

# 遺伝的要素を考慮したインポートانس・サンプリングによる離散型変数を有するシステムの最適化

須藤敦史<sup>1</sup>・星谷 勝<sup>2</sup>・宮沢和樹<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 博士(工) (株)地崎工業 技術開発部 (〒105 港区西新橋 2-23-1)

<sup>2</sup>正会員 Ph. D. 武蔵工業大学 土木工学科教授

<sup>3</sup>学生会員 武蔵工業大学 大学院修士課程

離散型変数を有するシステムの代表的な最適化手法として、ランダムサンプリング(モンテカルロ法)や遺伝的アルゴリズム(GA)が挙げられる。ランダムサンプリングは状態変数をランダムに発生させ解を見つけ出す、組み合わせ最適化手法であるために、広い範囲を探索する場合には計算時間を要する。一方、GAは同様に多数のランダムな解候補集団を初期状態として最適解の探索を行い、その適応度を評価して最適解を得ようとする手法である。一方インポートانس・サンプリングは、信頼性設計などにおいて構造物の破壊確率の計算時間や精度の効率化を目的とした、適合型モンテカルロ法の一手法である。本研究は、インポートانس・サンプリング法の考え方にGAの遺伝子要素を取り入れた離散型の最適化手法を提案し、その適用性を数値解析を通して検討している。

**Key Words :** monte-carlo procedure, importance sampling, genetic algorithm, discrete parameters optimization

## 1. 目 的

一般にシステムは、多くの要素やパラメータより構成された複雑な構造を示し、その要素は離散量もしくは連続量である。土木構造物は、設計や施工の段階で様々な価値基準で、最も良いシステムを選択する最適化が必要となる。最適化理論は目的関数の最小化もしくは最大化を基礎として、最適設計問題や逆問題などにおいて対象となるシステムの要素やパラメータの最適値を推定するものである。しかし離散型の要素やパラメータを有するシステムの最適化問題は、数多くの解候補集合の中から最も良いものを選択する、組み合わせ最適化問題となる。

このような、離散型変数の組み合わせ最適化問題の確率的手法として、ランダムサンプリングや遺伝的アルゴリズム(Genetic Algorithm : GA)<sup>1)</sup>が挙げられる。

ランダムサンプリングはモンテカルロ法<sup>2)</sup>を基本として、状態変数をランダムに発生させ多くの解の中から最適解を見つけ出す組み合わせ最適化手法であるため、広い範囲を探索する場合には計算時間を要する。またインポートانس・サンプリング<sup>3)</sup>は、モンテカルロ法の欠点を補うために信頼性設計などにおいて、構造物の破壊確率の精度を含めて計算時間を効率的に行う目的で開発された手法である。

このインポートانس・サンプリングは、破壊事象の発

生確率の高い領域にサンプリング密度関数を設定し、そこにサンプルを集中させることで、少ないサンプル数で最適な解を得ようとするところが基本的な考え方である。また、サンプリング密度関数を実際のサンプルの統計的性質で更新を行いながら、この手順を数回行う手法がアダプティブ・サンプリング法<sup>4),5)</sup>である。

一方、生物体の進化現象を最適化理論の工学モデルに応用したGAは、同様に多数のランダムな解候補を初期状態として、その個々の適応度に応じて解候補の選択や交叉を行いながら最適解を得ようとする手法であり、離散的最適化問題<sup>6),7)</sup>に用いられている。しかし、この手法の中で基本操作だけを用いたSimple GAは、アルゴリズム中において淘汰、交叉、突然変異などの確率的パラメータの決定法が一般的には確立されておらず、加えて解の収束性や精度が設定パラメータに敏感であるなどの理由により、応用において工夫が必要であると言われている<sup>8)</sup>。

以上のようにアダプティブ・サンプリング法とGAでは、サンプルや解候補集団をランダムに抽出する点や、最適解の存在する可能性の高い領域に対するサンプリングや適応度の高い解候補を選択する点など、最適解を探索する上で基本的に共通した考え方を示している。

そこで本研究では、従来のアダプティブ・サンプリング法にGAにおける遺伝子要素を取り入れて、離散的

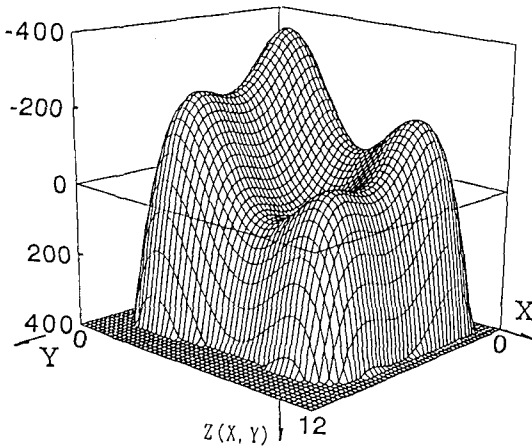


図-1 関数曲面

な状態空間に対して効率的に最適解を探索する手法（修正インポートランス・サンプリング法）の提案を行い、加えて提案手法の適用性を数値解析を通して検討している。

## 2. 提案手法の考え方と基礎解析

離散型変数を有するシステムの最適化問題に対する提案手法の基本的な考え方を、局所解を多数有する簡単な関数の最小値探索問題を用いて説明する。

用いた関数を次式に示す。

$$Z(X, Y) = (3/2) \{ (X^4 - 24X^3 + 193X^2 - 570X + 400) + (Y^4 - 21Y^3 + 151Y^2 - 411Y + 280) \} \quad (1)$$

$$\text{制約条件 } 0.0 < X < 12.0, \quad 0.0 < Y < 12.0$$

式(1)の関数  $Z(X, Y)$  が最少となる  $X$  と  $Y$  の組み合わせを探索する問題を考察する。ここで、 $X, Y$  は連続な値をとるが、離散型変数を有するシステムの最適化を対象とするため、小数点以下2桁までの離散変数とする。

連続関数として  $Z(X, Y)$  が表す曲面を示すと図-1 のようになる。図-1 より、 $Z(X, Y)$  は4つの極小値を有し多峰性を示す関数である。

提案手法における最適解を求める手順を示す。

1) まず上記制約条件 ( $0.0 < X < 12.0, 0.0 < Y < 12.0$ ) において、解候補  $(X, Y)$  をそれぞれランダムに抽出(解析例では100候補)し、個々の解候補に対して関数値  $Z(X, Y)$  を求める。解析例では関数  $Z(X, Y)$  の値を直接評価しているが、一般の問題では最適化する事項により任意の目的関数を設定する。また本手法ではランダムに抽出する各解候補  $(X, Y)$  を状態変数列と定義する。

2) ランダムに抽出した解候補集団における関数  $Z(X, Y)$  の平均値を算出する。次に個々の状態変数列に

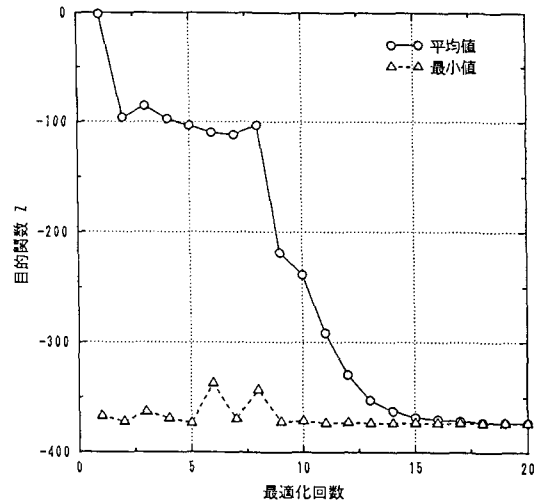


図-2 基礎解析結果(1)

おける  $Z(X, Y)$  の値と平均値を比較し、平均値より小さい値を示す状態変数列  $(X, Y)$  が設定した問題の解候補集団となる。ここで解析例では評価基準として関数  $Z(X, Y)$  の平均値を用いているが、一般には問題により任意の評価基準を設定する。

3) 解候補集団の分布範囲に最適解の存在する確率が高いためその分布を調べ、次の最適化における探索領域を解候補の分布範囲(制約条件の限定)とする。

4) 限定された制約条件において手順1)~3)を繰り返しながら最適な解候補を求めて行く。加えて探索効率を高める目的で、各ステップにおいて状態変数列  $(X, Y)$  の抽出個数を減少させる(解析例では状態変数列の減少は行っていない)。

ところで、本手法では状態変数列をランダムに抽出するためその発生具合により、最適解の存在領域を見逃す危険性がある。そこで、縮小以前の制約条件において、状態変数列を一定比率(解候補の数%~数十%)だけ再抽出する。

提案手法における解候補集団の最適解と解候補の平均値を求めた結果を図-2に示す。なお、最適化の計算回数は20回までを示している。また、この解析では縮小以前の領域における状態変数列の再抽出は行っていない。

図-2より、この計算例では最小値は10回程度、平均値は15回程度の計算回数で収束している。また、計算回数15回以降では最小値と平均値は変わらない値を示すことより、解を探索する領域(制約条件)が最適解近傍に限定されたことを示し、かつ最適解が求められる。

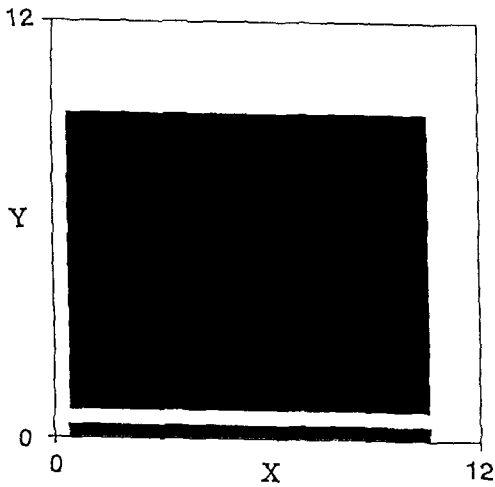


図-3 (a) 最適化による縮小領域 (1回目)

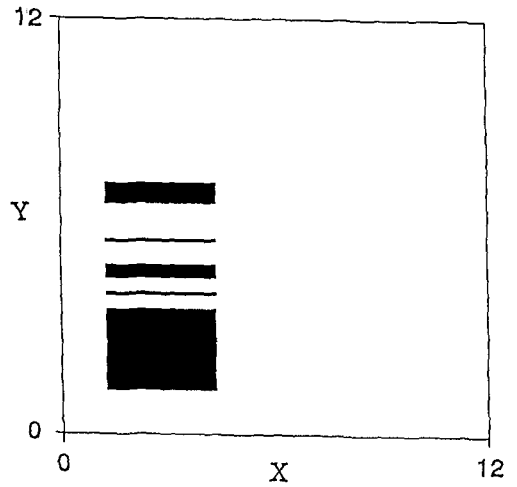


図-3 (d) 最適化による縮小領域 (4回目)

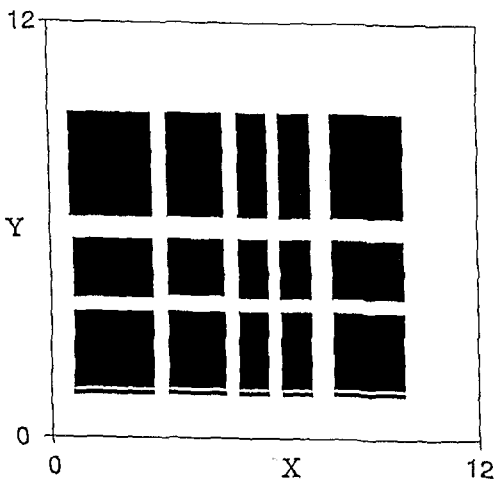


図-3 (b) 最適化による縮小領域 (2回目)

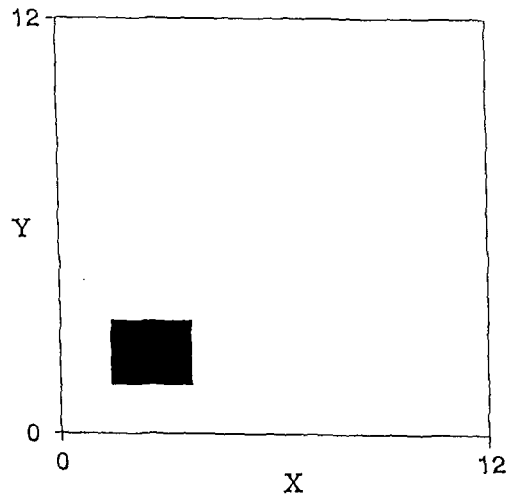


図-3 (e) 最適化による縮小領域 (5回目)

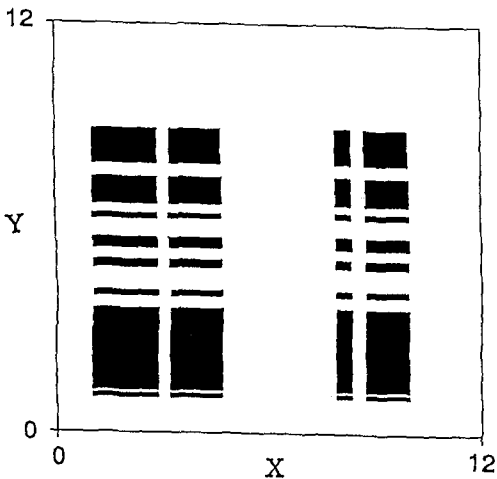


図-3 (c) 最適化による縮小領域 (3回目)

ここで、最適化計算1回~5回において目的関数により縮小された探索領域を図-3 (a)~(e) に示す。

図中の黒色部分が、次の候補探索における状態変数列の抽出領域である。また白色部分が目的関数値により排除された領域である。図-3 (a)~(e) より、探索領域が最適解の存在する確率が高い部分に逐次縮小されている。図-3 (a)~(e) では白抜き部分のように、ランダムに状態変数列を抽出しているため、一様な目的関数勾配の中に排除された領域が存在する。また図では示していないが、最適化6回目以降の探索領域は図-3 (e) の領域が最適解近傍に順次縮小していく。

次に、縮小以前の許容領域内において状態変数列を再抽出する効果を検討する目的で、最適化計算1回~5回において制約条件を  $5.0 < X < 12.0$ ,  $5.0 < Y < 12.0$  とし

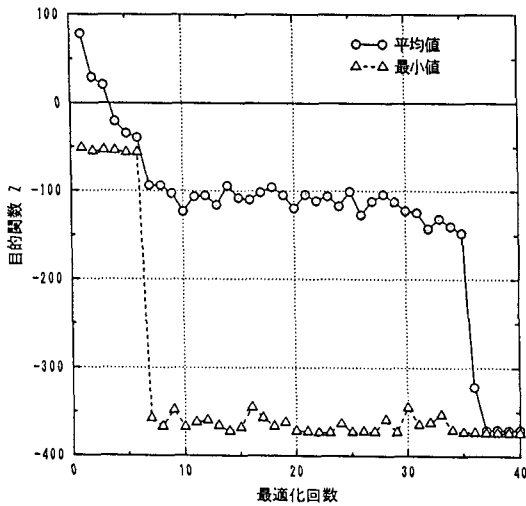


図-4 基礎解析結果 (2)

で最適解の探索を行い、計算 6 回目以降に状態変数列の再抽出をもとの制約条件 ( $0.0 < X < 12.0, 0.0 < Y < 12.0$ ) で行った結果を図-4 に示す。ここで領域の縮小の基準は、前記と同様に関数値が平均値より大きい場合とする。

また状態変数列は 100 候補とし、最適化計算は 40 回、縮小以前の領域における再抽出数は状態変数列の 10% としている。

図-4 より、計算 5 回までは制約条件 ( $5.0 < X < 12.0, 5.0 < Y < 12.0$ ) における最小値を求めており、平均値も最小値に近づいていくことから、解の探索領域を上記制約条件における最小解近傍に縮小する。

また計算 6 回目以降では、状態変数列の再抽出領域を拡張 ( $0.0 < X < 12.0, 0.0 < Y < 12.0$ ) したために探索領域が最適解近傍にシフトし、状態変数列の抽出が最適解近傍に集中することにより解候補の最小値は最適解を求めている。したがって、提案手法は多点探索を行うため局所解が多数存在 (多峰性) するような問題に適用ができる。

しかし、本手法は最適解が極端に狭い領域に存在する場合には、解候補の発生具合によっては最適領域を排除する危険性を有するが、状態変数列の再抽出を行うため、局所最適化も回避できるアルゴリズムといえる。

### 3. 修正インポートランス・サンプリング法

前節の提案手法を一般的な最適化手法として整理する。最適化問題は目的関数を用いて次式のように表される<sup>9)</sup>。

$$\text{目的関数 } Z(\mathbf{y}) = [g_1(\mathbf{y}), g_2(\mathbf{y}), \dots, g_n(\mathbf{y})] \quad (2.a)$$

$Z(\mathbf{y})$ : 目的関数,  $\mathbf{y}$ : 変数ベクトル

$$\mathbf{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}, m: \text{要素個数},$$

$$g_n(\mathbf{y}): \text{システム要素}, n: \text{システム個数}$$

$$Z(\mathbf{y}) \rightarrow \min \text{ or } \max \quad (2.b)$$

$$\text{制約条件 } \mathbf{y} \in S \text{ ただし } S \subset \Omega$$

$$\Omega: \text{基本空間}, S: \text{許容領域集合}$$

ここで最適化は、許容領域集合の変数ベクトルのうちで目的関数を最小または最大にする解または解候補を求める問題となる。また変数ベクトルが離散的な場合では、組み合わせ最適化問題となる。また一般のシステムにおいてシステムの要素やパラメータは、離散量または連続量で構成されるため、変数ベクトルは次式に示すようになる。

$$\mathbf{X}_{comb} = \{\mathbf{x}, \mathbf{y}\} \quad (3)$$

$$\mathbf{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_{m_1}\}: \text{連続変数ベクトル}$$

$$\mathbf{y} = \{y_1, y_2, \dots, y_{m_2}\}: \text{離散変数ベクトル}$$

$$m_1, m_2: \text{要素個数}$$

したがって、離散・連続量が混在するシステムの最適状態の目的関数は式 (4) のようになる。

$$Z(\mathbf{X}_{comb}) = [g_1(\mathbf{X}_{comb}), g_2(\mathbf{X}_{comb}), \dots, g_n(\mathbf{X}_{comb})] \quad (4)$$

このような連続・離散変数ベクトルを有する目的関数の最小もしくは最大化は、変数ベクトルの増加に伴って計算が煩雑になり計算量も増大することとなる。

ここで、問題を離散変数のみを有するシステムの最適化問題に限定すると、離散変数ベクトルは許容領域集合より抽出されるサンプルベクトルとなり、抽出されるサンプル数が十分に多ければ離散変数ベクトルの最適な解の組み合わせが発生する確率は多くなる。

離散変数の  $k$  組目のサンプルベクトルを式 (5) に、そのときの目的関数を式 (6) に示す。

$$\mathbf{y}^k = \{y_1^k, y_2^k, \dots, y_{m_2}^k\} \quad (5)$$

$$Z(\mathbf{y}^k) = [g_1(\mathbf{y}^k), g_2(\mathbf{y}^k), \dots, g_n(\mathbf{y}^k)] \quad (6)$$

$$k: \text{サンプル組数}$$

ここで最適化は式 (7) に示すように、目的関数を最小にする解の組み合わせを探索する問題となる。

$$Z(\mathbf{y}^k) \rightarrow \min \quad (7)$$

しかしサンプル数が多くなれば、最適解の探索に多大な計算時間を要することになる。

そこで、効率的に目的関数を最小にする解候補を探索するために、本研究ではモンテカルロ法の一解析手法であるインポートランスサンプリング法に、GA における遺伝子要素を取り入れて、解候補探索の効率化を図る修正インポートランス・サンプリング法を提案する。この手法は、関数の大きさにより許容 (探索) 領域を最適解が存在すると想定される領域に順次縮小し、かつ抽出するサンプルベクトルの数も順次減少させて、近似改善的に解候補を探索する効率的な逐次最適化手法である。

以下にアルゴリズムの詳細を記述する。

### 最適化ステップ1回目

1) 離散変数ベクトルを許容領域内 ( $D_1$ ) において、ランダムに1組サンプル (状態変数列) を抽出する。

(領域:  $D_1$  ステップ (1)-サンプル1組),

$$\mathbf{y}^{(1)} = \{y_1^1, y_2^1, \dots, y_{m_2}^1\}$$

ここで、変数ベクトルが分布する領域が、事前に限定される場合には、許容領域を事前に縮小させておく。

2) 手順1) で抽出された状態変数列 (サンプルベクトル) により、目的関数を求める。

$$Z(\mathbf{y}^{(1)}) = [g_1(\mathbf{y}^{(1)}), g_2(\mathbf{y}^{(1)}), \dots, g_n(\mathbf{y}^{(1)})]$$

3) 手順1), 2) を  $i$  回繰り返し、 $i$  組の状態変数列 (サンプルベクトル) に対して目的関数値を求める。

(領域:  $D_1$  ステップ (1)-サンプル  $i$  組)

$$\mathbf{y}^{(i)} = \{y_1^i, y_2^i, \dots, y_{m_2}^i\}$$

$$Z(\mathbf{y}^{(i)}) = [g_1(\mathbf{y}^{(i)}), g_2(\mathbf{y}^{(i)}), \dots, g_n(\mathbf{y}^{(i)})]$$

4) 手順3) より求められた目的関数の大きさにより、状態変数の存在する範囲を調べる。そして探索領域を縮小 (領域:  $D_2$ ) し、次のサンプリング領域とする。

### 最適化ステップ2回目

最適化ステップ (1) で縮小された許容領域 (領域:  $D_2$ ) において、同様に上記1)~4) の手順を行い、状態変数列を  $i_1$  組抽出する。

ここでステップ (2) 以降、許容領域の限定にともなう局所最適化を回避するために、縮小以前の許容領域 ( $D_1$ ) においてステップ (2) の状態変数列数に対して一定割合のサンプル  $k_1$  を再抽出し、全状態変数列に対する目的関数を求める。

(領域:  $D_2$  ステップ (2)-サンプル  $i_1$  組)

$$\mathbf{y}^{(i_1)} = \{y_1^{i_1}, y_2^{i_1}, y_{m_2}^{i_1}\}$$

$$Z(\mathbf{y}^{(i_1)}) = [g_1(\mathbf{y}^{(i_1)}), g_2(\mathbf{y}^{(i_1)}), \dots, g_n(\mathbf{y}^{(i_1)})]$$

(領域:  $D_1$  ステップ (2)-サンプル  $k_1$  組)

$$\mathbf{y}^{(k_1)} = \{y_1^{k_1}, y_2^{k_1}, \dots, y_{m_2}^{k_1}\}$$

$k_1$ : 再抽出サンプル個数,  $k_1 = \alpha * i_1$ ,  $\alpha$ : 再抽出率

$$Z(\mathbf{y}^{(k_1)}) = [g_1(\mathbf{y}^{(k_1)}), g_2(\mathbf{y}^{(k_1)}), \dots, g_n(\mathbf{y}^{(k_1)})]$$

同様に目的関数値の大きさにより、許容領域をさらに縮小 (領域:  $D_3$ ) する。

### 最適化ステップ $j$ 回目

以降、各最適化ステップにおいて1)~5) に示した手順を  $j$  回 (サンプル  $i_{j-1}$  組) 実施し、状態変数列の探索領域の縮小および局所最適化を回避する目的で縮小以前の許容領域内において状態変数列を  $k_{j-1}$  組再抽出し、最適解の探索を行う。

ここで、探索を効率的に行うために各最適化ステップにおいて、抽出する状態変数列の数を一定比率だけ順次減少させる。

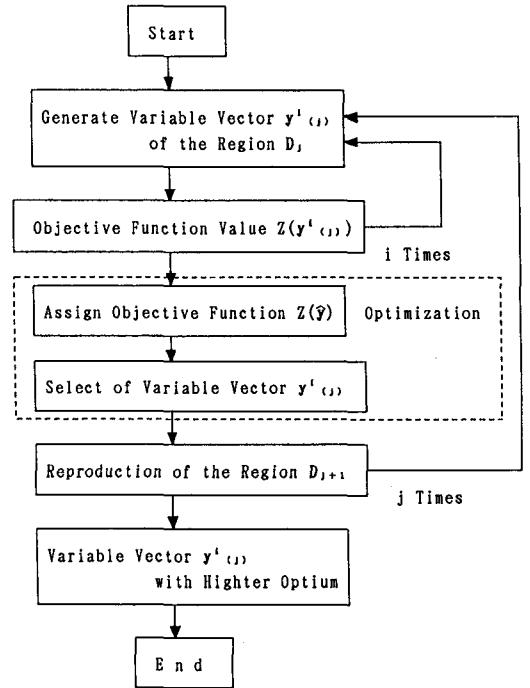


図-5 修正インポートランス・サンプリングアルゴリズム

(領域:  $D_j$  ステップ ( $j$ )-サンプル  $i_{j-1}$  組)

$$\mathbf{y}_{(j)}^{(i_{j-1})} = \{y_1^{i_{j-1}}, y_2^{i_{j-1}}, \dots, y_{m_2}^{i_{j-1}}\}$$

$i > i_1 > \dots > i_{j-1}$ : サンプル個数

$$Z(\mathbf{y}_{(j)}^{(i_{j-1})}) = [g_1(\mathbf{y}_{(j)}^{(i_{j-1})}), g_2(\mathbf{y}_{(j)}^{(i_{j-1})}), \dots, g_n(\mathbf{y}_{(j)}^{(i_{j-1})})]$$

(領域:  $D_1$  ステップ ( $j$ )-サンプル  $k_{j-1}$  組)

$$\mathbf{y}_{(j-1)}^{(k_{j-1})} = \{y_1^{k_{j-1}}, y_2^{k_{j-1}}, \dots, y_{m_2}^{k_{j-1}}\}$$

$k_{j-1}$ : 再抽出サンプル個数,  $k_{j-1} = \alpha * i_{j-1}$ ,  $\alpha$ : 再抽出率

$$Z(\mathbf{y}_{(j-1)}^{(k_{j-1})}) = [g_1(\mathbf{y}_{(j-1)}^{(k_{j-1})}), g_2(\mathbf{y}_{(j-1)}^{(k_{j-1})}), \dots, g_n(\mathbf{y}_{(j-1)}^{(k_{j-1})})]$$

以上の手順を繰り返すことにより目的関数を最小もしくは最大にする最適候補と最適解を逐次的に求める手法である。したがって提案手法は、解の候補集団を状態空間の広い範囲よりランダムに抽出し、候補補の特性をGAにおける遺伝子と同様にその特性を状態変数列を定義して表している。また最適解探索の過程において目的関数の値が設定した問題を満足する状態変数の各分布を調べ、それを次ステップの探索範囲とする。そして状態変数列の抽出を良好な解が存在する確率の高い付近に集中させることで、最適解の探索を行う。

さらに、この手順を数回行うことにより逐次的に最適解を求める手法であり、かつ縮小以前の許容領域内において状態変数列を再抽出することにより、局所最適化を回避できるアルゴリズムを有している。

ここで、本研究で提案する修正インポートランス・サン

プリング法のアルゴリズムを図-5に示す。

#### 4. 修正インポータンス・サンプリング法の特徴

本手法は、次に示す6つの特徴を有する。

- (1) 確率的最適化
- (2) 状態変数列
- (3) 領域の縮小
- (4) 近似的最適化手法
- (5) 探索の多様性
- (6) 離散変数・関数

(1) 確率的最適化は、確率的に解候補を繰り返し与えることにより最適解を探索するものであり、従来のランダムサンプリングと同様である。したがって、各ステップにおいて解候補集団は独立に得られるが、サンプリングの領域は目的関数の値により制約される。

(2) 状態変数列は、GAの考えに基づいたものである。

GAでは解候補集団を構成する個々の解候補に対して、その状態(性質)を表すものとして遺伝子(String)を用いている。提案手法においても、この遺伝子に相当する状態変数列を個々の解候補の状態を表すものと定義し、その分布より領域の縮小を行う。

(3) 領域の限定は、インポータンス・サンプリング法の考えに基づくものである。

提案方法は、より良い解が存在すると考えられる領域に対して状態変数列のサンプルを集中させている。加えて最適化計算の各ステップにおいて抽出するサンプルベクトルの数も順次減少させ、少ないサンプルベクトルの数で効率的に最適解を得ることを期待している。そして、この手順を数回行うことで、逐次的により最適な解候補を得ようとするものである。

(4) 提案手法において状態変数列の抽出領域の縮小操作は、状態変数列の存在する空間において目的関数がより良好な解候補ほど最適解の近傍にあることを前提としている。しかし一般の最適化問題では、状態変数の空間がこのような仮定を有しているとは限らないので、状態変数列抽出領域の縮小は近似的な操作であると言える。また抽出した状態変数列は領域に対して一様に分布するため、領域縮小はその平均値等などの緩やかな基準でよい。

(5) 探索の多様性は、局所最適解が多数存在するような問題に対処するためである。特に最適解が狭い領域に存在するような場合では、許容領域の縮小操作によって最適解の存在する領域を排除する危険性があるが、提案手法では縮小以前の許容領域内において状態変数列を再抽出するため、局所最適化も回避できるアルゴリズムを有している。しかし、再抽出率を大きくすると探索時

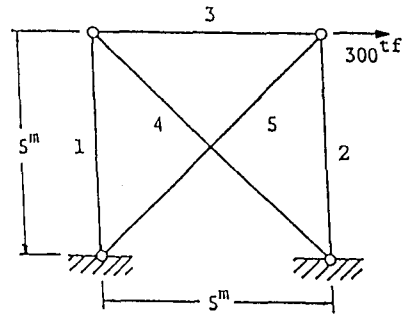


図-6 5部材トラス

表-1 部材-変数表(5部材トラス)

状態変数	1	2	3	4	5
部材番号	1	2	3	4	5

表-2 部材の断面積

No	断面積 (cm <sup>2</sup> )	No	断面積 (cm <sup>2</sup> )
0	22.72	15	195.40
1	29.94	16	209.40
2	38.36	17	217.90
3	54.08	18	221.70
4	67.55	19	238.20
5	70.21	20	259.40
6	80.42	21	278.70
7	90.64	22	301.70
8	100.90	23	319.20
9	133.60	24	343.80
10	138.80	25	349.40
11	148.80	26	400.50
12	163.90	27	451.60
13	167.10	28	502.70
14	179.10		

間を要する。

(6) 提案手法はGAと同様に偏微分係数を用いず目的関数の大きさにより最適解の探索を行うため、離散変数や関数の最適化に用いることができる。

さらに本手法は、個々の状態変数列の評価計算を独立に行うことができるため、並列計算が可能になり探索時間を短縮することができるのが特徴である。

#### 5. 応用解析

次に実用的な離散変数を有するシステムの最適化問題に対する提案手法の適用性を考察する目的で、文献6)を参照し既製型鋼を用いたトラス構造物の最適設計問題を検討する。

##### (1) 5部材トラスの最適設計

図-6に示すように、5部材トラスを用いて図-1の荷重条件下において許容応力を満足し、かつ使用鋼材の重量の最小化を目的とした最小重量設計問題を検討する。

表-3 解析ケース (5部材トラス)

解析 ケース	変数列個数	減少個数
Case1(5部材トラス)	80	8
Case2(5部材トラス)	50	5
Case3(5部材トラス)	20	1

表-4 各ステップの最適解 (5部材トラス)

No.	1	2	3	4	5	平均値	最小値
1	10	12	7	6	16	633128.06	401604.62
2	2	9	7	6	13	365572.59	306419.88
3	5	8	5	6	10	299843.34	276672.66
4	2	9	2	3	12	280050.75	259475.84
5	3	9	2	3	12	272441.16	267245.81
6	2	10	2	3	12	273242.72	262075.83
7	2	9	2	3	13	271097.47	261798.59
8	2	9	2	3	12	271554.12	259475.84
9	2	9	2	3	13	269640.34	261738.59
10	2	9	2	3	12	270202.97	259475.84

表-5 部材-変数表 (22部材トラス)

状態変数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
部材番号	1 4	2 3	5 8	6 7	9	10, 11 13, 15	12 16	14	17, 19 20	18	21	22

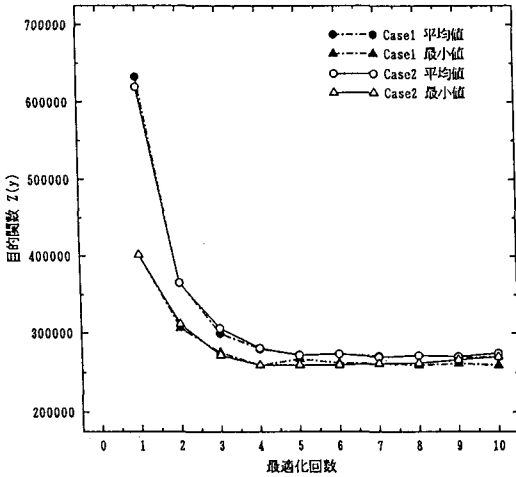


図-7 5部材トラスの解析結果 (1)

表-6 解析ケース (22部材トラス)

解析 ケース	変数列個数	減少個数
Case4(22部材トラス)	100	5
Case5(22部材トラス)	80	5

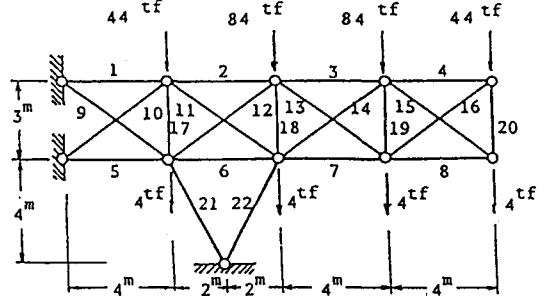


図-9 22部材トラス

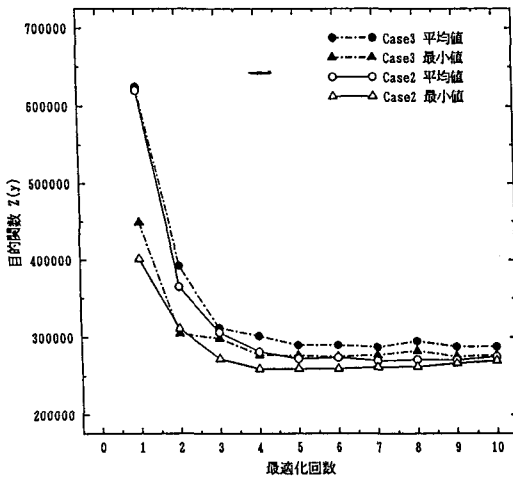


図-8 5部材トラスの解析結果 (2)

的関数を鋼材の総体積とする。また、状態変数数列の許容領域の縮小操作 (サンプル発生領域の限定) の基準および優先順位は以下に示す順序とする。

1) トラス構造解析より部材が降伏 (応力が  $2,100 \text{ kgf/cm}^2$  を上回る) する場合

2) 目的関数が平均値より大きい (重量大) 場合

ここで、本手法の分散変数の最適化に対する適用性を検討するとともに、初期の状態変数数列 (サンプルサイズ) の大きさ・領域縮小にともなう状態変数数列の減少させる個数の検討を行った。

解析ケースを表-3 (ケース1-3) に解析結果を図-7, 8 に示し、解析ケース2より得られた各ステップの解析解を表-4 に示す。なお最適化を行った計算回数は10回 (領域の縮小9回) とし、縮小以前の領域における再抽出個数は状態変数数列数の10%としている。

図-7より、平均・最小目的関数とも一様に減少しており、最小目的関数も3回程程度の探索領域縮小でほぼ収束している。またランダムサンプリングにより求めた最

設計変数は、トラス部材数と同じ5変数 (表-1) とし、各部材がとり得る断面積を表-2 に示す。

ここで、使用鋼材の重量最小を目標としているため目

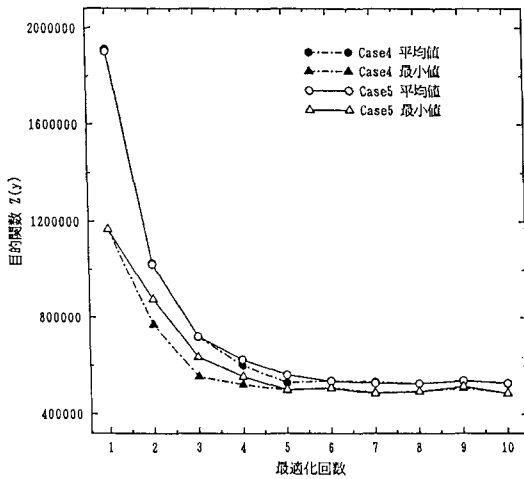


図-10 22部材トラスの解析結果

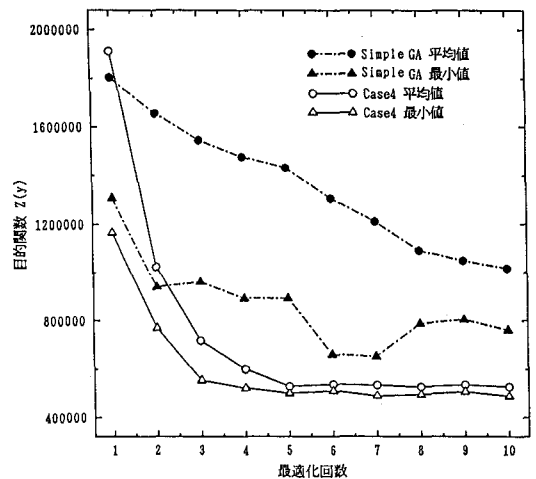


図-11 提案手法と Simple GA の比較

表-7 各ステップの最適解 (22部材トラス)

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	平均値	最小値
1	2	14	10	7	19	7	11	19	5	10	4	19	1903275	1167509
2	9	14	8	7	14	2	1	7	4	4	10	15	1021459	875801
3	5	10	2	3	5	1	1	9	6	4	6	12	721155	634935
4	5	8	4	4	1	1	2	7	2	5	3	12	625509	556911
5	4	8	1	4	2	1	1	7	1	4	1	13	562469	502492
6	4	8	1	4	1	2	1	6	0	5	2	13	538394	508428
7	4	8	1	3	1	1	1	7	1	5	1	12	529235	486783
8	5	8	1	3	1	1	2	7	0	5	2	12	527748	494859
9	4	8	1	4	2	1	2	8	1	5	1	12	539988	515589
10	4	8	1	3	1	1	1	7	1	4	1	13	529954	487416

適解は  $[1, 9, 0, 1, 14 : 240944.3 \text{ cm}^3]$  になることより、本解析では最適解に近い準最適解が得られたことになる。

図-8より状態変数数列の個数を減少させると収束が鈍くなる傾向が見られる。これはランダム・サンプリングを基本としているため領域縮小終了まで、ある程度の数が必要になるものと考えられる。また、本手法では各最適化ステップにおいて状態変数数列は独立であるために、得られる準最適解は保持されず独立な解析となる。

## (2) 22部材トラスの最適設計

図-9に示す22部材トラスにおいて同様に重量最小を目的とする設計問題を考え、提案手法とGAの比較検討を行う。ここでGAは収束性の改良がなされている手法<sup>9)</sup>等があるが、基礎検討のためSimple GAを用いる。

ここで、設計変数は12変数とし、各部材との関係を表-5に示す。また各部材がとり得る断面積は前記表-2を用いている。

本解析においても、目的関数とサンプル発生領域の縮小操作基準は、前節と同様に鋼材の総体積と1)トラス

構造解析より部材が降伏する場合2)目的関数の平均値より大きい場合とし、(1)の基準に対してSimple GAにおける解析では、ペナルティを目的関数に付加している。

まず、離散変数が多くなった場合の初期状態変数数列の個数に対する比較を行う。なお最適化の計算回数は前解析と同様に10回(領域の縮小9回)とし、縮小以前の領域における再抽出は同じく変数の10%としている。ここで解析ケース5における各解析解を表-7に示す。

解析により求められた各ステップの結果を図-10に示す。図-10より平均・最小目的関数とも一様に減少してゆき、4回程度の領域縮小でほぼ収束している。したがって、多数の離散変数を有する最適化問題では状態変数数列の個数を大きくすれば適用が可能である。参考にランダム・サンプリングで求めた最適解を示す。

$[4, 8, 0, 3, 2, 1, 0, 7, 1, 4, 0, 12 : 474060 \text{ cm}^3]$

次に、提案手法とSimple GAの解析結果を図-11に示す。ここで、Simple GAにおいては人口サイズを提案手法と同等の数とし、交叉は1点交叉、交叉確率は目的関数値によるルーレットルールを用いている。また、突然変異の確率は0.5%としている。



図-11より Simple GA では平均・最小目的関数ともに減少が遅く収束性も良くないが、提案手法では平均・最小目的関数とも一様に減少してゆく。

これは提案手法は確率的な探索手法であるために、縮小された各領域において最適解に近い準最適解を独立に探索しているものと考えられる。また、最小目的関数は4回程度の領域縮小でほぼ収束しており、安定しかつ素早く解候補を求めることが可能な手法である。

## 6. 結 論

離散変数を有するシステムの最適化は、数多くの解候補集合の中から最適なものを選択する組み合わせ問題となる。また探索範囲が広い場合には計算時間を要することになり、離散変数の最適化問題を効率的に求めるための手法の開発が必要となる。そこで本研究は、モンテカルロ法を基本とした手法(アダプティブ・サンプリング法)にGAの遺伝子要素を取り入れて、効率的な修正インポートランス・サンプリング法の提案を行い、提案手法の適用性を数値解析を通して行った。ここで本研究の結論を述べるとともに、提案手法の特徴を記述する。

(1) 提案手法はGAと同様に、逐次近似あるいは逐次改良によって最適解を探索するアルゴリズムである。また、目的関数の偏微分係数を用いない手法であるため、離散変数を有するシステムの最適化問題に適用できる。

(2) 提案手法は、解の存在領域において解候補をランダムに複数抽出させるため、多点探索法の一つである。また目的関数値のみを用いるので、直接探索法でもある。

(3) 提案手法は、目的関数の値よりサンプリング領域の縮小を行いサンプルを集中させている。加えて、抽出するサンプルベクトルの数も順次減少させることにより、少ないサンプル数で最適解を得ることを期待している。

そして、この手順を数回行うことで、効率的に解候補を得ようとするものである。しかし、サンプル発生領域の縮小操作は、良好な解候補ほど最適解の近傍にあることを前提としているので、縮小は近似的な操作である。

(4) 提案手法は、縮小以前の許容領域内において離散変数ベクトルを再抽出するため、局所最適化も回避できるアルゴリズムを有している。

(5) 提案手法は、演算の並列化が比較的容易であるため、探索時間の短縮化が図れる。

一方、提案手法の欠点は以下に示す事項である。

(a) 一般の問題で、有限の領域縮小で最適解が得られる保証はない。

(b) 局所最適解が多数存在するような問題、特に最適解が狭い領域に孤立して存在するような場合では、提案手法による解の探索は、局所最適化を回避できるアルゴリズムを有しているが困難となる場合もある。

(c) 離散変数の数が増せば、探索に時間を要する。

今後の研究課題として、提案手法を用いて離散変数と連続変数を有するシステム最適化やGAアルゴリズムの確率的な意味について検討する予定である。最後に本論文の5章において、北海学園大学工学部 杉本博之教授に御助言を賜った。ここに記して感謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) Goldberg, D.E.: *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*, Addison-Wesley Publishing Company, 1989.
- 2) Rubinstein, R.Y.: *Simulation and Monte Carlo Method*, John Wiley & Sons, New York, 1981.
- 3) 星谷 勝, 忽那幸浩: 重要サンプリングとカルマンフィルタによる信頼性解析, 土木学会論文集, No. 437/I-17, pp. 183-192, 1991.
- 4) Bucher, C.G.: *Adaptive Sampling-An Iterative Fast Monte-Carlo Procedure*, *Structural safety*, Vol.5, pp.119-125, 1988.
- 5) 白木 渡, G.I. Schueller: 条件付き破壊確率を用いた繰り返し高速モンテカルロ法とその構造物の動的信頼性度評価への応用, 構造工学論文集, Vol. 35 A, pp. 467-477, 1989.
- 6) 杉本博之, 鹿汗麗, 山本洋敬: 離散的構造最適設計のためのGAの信頼性向上に関する研究, 土木学会論文集, No. 471/I-24, pp. 67-76, 1993.
- 7) 杉本博之, 山本洋敬, 笹木敏信, 満尾 淳: GAによる仮設鋼矢板土留工の設計最適化に関する研究, 土木学会論文集, No. 474/VI-20, pp. 105-114, 1993.
- 8) 西川偉一: 遺伝アルゴリズムとその工学的意味, システム/制御/情報, Vol. 37, No. 8, pp. 455-449, 1993.
- 9) 土木学会構造工学委員会編: 構造システムの最適化—理論と応用—, 土木学会, 1988.

(1994. 11. 7 受付)

# OPTIMIZATION OF THE DISCRETE SYSTEM USING AN IMPORTANCE SAMPLING TECHNIQUE

Atsushi SUTOH, Masaru HOSHIYA and Kazuki MIYAZAWA

In most system optimization approaches, continuous optimization techniques have often used. However, in generally, structural system parameters consist of both discrete and continuous elements. Hence, an efficient algorithm which is relevant to a discrete system is desirable.

In this study, an algorithm is proposed to estimate the discrete parameters, based on an importance sampling procedure of a Monte Carlo method. In this method, discrete system parameters which are randomly sampled from an importance sampling, are updated with objective function, and numerical examples are worked out to demonstrate the discrete parameters optimization of the proposed algorithm.