

# 固体粒子の一樣沈降により誘起される乱流場と振動格子乱流の相互作用に関する研究

玉井昌宏<sup>1</sup>・村岡浩爾<sup>2</sup>・清水一博<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 大阪大学助手 工学部土木工学科 (〒565 吹田市山田丘2-1)

<sup>2</sup>正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科 (同上)

<sup>3</sup>愛媛県西条地方局建設部建設第1課 (〒793 西条市神拜甲150-1)

平均流動の変化を介さない固体粒子と乱流との直接的な相互作用の定量化のために、粒子を一樣に沈降させることにより誘起される乱流場と振動格子乱流との相互作用に関する水理実験ならびに数値計算を実施した。水理実験により、従来より指摘されてきた乱流強度の抑制増幅の変調が振動格子乱流場においても生じること、粒子混入により乱流強度が異方的に変調されることなどが明らかになった。Parthasarathy et al. の理論を基礎として、直接的相互作用に関わる諸項を誘導した。同項をレイノルズ応力モデルに導入することにより、実験結果の傾向を良好に予測した。

**Key Words :** two-phase flow, turbulence modulation, particle, numerical simulation

## 1. 序 論

固体粒子と乱流の相互作用の主たる研究対象は、a) 乱流中の粒子運動に関する問題と、b) 粒子混入による乱流構造の変化に関する問題である。乱流の取扱いのレベルにおいても、a) のみを考慮する場合を1方向モデル、両者を考慮するものを2方向モデルと呼ぶことができると考えられる。また、特異な例として、b) のみを考慮する場合を「逆1方向モデル」と呼ぶことにしよう。1方向モデルあるいは2方向モデルというレベルは粒子あるいは流体の運動方程式と乱流諸量の保存方程式との間で一致していなければならないの言うまでもない。

一般的に1方向モデルを基礎とする問題、つまり a) のみが問題となる現象においては、粒子運動に対してラグランジュ方程式を用いることが有利であるとされている。乱流中の粒子運動という課題に対しては、決定論的モデルから確率論的モデルへの進展により解決が図られてきた<sup>1)</sup>。一方、2方向モデルを基本とする現象に対して、粒子混入による乱流変調に関する研究が盛んに実施されてきた。レーザードップラー流速計の開発・応用により多くの精緻な乱流計測結果が提示されている<sup>2), 3)</sup>。しかしながら、それらの実験結果は現象理解の一助とはなっていないものが現状である<sup>4)</sup>。それは、a) と b) の影響を定量的に分離することできないことや、複数の乱流変調のメカニズムが混在しているために実験

結果のモデル化や定式化が困難であることに原因している。

このような状況をふまえて、なるべく単純な流動システムにより、粒子と乱流場の相互作用を明らかにしようとする研究が Lance et al.<sup>5)</sup>, Schreck et al.<sup>6)</sup>, Parthasarathy et al.<sup>7)</sup> (以下では P-F と記す。) 等により実施されている。しかしながら、このように単純な乱流場においても得られた結論はまちまちである<sup>8)</sup>。粒子混入による乱流変調の定量化、定式化のためには、メカニズムについてできる限りターゲットを絞ることが重要であると考えられる。

本研究では、課題解決のために、2つの視点を設けた。第1に「逆1方向モデル」が適用可能な乱流場を対象とすること、第2に平均流動場の変化を介さない直接的乱流変調<sup>8)</sup>のみを抽出することである。具体的方法としては、振動格子乱流場にその流体運動に追従しないような比較的粗な粒子を空間的に一樣に沈降させて、粒子後流の集合体と振動格子乱流の相互作用について検討した。水理実験を実施するとともに、P-F の粒子沈降により生じる乱流場に関する理論を援用した乱流モデルによる数値計算を実施した。

## 2. 実験の概要

### (1) 実験方法

図-1に実験装置の概要を示す。実験は高さ40cm、幅と奥行き25cmの亚克力製の水槽を用いる。概ね一

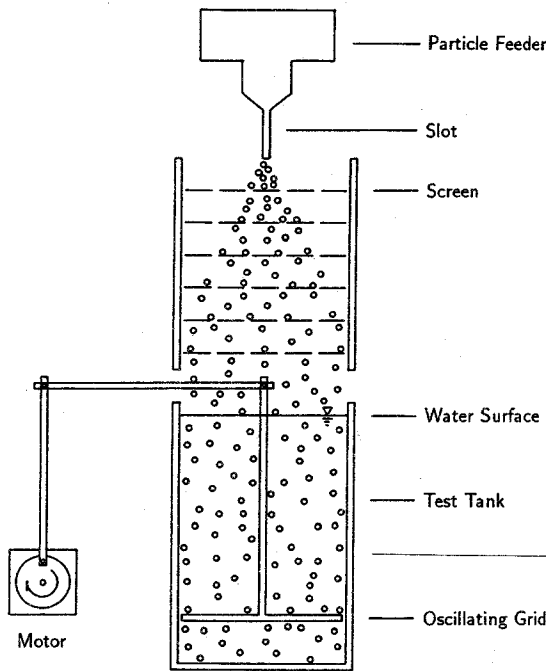


図-1 実験装置の概要

様な粒径のガラスビーズが定流量で供給され、水槽上方に設置された粒子分散装置を通して、水槽内に平面的に一様に投入される。粒子分散装置は6枚の金網のスクリーンにより構成されている。粒子の分散状況は直径4.5cmの円筒形の容器により一定時間ガラスビーズを回収し、粒子体積の平面分布により評価した。水平面内5cmメッシュで合計25点において計測された体積分布の分散は5%以下となっている。

水槽底面上方5cmの位置に、水槽底面と平行になるようにアクリル製の格子を設置している。これをモーターで垂直に振動させることにより振動格子乱流を形成させる。格子の幾何形状はThompson et al.<sup>9)</sup>や室田ら<sup>10)</sup>が用いたものと同様であり、格子要素1cm角、要素間隔 $M = 5\text{cm}$ のアクリル製である。起振機は格子の運動が正弦的且つ鉛直方向に限定されるように工夫されている。格子の振幅は $S = 9.5\text{cm}$ で一定として、格子の振動周波数を変化させることにより、乱流特性を制御する。振動格子乱流の特性については、Thompson et al.やHopfinger et al.<sup>11)</sup>の研究があり、これらの研究成果と比較検討することにより、装置の特性や問題点についてチェックした。

ガラスビーズの平均粒径 $d_p$ は1mmと3mmであり、その諸元を表-1に示す。 $U_p(\text{cm/s})$ : 静水中での単一粒子の自由沈降速度、 $Re_d$ : 粒子レイノルズ数であり次式

表-1 ガラスビーズの諸元

$d_p$	$U_p$	$Re_d$	$C_D$
1.0	15.4	154	0.9
3.0	31.2	935	0.7

により計算される。

$$Re_d = \frac{U_p d_p}{\nu} \quad (1)$$

$\nu = 0.01\text{cm}^2/\text{s}$ : 水の動粘性係数である。 $C_D$ : 自由沈降速度より計算される粒子抵抗係数である。単位体積当たりの粒子個数が増加することにより、あるいは振動格子による流体速度変動により、粒子沈降速度が変化することが予想される。しかしながら、可視観測により沈降速度を測定した結果、本実験条件の範囲内では $U_p$ との間に有意な差異は認められなかった。従って、以下の実験と数値解析では粒子沈降速度と抵抗係数はそれぞれ $U_p$ と $C_D$ をそのまま用いるものとする。

本研究では、流体の乱流計測は偏光2次元レーザードップラー流速計を用いる。定点での計測であるために、長さスケールについては計測しない。信号処理方法等については参考文献12)において詳述している。流速信号のサンプリング周波数は200Hzであり、測定時間は100sである。

## (2) 実験条件

実験条件を表-2に示す。ここに、 $f(\text{Hz})$ : 周波数、 $u_0(\text{cm/s})$ : 振動格子乱流の速度スケール、 $L(\text{cm})$ : 振動格子の長さスケールである。 $u_0$ と $L$ は既往の研究成果<sup>10)</sup>に倣い、次式により算出される。

$$u_0 = fS \quad (2)$$

$$L = \sqrt{SM} \quad (3)$$

ここに、 $S(\text{cm})$ : 振動格子の振幅、 $M(\text{cm})$ : 振動格子のメッシュ間隔である。 $q(\text{cm}^3/\text{s})$ : ガラスビーズの投下量、 $\epsilon_p(\text{cm}^2/\text{s}^3)$ : 粒子沈降乱流における乱れの散逸率である。

振動格子乱流を発生させないで粒子だけを一様に沈降させた場合、粒子が失うポテンシャルエネルギーは全て流体の乱流エネルギーに変換され、最終的には粘性により散逸されることになる。つまり、流体の散逸する乱流エネルギーと粒子の失うポテンシャルエネルギーが等しいとの考え方から、 $\epsilon_p$ は次式により算出される。

$$\epsilon_p = \frac{\pi(\rho_p - \rho_f)}{6\rho_f} n g d_p^3 \quad (4)$$

表-2 実験条件

CASE	f	u <sub>0</sub>	d <sub>p</sub>	q	ε <sub>p</sub>	ε̃	d <sub>p</sub> /L	U <sub>p</sub> /u <sub>0</sub>
11L	1.0	9.5	1.0	0.77	1.8	0.014	0.015	1.6
11H	1.0	9.5	1.0	3.0	7.1	0.057	0.015	1.6
12L	2.0	19.0	1.0	0.77	1.8	0.0018	0.015	0.8
12H	2.0	19.0	1.0	3.0	7.1	0.0071	0.015	0.8
31L	1.0	9.5	3.0	0.77	1.8	0.014	0.044	3.3
31H	1.0	9.5	3.0	3.0	7.1	0.057	0.044	3.3
32L	2.0	19.0	3.0	0.77	1.8	0.0018	0.044	1.6
32H	2.0	19.0	3.0	3.0	7.1	0.0071	0.044	1.6
1N	1.0	9.5	-	0.0	0.0	0.0	-	-
2N	2.0	19.0	-	0.0	0.0	0.0	-	-

ここに、 $n(1/\text{cm}^2/\text{s})$  は単位体積当たりの粒子個数と粒子自由沈降速度の積として算出される、粒子個数フラックスである。また、 $\tilde{\epsilon}$ : 無次元散逸率であるが、これについては後述する。なお、1N, 2Nのケースは粒子を投下しない振動格子のみのケースである。

### 3. 粒子/乱れの相互作用のモデル化と数値解法

#### (1) 基礎方程式

本研究では対象とする流動場について、次のような仮定を設ける。

- 1) 粒子は比較的大きいとして、流体運動には追従しないものとする。流体の乱流速度に関係なく、粒子は自由沈降速度により鉛直方向に落下する。
- 2) 対象とする時間・空間スケールにおいては、粒子濃度は一様であるとする。
- 3) 水平面内では各種乱流特性量は一様であるとする。

仮定 1) により粒子濃度は鉛直方向に一様となり、さらに仮定 2) によりその変動量も無視することができる。つまり、粒子の平均流動に関する方程式、粒子拡散方程式については省略する。以下では流体の乱流諸量に関する方程式のみで計算を行う。

振動格子乱流は格子から十分離れた領域についてはある程度等方的な乱流構造であることが知られている。しかしながら、後述のとおり粒子沈降により生じる乱流場は異方性が強い。そこで、ここではいわゆるレイノルズ応力モデルをベースとして解析を行う。

各種乱流相関項の完結については Launder et al.<sup>13)</sup> 等の従来の方法に倣うと、レイノルズ応力テンソルの

輸送方程式は次式のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + U_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = & -[\overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k}] \\ & - \frac{2}{3} \delta_{ij} \epsilon - C_{\phi_1} \frac{\epsilon}{k} (\overline{u_i u_j} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k) + (\phi_{ij} + \phi_{ji})_2 \\ & + C_s \frac{\partial}{\partial x_k} \left\{ \frac{k}{\epsilon} [\overline{u_i u_l} \frac{\partial \overline{u_j u_k}}{\partial x_l} + \overline{u_j u_l} \frac{\partial \overline{u_k u_i}}{\partial x_l} \right. \\ & \left. + \overline{u_k u_l} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_l}] \right\} + P_{ij} \quad (5) \end{aligned}$$

ここに、 $U_k$ :  $k$  方向平均流速成分、 $u_k$ : その乱流成分、 $k$ : 乱れエネルギー、 $\epsilon$ : 乱れエネルギーの散逸率、 $\delta_{ij}$ : デルタ関数である。 $P_{ij}$  は粒子と流体の相対速度による乱れの生成項である。また、右辺第 4 項は次式のように定義される。

$$\begin{aligned} (\phi_{ij} + \phi_{ji})_2 = & -\frac{(c_2 + 8)}{11} (B_{ij} - \frac{2}{3} B \delta_{ij}) \\ & - \frac{(30c_2 - 2)}{55} k \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \\ & - \frac{(8c_2 - 2)}{11} (D_{ij} - \frac{2}{3} B \delta_{ij}) \quad (6) \\ B_{ij} = & -(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k}) \\ D_{ij} = & -(\overline{u_i u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_j} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial U_k}{\partial x_i}) \end{aligned}$$

ここに、 $B$ : 乱れエネルギーの生成率、 $c_2$ : 係数である。平均流動場が存在しないこと、各種乱流相関項に水平方向の勾配がないことなどから、鉛直方向流速変動  $u$  の乱れ強度  $\overline{u^2}$  の保存方程式と乱れエネルギー  $k$  の保存方程式が次のように誘導される。

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial t} - \frac{2}{3} \epsilon - C_{\phi_1} \frac{\epsilon}{k} (\overline{u^2} - \frac{2}{3} k) \\ + C_s \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{k}{\epsilon} \overline{3u^2} \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x} \right) + P_{11} = 0 \quad (7) \end{aligned}$$

$$-\frac{\partial k}{\partial t} - \epsilon + C_s \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{k}{\epsilon} (\overline{u^2} \frac{\partial k}{\partial x} + \overline{u^2} \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial x}) \right\} + P = 0 \quad (8)$$

表-3 乱流モデルの係数値

$C_{\phi 1}$	$C_s$	$C_\epsilon$	$C_{\epsilon 2}$
2.8	0.08	0.13	1.9

ここに、 $P_{ii}$  は粒子/流体の相対速度により生じる  $i$  方向流速の乱れ強度の生成項、 $P = (P_{11} + P_{22} + P_{33})/2$  である。次式は乱れエネルギーの散逸率に関する保存方程式である。

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = -C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + C_\epsilon \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{k}{\epsilon} \overline{u_k u_l} \frac{\partial \epsilon}{\partial x_l} \right) + P_\epsilon \quad (9)$$

同様に変形すると次式を得る。

$$-\frac{\partial \epsilon}{\partial t} - C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} + C_\epsilon \frac{\partial}{\partial x_k} \left( \frac{k}{\epsilon} \overline{u^2} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + P_\epsilon = 0 \quad (10)$$

$P_\epsilon$  は相間相対速度により生じる乱れエネルギーの散逸を表している。

各種係数は表-3のような標準値<sup>14)</sup>を用いる。

## (2) 粒子沈降により生じる流動場のモデル化

流体と粒子群の  $i$  方向の相間応力  $S_i$  は次式のように定義される。

$$S_i = \beta |\vec{U}_s| U_{si} \quad (11)$$

ここに、

$$\beta = \frac{3\Phi\rho_f C_D}{4d_p}$$

$\vec{U}_s$  : 相間の相対速度ベクトル、 $U_{si}$  : その  $i$  方向成分、 $\rho_f$  : 流体密度、 $\Phi$  : 粒子体積率である。仮定により  $\Phi$  の変動を無視する。さらに相対速度ベクトルの変動を無視して、自由沈降速度に等しいとすると、レイノルズ応力に関する保存方程式と同様の手順により、形式的に  $S_i$  から次式のような乱流生成項が誘導される。

$$\overline{s_i u_j} = \frac{3\rho_f C_D}{4} \frac{U_p}{d_p} \overline{u_{si} u_j} \quad (12)$$

$u_j$  :  $j$  方向流体速度変動成分、その他の小文字の変数は先に定義した諸量の変動成分を示している。この項は乱流エネルギーが  $\overline{u_{si} u_j}$  に比例して増加し、その時間スケールが  $d_p/U_p$  であることを示していると考えられる。しかしながら、この項は相間相対速度の変動成分と流体の速度変動の相関がわからなければ計算できない。

さて、P-F は空間的に一様に沈降する粒子により生じる流動場の乱れ強度  $\overline{u_{pi}^2}$  が次式のような関係にあることを示している。

$$\frac{U_p}{d_p} \overline{u_{pi}^2} = \alpha_i \left( \frac{\theta}{d_p} \right)^{2/3} \epsilon_p \quad (13)$$

ここに、 $\theta = (\frac{1}{8} C_D d_p^2)^{1/2}$ 、 $\alpha_i$  : 係数である。また、添字 "p" は沈降粒子により生じることを示し、添字 "i" は  $i$  方向を表している。この関係は粒子周辺の流動につい

て、後流の平均量と変動量を単純に加算することにより求められている。

彼らの対象とした乱流場を基礎方程式により再現し、相間応力項の誘導を試みる。定常な一様乱流場では式(7)(8)(10)における時間項、拡散項が省略できる。さらに、粒子の単位時間に失うポテンシャルエネルギー  $\epsilon_p$  が全て乱流エネルギーとなり、それが乱流エネルギー方程式の  $\epsilon$  により散逸される。また、乱れ強度についても  $\overline{u_{pi}^2}$  のみにより構成されるので、以下のような関係となる。

$$\epsilon = \epsilon_p$$

$$\overline{u_i^2} = \overline{u_{pi}^2}$$

$$k_p = (\overline{u_{p1}^2} + \overline{u_{p2}^2} + \overline{u_{p3}^2})/2 \quad (14)$$

式(7)の鉛直方向流速の乱れ強度の保存方程式における相間応力項は次式のようなになる。

$$P_{ii} = \frac{2}{3} \epsilon_p + C_{\phi 1} \frac{\epsilon_p}{k_p} (\overline{u_{pi}^2} - \frac{2}{3} k_p)$$

$$= \epsilon_p \left[ \frac{2}{3} + C_{\phi 1} \left( \frac{2\alpha_i}{\alpha_1 + 2\alpha_2} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (15)$$

$P = \sum_i P_{ii}/2 = \epsilon_p$  であるから、粒子が沈降してポテンシャルエネルギーを失うような場では、 $P_{ii}$  は乱流エネルギーの増加に一方向的に貢献することになる。また、式(15)の  $C_{\phi 1}$  を含む項は沈降粒子により付加される乱れ成分の異方性を表示する項であり、Lance et al.<sup>5)</sup> が指摘したような、乱れの等方性を助長する項ではない。

$\epsilon_p$  は単位面積当たりの投下量  $q$  と粒子の流体に対する相対密度差  $\rho_* = (\rho_p - \rho_f)/\rho_f$  を用いると次式のように表示される。

$$\epsilon_p = \rho_* g q \quad (16)$$

つまり、乱れ強度あるいは乱れエネルギー方程式内に含まれる相間応力に起因する項は、粒子特性には直接関係せず、投下量のみ関数となる。

$P_\epsilon$  についても  $P_{ii}$  と同様に、粒子が一様に沈降する定常な乱流場を想定し、時間項と拡散項を無視して、式(14)を代入すれば次式のような関係が得られる。

$$P_\epsilon = C_{\epsilon 2} \frac{\epsilon_p^2}{k_p} \quad (17)$$

式(13)の関係を考慮して変形すれば、次式を得る。

$$P_\epsilon = \frac{8C_{\epsilon 2}}{(C_D)^{2/3} \sum_i \alpha_i} \frac{U_p}{d_p} \epsilon_p \quad (18)$$

上式は、粒子沈降により単位時間当たりに生成される乱流エネルギー  $\epsilon_p$  が時間スケール  $d_p/U_p$  で散逸することを意味しており、形式的には式(12)と式(18)は同様であると考えられる。既述のとおり式(8)中の  $P$  が乱れエネルギーの増大のみに貢献することから、粒子混入による乱れ強度の増減を再現するためには乱れエネルギー散逸の生成率を表す  $P_\epsilon$  をいかに正確に見積もる

かが問題となる。式(18)中の未定係数は $\alpha_i$ であり、その決定方法については後述する。

### (3) 基礎方程式の無次元化

振動格子乱流に関する速度スケール $u_0$ と長さスケール $L$ により、各変数について次のように無次元化する。

$$\begin{aligned} \tilde{u}^2 &= \frac{\overline{u^2}}{u_0^2} ; \quad \tilde{k} = \frac{k}{u_0^2} ; \quad \tilde{\epsilon} = \frac{L\epsilon}{u_0^3} ; \\ \tilde{x} &= \frac{x}{L} ; \quad \tilde{t} = \frac{u_0 t}{L} \end{aligned} \quad (19)$$

ここに、 $\tilde{u}^2$ ：鉛直方向流速の無次元乱れ強度、 $\tilde{k}$ ：無次元乱れエネルギー、 $\tilde{\epsilon}$ ：無次元散逸率、 $\tilde{x}$ ：無次元距離、 $\tilde{t}$ ：無次元時間である。これらを用いると、式(7)(8)(10)は次のように規格化される。

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \tilde{u}^2}{\partial \tilde{t}} - \frac{2}{3}\tilde{\epsilon} - C_{\phi 1} \frac{\tilde{\epsilon}}{\tilde{k}} (\tilde{u}^2 - \frac{2}{3}\tilde{k}) \\ + C_s \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left( \frac{\tilde{k}}{\tilde{\epsilon}} 3\tilde{u}^2 \frac{\partial \tilde{u}^2}{\partial \tilde{x}} \right) + \frac{L}{u_0^3} P_{11} = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$$-\frac{\partial \tilde{k}}{\partial \tilde{t}} - \tilde{\epsilon} + C_s \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left\{ \frac{\tilde{k}}{\tilde{\epsilon}} (\tilde{u}^2 \frac{\partial \tilde{k}^2}{\partial \tilde{x}} + \tilde{u}^2 \frac{\partial \tilde{u}^2}{\partial \tilde{x}}) \right\} + \frac{L}{u_0^3} P = 0 \quad (21)$$

$$-\frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial \tilde{t}} - C_{\epsilon 2} \frac{\tilde{\epsilon}^2}{\tilde{k}} + C_{\epsilon} \frac{\partial}{\partial \tilde{x}} \left( \frac{\tilde{k}}{\tilde{\epsilon}} \tilde{u}^2 \frac{\partial \tilde{\epsilon}}{\partial \tilde{x}} \right) + \frac{L^2}{u_0^3} P_{\epsilon} = 0 \quad (22)$$

上式に含まれる粒子流体の相対速度により生じる生成項は次式のようになる。

$$\tilde{P}_{ii} = \frac{L}{u_0^3} P_{ii} = \frac{\epsilon_p L}{u_0^3} \left[ \frac{2}{3} + C_{\phi 1} \left( \frac{2\alpha_i}{\alpha_1 + 2\alpha_2} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (23)$$

$$\tilde{P}_{\epsilon} = \frac{L^2}{u_0^4} P_{\epsilon} = C_{\epsilon 2} \frac{L}{d_p} \frac{U_p}{u_0} \tilde{P} \quad (24)$$

但し、 $\tilde{P} = (\sum_i \tilde{P}_{ii})/2$ である。これらから、3種類の無次元パラメーターがあることがわかる。 $\epsilon_p L/u_0^3$ は粒子により付加される乱流エネルギーの生成率と振動格子乱流のエネルギー散逸率の比率を示している。 $L/d_p$ は振動格子の代表長さスケールと粒子径の比率、 $U_p/u_0$ は粒子の自由沈降速度と振動格子の代表速度スケールの比率である。

### (4) 数値解法

数値解法は道奥ら<sup>14)</sup>と概ね同様の方法を用いた。本研究では定常な乱流場を対象としているが、各種乱流統計諸量の時間項を無視すると数値的に不安定になったことから、ここでは時間項を考慮し、定常状態に達するまで計算を行った。時間項については完全陰解法を用いた。

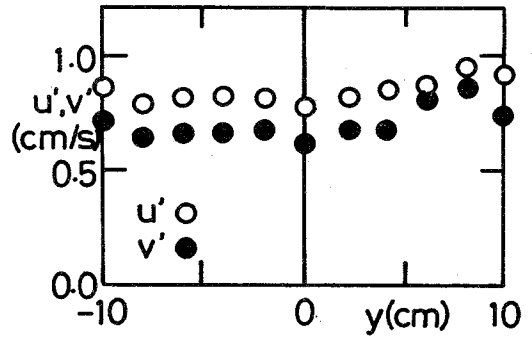


図-2 乱れ強度の断面内分布

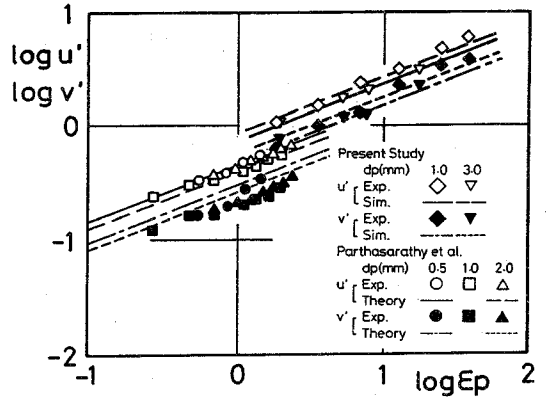


図-3 エネルギー散逸率と乱れ強度の関係

## 4. 結果と考察

### (1) 粒子沈降により生じる乱流場の特性

P-Fに倣い、静水中に単一粒径の固体粒子を一様に沈降させることにより生じる乱流場の特性について検討した。但し、乱れの散逸率の範囲は $1.7 < \epsilon_p < 46(\text{cm}^2/\text{s}^3)$ として、P-Fより高濃度の領域を対象としている。図-2は鉛直方向と水平方向流速変動の乱れ強度の断面内分布である。縦軸は鉛直と水平2方向の乱流強度 $u' (= \sqrt{\overline{u^2}})$ ,  $v' (= \sqrt{\overline{v^2}})$ (cm/s)、横軸は水槽中央からの水平方向距離 $y$ (cm)である。分布は水平方向断面内では概ね一樣になっていることがわかる。ここでは示さないが、水槽水深方向についても概ね一樣な乱流強度となっており、水槽内で一樣な乱流場が形成されているのが確認された。また、鉛直方向乱れ強度は水平方向より大きくなっており、異方的な乱流場であることがわかる。

図-3はエネルギー散逸率と乱れ強度との関係を示している。式(13)に基づいて、各実験について直線で回帰すれば、今回の実験値はP-Fより2倍程度大きい値となっている。粒子のポテンシャルエネルギーは相間相対速度により生じる乱流により散逸されるだけでな

く、水槽内に生じる平均的な流動の形成とも強く関係している。P-Fの実験では0.7~6.0mm/sの平均流速が形成されたのに対して、今回の実験では平均流速は1mm/s以下であった。従って、粒子の位置エネルギーから乱流への変換については、今回の実験の方が効率的であったことが予想される。しかしながら、乱流特性は平均粒径のみならず粒子の形状特性や粒径のバラツキにも強く影響されると考えられる。また、高濃度であるために粒子間の干渉沈降が顕著になり、それにより乱流特性が変化したとも考えられ、これらの点については明確ではない。鉛直方向乱れ強度  $u'$  は粒子濃度に関わりなく水平方向  $v'$  の1.4倍程度の規模となっており、P-Fと今回の実験値は同様の傾向を示している。

図中にはP-Fの理論と今回の数値計算結果を併せて示している。P-Fは係数 $\alpha_i$ について、理論的に $\alpha_1 = 46.72, \alpha_2 = \alpha_3 = 21.49$ なる値を導出している。但し、添字1は粒子沈降方向であることを、また添字2,3はそれと直行する面内の直交2方向であることを示している。ここでは、今回の実験結果と一致させるために、P-Fの4倍の値、 $\alpha_1 = 190, \alpha_2 = \alpha_3 = 86$ を採用した。以降の計算ではこれらの値が採用されている。

## (2) 粒子沈降乱流と振動格子乱流場の相互作用

数値計算における振動格子側の境界条件を設定するために、粒子を投下しないCASE 1N, 2Nにおける実験結果と数値解析結果とを比較する。図-4に振動格子乱流場における無次元乱れエネルギー $\tilde{k}$ と無次元距離 $\tilde{x}$ の関係を示す。実験値は概ね $-1/2$ の勾配を有していることが確認される。松永ら<sup>15)</sup>は振動格子中心の境界条件として、次式のような関係を与えることにより計算値と実験結果との一致をみている。

$$\frac{k_0}{u_0^2} = 0.6 \left( \frac{S}{M} \right)^{1/4} \quad (25)$$

$$\frac{\epsilon_0}{f u_0^2} = 0.45 \frac{S}{M} \quad (26)$$

但し、上式は $Re_o \geq 6000$ の条件に限定される。ここに、 $Re_o (= f S^2 / \nu)$  : 振動格子乱流のレイノルズ数である。本研究の実験は全てこの条件に含まれる。相間相対速度による生成項 $P_{ii}, P_c$ を無視して式(25)(26)の境界条件を用いると、松永らの実験値と良好に一致することがわかった<sup>8)</sup>。ここでは本実験値と一致させるために、 $k_0$ については式(25)をそのまま採用し、式(27)の右辺の係数について種々変化させて、実験値との対応を検討した。その結果として、 $\epsilon_0$ については次式のような境界条件を用いることにした。

$$\frac{\epsilon_0}{f u_0^2} = 0.27 \frac{S}{M} \quad (27)$$

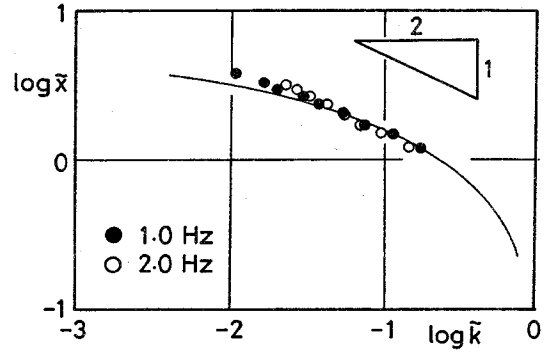


図-4 振動格子乱流の乱れエネルギーの変化

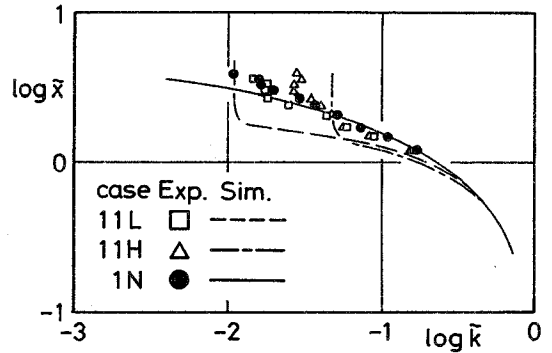


図-5 乱れエネルギーの変化 (CASE11)

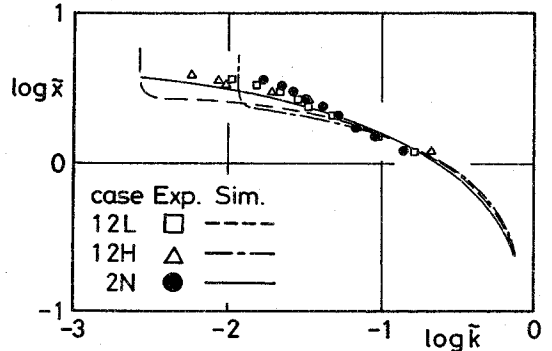


図-6 乱れエネルギーの変化 (CASE12)

以下の計算においては、断りのない限り振動格子の振幅中心 $\tilde{x} = 0$ における境界条件として式(25)と(27)が、また境界での乱れは等方的であると仮定して、 $\tilde{u}^2 = 0.67 \tilde{k}$ が設定されている。また、 $\tilde{x} \rightarrow \infty$ の境界条件として、次式を用いる。

$$\tilde{u}^2 = 0.67 \times 10^{-5} ; \tilde{k} = 10^{-5} ; \tilde{\epsilon} = 10^{-5} \quad (\tilde{x} = 5.0) \quad (28)$$

図-4の実線はこれらの境界条件を用いた計算値である。

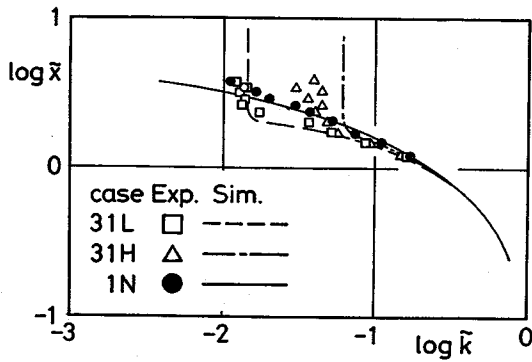


図-7 乱れエネルギーの変化 (CASE31)

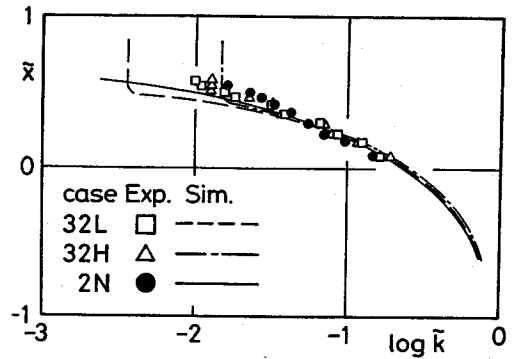


図-8 乱れエネルギーの変化 (CASE32)

図-5～図-8は振動格子乱流場に粒子を一樣沈降させた場合の乱れエネルギーの変化を示している。実験値と計算値はそれぞれシンボルと曲線により示している。まず、振動格子乱流の周波数が2Hzの実験結果CASE12, 32について検討する。黒塗り記号で示したCASE2Nの結果と比較すれば、いずれの粒径においても、沈降性粒子が混入することにより振動格子の乱れが $\log \tilde{x} < 0.2 \sim 0.3$ 、つまり $\tilde{x} < 1.5 \sim 2.0$ の格子近傍領域において、乱れが増幅していることがわかる。一方、 $\log \tilde{x} > 0.2 \sim 0.3$ 、つまり $\tilde{x} > 1.4 \sim 2.0$ の遠方領域において、乱れは抑制される傾向にある。振動格子乱流に関する既往の研究結果<sup>11)</sup>によれば、乱れの積分長さスケール $L_e$ は次式から求められる。

$$L_e = \gamma x \quad (29)$$

ここに、 $\gamma$ は0.1程度の変数である。 $\gamma = 0.1$ として、 $L = \sqrt{SM} = 6.9\text{cm}$ と $\tilde{x} = x/L$ を勘案すれば、 $\tilde{x} = 1.5 \sim 2.0$ から $L_e = 1.0 \sim 1.4\text{cm}$ が算出される。この範囲は $d_p = 1\text{mm}$ では $d_p/L_e = 0.1 \sim 0.14$ に、 $d_p = 3\text{mm}$ では $d_p/L_e = 0.2 \sim 0.3$ に相当する。つまり、振動格子からみて、この範囲より遠い領域においては乱れが抑制され、近い領域では乱れが増幅していることになる。この傾向は $d_p/L_e = 0.1$ が乱れを増幅減少の閾値であるとしたGore et al.<sup>4)</sup>の整理と概ね一致する。乱れが増減がせん断乱流場でなくても、また平均流場の変化を介さなくても生じることは、極めて興味深い結果である。また、格子振動周波数と粒径が同一であれば、粒子の混入濃度が増大すると、乱れの増加抑制の定性的な傾向は変化せず、変化の規模のみが拡大するようだ。

一方、振動格子周波数が1HzのCASE11, 31においては乱れは増幅されず、振動格子近傍から抑制領域のみが出現した。この理由については現状では不明である。また、遠方領域において $\log \tilde{k} = \text{const.}$ 、つまり乱れエネルギーが一定になる傾向が現れているが、これは振動格子による乱流が十分逓減すると、粒子沈降に

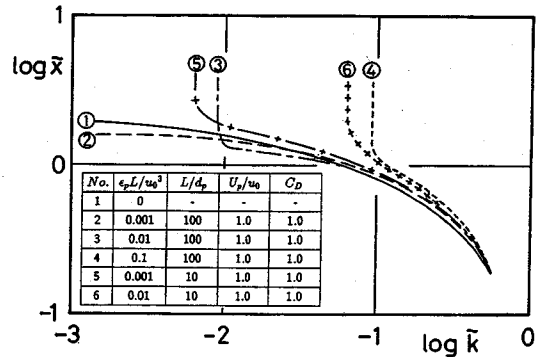


図-9 乱れエネルギーの逓減曲線の変化

よる一樣乱流が支配的になっていることを表している。

いずれのケースについても、計算結果は実験結果の傾向を定性的には再現できているものと判断できる。 $f = 1\text{Hz}$ と $2\text{Hz}$ との実験結果の差異についても良好に再現している。但し、 $2\text{Hz}$ のケースにおける $\tilde{x} < 1.5 \sim 2.0$ の格子近傍領域における乱れを増幅については、過小評価する傾向にある。この理由は、格子中心の境界条件に粒子沈降の影響が加味されていないからであると考えられる。また、乱れの抑制領域に注目すると、計算結果では粒径が小さい $d_p = 1\text{mm}$ のケースのほうが乱れがより強く抑制される傾向にある。しかしながら、実験結果は反対の傾向を示している。この理由は、粒径が小さくなるほど粒子が振動格子乱流に追随するようになり、本解析における仮定1)と実現象との間に食い違いが生じるからであると推察される。

図-9は無次元パラメータ $\epsilon_p L / u_0^3$ と $L / d_p$ を変化させた場合の乱れエネルギーの低減曲線の変化を示している。計算条件については図中に示すとおりである。ここでは、 $\tilde{x} = 0$ での境界条件は $\tilde{u} = 0.67$ 、 $\tilde{k} = 1.0$ 、 $\tilde{\epsilon} = 1.0$ としている。CASE2～4を比較すれば、 $\epsilon_p L / u_0^3$ が増加することにより、乱れが減少する領域では、その減少幅が大きくなることがわかる。しかしながら、粒子

混入により生じる乱れのレベルが大きくなると、乱流強度の抑制される領域がなくなり、全体的に乱流強度が増加するようになる。また、 $L/d_p$ が増大すると、乱流エネルギーの散逸率に関する方程式中の付加生成項が減少することから、乱流強度は高く保たれることになる。 $\tilde{\epsilon}_p$ が一定であり、つまり乱流エネルギーに対する粒子混入による生成項が同一であることを勘案すれば、乱れの増幅あるいは抑制は乱れエネルギーの散逸に関する方程式における生成項  $P_\epsilon$  の大小により決定されるものであると予想される。しかしながら、 $C_D = const.$  という条件が含まれていることから、 $L/d_p$ の変化は粒径の変化を直接表示しているものではないことに注意しなければならない。

図-10、図-11に乱れの異方性  $u'/v'$  の鉛直方向変化を示す。振動格子のみ、粒子を混入させたケースともに、振動格子付近から  $\tilde{x}$  の増大とともに緩やかに増大し、その後概ね一定値となっている。そのレベルは振動格子のみのケースでは  $u'/v' = 1.4$  程度、粒子の沈降しているケースでは  $u'/v' = 1.5$  程度である。つまり、粒子混入により、粒子沈降方向の乱れ強度がそれと直交する方向の乱れ強度より大きくなるように、異方的な乱流変調が生じる。また、 $\tilde{x} > 3.0$  の領域では、水表面の影響により鉛直方向流速変動が抑制され、 $u'/v'$  が減少しているものと推察される。

Schreck et al.<sup>6)</sup>は格子乱流に粒子を付加することにより乱れの異方性が減少することを報告している。彼らの対象としている格子乱流場における高周波領域のエネルギースペクトルは、粒子を含まない状態では主流（平均流）に対して直行する方向のエネルギー  $E_{22}$  は主流方向のエネルギー  $E_{11}$  に比べて大きくなっている。 $u' = \sqrt{\int_f E_{11} df}$ 、 $v' = \sqrt{\int_f E_{22} df}$  であり、つまり  $u'/v'$  が 1 より小さい状態を基準として議論している。但し、 $\int_f df$  は周波数について積分することを意味している。さらに、粒子を混入することによる  $E_{22}$  の減少は  $E_{11}$  のそれに比べて大きくなるとしている。それにより両方向のスペクトルの相対的な差異が小さくなり、このことを乱れの等方性の増加として捉えている。しかしながら、彼らの実験において主流方向と重力方向が同じであったことを勘案すれば、この結果は粒子の重力沈降方向の乱流強度とそれと直交する方向の乱流強度の比率、 $u'/v'$  が増加するように変調したことを示していると考えられる。乱流強度そのものの等方性ではなく、乱流変調、つまり乱流強度の変化量の等方性という見方をすれば、彼らの結果と今回の実験結果は同様の傾向にあると判断される。つまり、粒子混入の乱れの等方性に対する影響について検討する場合には、粒子を含まない状態の乱流場がいかなる方向性を有す

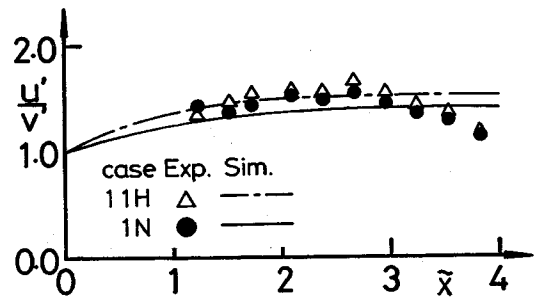


図-10 乱れの等方性の変化

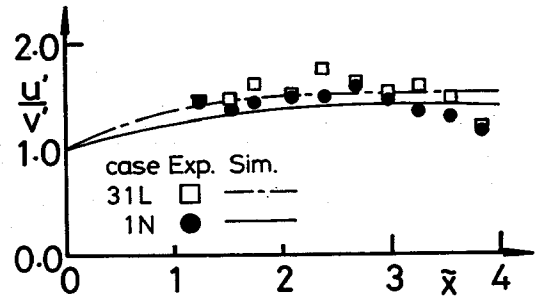


図-11 乱れの等方性の変化

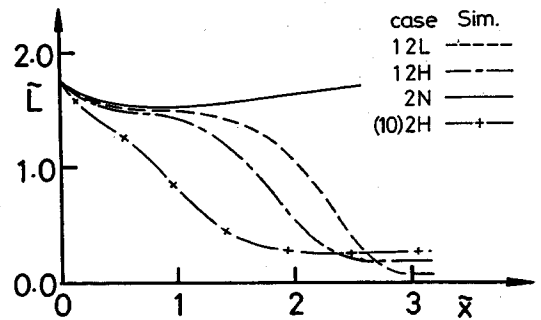


図-12 乱れの積分長さスケールの変化

るかを基準として、その基準に対する乱流変調の等方性あるいは異方性を議論すべきであると考えられる。

図-12に計算された乱れの代表長さスケール  $\tilde{L}_i$  の変化を示す。 $\tilde{L}_i$  は次式により算出される。

$$\tilde{L}_i = \frac{\tilde{k}^{3/2}}{\tilde{\epsilon}} \quad (30)$$

振動格子のみの場合については、 $\tilde{L}_i$  は  $\tilde{x} < 0.75$  では、 $\tilde{x}$  の増加とともに減少するが、その後は概ね線形に増大する傾向を示している。振動格子の振幅が  $\tilde{x} = 0.7$  まで達していることから、この領域は議論の対象外となる。この領域を除外すれば、乱れの長さスケールは線形に増大しており、その増加率は  $d\tilde{L}_i/d\tilde{x} = 0.12$  程度で



ある。粒子の混入により乱れの代表長さスケールが急速に減少していることがわかる。また、粒子投下量の増大は長さスケールの減少を助長する方向に作用する。一方、図中(10)2Hのケースは $d_p = 1.0\text{cm}$ ,  $f = 2\text{Hz}$ ,  $q = 3.0\text{cm}^3/\text{s}$ の結果であるが、粒径の増大が $\bar{L}_i$ の減少に貢献することがわかる。但し、図-5~図-8において示したように、振動格子から十分離れた領域では、振動格子起源の乱れに比較して粒子起源の乱れが支配的になる。従って、この領域に対してまで慣性領域を基本とする式(30)を適用することには問題がある。また、粒子混入により乱れのパワースペクトルの分布特性に変化が生じることも予想される。従って、式(30)の評価はいわゆる $-5/3$ 乗則の存在を仮定した、あくまでも定性的な目安であることは言うまでもない。

## 5. 種々の流動システムへの応用について

本研究における振動格子乱流場は実流動場をモデル化したものではなく、平均せん断の存在しない単純な乱流場と言うほどの意味しかない。従って、本研究で提案した相対速度に基づく相間応力項の適用性や正当性については種々のタイプの流動場において今後検討したいと考えている。ここでは、相間応力項 $P_{ii}$ と $P_e$ の一般の流動に対する適用方法について簡単に述べる。

粒子ポテンシャルの散逸量 $\epsilon_p$ は、相間相対運動により流体が受けるエネルギーに等しいので、この項は次式より算定される。

$$\epsilon_p = \beta |\bar{U}_{ii}|^3 \quad (31)$$

$\beta$ は式(11)のそれと同一である。相間相対速度を計算できるフレームであれば、上式を式(15)(18)に代入することにより相間応力項が計算できる。

式(15)(18)の係数について、 $C_\phi$ ,  $C_{e2}$ は既往のレイノルズ応力モデルの係数をそのまま用いることになる。問題となるのは係数 $\alpha_i$ の決定方法である。P-Fの理論値は渦の剥離するある程度大きな完全球を前提として誘導されたものであり、それらの値を実現にそのまま用いることは難しい。今回の実験もガラスビーズの実験結果であり、自然砂に対して一般的に用いることはできないだろう。従って、 $\alpha_i$ の決定には、それぞれの構成材料に応じて図-3の関係を実験的に明らかにすることが要求される。標準砂等を用いた実験などについても今後の検討事項であると考えている。

## 6. 結論

本論では、粒子混入による直接的な乱流変調機構を明かにするために、粒子の一樣沈降により生じる乱流

場と振動格子乱流の相互作用について水理実験ならびに数値計算により検討した。得られた主要な結果を以下で要約する。

1) 粒子沈降により生じる流動場は、粒子沈降方向の乱流強度 $u'$ がそれと直交する方向の乱流強度 $v'$ に比べて約1.4倍大きいという、異方性の強い乱流場であることがわかった。

2) 振動格子乱流場に固体粒子を一樣に沈降させることにより、乱流強度が増幅あるいは抑制されることが確認された。特に、 $f = 2\text{Hz}$ の結果においては、振動格子乱流の乱れの積分長さスケールを $L_e = 0.1z$ により計算すれば、乱流強度の増幅と抑制との境界は $d_p/L_e = 0.1 \sim 0.3$ 付近となり、既往の実験結果の傾向を支持した。また、振動格子乱流は乱流拡散と散逸が釣り合う流動場であることから、乱流強度の増幅と抑制の変調は平均流動場の変化に関わる間接的な相互作用を介さなくとも、つまりせん断乱流場でなくとも生じることが明かとなった。

3) 1)で示したように相間相対速度により生じる乱流場は異方的であることから、粒子混入は振動格子乱流場を異方的に変調させることがわかった。

4) レイノルズ応力テンソル、乱流エネルギーとその散逸率に関する保存方程式において粒子混入により生じる相間応力項をParthasarathy et al.の理論を基礎として誘導した。

5) 4)の乱流モデルを用いて振動格子乱流と粒子沈降乱流との相互作用に関する数値計算を行い、実験結果との対応について検討した。同モデルは粒子付加による乱流強度の増加減少の変調について、実験結果の傾向を概ね再現した。

6) 数値計算結果により粒子混入により乱れの積分長さスケールが減少することがわかった。混入粒子の粒径が大きくなるほど乱れの代表長さスケールは減少することが予想される。

本研究の一部は平成6年度科学研究費補助金奨励研究(A)課題番号06750547(研究代表者:玉井昌宏)と総合研究(A)課題番号05302041(研究代表者:芦田和男)の補助を受けた。記して謝意を表する。

## 参考文献

- 1) Faeth, G.M.: Recent Advances in Modeling Particle Transport Properties and Dispersion in Turbulent Flow, *Proc. ASME-JSME Therm. Engng Conf.*, Vol.2, pp.517-534, 1983.
- 2) Tsuji, Y. and Morikawa, Y.: LDV-measurements of an air-solid two-phase flow in a horizontal pipe, *J. Fluid Mech.*, Vol.120, pp.385-409, 1982.
- 3) 菱田 公一, 竹本 潔, 前田 昌信: 管内軸対称固気2相噴流の乱流特性(粒子密度の影響), *混相流*, 1巻1号, pp.56-69, 1987.

- 4) Gore, R.A. and Crowe, C.T. : Modulation of turbulence by a dispersed phase, *J. Fluids Engineering*, Vol.113, pp.304-307, 1991.
- 5) Lance, M., Marie, J.L. and Bataille, J. : Homogeneous Turbulence in Bubbly Flows, *J. Fluids Engineering*, Vol.113, pp.295-300, 1991.
- 6) Schreck, S. and Kleis, S.J. : Modification of grid-generated turbulence by solid particles, *J. Fluid Mech.*, vol.249, pp.665-688, 1993.
- 7) Parthasarathy, R.N. and Faeth, G.M. : Turbulence modulation in homogeneous dilute particle laden flows, *J. Fluid Mech.*, Vol.220, pp.485-514, 1990.
- 8) 玉井昌宏, 村岡浩爾 : 粒子沈降により生じる乱流場と振動格子乱流の相互作用に関する解析, 水工学論文集, 第38巻, pp.571-576, 1994.
- 9) Thompson, S.M. and Turner, J.S. : Mixing across an interface due to turbulence generated by an oscillating grid, *J. Fluid Mech.*, Vol.67, pp.349-368, 1975.
- 10) 室田明, 道奥康治 : 機械的擾乱と熱的擾乱が複合的に作用する水温成層場での鉛直混合現象に関する研究, 土木学会論文集, 第369号, II/10, pp.61-70, 1986.
- 11) Hopfinger, E.J. and Toly, J.A. : Spatially decaying turbulence and its relation to mixing across density interfaces, *J. Fluid Mech.*, Vol.78, pp.155-175, 1976.
- 12) 玉井昌宏, 下屋陽八郎, 村岡浩爾 : 粒子ブルームの乱流特性に関する実験的研究, 水工学論文集, 第37巻, pp.433-438, 1993.
- 13) Launder, B.E., Reece, G.J. and Rodi, W. : Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure, *J. Fluid Mech.*, Vol.68, pp.537-566, 1975.
- 14) 道奥康治, Plate, E. : 過剰安定型 - 二重拡散現象の乱流モデル定式化と陰的差分法による数値解析法, 建設工学研究所報告, 第33号, pp.95-114, 1991.
- 15) 松永信博, 杉原裕司, 小松利光 : 振動格子によって発生する乱れの特性, なかれ, 11, pp.254-265, 1992.

(1994. 5. 27 受付)

## STUDY ON INTERACTION BETWEEN TURBULENCE GENERATED BY UNIFORMLY FALLING PARTICLES AND OSCILLATING GRID TURBULENCE

Masahiro TAMAI, Kohji MURAOKA and Kazuhiro SHIMIZU

In order to quantify direct interactions between solid particles and turbulence in solid and liquid two-phase flows, we investigate an interaction between turbulence generated by uniformly falling particles and the oscillating grid turbulence. A hydraulic experiment shows that modulation of turbulence intensities of fluid phase which have been pointed out in the preceding studies occurs even in the oscillating grid turbulence and that the modulation of turbulence intensities is anisotropic. A simple model which is proposed to interpret the direct interaction reproduces tendency of the experimental results well.