

# 微視的機構に基づく コンクリートの乾燥収縮モデル

下村 匠<sup>1</sup>・前川宏一<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 長岡技術科学大学助教授 工学部建設系 (〒940-21 新潟県長岡市上富岡町1603-1)

<sup>2</sup>正会員 工博 東京大学助教授 工学部総合試験所 (〒113 東京都文京区弥生二丁目11-16)

構造物の劣化挙動を数値解析により予測し、合理的な耐久性設計を行うための基礎となることを目指し、コンクリートの乾燥収縮モデルを提案した。コンクリート中の硬化セメントペーストの細孔組織構造を細孔容積分布密度関数により表現し、組織中における気液2相水分の微視的挙動をメカニズムの考察に基づき定式化し、組み合わせることにより、有限供試体の乾燥収縮挙動が数値的に予測されることを示した。

**Key Words :** pore size distribution, micromechanical behavior, drying shrinkage

## 1. はじめに

多孔材料であるコンクリートは、通常内部に水分を含んだ状態にある。環境の湿度変化あるいは水との直接の接触などにより、コンクリートの内部の含水状態は変化し、含水状態の変化にともないコンクリートは体積変化を起こす。含水状態の変化とともにコンクリートの体積変化過程のうち、工学上古くからとりわけ重要とされてきたのは、乾燥にともなう収縮である。乾燥収縮は、一般的あらゆるコンクリート構造物において起こり得る現象であり、ひび割れの発生、寸法変化、応力状態の変化をもたらすことにより、耐久性をはじめとする構造物の諸性能を、直接、間接に、場合によっては大きく低下させるからである。したがって、コンクリート構造物の諸性能を合理的に設計、制御するためには、供用条件下における構造物の乾燥収縮挙動を適切に予測することが不可欠となる。本研究は、コンクリート構造物の乾燥収縮予測手法の開発を目的に行ったものである。

有限要素法に代表される数値解析技術が確立され、計算機環境が整備された今日では、乾燥収縮を含め実構造物の種々の挙動に対し、精度が高く、適用範囲の広い予測を行う際の中心的課題は、用いる材料モデルが材料の挙動を適切に表現し得ることに集約されると考えてよいと思われる。そのためには、材料モデルがより優れたものでなければならないことは当然であるが、一方で、対象となる材料自身が、

ある水準以上の信頼性を備えていなければならぬ。コンクリートの場合、この点は看過できない。型枠中への充填不良、ブリージングによる材料不均一性などは、実構造物中のコンクリートの信頼性を、著しく損なう要因となり得るからである。とりわけ施工にともなう欠陥は、人為的な要素を含むため定量評価がきわめて困難であるといえる<sup>1)</sup>。

しかしながらこの問題は、1988年に開発され、現在その普及が着実に進みつつあるハイパフォーマンスコンクリートにより、本質的に解決されたといつてよい<sup>2)</sup>。ハイパフォーマンスコンクリートは、自己充填性能により締固めを行わなくとも構造物中のすべての部位に均等質なコンクリートを実現し得るからである。ハイパフォーマンスコンクリートの登場により、コンクリート構造物の耐久性能を合理的に評価する基盤が整ったといえる<sup>3)</sup>。

以上の背景をふまえ本研究では、コンクリートの乾燥収縮モデルと、本モデルを用いたコンクリート有限構造体の乾燥収縮挙動の評価手法の提案を行う。手法の開発にあたって、以下の点に留意した。

1) 乾燥収縮特性に及ぼす、使用材料、配合、養生条件の影響を、コンクリートの組織構造の変化として自然な形で考慮できること。

2) 対象とする構造の形状、寸法に適用上の制限がなく、力学的境界条件、温度、湿度の環境条件が、時間的、位置的に変化しても理論的に考慮できる手法であること。

3) 評価されるひずみ、応力、含水率などの諸量は

構造体中の平均値を直接求めるのでなく、内部における分布を直接の評価の対象とする手法であること。

4) 入力すべき材料パラメータが、簡便かつ合理的に同定できること。

これらを考慮し、本研究では、コンクリートの細孔組織構造と、組織中における微視的現象を、メカニズムの考察と簡略化した仮定に基づき定式化し、それらを用いて与条件下におけるコンクリート有限構造体の水分逸散過程、体積変化過程を、数値計算により評価するという方法をとる。本論文は、材料モデルの定式化を中心に述べるものである。

## 2. 本研究の方法論

Fig.1は提案する乾燥収縮予測手法の概要を模式的に示したものである。本手法は、コンクリートの乾燥収縮現象を、組織中において生じている微視的現象の集積としてとらえ、それらの個々をモデル化し組み合わせることをアプローチの基本としている。

コンクリート中における微視的現象が展開される場であるコンクリートの組織構造をモデル化し、組織中における水蒸気と液状水の平衡と移動、水分と組織の相互作用による組織の変形を、メカニズムの考察に基づき定式化する。使用材料、配合、養生条件などの違いによりコンクリートの乾燥収縮特性が異なることは、組織構造の表現を変化させることで考慮される。

組織構造モデルと微視的現象モデルを組み合わせることにより、コンクリート微小体積要素の乾燥収縮特性が導かれる。それらは、コンクリート中の水蒸気と液状水の平衡関係を表す水分平衡特性、水分状態と水分拡散係数の関係を表す水分移動特性、および水分状態と収縮の関係を表す体積変化特性である。本研究では、これらをコンクリートの材料レベルの特性と呼ぶことにする。

導出された材料レベルの特性を、対象とするコンクリート構造の各部分に与え、内部の水分の移動、構造の変形を、与えられた初期条件と境界条件のもとで解析することにより、目標である構造レベルの乾燥収縮挙動が数値的に評価される。本手法では、水分移動解析、応力解析には、有限要素法など計算機による汎用的な数値解法を用いることを前提としている。構造物の形状、大きさ、力学的境界条件などの構造条件、および温度、湿度などの環境条件は、この段階において与えることとなる。

ところで現在広く用いられている乾燥収縮予測式<sup>4)</sup>は、簡便ではあるが、構造物の形状、環境条件の変動などの諸条件を現象に即して考慮することは難しく

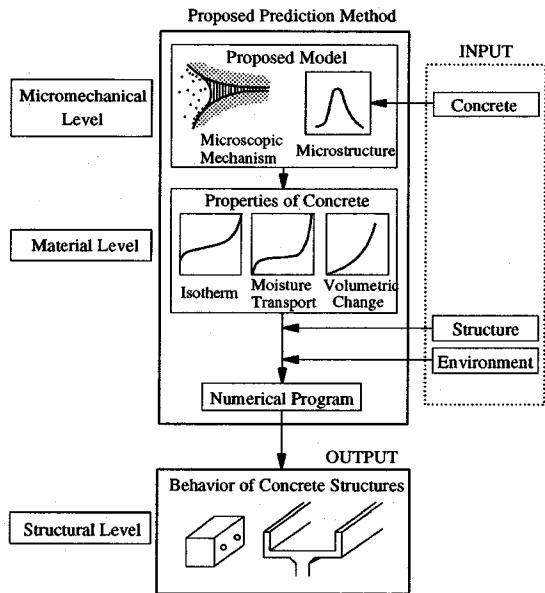


Fig.1 Outline of the proposed method

構造物内部の応力状態の詳細な予測には原理的に適さない。

また近年、数値解析により構造物の乾燥収縮挙動を予測する方法も試みられているが<sup>5)~9)</sup>、多くはコンクリートの材料レベルの特性を出発点としたアプローチである。それゆえ、配合、材齢などの変化にともなうコンクリートの特性の変化は、材料レベルの種々の特性を実験的に変化させることにより表現しなければならず、それらと材料内部の微視的機構との関連については、定性的な議論に終始せざるを得ない。

一方、乾燥収縮に関連するコンクリート中の微視的現象の機構を解明することは、セメント・コンクリート工学における基礎研究課題であり、従来より研究が継続されているが<sup>10)~14)</sup>、構造物の乾燥収縮挙動の予測という工学的問題に、その成果が直接かつ有效地に反映されることは希な現状にある。

本研究は、構造物の乾燥収縮挙動の予測をターゲットとしながらも、コンクリート中の微視的現象の記述を出発点とするアプローチをとったことが、同種の問題を対象とする多くの既往の研究と異なる点である。

コンクリートの組織構造モデル、および個々の微視的現象モデルは、主として古典的な力学法則、熱力学法則を基礎とし、比較的簡潔な表現形式を採用了した。個々の仮定を単純化することにより、手法全体

を統一的な概念のもとに構築することを目指したためである。本研究の主たる独自性は、用いる個々の仮定にあるのではなく、むしろ手法全体を構築する方法論にあると認識している。

### 3. 細孔容積分布密度関数によるコンクリートの組織構造のモデル化

コンクリートの組織構造モデルが提案手法の中心的役割を担っており、手法を特徴づける。

コンクリート中には、大きさ、形状、連結構造、成因が多岐にわたる空隙が存在している<sup>15),16)</sup>。それらをより精密にモデル化することは、乾燥収縮現象が呈する複雑な性質をより忠実に表現するために必要であるが、一方で、表現形式が複雑となり、簡便な数値計算が困難となる。用いる組織構造モデルは、乾燥収縮現象において空隙組織が果たす機能の重要な側面を表現し、かつ数値計算に適した簡便な形式であることが要求される。

コンクリートの乾燥収縮現象において組織が果たす主要な機能のひとつは、壁間距離の小さい空間に存在する水分に、表面張力に（さらに微視的に見れば水分子の凝集力、壁面への付着力などに）起因した力を発生させる作用であると考えられる<sup>17)</sup>。コンクリート中の水分移動現象、水分状態の変化にともなうコンクリートの体積変化現象の双方に、この作用が深く関わっていると考えられるので<sup>18)</sup>、これを適切に表現し得るモデルとすることに主眼を置く。

空隙の壁間距離の1/2を細孔半径、あるいは単に半径と呼ぶことにし、 $r$ [m]と表記する。細孔半径 $r$ は、その物理的意味より非負値をとる。続いて、さまざまな半径を有した細孔より成る組織がその内部に存在する単位体積のコンクリートを考える。そのコンクリート中において、半径が $r$ より大きくなき細孔の容積を累積した量は、半径 $r$ の関数である。この関数を $V_{(r)}$ [m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>]と表記する。細孔容積の累積分布を表す関数 $V_{(r)}$ は、連続かつ微分可能であると仮定する。そこで関数 $V_{(r)}$ を、細孔半径 $r$ に関して微分することにより、半径が $r$ [m]である細孔の容積の、細孔半径に関する分布密度を表す関数が得られる。この関数を細孔容積分布密度関数と定義し、 $dV_{(r)}/dr$ [m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>·m]と表記する。

Fig.2は水セメント比が異なるモルタルの、空隙の径（壁間距離）と、その径を有する空隙の容積の分布密度の関係を、水銀圧入法により測定した結果の一例である。測定結果はいくつかの仮定に基づいて得られたものであるが、大略、空隙径10<sup>-7</sup>[m]近辺に明瞭なピークを有した分布を形成し、水セメント比の

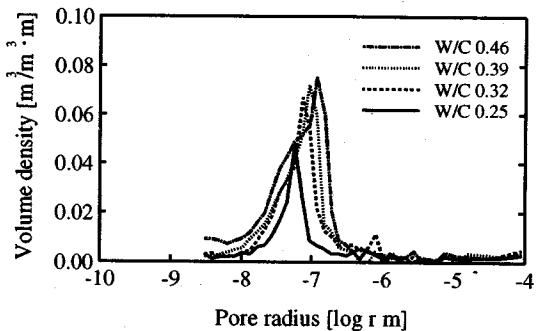


Fig.2 Examples of measured pore size distribution of mortar

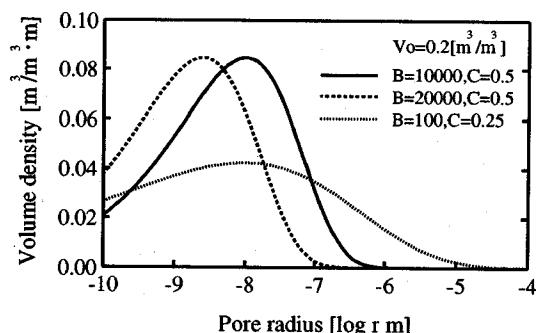


Fig.3 Modified pore size distribution

変化に応じて、ピークの位置が変化する傾向が認められる。

実測された細孔容積分布にみられるこれらの基本的な傾向を表現することができ、かつ数値計算に適した以下の関数形を、細孔容積分布密度関数の具体形として採用する<sup>19),20)</sup>。

$$\frac{dV_{(r)}}{dr} = V_o B C r^{C-1} \exp(-B r^C) \quad (1)$$

式(1)は、原始関数である細孔容積の累積分布を表す関数 $V_{(r)}$ を次のように仮定することにより、その形式を決定したものである。

$$V_{(r)} = V_o \{1 - \exp(-B r^C)\} \quad (2)$$

ここに、 $V_o$  : 単位体積中の総細孔容積[m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>]

$B, C$  : 分布形状を決定するパラメータ

である。Fig.3は式(1)で表される細孔容積分布密度関数の例を示したものである。パラメータ $B, C$ を変化させることにより、細孔容積分布の形状、ピークの位置を変化させることができる。なお、数学的表現の上では空隙の種類の区別はなされないが、モデル化される細孔はフレッシュコンクリート時に練混ぜ水

に満たされていた空間にセメントの水和生成物が析出した際の余剰な空間（水隙<sup>15),16)</sup>に、主として対応することを念頭に置いている。

#### 4. コンクリート中の微視的現象のモデル化

##### (1) 細孔組織中の水分の定常挙動

###### a) 細孔組織中の物質に関する基本仮定

まず、雰囲気およびコンクリート組織中に存在する物質の取扱いに関して、以下の基本仮定を設ける。

1) 細孔組織中に存在する物質の相は、気体相と液体相であるとする。

2) 気体相は水蒸気と乾燥空気（水蒸気以外の気体）より成る理想混合気体であるとする。

3) 液体相は液状水のみから成るとし、液状水は粘性と表面張力を持った非圧縮性流体であるとする。

仮定3)に関連して、コンクリート中の液状水は、存在場所に関わらず、その挙動が同一のメカニズムに支配されると仮定する。これは、水分の挙動の取扱いに関する大きな簡略化である。一般に粘性、表面張力などは、物質を流体として取り扱い得るレベルにおいて定義される物性であり、固体表面への水分子の物理的、化学的な吸着など、分子レベルの挙動をより厳密に記述するには、別な概念によらなければならぬ<sup>21)</sup>。また、硬化セメントペーストの細孔中の水分は、イオンの溶出などにより、もはや純物質としての水ではなく、その挙動が異なる可能性もある<sup>22)</sup>。しかしながら、これらを精密にモデル化することは現時点では困難であることより、本研究では上記の仮定を設けた。

###### b) 気相と役相の力学的平衡

壁間距離が小さい空間に存在する液状水は、壁面への水分子の付着力と水分子相互の凝集力により、接触する気相との界面が曲面となり、界面をはさんでの液相と気相の圧力は等しくない。このことは、液状水の表面張力を考慮することにより静水力学的に説明される。気液両相の圧力の関係は、Laplaceの式により表される<sup>23)</sup>。

$$P_G - P_L = \frac{2\gamma}{r_s} \quad (3)$$

ここに、 $P_G$  : 気相の圧力[Pa]

$P_L$  : 液相の圧力[Pa]

$\gamma$  : 液状水の表面張力[N/m]

$r_s$  : 界面の曲率半径（毛管の半径）[m]

である。ただし式(3)は、液状水と固体壁の接触角が0であり、気液界面が完全な球面の一部を成す理想的

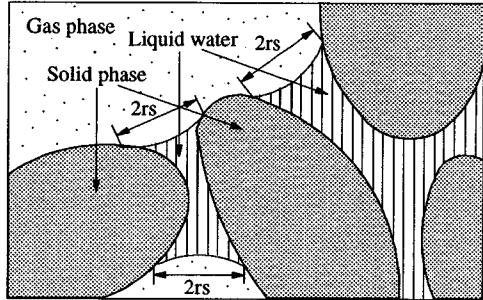


Fig.4 Vapor and liquid water in pore structure

な場合に導かれる関係式である。

本研究では、式(3)で表される関係が、コンクリート細孔組織中の液状水と気相にも適用し得ると仮定する。すなわち、コンクリート細孔組織中において液状水と気相が共存するとき、液状水の圧力と気相の圧力の差が、気液界面の存在する細孔半径 $r_s$ を用いて、式(3)により表すことができるものとする。

###### c) 液状水と水蒸気の熱力学的平衡

コンクリート細孔組織中の液状水と水蒸気の熱力学的挙動のうち、主要な機構として平衡蒸発と平衡凝縮を考慮することとし、固体表面における物質の吸着、ぬれは考慮しないものとする。

壁間距離の小さい空間では、気液界面は曲面を成し、その曲率によって平衡水蒸気圧は変化する<sup>17),23)</sup>。界面が球面の一部を成す場合、この関係は次のKelvinの式により表される<sup>23)</sup>。

$$\ln \frac{P_V}{P_{VO}} = - \frac{2\gamma M_w}{RT \rho_L r_s} \quad (4)$$

ここに、	$P_V$	: 水蒸気の分圧[Pa]
	$P_{VO}$	: 飽和水蒸気圧[Pa]
	$M_w$	: 水の分子量[kg/mol]
	$R$	: 気体定数[J/mol·K]
	$T$	: 絶対温度[K]
	$\rho_L$	: 液状水の密度[kg/m <sup>3</sup> ]

である。コンクリート細孔組織中の水蒸気の分圧の記述に、式(4)がそのまま適用できるものと仮定する。

さらに、相対湿度 $P_V/P_{VO}$ の雰囲気のもとで平衡するコンクリート細孔組織中の水分状態は、その状態に至る経路によらず、式(4)により規定される半径より小さい半径を有する部分がすべて液状水に満たされた状態、ただひとつであるとする。つまり、平衡移動の過程は完全に可逆であるとして扱う。

Fig.4はここで用いた仮定に基づき表現されるコンクリート細孔組織中の水蒸気と液状水の平衡を模式的に示したものである。

また、有限な大きさを持つコンクリート中において、温度、圧力、水蒸気濃度などの状態量に空間的な勾配が存在し、移動が行われている非平衡状態であっても、十分に小さいが有限な体積要素中は常に平衡状態にあるとの仮定（局所平衡性の仮定）を置く<sup>24)</sup>。これは、定式化した平衡状態における諸状態量間の関係が、非定常過程においても適用可能と仮定したことによる。

## （2）細孔組織中の水分の非定常挙動

### a) 質量保存則

簡単のため、乾燥期間中のセメントの水和反応による水分の消費、組織の緻密化、ならびに水分の移動と熱エネルギーの移動の相互作用は考慮しないものとする。そのような条件下では、コンクリート中の水蒸気と液状水の質量保存則はそれぞれ次のように表記することができる。

$$\frac{\partial w_v}{\partial t} = -\operatorname{div}(J_v) + v \quad (5)$$

$$\frac{\partial w_L}{\partial t} = -\operatorname{div}(J_L) - v \quad (6)$$

ここに、 $t$  : 時間[s]

$w_v$  : 単位体積中の水蒸気の質量  
[kg/m<sup>3</sup>]

$w_L$  : 単位体積中の液状水の質量  
[kg/m<sup>3</sup>]

$J_v$  : 水蒸気の質量流束[kg/m<sup>2</sup>·s]

$J_L$  : 液状水の質量流束[kg/m<sup>2</sup>·s]

$v$  : 相変化速度[kg/m<sup>3</sup>·s]

である。相変化速度 $v$ は、液状水から水蒸気への相変化（蒸発）を正として表記している。

式(5),(6)の右辺各項に具体的な表現を与え、対象とするコンクリート有限構造体中において時間と空間に関して解くことにより、各時間、各場所における水分の状態を知ることができる。なお前節において、局所平衡性を仮定しているので、相変化速度 $v$ は新たに法則を与える必要がない。平衡状態を常に満足するように、各時間、各場所において相変化が行われることを仮定したに他ならないからである。

### b) 水蒸気の移動

気相は水蒸気と乾燥空気の2成分より成るとした。この場合、固定座標に対する水蒸気の運動は、気相全体の運動と、気相全体の質量中心に対する水蒸気の相対的な運動の重ね合わせにより記述することができる<sup>24)</sup>。

コンクリート中では、気体は、狭く屈曲した細孔

組織中を移動経路としなければならない。一般の大気の中に置かれたコンクリートを考えたとき、その内部を気相全体が対流により移動することは、自然には起こり難いと考えられる。一方、気相全体の質量中心に対する水蒸気の相対的な運動、すなわち、水蒸気と乾燥空気の相互拡散は、その実体が衝突を繰り返す気体分子のランダムな運動であるため、コンクリート組織中においても起こり得ると考えられる<sup>25)</sup>。そこで本研究では、気相の質量中心は常に静止しているとして扱い、水蒸気の移動は乾燥空気との相互拡散のみを考慮することにする。

コンクリート中では、座標空間中のすべてが拡散に有効でないこと、および移動経路が狭く屈曲しており、自由な空間に比べ拡散速度が小さくなると考えられることをふまえ、水蒸気の移動則を次のように表現する<sup>25)</sup>。

$$J_v = -K_v V_G D_{vo} \operatorname{grad} \rho_v \quad (7)$$

ここに、  
 $K_v$  : 水蒸気移動に関する材料係数  
 $V_G$  : 単位体積中における気相の体積  
[m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>]  
 $D_{vo}$  : 水蒸気と乾燥空気の相互拡散係数[m<sup>2</sup>/s]

$\rho_v$  : 水蒸気の密度[kg/m<sup>3</sup>]

である。ただし式(7)は、気相全体の密度に勾配がない場合の表現形式である。

材料係数 $K_v$ は、経路の狭さ、屈曲の影響を表している。これらの影響を、自由な空間における拡散速度に対する低減という形で表現しているので、 $0 < K_v < 1$ でなければならない。単位体積中における気相の体積 $V_G$ は、座標空間中において拡散に有効な空間を表わしており、細孔中において気相の占める部分が拡散に有効であるという仮定を表現している。気相の体積 $V_G$ は、細孔中の水分状態により変化する量である。

### c) 液状水の移動

境界面がすべて大気に接するという条件下での乾燥過程において、コンクリート中を水分が液状水の形態で移動するということは、必ずしも明白な事実ではないと思われる。しかし、実験により導出した水分拡散係数が、飽水に近い状態では、含水率が高いほど大きい傾向を示す<sup>8),26)</sup>という事実から、液状水移動の生じていることが推察される。つまり、水蒸気拡散に有効な空間容積が小さい状態において卓越する、水分移動の成分が存在することになり、これが液状水移動であると考えられるのである<sup>18)</sup>。本研究では、液状水移動を考慮することにし、以下の手順により移動則を定式化する。

細孔組織中に液状水と水蒸気が共存する不飽和状態

においては、式(3)で表される毛管力（すなわち、気相に対する液相の圧力低下）が、組織中の水分に発生しているとした。この毛管力の勾配を駆動力として、液状水が移動すると仮定する。また、流れが非常にゆっくりとしていると考えられることから、層流であると仮定する。細孔組織の連結や屈曲の影響は、無次元の定数により表現できるものとし、細孔組織中の半径  $r$  の部分における液状水の速度を次のように表す<sup>27)</sup>。

$$v_{L(r)} = -K_L \frac{r^2}{8\mu} \text{grad}(-\frac{2\gamma}{r_s}) \quad (8)$$

ここに、  
 $v_{L(r)}$  : 半径  $r$  の部分における液状水の速度[m/s]  
 $K_L$  : 液状水移動に関する材料係数  
 $\mu$  : 液状水の粘性係数[Pa·s]

である。

材料係数  $K_L$  は、細孔組織が複雑に連結、屈曲していることがコンクリート中の液状水移動に及ぼす影響を、直円管における層流の速度に対する低減という形式で、無次元の係数として表現しているので、 $0 < K_L < 1$  でなければならない。なお、液状水移動に関する材料係数  $K_L$  は、水蒸気移動に関する材料係数  $K_V$  と同様に、コンクリートの組織構造に依存する量であるが、現段階では組織構造の情報から、組織中の物質移動に関する特性を直接導き出すことは困難であるので、これらの材料係数は組織構造モデルと独立に与えることにする。

式(8)と前章において定義した細孔容積分布密度の概念とから細孔組織中の液状水流束を導く。半径  $r$  の細孔における液状水の流束の細孔半径に関する分布密度を、実際に移動が生じている細孔について総和をとることで、トータルの流束が評価される。最も単純な仮定として、液状水が存在するすべての部分において移動が生じるとすれば、液状水流束は以下のように表現される。

$$J_L = \int_0^r (\rho_L \frac{dV(r)}{dr}) v_{L(r)} dr \quad (9)$$

現実には、液状水の存在するすべての細孔が液状水移動に有効であるわけではないと考えられる。組織中の物質移動抵抗性は、 $10^{-7}[\text{m}]$ 程度以上の径を持つ空隙の容積と関係が深いとの報告もある<sup>16)</sup>。非常に狭い部分は、閉塞などにより移動経路として機能しにくいこと、液状水と固体壁との間に作用する力が大きく、移動そのものが生じにくいくこと、などがその理由と考えられる。ただし式(8)には、半径の小さい細孔ほど移動速度が小さいことが表現されており、

$10^{-7}[\text{m}]$ 以下の範囲を積分範囲に含めても、評価される流束にはほとんど影響しないため、本研究では液状水が存在しているすべての細孔を積分範囲とした。

### (3) 水分状態の変化にともなう組織の体積変化

#### a) 毛管力に起因する応力

組織内部の水分状態の変化にともなう硬化セメントペーストの体積変化現象のメカニズムに関し、これまで多くの研究がなされ、いくつかの有力な説が提案されている<sup>12),13),18)</sup>。多くの既往の理論にみられる、組織内部に存在する水分と組織の固体壁との間における力の伝達、この力による組織の変形という概念を、本研究においても導入する。

コンクリート細孔組織中において液相（液状水）と気相が共存しているとき、液状水の表面張力により、液状水の圧力と気相の圧力は等しくないと仮定した。液相、気相の圧力は、それぞれの相が接触している細孔壁に作用している。いま気相の圧力を基準にとると、気相と液相の圧力差に相当する圧力が相対的に、細孔壁に作用していると考えができる。式(3)より、液状水の圧力は気相の圧よりも低いので、細孔壁は液状水に接触している部分において、引張応力を受けていることになる。本研究ではこの引張応力を、収縮を生じさせる力としてモデル化する<sup>13),28),29)</sup>。この力は物理イメージとしては、水を流体として扱い得るレベルにおいて定義される毛細管張力に相当し、先述したように、分子レベルにまで連続的に適用し得る概念ではない。しかし、さらに詳細なメカニズムを考慮し、かつ定量的表現を与えることは現時点では困難であるため、今後の課題とすることにし、ここでは物理イメージの明確さと仮定の簡潔さを優先して本仮定を採用する。

コンクリートの単位体積中における、この力の作用の総和は、発生している引張応力の大きさと、単位体積内部におけるその作用面積に依存する性質を持つと考えることができる<sup>18)</sup>。そこで、単位体積中におけるこの作用の総和を、応力の次元を持つ量として表し、次式により評価することにする。

$$\sigma_s = A_s \frac{2\gamma}{r_s} \quad (10)$$

ここに、  
 $\sigma_s$  : 毛管力に起因する応力[Pa]  
 $A_s$  : 毛管力の作用面積の影響を表す係数

である。毛管力は液状水と接触している細孔壁において相対的に作用するため、その作用面積の大きさは液状水の量に依存すると考えることができる。最も単純な表現として、単位体積中に存在する液状水の体積  $V_L [\text{m}^3/\text{m}^3]$  により作用面積の影響を表す<sup>19),29)</sup>。

$$A_s = V_L \quad (11)$$

### b) 毛管力に起因する応力による組織の変形

毛管力に起因する応力と、外力により発生する応力は生成機構が異なるため、これらによって生じる材料の変形挙動は、必ずしも同一ではないと考えられるが、セメント硬化体の変形である以上、弾塑性的な性質、経路依存性、時間依存性など類似の性質を示すことが予想される<sup>12),28),30)</sup>。本研究では、表現形式として単純な線形弾性を採用し<sup>19)</sup>、実際の変形特性に含まれる種々の側面を平均的に含んだ値で、弾性係数を評価することにする。

$$\epsilon_{sh} = \frac{\sigma_s}{E_s} \quad (12)$$

ここに、 $\epsilon_{sh}$  : 乾燥収縮ひずみ  
 $E_s$  : 毛管力に対する弾性係数[Pa]

である。なお、毛管力に起因する応力  $\sigma_s$  は、応力の次元を持つ量として定式化されているが、物体に外力を作用させたときに物体内部で伝達される応力とは、直接重ね合わせないものとする。毛管力に起因する応力、およびこれに対する材料の変形抵抗は、微小体積要素の乾燥収縮を評価する段階においてのみ定義することとし、有限構造体の応力解析を行う際には、評価された乾燥収縮を、あらためて初期ひずみとして扱う方法をとることにする。

## 5. 材料レベルの特性の導出

### (1) 水分平衡特性

コンクリートの組織構造モデルと、微視的機構に関する仮定を組み合わせることにより、コンクリートの微小体積要素が持つ、乾燥収縮に関連する特性が評価される。

細孔組織中においてその半径が式(4)により規定される半径  $r_s$  より小さい部分は、すべて液状水により満たされていると仮定した。細孔容積分布密度関数の定義により、コンクリート単位体積中の気相および液相の体積  $V_G, V_L$  は、それぞれ以下のように表される (Fig.5)。

$$V_G = \int_{r_s}^{\infty} \frac{dV(r)}{dr} dr = V_O - V_{(r_s)} \quad (13)$$

$$V_L = \int_0^{r_s} \frac{dV(r)}{dr} dr = V_{(r_s)} \quad (14)$$

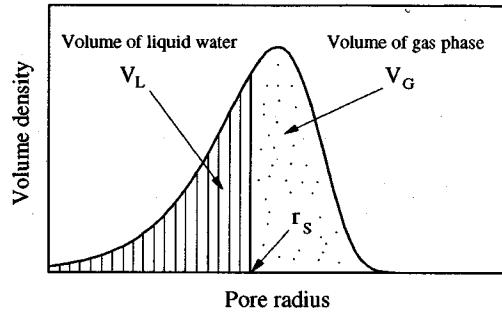


Fig.5 Volume of gas phase and liquid water in pore structure

なお、用いた仮定にしたがえば、水の分子よりも小さい空隙が液状水により満たされるという状態を許すことになる。これは細孔容積分布密度関数を自由度の低い単純な関数により与えていること、細孔壁への吸着水や結合水の一部などを液状水として計上してしまうことに起因しており、個々の仮定をより現実に忠実なものに置き換えることにより、解決すべき問題であると考えている。単位体積中の水蒸気の質量  $w_V [\text{kg}/\text{m}^3]$  と、液状水の質量  $w_L [\text{kg}/\text{m}^3]$  は、それぞれ次のように表される。

$$w_V = \rho_V V_G \quad (15)$$

$$w_L = \rho_L V_L \quad (16)$$

液状水は非圧縮性を仮定したので、密度  $\rho_L$  は一定である。気相は水蒸気と乾燥空気との理想混合気体であるとの仮定から、水蒸気の分圧と密度は理想気体の状態方程式により関係づけられる。

$$p_V = \rho_V \frac{RT}{M_w} \quad (17)$$

以上により、コンクリート中における気液2相水分の存在状態を規定する各量、すなわち温度、圧力、質量、体積がすべて関係づけられたことになる。

導出される平衡関係を、相対湿度（水蒸気の分圧）と液状水量の関係について描いたのがFig.6である。液状水量は、飽水状態における液状水量で正規化した相対液状水量により示してある。図中には、岡島らによる実験結果<sup>31)</sup>を重ねてプロットしてある。

### (2) 水分移動特性

水蒸気と液状水の質量保存方程式（式(5),(6)）を辯々加え、さらに、単位体積中に存在する水蒸気の質量は液状水の質量に比べて常に微小であり、その変

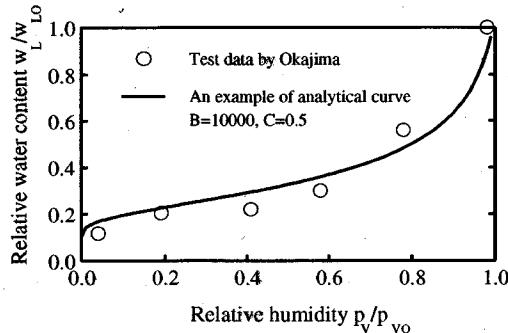


Fig.6 Relation between relative humidity and relative water content in concrete

化を無視し得るものと仮定すれば、水分の質量保存方程式は次のように表すことができる。

$$\frac{\partial w_L}{\partial t} = -\operatorname{div}(J_V + J_L) \quad (18)$$

前章において定式化した水蒸気、液状水の移動則は、勾配を考える変数が統一されていない。そこで前節において導いた状態変数間の関係に基づき変数変換を行い、主たる変数である液状水量の勾配基準によりそれぞれの移動則を次のように表現する。

$$J_V = -D_{V(w_L)} \operatorname{grad} w_L \quad (19)$$

$$J_L = -D_{L(w_L)} \operatorname{grad} w_L \quad (20)$$

ここに、 $D_{V(w_L)}$ ：水蒸気拡散係数[m<sup>2</sup>/s]

$D_{L(w_L)}$ ：液状水拡散係数[m<sup>2</sup>/s]

である。式(19),(20)を式(18)に代入すれば次式を得る。

$$\frac{\partial w_L}{\partial t} = \operatorname{div}(D_{V(w_L)} \operatorname{grad} w_L) \quad (21)$$

ここで、 $D_{(w_L)}$ ：水分拡散係数[m<sup>2</sup>/s]

であり、次のように定義される。

$$D_{(w_L)} = D_{V(w_L)} + D_{L(w_L)} \quad (22)$$

移動則を液状水量勾配基準で表したときの水蒸気拡散係数  $D_{V(w_L)}$ 、液状水拡散係数  $D_{L(w_L)}$  は、水分の状態を表す量の関数として評価される。したがって式(22)より、水分全体に関するみかけの拡散係数  $D_{(w_L)}$  も水分状態の関数として表され、これを用いることにより水分移動の基礎方程式として式(21)を用いることができる。

本モデルにより評価される水分拡散係数  $D_{(w_L)}$  の水

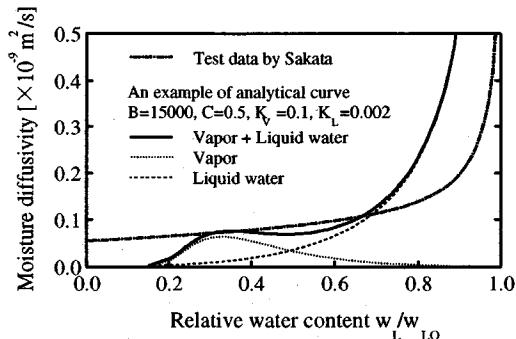


Fig.7 Relation between water content and moisture diffusivity in concrete

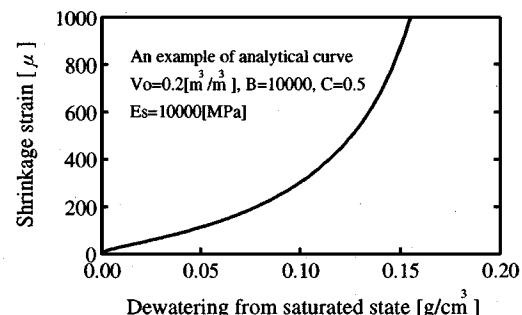


Fig.8 Relation between dewatering and shrinkage of concrete

分状態への依存性を図示したのがFig.7である。水分状態を代表する量として相対液状水量を用いた。含水率の高い状態では液状水移動が生じ、乾燥が進むにつれ水分移動の主たるメカニズムが水蒸気移動に移行する傾向が表現されている。図には阪田らが実験値より導出した結果<sup>26)</sup>の一例を重ねて示してある。

### (3) 体積変化特性

毛管力に起因する応力、これにともなう変形に関する仮定に、細孔容積分布密度関数の具体形を適用することにより、水分の逸散にともなうコンクリートの体積変化特性である、含水率と収縮ひずみの関係が導かれる。Fig.8は含水率を飽水状態からの逸散水量に変換し、体積変化特性を描いたものである。

## 6. 境界条件

コンクリートの乾燥収縮現象において、水分の移動に関する境界条件として重要であるのは、大気と接する境界面における水分輸送である。

本研究では、この境界条件に関し、固体と流体の間

Table 1 Mix proportion of mortar

	Unit weight [kg/m <sup>3</sup> ]			
	Water	Cement	LSP*	Sand
W/C 0.34	247	738	40	1191
W/C 0.56	247	443	289	1191
W/C 0.84	247	295	413	1191

Note) \* Lime stone powder

の熱伝達境界条件<sup>32)</sup>と類似の扱いを適用する。境界面における水分流束  $J_B$  は、次式により表されるものとする。

$$J_B = \alpha_B (w_L - w_{LB}) \quad (23)$$

ここに、  
 $J_B$  : 境界での水分流束 [kg/m<sup>2</sup>·s]  
 $\alpha_B$  : 水分伝達係数 [m/s]  
 $w_L$  : コンクリート表面での液状水量  
[kg/m<sup>3</sup>]  
 $w_{LB}$  : 霧囲気の相対湿度に平衡する液  
状水量 [kg/m<sup>3</sup>]

である。水分伝達係数  $\alpha_B$  は、霧囲気の対流の状態、表面部分の細孔・空隙などコンクリートの組織構造、および表面付近のコンクリートの含水状態の影響を受ける量であると考えられる。これらを考慮し、水分伝達係数を以下のように評価することにする。

$$\alpha_B = \frac{D_{(w_L)}}{h} \quad (24)$$

ここに、 $h$  は長さの次元を持つ量であり、境界近傍の霧囲気の湿度分布の状態を表現する。組織構造の影響、水分状態の影響を表現するために、コンクリート内部における水分拡散係数をそのまま用いたのは、類似の性質を持つ量であると考えたことと、取扱いの簡便性を考慮したためである。

## 7. 有限供試体の乾燥収縮挙動の数値シミュレーション

提案した乾燥収縮モデルを用いて、モルタル供試体の乾燥収縮挙動の数値シミュレーションを行った例を示す。なお、用いた個々の仮定ならびにシステム全体の妥当性の検討は別報にゆずることとし、ここでは組織構造が顕著に異なると考えられる、水セメント比が異なる3供試体を対象に選ぶことにより、計算手順の概要と、提案モデルが妥当な計算結果を導き得る一例を示すこととする。

実験では、水セメント比は Table 1 に示すようにセ

Table 2 Material parameters

	$V_O$	$B$	$C$	$K_V$	$K_L$	$E_s$
	[m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup> ]					[MPa]
W/C 0.34	0.182	22200	0.5	0.10	0.0020	17000
W/C 0.56	0.204	11800	0.5	0.12	0.0024	16000
W/C 0.84	0.218	7100	0.5	0.20	0.0040	12000

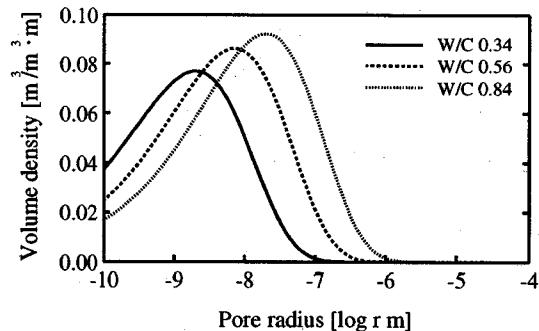


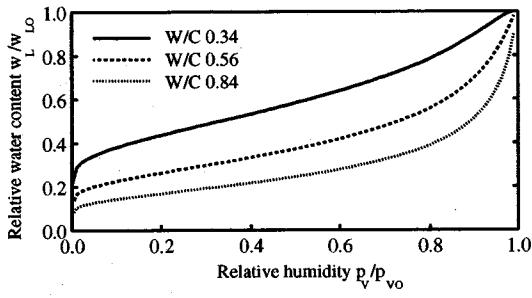
Fig.9 Analytical pore size distribution

メントを石灰粉に置換することにより変化させた。供試体寸法は  $4 \times 4 \times 16$  [cm] であり、作製後の供試体は、ポリエチレンシートにより試験開始時まで乾燥および吸湿を防いだ。材齢7日より真空ポンプを接続したデシケータの中で乾燥させ、重量変化と長さ変化を測定した。

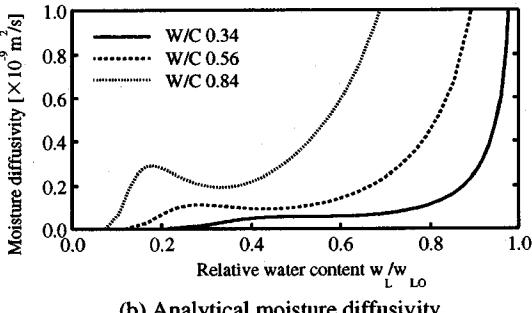
提案モデルにおいて、材料の特性は Table 2 に示す材料パラメータにより表現される。これらの値は逆解析により実験結果から同定したものである<sup>3)</sup>。Fig.9 はパラメータ  $V_O, B, C$  により決定される各供試体の細孔容積分布密度関数を図示したものである。各材料パラメータの性質と妥当性、実験条件との関係については、別報において系統的に検討を加えることとするが、Table 2 に示した値の組み合わせは、水セメント比が小さいほど細孔組織構造が緻密であり、組織内部の水分の移動抵抗が大きく、毛管力に対する組織の変形抵抗が大きいという序列となっている。

Table 2 の材料パラメータを与えたときに提案モデルにより計算される材料レベルの諸特性を Fig.10 (a),(b),(c) に図示する。諸特性は各々独立ではなく、細孔容積分布密度関数に対応してそれぞれが変化することとなる。

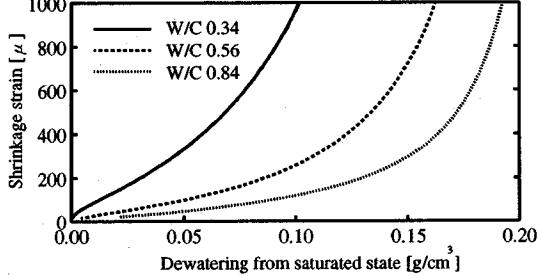
材料レベルの特性を対象の各部分に適用し、与えられた条件のもとで水分移動解析と応力解析を行うことにより、有限供試体の乾燥収縮挙動の数値シミュレーションを行うことができる。本例では、供試体中のすべての部分が飽水状態でひずみが 0 という初期条件を、霧囲気の相対湿度が 1 [%]、外部からの



(a) Analytical isotherm



(b) Analytical moisture diffusivity

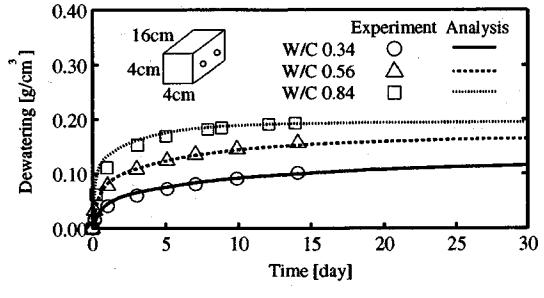


(c) Analytical volumetric change characteristics

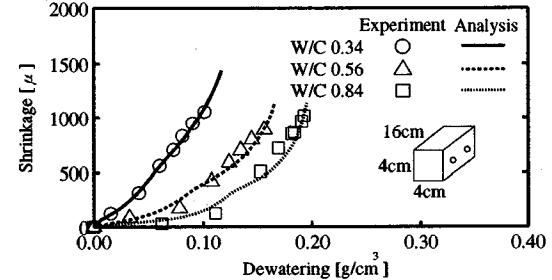
Fig.10 Material characteristics computed by the model

拘束、荷重を受けないという境界条件を用いる。水分の移動は、供試体の長手方向の移動量を無視した2次元解析により評価し、数値計算法は差分陰解法を採用した。供試体の変形は、得られた断面内の水分分布より収縮ひずみの分布を求め、長手方向の一様な変形を仮定することにより評価した。

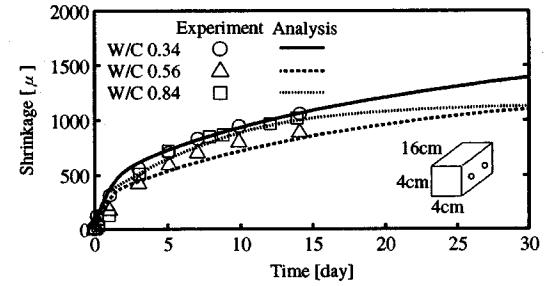
各供試体の水分逸散挙動と収縮挙動の実験結果と計算結果をFig.11(a),(b),(c)に重ねて示す。水セメント比が小さい供試体ほど、水分は逸散しにくいが(Fig.11(a))、同一量の水分が逸散した場合に生じる収縮は大きいため(Fig.11(b))、乾燥時間と収縮ひずみの関係(Fig.11(c))は、みかけ上水セメント比によらず似通った曲線を描く結果となっている。材料パラメータを逆解析により定めたためではあるが、提案手法による計算結果は、各供試体の水分逸散



(a) Time-Dewatering relation



(b) Dewatering-Shrinkage relation



(c) Time-Shrinkage relation

Fig.11 Experimental and computational results

挙動、収縮挙動とともに、実験結果の傾向を良好に再現している。

個々の仮定の妥当性は検討を行わねばならないが、コンクリートの組織構造と組織中における微視的機構の仮定より出発して、有限供試体レベルの乾燥収縮挙動を数値シミュレーションする手法を構築し得たといえる。

## 8.まとめ

コンクリートの組織構造と組織中における微視的現象の機構の表現に立脚した乾燥収縮モデルを定式化し、これを用いて有限供試体の乾燥収縮挙動の数値シミュレーションを行った例を示した。

**謝辞：**実験には、福留和人氏（問組）、枝松良展氏（住友大阪セメント）の御協力を得ました。深く感謝いたします。

## 参考文献

- 1) 土木学会：コンクリート構造物の耐久設計指針（試案），コンクリート・ライブラリー 第65号，1989.
- 2) Ozawa,K., Kunishima,M., Maekawa,K. and Okamura,H.: High performance concrete based on the durability design of concrete structure, *Proceedings of the EA SEC-2*, Vol.1, pp.445-450, 1989.
- 3) 下村 匠, 福留和人, 小沢一雅: 細孔構造モデルによるコンクリートの乾燥収縮特性の評価, 超流動コンクリートに関するシンポジウム論文集, 日本コンクリート工学協会, pp.167-174, 1993.
- 4) 阪田憲次: コンクリートの乾燥収縮およびクリープの予測, コンクリート工学, Vol.31, No.2, pp.5-14, 1993.
- 5) Bazant,Z.P. and Najar,J.J.: Nonlinear water diffusion in nonsaturated concrete, *Materials and Structures*, Vol.5, No.25, pp.3-20, 1972.
- 6) 永松静也, 佐藤嘉昭: 非線形拡散方程式によるコンクリートの脱水量の分布に関する研究, セメント技術年報, Vol.35, pp.162-165, 1981.
- 7) 滝口克己, 堀田久人, 小板橋裕一: 若材令コンクリートの熱及び乾燥による応力解析法, 日本建築学会構造系論文報告集, No.396, pp.118-124, 1989.
- 8) 秋田 宏, 藤原忠司, 尾坂芳夫: モルタルの乾燥・吸湿・吸水過程における水分移動, 土木学会論文集, No.420, pp.61-69, 1990.
- 9) 沼尾達弥, 三橋博三, 福沢公夫: 加熱乾燥を受けるコンクリートの水分逸散過程に関する研究, 日本建築学会構造系論文報告集, No.441, pp.1-7, 1992.
- 10) 近藤 実: 硬化セメントベースト中の水の形態と水分の拡散を考慮した乾燥収縮の関係, セメント技術年報, Vol.12, pp.136-149, 1958.
- 11) Powers,T.C.: Thermodynamics of volume change and creep, *Materials and Structures*, Vol.1, No.6, pp.487-507, 1968.
- 12) 田中弘文: セメント硬化体の組織と物性, 多孔材料一性質と利用 - 近藤連一編, 第13章, 技報堂出版, pp.299-339, 1973.
- 13) 岸谷孝一, 馬場明生: 建設材料の乾燥収縮機構, セメント・コンクリート, No.346, pp.30-40, 1975.
- 14) Feldman,R.F. and Beaudoin,J.J.: *Concrete Science*, Heydon & Son, 1981
- 15) 羽原俊祐: コンクリートの構造とその物性, セメント・コンクリート, No.549, pp.31-43, 1992.
- 16) 羽原俊祐: コンクリートの構造とその物性, セメント・コンクリート, No.550, pp.50-63, 1992.
- 17) 八幡敏雄: 土壌の物理, 東京大学出版会, 1975.
- 18) Young,J.F.: Physical mechanisms and their mathematical descriptions, *Mathematical Modeling of Creep and Shrinkage of Concrete*, Bazant,Z.P. ed., Chapter 1, John Wiley & Sons, pp.63-98, 1988.
- 19) 下村 匠, 陳丙学, 小沢一雅: コンクリートの細孔構造と収縮特性, 土木学会第46回年次学術講演会講演概要集第5部, pp.478-479, 1991.
- 20) 下村 匠, 小沢一雅: 細孔構造モデルによるコンクリート中の水分移動解析, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.14, No.1, pp.631-636, 1992.
- 21) 荒井康彦, 岩井芳夫編: 界面物理化学, 工学のための物理化学, 第9章, 朝倉書店, pp.112-126, 1991.
- 22) Chaube,R.P., Shimomura,T. and Maekawa,K.: Analytical modelling for the effect of aggregates on water transport in concrete, *Proceedings of the JCI*, Vol.15, No.1, pp.1217-1222, 1993.
- 23) 小野 周: 表面張力, 物理学 One Point 9, 共立出版, 1980.
- 24) 平岡正勝, 田中幹也: 移動現象論, 朝倉書店, 1971.
- 25) 小宮山宏: 速度論, 朝倉書店, 1990.
- 26) 阪田憲次, 蔵本 修: 乾燥に伴うコンクリート中の水分の逸散と乾燥収縮に関する研究, 土木学会論文報告集, No.316, pp.145-152, 1981.
- 27) 日野幹雄: 明解水理学, 丸善, 1983.
- 28) 長滝重義, 米倉亜州夫: コンクリートの乾燥収縮及びクリープの機構に関する考察, コンクリート工学, Vol.20, No.12, pp.85-95, 1982.
- 29) 後藤孝治, 酒井公式, 佐藤 健: セメント硬化体の乾燥収縮を低減する有機質混和剤, セメント・コンクリート, No.442, pp.9-15, 1983.
- 30) 福留和人, 下村 匠: 時間依存性変形を考慮したコンクリートの乾燥収縮モデル, 土木学会第47回年次学術講演会講演概要集第5部, pp.944-945, 1992.
- 31) 岡島達雄, 水谷章夫, 河辺伸二, 志村欣一, 加知由次: コンクリートの等温吸脱着特性, 第43回セメント技術大会講演集, pp.350-353, 1989.
- 32) 矢川元基, 宮崎則幸: 有限要素法による熱応力・クリープ・熱伝導解析, サイエンス社, 1985.

(1994. 4. 6 受付)

## DRYING SHRINKAGE MODEL OF CONCRETE BASED ON MICROMECHANISM IN CONCRETE

Takumi SHIMOMURA and Koichi MAEKAWA

A mathematical model for drying shrinkage of concrete is presented in this paper. The proposed model originates from some simple hypotheses which are concerned to the configuration of the pore structure of concrete and micromechanical behavior of water in pore. The characteristic of pore structure of hardened cement paste in concrete is expressed by the distribution function of pore size. Micromechanical phenomena in concrete, which are thermodynamic equilibrium and transport process of vapor and liquid water and associated volumetric change of concrete, are incorporated based on the unified concept of micro pore. Drying shrinkage behavior of concrete specimen, which are both weight loss and volumetric change, can be numerically simulated taking their pore structure into consideration.