

# 繰返し圧縮荷重を受けるコンクリートの強度劣化と 鉄筋コンクリート部材の信頼性解析

吉川弘道<sup>1</sup>・大井祥之<sup>2</sup>・丸本 智<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 武蔵工業大学 工学部 土木工学科 (〒158 世田谷区玉堤 1-28-1)

<sup>2</sup>学生員 武蔵工業大学大学院工学研究科 土木工学専攻 (現川田工業(株))

<sup>3</sup>学生員 武蔵工業大学大学院研究科 土木工学専攻

本論は、繰返し荷重を受ける鉄筋コンクリート部材の耐力低下を合理的に予想し、既設構造物の維持管理に必要な技術の一つを提供するものである。このため、まず、定常繰返し圧縮応力を受けるコンクリートの累積損傷ひずみの進展と残存圧縮強度についての解析モデルを提案するとともに、実験結果による例証を呈示した。

次に、偏心軸圧縮荷重を受ける鉄筋コンクリート柱を対象とし、繰返し回数の増加に伴う残存終局耐力について解析を行った。これは、終局耐力を非定常確率過程とみなし、一次近似二次モーメント法により圧縮破壊モードに対する破壊確率を合理的に算定するものである。

**Key Words:** *constant cyclic load, residual compressive strength of concrete, nonstationary stochastic process, reinforced concrete, failure probability, second-moment method*

## 1. はじめに

コンクリート部材が繰返し荷重を受けるとき、発生する最大応力が静的強度以下であっても、それが多数回繰返されることによって破壊に至ることがある。この現象は疲労あるいは疲労破壊と呼ばれ、コンクリート構造物の耐久性を考える場合の重要な要素の1つとなっている。

さらに、最近では、設計当初期待した耐用年数内において早期劣化が生じるコンクリート構造物が増加しており、耐用年限に近づいた既存構造物の耐荷性・耐久性が問題となっている。従って、既存構造物の耐荷性・耐久性を評価するため、“現時点における保有耐力(終局残存耐力)”もしくは、“余寿命(疲労残存耐力)”の合理的な算定が緊急の課題である。

例えば、疲労の場合にかぎって見た場合、コンクリートや鉄筋の疲労過程(強度劣化)を把握することにより、既存構造物の終局残存耐力と疲労残存耐力を推定し、定量的に評価することが要請される。

このように定量的評価が重要となる場合、信頼性工学(理論)の考え方を導入することが有効であり、常套手段でもある<sup>1)</sup>。信頼性の程度を定量化し、例えば、確率で表したものが信頼度の1つの尺度である。この信頼度を数量的に扱うことによって、定量的・客観的な設計や予測が可能になることが期待できる。

鉄筋コンクリート工学の分野におけるこのような信頼

性理論の応用例として、終局強度問題について<sup>2),3)</sup>は、いくつか試みられている。また、最近では鉄筋の腐食やコンクリートの中酸化といった問題<sup>4)-6)</sup>などにも適用されており、いくつかの有用な知見を与えているが、疲労問題に対する信頼性理論の立場からのディスカッションについては極めて限られたものとなっている<sup>7)</sup>。例えば、著者らの既報<sup>8)</sup>も鉄筋コンクリート梁の疲労耐力を確率論的に取り扱ったものではあるが、疲労過程における残存耐力については言及していない。

本研究は、コンクリート構造物の疲労耐久性問題に確率論を適用し、定量的に評価する方法を定式化・提案するものである。このため、まず、疲労過程にあるコンクリートの累積損傷ひずみの進展と残存強度の劣化曲線のモデル化を行い、実験結果と比較することにより、その妥当性を検討した。そして、これを繰返し偏心荷重を受けるRC柱部材に適用することによって、時刻歴での破壊確率を算出し、考察を行った。すなわち、コンクリートの圧縮強度を非定常確率過程とし、そのモデル化を行うとともに、鉄筋コンクリート部材の信頼性を考察するものである。

## 2. 疲労荷重下におけるコンクリートの損傷ひずみの進展

### (1) 累積損傷ひずみの進展の特徴とモデル化

これまでの既往の研究<sup>9)-15)</sup>および著者らの実験を概観

し、疲労荷重下における変形履歴の特徴を考える。

まず、図-1 (a)は、繰返し荷重下における応力-ひずみ曲線の変化を示したものであり、大まかに3つの段階に分けられる。1回目の載荷時のときの応力-ひずみ曲線は静的載荷の場合と同様で、上に凸(1段階)な曲線になるが、その後は、繰返し回数の増加に伴って直線(2段階)に近づき、さらに勾配を減じながら下に凸(3段階)となり、破壊時近くにはS字形となっていく。

次に、繰返し回数とひずみの関係を考えると図-1 (b)のように模式化できる。繰返し荷重下におけるコンクリートのひずみの変化は、ひずみ速度が徐々に小さくなる遷移領域、ひずみ速度が一定かつ最小となる定常領域、ひずみ速度が次第に増加する加速領域の3つの部分に分けられ、大略それぞれ全寿命の0~20%、20~80%、80~100%<sup>12)</sup>となる。これは、同図に示すようにひずみの変化は、上に凸な曲線(遷移領域)から、直線勾配(定常領域)を経て、下に凸な曲線(加速領域)となり破壊に至ると考えられる。

このように、疲労破壊に至るまでの材料挙動は、単調に推移するのではなく、疲労荷重特有の非線形挙動を呈する。これまでは、疲労寿命(いつ疲労破壊するか)が主たる関心事であったが、最終疲労破壊に至るまでの力学的特性を考察することも重要であり、本文の論点である。

そこで、繰返し荷重を受けるコンクリートの全累積ひずみを次のように考える。すなわち、疲労による全累積ひずみ  $\epsilon_f$  を①収束安定成分  $\epsilon_{f1}$ 、②定常漸増成分  $\epsilon_{f2}$ 、③終末期の加速増加成分  $\epsilon_{f3}$  の3成分の和で合成されると考えるものである(図-2)。

$$\epsilon_f = \epsilon_{f1} + \epsilon_{f2} + \epsilon_{f3} \quad (1)$$

上記に示した3成分の曲線形を次式で仮定する。

- ①収束安定成分  $\epsilon_{f1} : \epsilon_{f1} = \frac{x}{a_1x + b_1}$
- ②定常漸増成分  $\epsilon_{f2} : \epsilon_{f2} = a_2x$
- ③加速増加成分  $\epsilon_{f3} : \epsilon_{f3} = a_3x^{b_3}$

ただし、ここで、 $a_1, b_1, a_2, a_3, b_3$ は定数で実験的に定めるものとする。式中の独立変数  $x$  は繰返し数  $n$  と疲労寿命  $N_f$  から、 $x = n/N_f$  で与えられる繰返し回数比を示す。

## (2) 既往結果による諸定数の同定と考察

このような3成分による分解と諸定数の同定のため、図-2を参考にして、次のような処理を行った。まず、疲労損傷によるひずみ  $\epsilon_f$  を、 $x=0.2\sim 0.8$  の安定領域から直線部分を抽出し、これを  $\epsilon_{f2}$  とする。次に残りの成分から、 $d^2\epsilon_f/dx^2 < 0$  の部分を  $\epsilon_{f1}$ 、 $d^2\epsilon_f/dx^2 > 0$  の部分を  $\epsilon_{f3}$  とする。そして、3成分に分解後、上記の曲線形をもとに最小2乗法により諸係数を同定した。

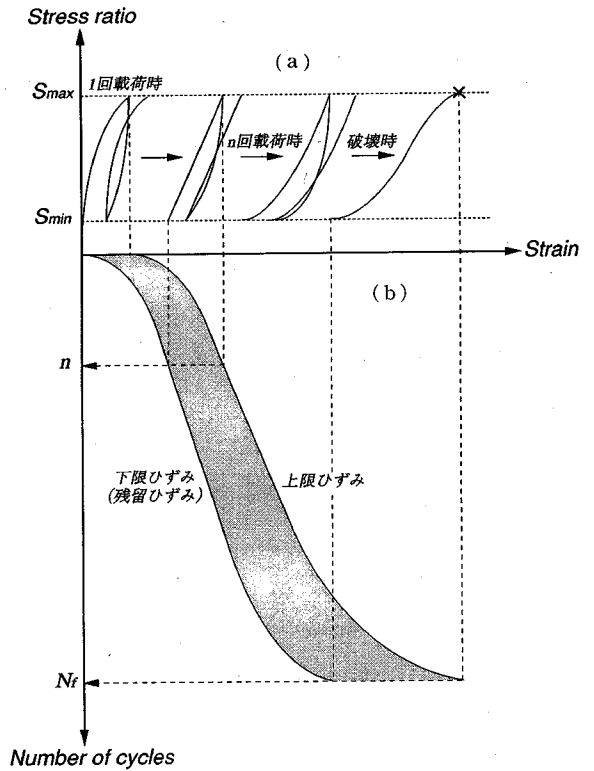


図-1 疲労荷重下でのコンクリートの変形挙動  
(a) 応力-ひずみ関係  
(b) 繰返し回数-ひずみ関係

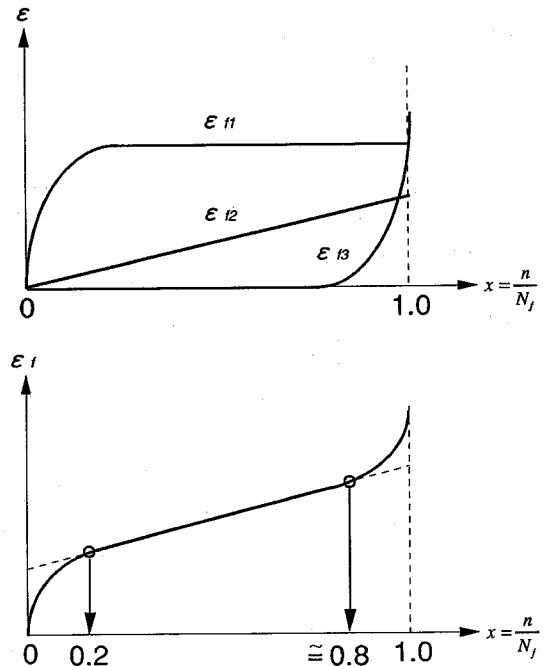


図-2 累積損傷ひずみの分解と合成

本研究では、著者の実験結果 (1994)<sup>15)</sup>、Holmen (1982)<sup>12)</sup>、Papa (1993)<sup>13)</sup>による3つの圧縮疲労試験結果を用いて、諸定数を同定し、本提案モデルの適用性を検討する。ここで採用した実験結果はHolmenの実験のうち、Dシリーズ (D22, D23, D24, D25) で、上限応力比が  $S_{max}=0.75$ 、下限応力比が  $S_{min}=0.05$ 、であり、Papaの実験では、上限応力比が 0.85, 0.90, 0.95 であり、大井による実験では  $S_{max}=0.70$  のもので、それぞれの実験結果より同定した諸係数を表-1に一括して示すとともに、図-3にその結果を再現した(ただし、Papaによる引用実験では、累積ひずみの代りに損傷度を用いているが、その定義は明らかでない)。

これらの結果は諸条件(疲労寿命、配合、養生、上限応力、下限応力など)の異なる3つの実験結果に対して適用したものであるが、ひずみ成分の分解によって、疲労破壊に至るまでの累積ひずみ変化をほぼ忠実に追跡することが可能となったと言える。ただし、同定した諸係数はかなりばらつきがあり、実験数も限られているので、今後のデータの積み重ねが必要である。

既存構造物の残存耐力評価という本論の眼目から考えると、このような分析結果が、残存圧縮強度の評価につながる事が望ましい。既往の知見によれば、繰返し荷重により、内部に微細ひびわれが生じ<sup>19)</sup>、これが劣化現象として、現時点の強度低下や疲労破壊へとつながる。本節で取扱う累積損傷ひずみがこのような内部微細ひびわれの発生・進展を反映したものであれば、これによって残存強度を予測することが可能となろう。このため、例えば、第3成分  $\epsilon_{f3}$ に着目することが有効な方法であり、これは急激な強度低下に関係し、疲労破壊への予兆を示すものであると推察する。図-3に例示した3供試体を見ると、加速成分の出現が  $x=0.62\sim 0.95$  となっていることがわかる(図中の↓)。

しかしながら、これまでの著者の実験<sup>15)</sup>の範囲では明瞭な結論が得られず、さらに広範囲な実験の実施によって、より確かなモデル化が可能になるものと考え、今後の課題とする。従って、本論では、次節で提案する直接的なモデル化を採用するものとする。

### 3. コンクリートの残存強度に関するモデル化

#### (1) 残存圧縮強度と劣化モデルの概念

ここでは、繰返し荷重を受けているコンクリートの残存圧縮強度を直接的に測定し、そのモデル化を提案する。そこで、まず、疲労破壊に至るまでの、コンクリートの履歴を考える(図-4(a))。

ここで、縦軸は上・下限応力比  $S_{max}$ 、 $S_{min}$  および残存強度比  $f_r/f_c'$  (それぞれ、静的強度  $f_c'$  との比を表す)、横軸は繰返し回数  $n$  を示している。図中○印は、もしここ

表-1 同定した各成分の諸係数

	Authors <sup>15)</sup>	Holmen <sup>12)</sup>	Papa <sup>13)</sup>
$a_1$	0.001	0.703	2.529
$b_1$	0	0.001	3.290
$a_2$	720.246	0.852	0.003
$a_3$	50.567	0.817	0
$b_3$	9.962	8.432	117.780

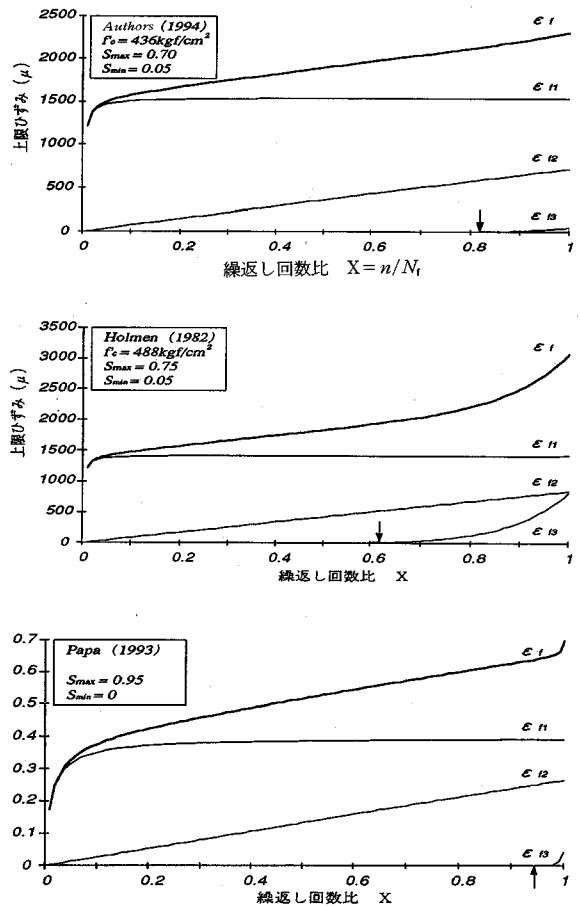


図-3 各実験結果による累積損傷ひずみの分解と再合成

で疲労载荷を中止し、強度試験を行ったら得られたであろう残存強度を示している。ここで、疲労破壊する以前 ( $n < N_f$ ) における静的強度すなわち残存強度は徐々に低下するが、上限応力  $S_{max}$  を下回ってはならないと考える。もし、この残存強度が上限応力に達することなく圧縮破壊した場合は、その時点が疲労寿命になるからである。言い換えると、任意の繰返し回数における残存強度は、疲労損傷を受けていない(初期)圧縮強度より小さく、上限応力より大きいと考えるものである。

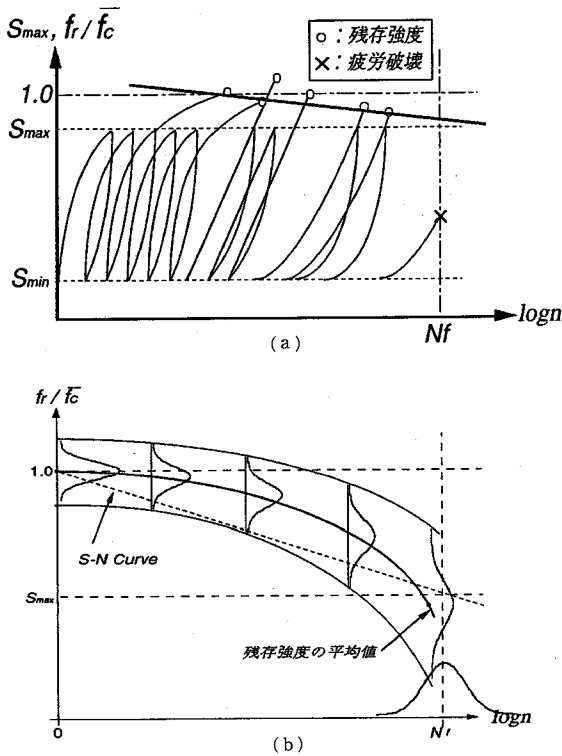


図-4 繰返し荷重下にあるコンクリートの履歴と劣化モデルの概念図

そこで、繰返し応力過程における、残存強度について図-4 (b)のようなモデル化を考えた(横軸は繰返し回数を、縦軸は上限応力比と残存強度比を示している)。これは、残存強度は静的強度を出発点とし、繰返し回数が疲労寿命  $N_f$  となる(疲労破壊するとき)ところで、上限応力に達すると仮定するものである。このような考え方は、既に松下・白川<sup>10)</sup>も指摘しており、本研究のヒントとなっている。

## (2) 劣化モデルの定式化と確率変数としての取り扱い

以上のような定性的考察のもと、残存強度  $f_r$  の劣化モデルとして次式のように記述することを提案する。

$$f_r = \left\{ 1 - (1 - S_{\max}) \left( \frac{\log n}{\log N_f} \right)^\alpha \right\} f_c \quad (3)$$

すなわち、起点:  $n=1 \rightarrow f_r=f_c$ 、終末点:  $n=N_f \rightarrow f_r=S_{\max}f_c$  とするもので、その間の遷移速度が係数  $\alpha$  で制御される。ただし、 $\alpha$  の決定については実験的な同定作業を必要とする。なお、本提案モデルにおいては、下限応力と応力振幅を直接は考慮しないが、用いる S- $N_f$  曲線においてそれらは反映されている。

ここで、疲労寿命  $N_f$  と(初期)圧縮強度  $f_c$  がばらつきをもつことはよく知られており、それらの確率密度関

数を

$$\begin{aligned} f_c &: \text{Normal}(\bar{f}_c, \sigma_{f_c}) \\ N_f &: \text{Normal}(\log \bar{N}_f, \sigma_{\log N_f}) \end{aligned} \quad (4)$$

のように定義する(ここで、 $C: \text{Normal}(A, B)$  は、 $C$  が平均値  $A$ 、標準偏差  $B$  なる正規分布であることを表している)。このため残存強度  $f_r$  についてもばらつきを内蔵する確率変数となるため、

$$f_r = f_r(f_c, \log N_f), \quad f_r: \text{Normal}(\bar{f}_r, \sigma_r) \quad (5)$$

のように考えるものとする。そして、このときの残存強度についての平均値  $\bar{f}_r$  と標準偏差  $\sigma_r$  を求解するため、一次近似二次モーメント法を適用する。これは、4章の破壊確率の導出過程で詳述されるが、先に結果のみを示すと次のように整理できる。

$$\textcircled{1} \text{平均値: } \bar{f}_r = f_r(\bar{f}_c, \log \bar{N}_f)$$

$$= \left\{ 1 - (1 - S_{\max}) \left( \frac{\log n}{\log \bar{N}_f} \right)^\alpha \right\} \bar{f}_c \quad (6-1)$$

$$\textcircled{2} \text{標準偏差:}$$

$$\begin{aligned} (\sigma_r)^2 &= \left\{ \sigma_{f_c} \cdot \frac{\partial f_r}{\partial f_c} \Big|_{f_c=\bar{f}_c} \right\}^2 \\ &+ \left\{ \sigma_{\log N_f} \frac{\partial f_r}{\partial (\log N_f)} \Big|_{N_f=\bar{N}_f} \right\}^2 \\ &+ 2\rho\sigma_{f_c} \cdot \sigma_{\log N_f} \frac{\partial f_r}{\partial f_c} \Big|_{f_c=\bar{f}_c} \frac{\partial f_r}{\partial (\log N_f)} \Big|_{N_f=\bar{N}_f} \end{aligned} \quad (6-2)$$

ここで、 $\rho$  は  $f_c$  と  $\log N_f$  との相関係数を表し、その相関の程度は  $\rho=0 \sim 1$  の間で調整される ( $\bar{N}_f$  は、 $\bar{N}_f = 10^{\log \bar{N}_f}$  のように算出されたものと定義する)。平均値については、単純に両確率変数の平均値によって表されるが、標準偏差  $\sigma_r$  については次のような解釈がなりたつ。まず、式(6)に含まれる感度項  $\partial f_r / \partial f_c$ 、および  $\partial f_r / \partial (\log N_f)$  は次のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_r}{\partial f_c} &= 1 - (1 - S_{\max}) \left( \frac{\log n}{\log N_f} \right)^\alpha \\ \frac{\partial f_r}{\partial (\log N_f)} &= \alpha (1 - S_{\max}) f_c \left( \frac{\log n}{\log N_f} \right)^{\alpha-1} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、相関係数を考えないと仮定すると ( $\rho=0$ )、式(6)は最終的に次式のように表現することができる(ただし、そのように仮定し得るかどうかについてはさらに実験的検討が必要である)。

$$\begin{aligned} \left( \frac{\sigma_r}{f_c} \right)^2 &= \left[ \left\{ 1 - (1 - S_{\max}) \left( \frac{\log n}{\log N_f} \right)^\alpha \right\} V_{f_c} \right]^2 \\ &+ \left[ \alpha (1 - S_{\max}) \left( \frac{\log n}{\log N_f} \right)^{\alpha-1} V_{\log N_f} \right]^2 \end{aligned} \quad (8)$$

上式では、変動係数を採用し、 $V_{f_c} = \sigma_{f_c} / \bar{f}_c$ 、 $V_{\log N_f} = \sigma_{\log N_f} / \log \bar{N}_f$  のように定義した。これは、起点と終点に対して、

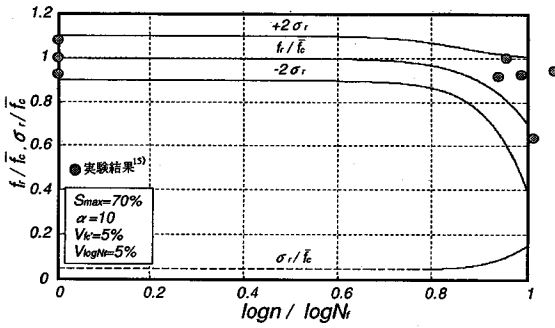


図-5 提案した残存強度式 ( $\alpha=10$ ) の実験結果<sup>15)</sup>への適用

$$n=1 \rightarrow \frac{\sigma_r}{f_c} = V_{f_c}$$

$$n=N_f \rightarrow \frac{\sigma_r}{f_c} = \left[ \left( S_{\max} V_{f_c} \right)^2 + \left\{ \alpha(1-S_{\max}) V_{\log N_f} \right\}^2 \right]^{1/2} \quad (9)$$

のように整理することができる。このような標準偏差の履歴（繰返し回数  $n$  に対する変化）は後述する図-5のように単調増加となる。

ここで、 $V_{f_c} \rightarrow$  初期変動、 $V_{\log N_f} \rightarrow$  終末変動のように考えると、残存強度の変動性は、この2つの変動係数（およびその相関性）によって特徴づけられることがわかった。かつ、この2量は本提案モデルとは独立に決定し得るもので、事実、既にいくつかの既往研究（例えば、 $V_{f_c}$  については文献21）、かつ  $V_{\log N_f}$  については文献22）など）にて報告がなされている。

上記、提案モデルの適合性を考察するため、著者らの既往実験<sup>15)</sup>に適用し、これを図-5にまとめた。これは、 $S_{\max}=0.7$ 、 $S_{\min}=0.05$ とする5体の供試体で  $f_c=436$  kgf/cm<sup>2</sup>、 $N_f=1.09 \times 10^5$ である。また、提案モデルの適用については、 $\alpha=10$ 、 $V_{f_c}=5\%$ 、 $V_{\log N_f}=5\%$ と仮定している。

図-5は、このような実験値と提案モデルとの照合を示したものであるが、ばらつきの範囲を  $\pm 2\sigma_r$ とした上・下限値にほぼおさまっていると言える。ここに用いた実験値の数は必ずしも十分ではなく、ばらつきも大きく、例えば最小2乗法のような統計処理は無意味と考え、とくに行わなかった。

ところで、本モデルは  $n/N_f$ の増加に伴って残存強度比は1から単調減少となることを前提としている。これまでの松下・白川<sup>10)</sup>の報告によれば、繰返し回数の初期においては残存強度が静的強度を上回ることが報告されており、本実験においてもこのような傾向は若干見られたが、いずれもばらつきの範囲である。また、本提案モデルで重要なことは、繰返し過程、中盤から疲労寿命まで

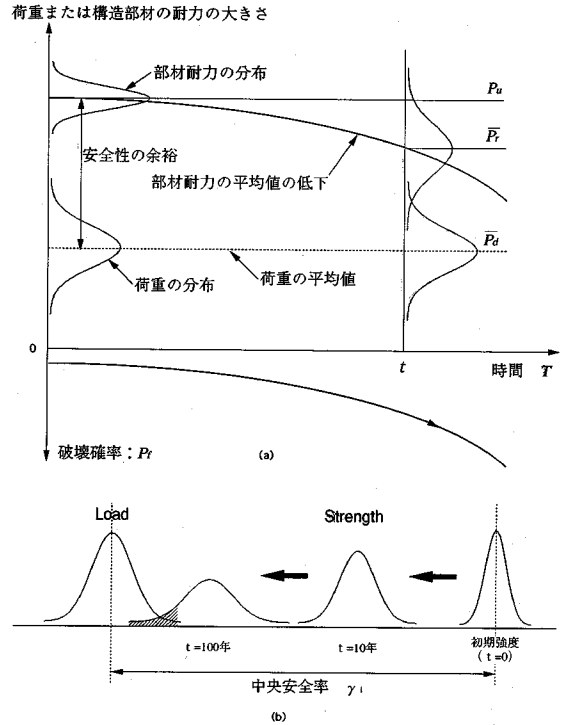


図-6 経過時間に伴う部材耐力の低下と破壊確率の変化

の間で、強度が相当量低下する領域であるので、残存強度の平均値は単調減少と仮定している。いずれにしろ、より確度の高いモデル化の同定（特に  $\alpha$ の決定）を行うには、主要な実験パラメータ ( $f_c$ 、 $S_{\max}$ 、 $S_{\min}$  など) に基づく広範囲かつ系統的な実験の実施および統計学的な処理が必要であり、次の課題とする。

#### 4. 劣化モデルの構造部材への適用と破壊確率の定式化

前述2.および3.において考察したコンクリートの劣化過程の考え方をもとに、これを鉄筋コンクリートの構造部材に適用し、その破壊確率の算出を試みる（ただし、これら2.および3.の劣化モデルのうち、3.における提案モデルが残存強度に対する直接的な回答を与えるものであり、本論ではこれを採用する）。

##### (1) 時刻歴に伴う荷重と耐力との関係

時間の経過に伴う作用荷重と構造部材の耐力との関係を概念的に示すと、図-6(a)のように再現することができる。構造物の部材耐力は、様々な要因（ここでは、疲労）によって、時間とともに少しずつ低下し、ある一定のばらつきをもって存在するもので、非定常確率過程

と見なすことができる。これに対して、構造物に作用する荷重は、その確率特性が変化しないとすれば時間に関係なくある一定のばらつきをもって存在している（一般的には、道路橋における活荷重のように経年変化によって荷重強度が増加する場合には、荷重効果の確率特性についても経年変化を考える必要がある）。

図一6(a)に示した耐力低下の分布と荷重分布との関係を一次的に表すと図一6(b)のように考えることができる。耐力は時間の経過とともに平均値が低下し、かつそのばらつきも大きくなる。従って、時間経過に伴って耐力の分布と荷重の分布が重なる面積が次第に大きくなり、破壊確率は増大する。このことは、供用期間の初期の頃には十分な安全性の余裕(=耐力-荷重)を保持していた構造物において、時間の経過とともに安全性の余裕が少しずつ低下し、これに伴って既存構造物の破壊の可能性が増大することを示唆している。

## (2) 破壊確率の算定手法

ここで、時間  $t$  を繰返し回数  $n$  に置き換えると、本論で取り扱う疲労問題の議論が可能となる。ある繰返し回数  $n$  における破壊は、設計最大荷重  $P_d$  が終局残存耐力  $P_r$  を越えたときに生起する。これを、通例用いられる性能関数  $Z$  で表すと次式のように記述することができる。

$$Z = P_r - P_d \leq 0 \quad (10)$$

従って、破壊の生起確率  $P_f$  は次式のように表すことになる。

$$P_f = \text{Prob}(Z \leq 0) \quad (11)$$

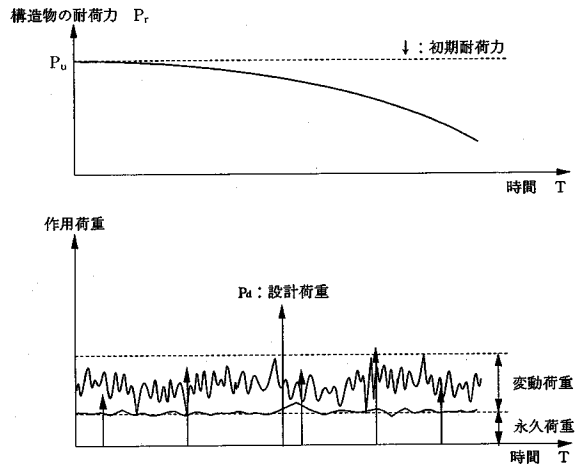
ここで、前出の図一6(a)にて指摘した荷重については図一7のように考える。すなわち、永久荷重(例えば、自重など)は一定に固定され、変動荷重(例えば、交通荷重)は定常的に繰り返される。これらは、疲労寿命  $N_f$  と残存強度  $f_r$  を決定する下限応力と上限応力に連動するものとする。一方、設計荷重  $P_d$  は、このような変動荷重および永久荷重のほか地震荷重や突発荷重も含め、統計学的に重畳した設計用値として算出される。従って、通例、 $P_d > \text{変動荷重} + \text{永久荷重}$  (例えば<sup>16)</sup>) となるので、作用荷重については、

- ・  $P_d \rightarrow$  性能関数で用いる最大荷重の算定、
- ・ 永久荷重・変動荷重  $\rightarrow N_f$  と  $f_r$  の算定、

のように分離して取り扱う方が合理的であると考えた。(そこで、永久荷重  $= P_{\min}$ 、永久荷重+変動荷重  $= P_{\max}$  と定義し、これらは下限荷重および上限荷重に相当する。)

ここで、終局残存耐力  $P_r$  と最大荷重  $P_d$  がそれぞれ Normal  $(\bar{P}_r, \sigma_r)$ 、Normal  $(\bar{P}_d, \sigma_d)$  に従う正規分布とすると、式(10)で定義した性能関数  $Z$  も正規分布に従うことになる。そして、このとき性能関数  $Z$  の平均値  $\mu_z$  と標準偏差  $\sigma_z$  は次の手順で求めることができる<sup>17)</sup>。

まず、性能関数  $Z$  が  $X_1, \dots, X_n$  の確率変数によって



図一7 部材耐力の時間的変化と作用荷重

定義されるものとし、 $Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$  とおく。この性能関数  $Z$  を任意の点(確率変数)  $(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$  のまわりでテーラー展開して、級数を1次の項で打ち切り線形化する。

$$Z = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{j=1}^n (X_j - x_j^*) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{x^*} \quad (12)$$

ここで、ある任意の点を各確率変数の平均値  $\mu_{x_j}$  とすると、式(12)は、

$$Z = g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) + \sum_{j=1}^n (X_j - \mu_{x_j}) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{\mu_x} \quad (13)$$

となる。さらに、式(13)を用いれば、平均値と分散は最終的に次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \mu_z &= E[Z] = g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) \\ &+ \sum_{j=1}^n (E[X_j] - \mu_{x_j}) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{\mu_x} \\ &= g(\mu_{x_1}, \mu_{x_2}, \dots, \mu_{x_n}) \quad (\because E[X_j] = \mu_{x_j}) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \sigma_z^2 &= E[Z^2] - E[Z]^2 \\ &= \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n \text{cov}(X_j, X_k) \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{\mu_x} \frac{\partial g}{\partial x_k} \Big|_{\mu_x} \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $E[\ ]$  は平均値、 $\text{cov}(X_j, X_k)$  は  $X_j$  と  $X_k$  の共分散を表す。さらに、 $X_j$  と  $X_k$  が無相関であれば、式(15)は次式のように簡略化される。

$$\sigma_z^2 = \sum_{j=1}^n \sigma_{x_j}^2 \left\{ \frac{\partial g}{\partial x_j} \Big|_{\mu_x} \right\}^2 \quad (16)$$

従って、性能関数  $Z$  の平均値  $\mu_z$  と標準偏差  $\sigma_z$  を算定するには、変数  $X_j$  の平均値、標準偏差に加えて、性能関数に対する各変数の感度  $\partial g / \partial x_j$  が必要となる。ここで、 $g = f_r(X_1, X_2)$  (式15)とし、 $X_1 = f_c$ 、 $X_2 = \log N_f$  とすると、式(14)、(16)は式(6)に帰着し、とくに標準偏差については式(7)~式(9)の展開につながる。

(a) 対象構造物

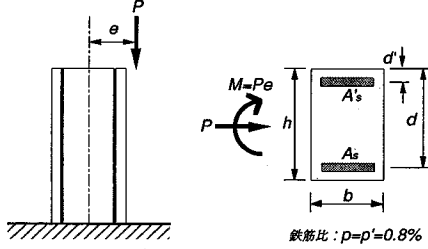
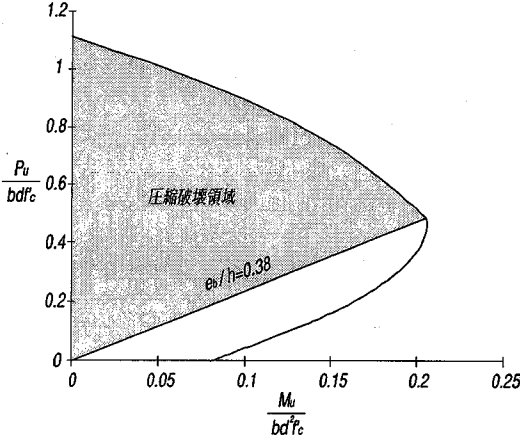
(b)  $P_u \sim M_u$  包絡線図

図-8 対象とする柱部材とその断面図および曲げ+軸力包絡線図

## 5. 鉄筋コンクリート柱部材への適用

### (1) 偏心荷重を受ける RC 柱部材への適用

次に、対象構造物として、偏心荷重を受ける RC 柱(図-8(a))を例にとり、その破壊確率  $P_r$  を求めてみる。この場合、偏心軸圧縮荷重  $P$ 、偏心量  $e$  とすると、軸力 =  $P$ 、曲げモーメント =  $P \cdot e$  なる荷重が作用し、この時の終局耐力  $P_r$  は鉄筋コンクリート理論<sup>23)</sup>から

$$P_u = k_1 k_3 f'_c b a + A'_s f'_y - A_s f_y \quad (0 < e < e_b) \quad (17)$$

のように与えられ、この場合、等価応力ブロックの長さ  $a$  が未知数となる。ここでは、コンクリートの圧縮破壊に着目しているので、コンクリートの圧壊モードのみ ( $0 \leq e \leq e_b$ ) を想定するとともに、鉄筋の断面積および降伏点強度  $A'_s, f'_y$  (圧縮鉄筋)、 $A_s, f_y$  (引張鉄筋) は確定量とする。さらに、繰返し荷重下における終局耐力  $P_r$  においては、 $f'_c \rightarrow f_r$  のように置き換えて、次式で表される。

$$P_r = k_1 k_3 f_r b a + A'_s f'_y - A_s f_y \quad (18)$$

ここで、断面積  $bd$  と圧縮強度  $f'_c$  による正規化を行い、

$$P_r^* = \frac{P_r}{b d f'_c} \\ = k_0 k_1 k_3 \frac{f_r}{f'_c} + p' \frac{f'_y}{f'_c} - p \frac{f_y}{f'_c} = k_0 k_1 k_3 \frac{f_r}{f'_c} + q' - q \quad (19)$$

ただし、 $p', p$  はそれぞれ圧縮、引張鉄筋比で、 $q', q$  は対応する力学的鉄筋比である(鉄筋が引張降伏しないときは、 $f_y$  はその作用応力を表しているものとする)。

等価応力ブロックに関する諸係数については、 $k_1 = 0.8, k_3 = 0.85$  とし、劣化過程において一定であると仮定する。中立軸比  $k_0 = a/d$  については、次式を解くことにより与えられる<sup>23)</sup>。

$$k_0^3 - 2 \left( 1 - \frac{e'}{d} \right) k_0^2 \\ + 2m \left( p' \frac{7350}{f_y} \cdot \frac{e'}{d} - p' \frac{f_y}{f'_c} \cdot \frac{d-d'-e'}{d} \right) k_0 \\ - 2pm \frac{5880}{f_y} \cdot \frac{e'}{d} = 0 \quad (20)$$

ただし、 $m = f_y / k_3 f'_c, e' = e - Y_1 + d$  で、 $Y_1$  は圧縮縁から図心までの距離である。

従って、残存耐力式  $P_r^*$  については  $f_r$  が確率変数であり、かつ、これが経時的に減少するため、 $P_r^*$  も確率変数となり、非定常確率過程を取扱うことになる。

一方、作用荷重に対しては、前述の設計最大荷重  $P_d$  を用い、前述と同様無次元量で考え、

$$P_d^* = \frac{P_d}{b d f'_c} \quad (21)$$

のように正規化する。従って、このような RC 部材の破壊確率については、性能関数を

$$Z = P_r^* - P_d^* \quad (22)$$

のように再定義し、 $Z = g(f_r, P_d)$  のように整理することができる。

ここで、両確率変数に対して、その密度関数として正規分布を採用して、

$$f_r : \text{Normal}(\bar{f}_r, \sigma_r) \\ P_d : \text{Normal}(\bar{P}_d, \sigma_P) \quad (23)$$

のように確率諸量を定義する。上記第1式の  $\bar{f}_r, \sigma_r$  は3.の考察のとおりで、式(6-1)、式(8)にて既に定式化されている。

さて、 $f_r, P_d$  が既知確率変数であるとして、前節の導出結果を採用して、性能関数  $Z$  に関する  $\mu_Z, \sigma_Z$  を算出する。平均値  $\mu_Z$  については単純に次式で与えられる。

$$\mu_Z = g(\bar{f}_r, \bar{P}_d) = \bar{P}_r^* - \bar{P}_d^* \\ = \left( k_0 k_1 k_3 \frac{\bar{f}_r}{f'_c} + q' - q \right) - \frac{\bar{P}_d}{b d f'_c} \quad (24)$$

また、標準偏差  $\sigma_Z$  については、まず、偏導関数を

$$\frac{\partial g}{\partial x_1} = \frac{\partial Z}{\partial f_r} \Big|_{f_r = \bar{f}_r} = \frac{k_0 k_1 k_3}{f'_c} \quad (25-1)$$

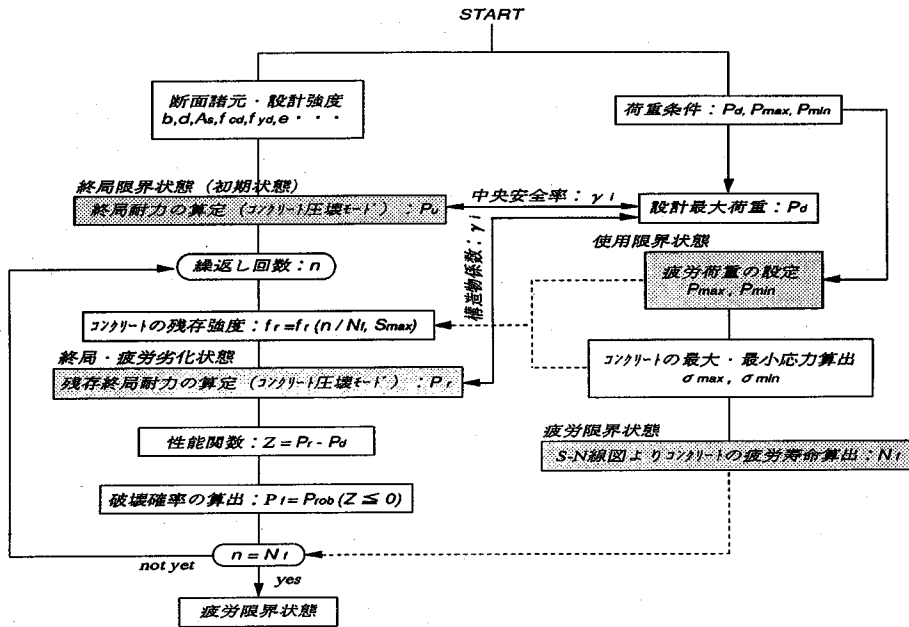


図-9 疲労荷重を受けるRC柱部材の破壊確率に関するフロー

$$\frac{\partial g}{\partial x_2} = \frac{\partial Z}{\partial P_d} \Big|_{P_d = \bar{P}_d} = -1 \quad (25-2)$$

のように求めることができ、最終的に次式を導く。

$$\sigma_z = \sqrt{\left(\frac{k_0 k_1 k_3}{f_c}\right)^2 \cdot \sigma_r^2 + \sigma_{P_d}^2} \quad (26)$$

よって、ある繰返し回数  $n$  における破壊の生起確率は次式で求められる。

$$P_f = \text{Prob}(Z \leq 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} \int_{-\infty}^0 \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{Z - \mu_z}{\sigma_z}\right)^2\right\} dz$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{k_0 k_1 k_3 \frac{\bar{f}_r}{f_c} + q' - q - \frac{\bar{P}_d}{b d f_c}}{\sqrt{\left(\frac{k_0 k_1 k_3}{f_c}\right)^2 \cdot \sigma_r^2 + \sigma_{P_d}^2}}\right) \quad (27)$$

ここで、 $\Phi(\cdot)$  は、標準正規確率密度関数を示す。

### (3) 疲労寿命の算定

一方、繰返し荷重が作用するときのコンクリートの圧縮応力については、コンクリート引張強度を無視した弾性解析によって通例与えられる。ここで得られた上・下限応力比を次式で示されるコンクリートの疲労強度算定式<sup>19)</sup>(土木学会式)に代入することにより、繰返し荷重下におけるコンクリートの疲労寿命  $N_f$  が求められる。

$$\log N_f = 17 \left( \frac{1 - S_{\max}}{1 - S_{\min}} \right) \quad (28)$$

さらに、この疲労寿命  $N_f$  と上限応力比  $S_{\max}$  を式(3)に代入することによって、残存強度の劣化式が決定する

表-2 計算に用いたパラメータ

パラメータ	記号	数値
弾性係数比		7.5
コンクリートの終局ひずみ	$\epsilon_{cu}$	0.0035
鉄筋比(引張)	$\rho$	0.8%
鉄筋比(圧縮)	$\rho'$	0.8%
構造物係数	$\gamma_i$	1.1~1.5
偏心比	$e/h$	0, 0.2, 0.38
上限荷重	$P_{\max}$	0.4 $P_u$ , 0.6 $P_u$ , 0.8 $P_u$
下限荷重	$P_{\min}$	0
残存強度の平均値	$\bar{f}_r$	式(6)
残存強度の標準偏差	$\sigma_r$	式(8)
設計荷重の平均値	$\bar{P}_d$	$P_d / \gamma_i$
設計荷重の変動係数	$V_p$	10, 20, 30%

ことになる。

## 6. 数値シミュレーションおよび考察

以上のような算定手順に従い、残存終局耐力と設計最大荷重それぞれの平均値および標準偏差を与えることによって、ある繰返し回数  $n$  における破壊確率を算出することが可能となる。算定手順をフローチャートにまとめ図-9に示すとともに、計算に用いたパラメータを表-2に一覧した。

ここで、中央安全率  $\gamma_i$  は  $\gamma_i = P_u / P_d > 1.0$  のように定義され、これは限界状態設計法<sup>19)</sup>における構造物係数に



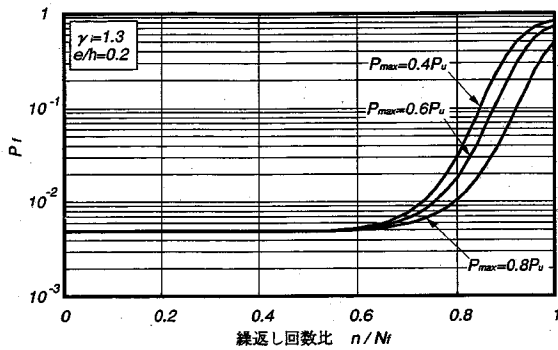


図-10 繰返し回数によって表した RC 柱の破壊確率  $P_f$   
( $\gamma_i=1.3$ ,  $e/h=0.2$ ,  $V_{fc}=V_{\log N_f}=0.1$ )

相当し、信頼性理論<sup>17)</sup>では平均値どおしの隔たりを表す中央安全率となる。図-10 は中央安全率  $\gamma_i=1.3$ 、偏心比  $e/h=0.02$  の場合について、上限荷重比  $P_{max}$  をパラメータとしたときの、繰返し回数比  $n/N_f$  と破壊確率  $P_f$  の関係を示したものである。(ちなみに、 $P_{max}=0.6P_u$  の場合の疲労寿命  $N_f=5.9 \times 10^7$ 、釣合偏心比は  $e_b/h=0.38$  である)。

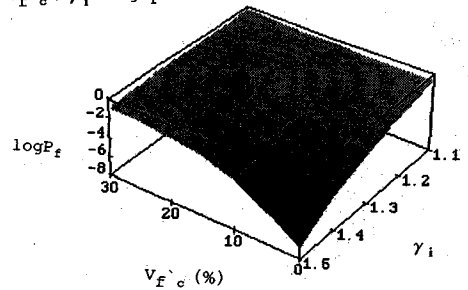
破壊確率  $P_f$  は繰返し回数比  $n/N_f=0.6$  付近から急激に増大し、 $n/N_f=1$  で破壊確率が 1 に近くなる。これは、式(3)で表される残存強度式が繰返し回数比  $n/N_f=1$  のところで上限荷重比  $P_{max}$  に達するとともに、その標準偏差が  $n/N_f=0.6$  付近から増大することに起因している。

また、上限荷重比  $P_{max}$  の小さいものほど早く増大していることがわかる(ただし、この場合においては横軸を繰返し回数比としているため、上限荷重比  $P_{max}$  の小さいものほど長寿命となっていることに注意する必要がある。すなわち、実回数  $n$  で考えると  $P_{max}$  が大きい程、破壊確率  $P_f$  は大きくなる)。

図-11 は偏心比  $e/h=0.20$ 、上限荷重比  $P_{max}=0.6P_u$ 、繰返し回数比  $n/N_f=0.5$ 、 $V_{\log N_f}=0.05$  としたときの破壊確率  $P_f$  を示したものである。図(a)は、 $P_f$  を  $V_{fc}$  と  $\gamma_i$  によって表したものであるが、当然のことながら、 $V_{fc}$  が大きいほど、 $\gamma_i$  が小さいほど  $P_f$  は大となる。このことは、所要の破壊確率(例えば、 $P_f=10^{-5}$ )を確保しようとするれば、中央安全率および変動係数両者の確保が必要であることを示唆している。

図(b)は、コンクリートの初期時の変動係数  $V_{fc}=0.1$  のときの、中央安全率  $\gamma_i \sim$  設計荷重の変動係数  $V_p \sim$  破壊確率  $P_f$  の関係を示したものである。設計荷重の変動係数  $V_p$  が大きくなるにつれて破壊確率  $P_f$  が大きくなるが、コンクリートの初期変動係数  $V_{fc}$  ほど大きく影響を及ぼさないことがわかる。

(a)  $V_{fc} \sim \gamma_i \sim \log P_f$



(b)  $V_p \sim \gamma_i \sim \log P_f$

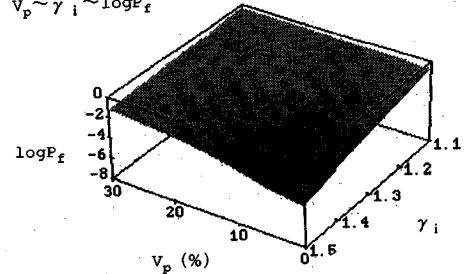


図-11 中央安全率  $\gamma_i$  と変動係数  $V_{fc}$ 、 $V_p$  による破壊確率  $P_f$  の表示 ( $V_{\log N_f}=0.05$ ,  $n/N_f=0.5$ )

## 7. 結論

本研究は、劣化過程における鉄筋コンクリート部材の残存耐力評価を信頼性理論の立場から論じ、いくつかの数値シミュレーションを呈示したものである。本論の結論を以下のように要約する。

(I) 繰返し荷重下にあるコンクリート材料の損傷ひずみの進展と強度劣化に関するモデル化を行い、実験結果との対応を行った。損傷ひずみについてはこれを 3 成分に分解し、強度劣化については静的圧縮強度と上限応力をつなぐ単調減少関数によって表現するもので、いずれも残存強度を直接的、間接的に表現するものである。ただし、取り上げた実験結果は限られており、また実験結果のばらつきも大きい。従って、今後は広範囲にわたる実験データの積重ねが必要である。

(II) コンクリートの圧縮強度劣化に関するモデルを軸力と曲げを受ける鉄筋コンクリート柱部材に適用した。ここでは、線形近似法(1次近似2次モーメント法)を導入することにより、破壊確率算定についての定式化を行った。

(III) 以上のような定式化に基づき、繰返し回数の増加に伴う、残存耐力評価に対する基本フロー(図-9)を提示した。このとき作用荷重に対しては、設計荷重  $P_d \rightarrow$  性能関数で用いる最大荷重、永久荷重・変動荷重  $\rightarrow$  疲労寿命のように分けて考えることにより、実構造物の劣化過程を合理的に取扱うことができる。これは、終局限界

状態と疲労限界状態が独立には存在せず、相互に影響し合うことを示唆するものである。本論による成果がただちに現行の設計法に貢献することはできないが、安全係数 $\gamma$ 値に反映させることも現実的な対応法である。

(IV) 以上の方法により、繰返し荷重(軸力+曲げ)を受ける鉄筋コンクリート柱部材の回数歴での破壊確率を求めた結果、次のようなことがわかった。偏心比 $e/h$ が小さく、上限荷重比 $P_{max}$ が大きいものほど、また、構造物係数 $\gamma_i$ を固定して考えた場合、破壊確率は設計荷重の変動係数 $V_p$ より、コンクリートの初期時の変動係数 $V_{fc}$ の影響を大きく受ける。

このような考察は、一定疲労荷重における計算結果に基づくものであり、さらに一般的な結論を得るには、大小変動する振幅荷重の場合について拡張する必要がある<sup>24)</sup>。

謝辞：本研究における信頼性理論の適用に際しては、本学星谷研究室とのディスカッションによるところが大きく、本文にて謝意を表します。

#### 参考文献

- 1) 土木学会：構造物のライフタイムリスクの評価，1988.
- 2) Grant, L.H., Mirza S. A. and MacGregor, J.G.: Monte Carlo Study of Strength of Concrete Columns, *ACI Journal*, pp.348-358, 1978.8.
- 3) 高岡宣善, 白木渡：確率過程論による複鉄筋コンクリートばりの信頼性解析, 鳥取大学工学部研究報告, 第10巻, pp.153-166, 1979.
- 4) 関 博, 松井邦人, 松島 学, 金子雄一：コンクリート部材の劣化と破壊確率について, 第7回コンクリート工学年次講演会論文集, pp.121-124, 1985.6.
- 5) Mori, Y. and Ellingwood Bruce R.: Reliability-Based Service-Life Assessment of Aging Concrete Structures, *Journal of Structural Engineering*, Vol. 119, No5, pp.1600-1621, 1993.
- 6) 和泉意登志, 嵩 英雄, 押田文男：鉄筋コンクリート造建築物における鉄筋のかぶり厚さの信頼性設計法の提案—コンクリートの中性化によって鉄筋が腐食する場合—, 日本建築学会構造系論文報告集, No. 23, p.384, 1988.2.
- 7) 例えば, 小池 武：劣化構造物の動的信頼性解析, 土木学会論文報告集, 第280号, pp.1-11, 1978.12.
- 8) 大井祥之, 吉川弘道：曲げを受ける鉄筋コンクリート梁の疲労寿命に関する信頼性解析, コンクリート工学年次

- 論文報告集, 14-2, pp.285-290, 1992.
- 9) 松下博通, 徳光善春：生存確率を考慮したコンクリートの圧縮疲労強度に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 284, pp.127-138, 1979.
- 10) 白川淳一, 松下博通：繰返し荷重を受けたコンクリートの残存強度に関する研究, 土木学会第33回年次学術講演会講演概要集, 第5部, pp.313-314, 1975.
- 11) 松下博通, 牧角龍憲：繰返し圧縮応力を受けるコンクリートの変形状, コンクリート工学年次講演会講演論文集, pp.77-80, 1979.
- 12) Holmen, J.O.: Fatigue of Concrete by Constant and Variable Amplitude Loading, *ACI SP-75*, pp.71-110, 1982.
- 13) Papa, E.: A Damage Model for Concrete Subjected to Fatigue Loading, *European Journal Mechanics A/Solids*, Vol. 12, pp.429-440, 1993.
- 14) 岸谷孝一, 西沢紀昭・他編：コンクリート構造物の耐久性シリーズ“疲労”, 技報堂出版, 1987.
- 15) 大井祥之：繰返し荷重を受ける鉄筋コンクリート構造物の耐力劣化および疲労寿命に関する研究, 武蔵工業大学大学院修士論文, 1994.1.
- 16) 土木学会：コンクリート構造の限界状態設計法指針(案)「7.疲労」, コンクリート・ライブラリー第52号, pp.285-300, 1983.
- 17) 星谷勝, 石井清：構造物の信頼性設計法, 鹿島出版会, 1986.
- 18) 土木学会：コンクリート標準示方書【平成3年制定】設計編, 1991.
- 19) 小玉克巳：繰返し応力を受けるコンクリートの劣化に関する基礎的研究, 武蔵工業大学学位論文, 1983.10.
- 20) Oh, B.H.: Cumulative Damage Theory of Concrete under Variable-Amplitude Fatigue Loadings, *ACI Materials Journal*, V.88, No. 1, January-February pp. 41-48 1991.
- 21) 岡田清, 六車照：改定版コンクリート工学ハンドブック, 朝倉書店,
- 22) 阪田, 矢村, 西林：ランダム荷重を受けるコンクリートの疲労特性に関する研究, 第7回コンクリート工学年次講演会論文集, pp.317-320, 1985.
- 23) 岡田清ほか：改訂版鉄筋コンクリート工学, 鹿島出版会, 1985.4.
- 24) 例えば, 吉川弘道・中林秀和・山内洋志：変動疲労荷重を受けるコンクリートのマイナー数の評価と破壊確率, 土木学会論文集第5部門, No. 520/V-28, pp.259-268, 1995.

(1994.5.27 受付)

# RESIDUAL COMPRESSIVE STRENGTH OF CONCRETE UNDER CONSTANT CYCLIC LOADS AND RELIABILITY ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE COLUMN

Hiromichi YOSHIKAWA, Yoshiyuki OI and Satoshi MARUMOTO

An accurate assessment of the decreasing ultimate strength of degrading structures is one of the important techniques to maintain the present infrastructures.

This paper deals with the residual strength of reinforced concrete members subjected to constant fatigue loads.

We first make an attempt to model the accumulated strain of fatigue damage and the residual compressive strength of concrete under constant cyclic loads, in comparison of experimental observation. The proposed model is applied to reinforced concrete columns subject to cyclic axial force and bending moment. The probabilistic prediction for compressive failure of the columns is then presented as a function of number of cyclic load based on the first-order and second-moments method.