs, J. W.: Some reaeration studies in streams, *Int. Journal of Air and Water Pollution*, Vol. 8, pp. 469-486, 1964.
- 5) 村上健: 河川における再ばっ気, 第6回衛生工学研究討論会講演論文集, Vol. 6, pp. 45-52, 1970.
- 6) Thackston, E. L. and Krenkel, P. A.: Reaeration prediction in natural streams, *Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE*, Vol. 95, No. SA1, pp. 65-94, 1969.
- 7) Bennett, J. P. and Rathbun, R. E.: Reaeration in open-channel flow, *U. S. Geological Survey Professional Paper* 737, p. 75, 1972.
- 8) Wilcock, R. J.: Study of river reaeration at different flow rates, *Journal of Environmental Engineering, ASCE*, Vol. 114, No. 1, pp. 91-105, 1988.
- 9) Cleveland, K. D.: Predicting reaeration rates in Texas streams, *Journal of Environmental Engineering, ASCE*, Vol. 115, No. 3, pp. 620-632, 1989.
- 10) Tsivoglou, E. C., Cohen, J. B., Shearer, S. D. and Godsil, P. J.: Tracer measurement of stream reaeration. II. Field studies., *Journal Water Pollution Control Federation*, Vol. 40, No. 2, pp. 285-305, 1968.
- 11) Friedmann, B. F. and Blanc, F. C.: Measurement of stream reaeration rate coefficients using propane gas, *Air Water Mass Transfer*, ASCE, New York, pp. 322-332, 1991.
- 12) Gameson, A. L. H., Truesdale, G. A. and Downing, A. L.: *Journal of Institution of Water Engineers*, Vol. 9, No.7, pp. 571-594, 1955.
- 13) Negulescu, M. and Rojanski, V.: Recent research to determine reaeration coefficient, *Water Research*, Vol. 3, pp. 189-202, 1969.
- 14) Danckwerts, C. V.: Significance of liquid-film coefficients in gas absorption, *Industrial and Engineering Chemistry*, Vol. 43, No. 6, pp. 1460-1467, 1951
- 15) Dobbins, W. E.: BOD and oxygen relationships in streams, *Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE*, Vol. 90, SA3, pp. 53-78, 1964.
- 16) 粟谷陽一, 敷田和久: 開水路流れにおける表面ばっ気速度について, 土木学会西部支部研究発表講演概要集, pp. 193-194, 1973.
- 17) Levich, V. G.: *Physicochemical hydrodynamics*, Prentice-Hall Inc., pp. 689-700, 1962.
- 18) 平山公明, 今岡正美, 松尾友矩: 表面ばっ気における酸素吸収, 下水道協会誌, Vol. 17, No. 197, pp. 21-30, 1980.
- 19) Elmore, H. L. and West, W. F.: Effect of water temperature on stream reaeration, *Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE*, Vol. 87, No. SA6, pp. 59-71, 1961
- 20) 石原藤次郎編: 水工水理学, 丸善, pp. 148-165, 1972.
- 21) 橋津家久: 開水路乱流の乱れ強度に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 261, pp. 67-76, 1977.
- 22) Dobbins, W. E.: BOD and oxygen relationships in streams (Discussion closure), *Journal of the Sanitary Engineering Division, ASCE*, Vol. 91, No. SA 5, pp. 49-55, 1965
- 23) 平山公明, 今岡正美, 松尾友矩: 攪拌槽での乱れと酸素移動速度, 第17回衛生工学研究討論会講演論文集, Vol. 17, pp. 100-105, 1981
- 24) 松本順一郎, 高橋克夫, 遠藤銀明: 酸素移動に及ぼす温度の影響について, 土木学会第30回年次学術講演会講演概要集第2部, pp. 578-579, 1975
- 25) 平山公明, 今岡正美, 松尾友矩: 表面ばっ気に関する基礎的研究, 第12回水質汚濁研究に関するシンポジウム講演集, pp. 55-60, 1978

(1994. 11. 4 受付)

PRESENTATION OF AN EQUATION FOR ESTIMATING REAERATION COEFFICIENTS BASED ON A TURBULENCE INTENSITY MODEL

Kimiaki HIRAYAMA, Tomonori MATSUO, Masaharu IMAOKA
and Keiko KATAYAMA-HIRAYAMA

Relationship between oxygen transfer coefficients and turbulence parameters near air-water interface is examined using oxygen transfer coefficients measured in open channels by many researchers. Turbulence parameters are estimated from common hydraulic parameters such as depth and friction velocity.

The examination is made mainly with measurements in laboratory channels. Some problems in applying energy dissipation model to open channels and usefulness of 1.25 power turbulence intensity model are shown. It is indicated that oxygen transfer coefficients measured in open channels including natural streams fall into three groups. Comparing with measurements in stirred vessels, an equation based on a turbulence intensity model for estimating reaeration coefficients of rivers is presented.