

# 局部座屈を考慮した無補剛箱形断面短柱のモーメントー軸力ー曲率関係の定式化

葛 漢彬<sup>1</sup>・宇佐美勉<sup>2</sup>・織田博孝<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 名古屋大学助手 工学部土木工学科(〒464-01 名古屋市千種区不老町)  
<sup>2</sup>正会員 D.Sc. 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科(〒464-01 名古屋市千種区不老町)  
<sup>3</sup>正会員 工修 龍上工業株式会社 設計部(〒454 名古屋市中川区清川町2-1)

本研究は、局部座屈を考慮した鋼骨組構造の終局強度解析に必要なモーメントー軸力ー曲率関係の定式化について述べたものである。まず、有限要素解析の汎用プログラム MARC に適用する解析モデルを提示し、モーメントー曲率関係に及ぼす断面形状および鋼材のひずみ硬化の影響を調べる。次に、幅厚比と軸力を変化させてモーメントー軸力ー曲率関係を求め、局部座屈の影響を考慮した終局強度の相関式を示すとともに、極限強度に対応する曲率の近似式を与える。最後に、モーメントー軸力ー曲率関係を精度良く予測できる近似式を提案している。

**Key Words :** interaction strength, local buckling, M-P-Φ curve, unstiffened columns.

## 1. まえがき

薄肉鋼構造物または鋼部材の局部座屈と全体座屈の連成強度解析を行う際に、局部座屈の影響を考慮したモーメントー軸力ー曲率関係（軸力  $P$  が一定のときのモーメントー曲率関係で、以下、  $M$ - $P$ - $\Phi$  曲線または  $m$ - $p$ - $\varphi$  曲線と称する）を用いる解析手法がある<sup>1)~4)</sup>。Little<sup>1)</sup>らの用いた  $M$ - $P$ - $\Phi$  曲線は、単独圧縮板要素の弾塑性有限変位解析から得られた平均応力ー平均ひずみ関係を材料の応力ーひずみ関係とみなして求めた近似的なものである。宇佐美ら<sup>2),3)</sup>は、残留応力および初期たわみを同時に考慮した箱形断面短柱の弾塑性有限変位解析から求められた精密な  $M$ - $P$ - $\Phi$  関係を用いて、柱およびはり一柱の局部座屈と全体座屈の連成強度解析を行った。しかし、この方法では、 $M$ - $P$ - $\Phi$  関係を離散値として入力データに用いるため、任意の曲率と軸力に対するモーメントと接線曲げ剛性の補間値を計算する必要がある。また、ひずみ硬化の影響も考慮されていない。最近、崎元ら<sup>4)</sup>は、正方形鋼箱形断面短柱の  $M$ - $P$ - $\Phi$  曲線を弾塑性有限変位解析より求め、近似式を提案している。しかし、彼らは、ひずみ硬化の影響を無視したほか、 $M$ - $P$ - $\Phi$  曲線の初期での線形弾性特性を2次曲線を用いて近似している。そこで、本論文では、これらの欠点を解消するため、初期たわみと残留応力の影響を考えるとともに、ひずみ硬化の影響も考慮を入れた無補剛箱形断面短柱の弾塑性有限変位解析を行い、解析から得られた  $M$ - $P$ - $\Phi$  関係を元に、それを精度良く予測できる近似式の提案を試みる。

## 2. 解析方法

$M$ - $P$ - $\Phi$  曲線を求めるため、有限要素解析の汎用プログラム MARC<sup>5)</sup>を用いた。まず、解析モデルについて述べる。計算は、一定軸圧縮力  $P$  のもとで漸増する端モーメント  $M$  に対応する短柱の平均曲率  $\Phi$  を求めることがある。そのために、Fig.1 に示すように、部材端に Y 方向に線形的に変化する強制軸方向変位を与える。それによって生ずる部材端での節点の軸方向反力より材端モーメントを求める。しかし、MARC を用いる場合、材端に線形的な強制変位を与える直接的な方法がない。そこで、本研究では、Fig.2 に示されているように、はり要素を用い、はり要素の下端 A 点と箱形短柱の上端の各節点の間に拘束条件（タイイング）を導入して箱形短柱の上端の各節点の X 方向の変位が線形となる解析モデルを工夫した。短柱の上端は、単純支持されている。なお、フランジとウェブのプレートパネルに用いた要素は、8 節点線形薄肉シェル要素であり、節点の自由度は、角節点に対して全体座標系における X, Y と Z 方向の 3 つの変位成分  $u$ ,  $v$  と  $w$  があり、中間節点に対して要素境界線回りの回転成分  $\theta_n$  の 1 つがある。はり要素の境界条件は、上端は自由、下端は X-Y 面内で単純支持とする。はりと部材の上端の間の距離は任意である。拘束方程式は Fig.2 の例では次のようである。

$$u_i = u_A + \frac{d}{2} \theta_A, \quad i = 1, 2, 3, 4 \quad (1)$$

$$u_j = u_A - \frac{d}{6} (j-7) \theta_A, \quad j = 5, 6, 7, 8, 9 \quad (2)$$

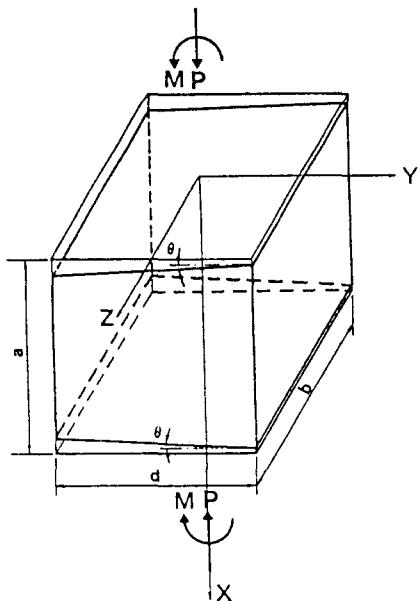


Fig.1 軸力とモーメントを受ける箱形短柱

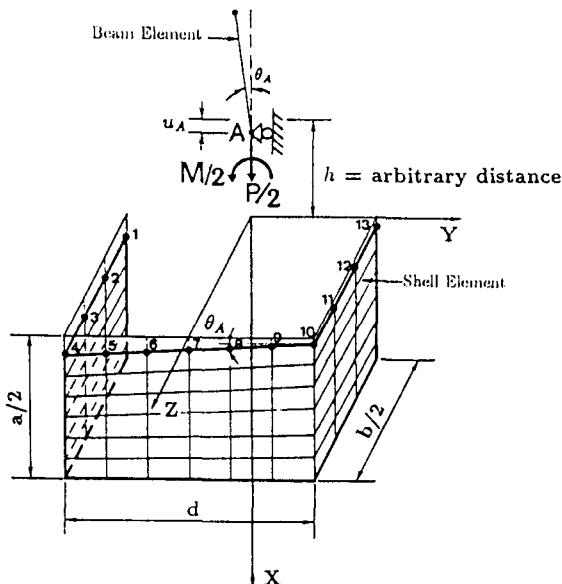


Fig.2 解析モデル

$$u_k = u_A - \frac{d}{2} \theta_A, \quad k = 10, 11, 12, 13 \quad (3)$$

これらの式では、箱形短柱の上端部の各節点の X 方向の変位 ( $u$ ) をはりの下端節点 A の X 方向変位 ( $u_A$ ) と Z 軸まわりの回転角 ( $\theta_A$ ) で表している。MARC ではユーザサブルーチンで上述の拘束条件を定義すること

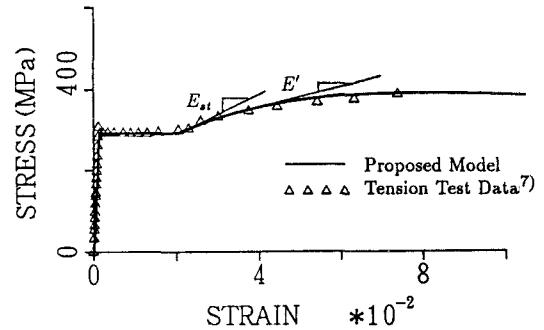


Fig.3 相当応力ー相当ひずみ関係 (SS400 材)

ができる。部材の平均曲率は、次式を用いて計算する。

$$\Phi = \frac{\theta_A}{a/2} \quad (4)$$

ここに、 $a$  は短柱の部材長である。解析は、対称性から、箱形断面短柱の 1/4 だけを対象として行った。構成板要素のアスペクト比  $\alpha$  ( $= a/b$ ,  $b$  はフランジ幅) は、ほぼ短柱の最小の強度となるように、文献 2) と 3) と同様に、0.7 を用いた。短柱の構成板の分割方法はフランジを  $5 \times 5$ 、ウェブを  $10 \times 5$  分割した。解析には、板パネルの溶接による残留応力と初期たわみを考慮している。残留応力の分布形は矩形の分布形<sup>1)</sup>を仮定し、圧縮残留応力  $\sigma_{rc}$  は平均実測値<sup>6)</sup>の  $0.25\sigma_y$  にした。ここに  $\sigma_y$  は降伏応力である。初期たわみについては、形状は板要素の幅、長さ方向とも半波の余弦曲線で、フランジとウェブの中央の最大初期たわみ  $\Delta_p$  は実測値の平均値<sup>6)</sup>を参照してそれぞれの幅の  $1/500$  を用いた。

解析には、ひずみ硬化の影響も考慮した相当応力ー相当ひずみ関係を用いている (Fig.3)。ひずみ硬化係数  $E'$  は、SS400 鋼材の引張試験の結果<sup>7)</sup>に基づいて、次式で表す。

$$E' = (E_{st} - E_r) \cdot \exp[-e(\varepsilon - \varepsilon_{st})] + E_r \quad (5)$$

ここに、 $E_{st}$  = ひずみ硬化開始時のひずみ硬化係数； $E_r$  = 残留ひずみ硬化定数； $e$  = ひずみ硬化指数； $\varepsilon$  = 全ひずみ； $\varepsilon_{st}$  = ひずみ硬化開始時のひずみ。引張試験の結果から定められた定数の値は次のようである。 $E_{st} = E/25.0$ ;  $E_r = E_{st}/5.0$ ;  $\varepsilon_{st} = 10.0\varepsilon_y$ ;  $e = 30.0$ 。ここに  $E$  はヤング係数、 $\varepsilon_y$  は降伏ひずみである。また、式 (5) の適用範囲は  $0.0 \leq \varepsilon \leq 10.0\%$  である。

Table 1 解析データ

$E$	206 GPa (21000 kgf/mm <sup>2</sup> )
$\sigma_y$	235 MPa (24 kgf/mm <sup>2</sup> )
$\nu$	0.3
$t$	4.5 (mm)
$R$	0.200, 0.450, 0.616, 0.821, and 1.23
$d/b$	0.75, 1.0
$a/b$	0.7
$\Delta_p/b$	1/500
$\sigma_{rc}/\sigma_y$	0.25

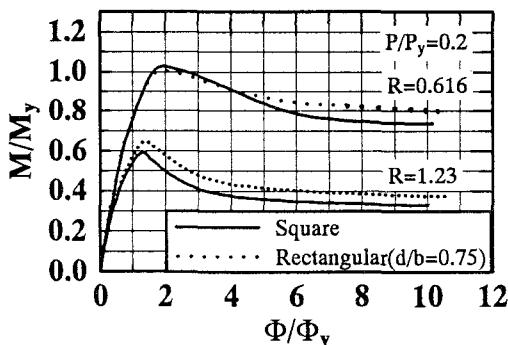


Fig.4 正方形と長方形断面の解析結果の比較

### 3. 数値解析結果および考察

#### (1) $m-p-\varphi$ 曲線

解析結果を表現するために、モーメント ( $M$ )、軸力 ( $P$ ) および曲率 ( $\Phi$ ) をそれぞれ次のように無次元した。

$$m = \frac{M}{M_y}, \quad p = \frac{P}{P_y}, \quad \varphi = \frac{\Phi}{\Phi_y} \quad (6)$$

ここに、 $M_y$  は降伏モーメント ( $= W\sigma_y$ )； $P_y$  は全断面降伏軸荷重 ( $= A\sigma_y$ )； $\Phi_y$  は降伏曲率 ( $= M_y/EI$ )。

短柱の材料定数、断面構成、初期たわみおよび残留応力は、Table 1 にまとめてある。同表中、 $R$  はフランジの幅厚比パラメータであり、次式で定義される。

$$R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad (7)$$

ここで、 $t$  = フランジとウェブの板厚； $\nu$  = ポアソン比； $k$  = 座屈係数で 4.0 を用いた。

箱形断面の  $m-p-\varphi$  関係を定式化するための解析に立ち、断面形状による影響をまず調べた。すなわち、正方形と長方形断面 ( $d/b = 0.75$ ) について、フランジの幅厚比パラメータ  $R = 0.616$  と 1.23 の場合の  $m-p-\varphi$  曲線を計算した。得られた結果の一部を Fig.4 に示す。 $R = 0.616$  の場合、最高強度においては、断面形状の差が見られなかったが、ポストピーク領域においては、

正方形断面の強度が長方形断面の強度より小さいという結果となっている。これは、長方形断面のウェブの幅厚比が小さく局部座屈が生ずるのが遅れたためである。しかも、フランジに対するウェブの拘束効果があったと思われる。一方、 $R = 1.23$  の場合、正方形断面の最高強度とポストピークでの強度は、長方形のそれよりも小さくなっている。これは、いずれのケースにしてもフランジの幅厚比がかなり大きく局部座屈がピークの前にも早く生じたためである。ただし、実際の土木構造物では、板パネルの幅厚比パラメータは 0.9 以下が多いことを考えると、正方形断面についての解析結果に基づいて箱形断面の  $m-p-\varphi$  曲線の定式化を行うのは妥当であると考えられる。

次に、ひずみ硬化の影響について調べる。種々の正方形断面短柱に対し、軸力比  $p$  を変化させて解析した結果の一部を Fig.5 に示す。図中、実線がひずみ硬化を考慮した場合、破線はひずみ硬化を考慮しない場合の解析結果である。図からわかるように、ひずみ硬化を考慮することによって、いずれのケースにしても、ポストピーク強度の上昇が期待できる。特に、 $R$  が小さいとき、例えば、 $R = 0.200$  と 0.450 の場合、ポストピーク領域だけでなく、最高荷重の付近でも顕著なひずみ硬化の影響が見られる。したがって、より精密な解析結果を得るにはひずみ硬化の影響を考慮すべきである。

#### (2) 圧縮と曲げを受ける短柱の終局相関強度

##### a) 純圧縮強度

著者の一人<sup>8)</sup>は、初期たわみと残留応力をもつ板要素に圧縮力が作用したときの極限強度を弾塑性有限変位解析より求め、その強度を初期たわみと残留応力の関数として表した強度推定式を、次のように提案している。

$$\frac{P_u}{P_y} = \frac{1}{2R} [\beta - \sqrt{\beta^2 - 4R}] \leq 1.0 \quad (8)$$

ここに

$$\beta = 1 + C \cdot (R - R_o) + R \quad (9)$$

$$R_o = A - B \cdot \ln\left(\frac{\Delta_p}{b}\right) \quad (10)$$

$$A = -0.05 - 0.542 \cdot \exp(-11.9 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y}) \quad (11)$$

$$B = 0.09 + 0.107 \cdot \exp(-12.4 \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y}) \quad (12)$$

$$C = -157\left(\frac{\Delta_p}{b}\right)\left(\frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y}\right) + 43\left(\frac{\Delta_p}{b}\right) + 1.2\left(\frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y}\right) + 0.03 \quad (13)$$

ここに、 $R$  = 幅厚比パラメータ [式 (7)]； $R_o$  = 全断面降伏に達する幅厚比パラメータ。

Fig.6 には、 $R = 0.450, 0.616, 0.821, 1.23$  の正方形断面圧縮短柱に対して行った解析結果が、式 (8) と比較 (ただし、初期不整は  $\Delta_p/b = 1/500$ 、 $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.25$ ) されているが、両者は非常に良く一致していることがわかる。

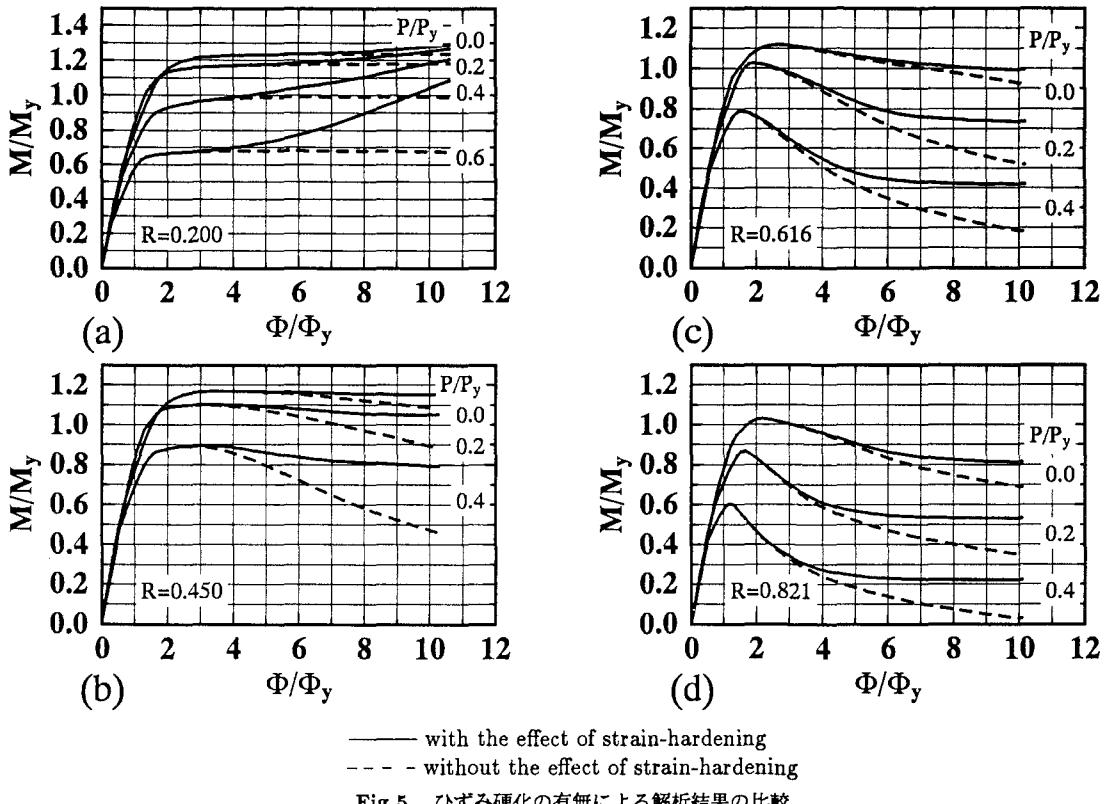


Fig.5 ひずみ硬化の有無による解析結果の比較

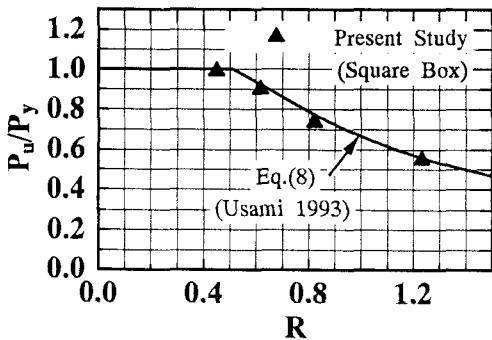


Fig.6 純圧縮強度式と解析結果の比較

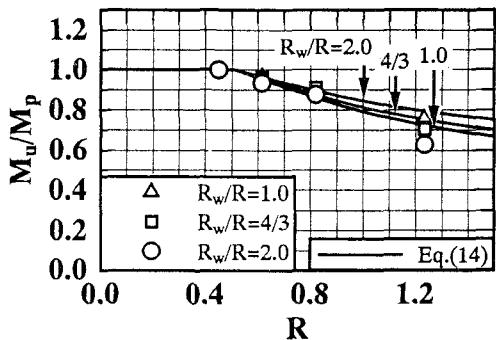


Fig.7 純曲げ強度式と解析結果の比較

### b) 純曲げ強度

短柱の純曲げ強度は、圧縮フランジの有効幅  $b_e$  を用いて次式より求めることができる<sup>3)</sup>.

$$\frac{M_u}{M_p} = \frac{(2 + 3/\bar{\alpha})(b_e/b) + 2 + \bar{\alpha}}{4 + \bar{\alpha} + 3/\bar{\alpha}} \leq 1.0 \quad (14)$$

$$\frac{b_e}{b} = \text{式 (8)}$$

ここに、 $M_p$  は全塑性モーメント、 $\bar{\alpha}$  はウェブとフランジの断面積の比で、等厚断面のとき  $\bar{\alpha} = d/b = R_w/R$  である。また、 $R_w$  はウェブの幅厚比パラメータ（ただし、

$k = 4.0$  とする）である。上式中、 $b_e/b$  は極限状態における圧縮フランジの有効幅であるから、この項を式(8)に置き換えることができる。なお、式(14)は、ウェブが座屈しないという前提で得られたものである。ゆえに、フランジの幅厚比が一定であれば、ウェブとフランジの幅厚比の比が大きくなる（すなわち  $\bar{\alpha}$  が大きくなる）ほど、短柱の純曲げ強度は増大する。これは、局部座屈によるフランジ断面の全断面に対する欠損率は、ウェブの幅厚比が大きいほうが小さいためである。この式

の有効性を検証するため、フランジの幅厚比パラメータが 0.616, 0.821 および 1.23 のケースについて、ウェブの幅厚比がフランジの幅厚比の 1.33 (=4/3) と 2.0 倍のときの断面に対して追加計算を行った。得られた結果を前に示した正方形断面柱の結果とともに Fig.7 に示す。Fig.7 からわかるように、解析結果は、フランジの幅厚比が 1.23 のときの  $R_w/R = 1.33$  と 2.0 の 2 つのデータを除いて、式(14)とほぼ一致している。例外の 2 つのケースを見ると、ウェブの幅厚比がかなり大きくなる ( $R_w$  は 1.64 と 2.46 である)、局部座屈が起こっている。Eurocode 3<sup>9)</sup>では、ウェブの全塑性状態における限界幅厚比  $b/t$  は SS400 材に対して 83 に規定している。この限界幅厚比を幅厚比パラメータ  $R_w$  (ただし、 $k = 4.0$ ) に換算すると 1.48 となる。すなわち、この値を越えると、ウェブには局部座屈が生じる。言い換えれば、式(14)の適用範囲は  $R_w \leq 1.48$  と考えられる。したがって、例外の 2 ケースはこの範囲を越えており、断面の極限状態でウェブが局部座屈を起こしていると思われる。

一方、西村らは、純曲げ強度に対するウェブとフランジの幅厚比の比の影響を弾塑性有限変位解析によって調べている<sup>10)</sup>。それによると、純曲げ強度はウェブとフランジの幅厚比の比によって大きく変動する、という結果が得られている。しかし、本研究で行った解析結果を見てみると、Fig.7 に示したように、フランジの幅厚比パラメータ  $R$  が 1.23 のとき、 $R_w/R$  の変化による純曲げ強度の変動は見られたが、 $R$  が 0.821 と 0.616 のとき、純曲げ強度はほとんど同じ値であった。したがって、フランジの幅厚比  $R$  が大きいとき、ウェブとフランジの幅厚比パラメータの比の純曲げ強度への影響は大きく、フランジの幅厚比  $R$  が小さいとき、その影響はあまりない、と考えてもよいであろう。さらに、式(14)を西村らの解析結果と比較してみよう。Fig.8 は、 $R_w/R = 1.0, 1.44$  および 2.44 のとき、式(14)を西村らの解析結果との比較についてプロットしたものである。図より、 $R_w/R = 1.0$  と  $R_w/R = 1.44$  のいずれにしても、式(14)は計算値とほぼ一致するか安全側にあることがわかる。一方、 $R_w/R = 2.44$  の場合、式(14)は 3 つのデータのうちフランジの幅厚比パラメータの大きい 2 つの計算値を上回っており、危険側にある。ただし、この場合のウェブの幅厚比パラメータ  $R_w$  は 1.83, 2.44 であるから、ウェブにも局部座屈が起こっていると考えられる。以上の考察より、式(14)は、ウェブに局部座屈を生じないならば、すなわち、 $R_w \leq 1.48$  ならば、箱形短柱の純曲げ強度を精度良く推定できると考えられる。

なお、本研究で用いた初期たわみモードを用いて得られた解析結果を、西村ら<sup>10)</sup>の用いた初期たわみモー

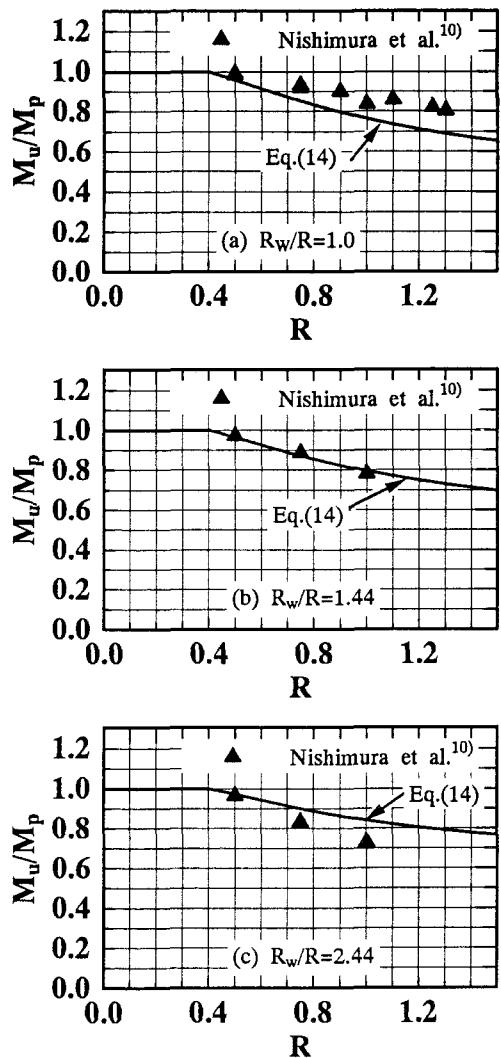


Fig.8 純曲げ強度式と西村らによる解析結果の比較

ドでフランジの最大初期たわみを  $b/500$  とした場合と比較すると、最大曲げ強度に関しては、ウェブの幅厚比とフランジの幅厚比の比が 1.33 と 2.0 のとき、差は高々 1.0% であった。

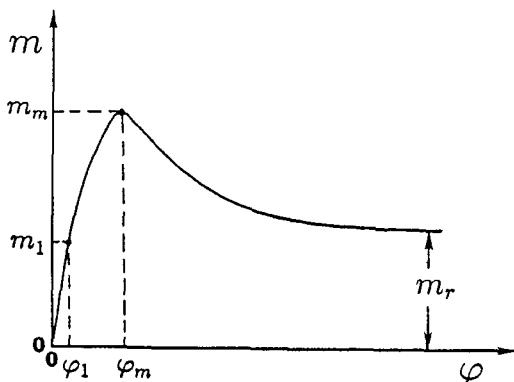
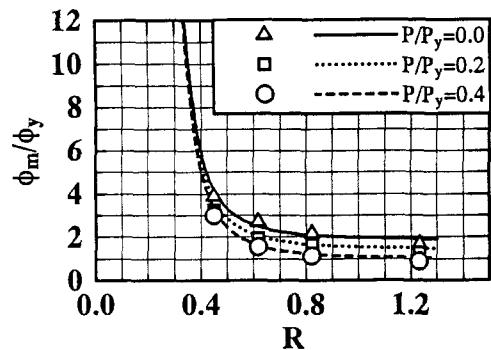
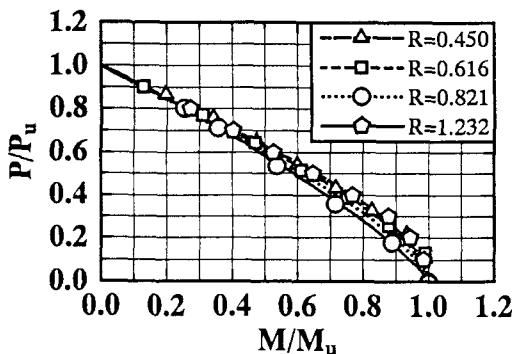
#### c) 圧縮と曲げを受ける短柱の終局相関強度

本研究での弾塑性有限変位解析の結果を元に、両端に軸方向圧縮力  $P$  と一軸曲げ  $M$  を受ける短柱の、局部座屈の影響を考慮した終局相関強度式として、以下に示す式を提案する。

$$\left(\frac{M}{M_u}\right)^{C_1} + \left(\frac{P}{P_u}\right)^{C_2} = 1.0 \quad (15)$$

ここに、2 つの定数  $C_1$  と  $C_2$  は、非線形最小 2 乗法により幅厚比パラメータ  $R$  の関数として次のように表す。

$$C_1 = 0.271R + 0.719 \quad (16)$$



$$C_2 = \frac{1.33}{R^{0.401}} \quad (17)$$

ただし、適用範囲は  $R_o \leq R \leq 1.50$  である。ここで、 $R_o$  は式(10)で表される全断面降伏に達する幅厚比パラメータである。Fig.9 には、この相関式を解析結果と比較している。両者の差が非常に小さいことから、式(15)は十分妥当な終局強度相関式である。なお、 $0.35 \leq R \leq R_o$  の場合には、式(16)と(17)で  $R = R_o$  とおいた式を用いる。例えば、初期不整  $\Delta_p/b = 1/500$  と  $\sigma_{rc}/\sigma_y = 0.25$  の場合、 $R_o = 0.511$  である。したがって、

$$C_1 = 0.857 \quad (18)$$

$$C_2 = 1.74 \quad (19)$$

が、局部座屈のない正方形箱形断面の全塑性相関式として近似的に使用できる。一般の箱形断面の場合には、文献 11) の下記の式が用いられる。

$$C_1 = 0.82 + 0.02 \frac{A_f}{A_w} \quad (20)$$

$$C_2 = 1.95 - 0.28 \frac{A_f}{A_w} \quad (21)$$

ここで、 $A_f$  と  $A_w$  は、それぞれフランジとウェブの断面積で、 $A_f/A_w = 1.0$ (正方形箱形断面)を代入すると、 $C_1 = 0.84$ 、 $C_2 = 1.67$  になり、式(18)および(19)とほぼ一致する。

### (3) $m-p-\varphi$ 曲線の定式化

解析から得られた  $m-p-\varphi$  関係を以下に示す 3 つの式で近似する (Fig.10 を参照)。

$0.0 \leq \varphi \leq \varphi_1$ (弾性領域) :

$$m = \varphi \quad (22)$$

$\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_m$  (ピークまでの領域) :

$$m = -a_o \varphi^2 + b_o \varphi + c_o \quad (23)$$

$\varphi_m \leq \varphi$ (ポストピーク領域) :

$$m = (m_m - m_r) \cdot \exp[-d_o(\varphi - \varphi_m)^2] + m_r \quad (24)$$

式(22)、(23) および(24) には、8つのパラメータ、すなわち、 $\varphi_1$ 、 $m_m$ 、 $\varphi_m$ 、 $m_r$ 、 $a_o$ 、 $b_o$ 、 $c_o$  および  $d_o$  があり、解析結果と合うよう次のように決めた。まず、 $\varphi_1$  は、 $p (= P/P_y)$ 、 $\sigma_{rc}/\sigma_y$  および  $R$  との線形弹性関係で次のように表す。

$$\varphi_1 = \begin{cases} 1 - p - \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y} - \frac{R - R_o}{R} \geq 0.0 & R_o \leq R \leq 1.5 \\ 1 - p - \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y} \geq 0.0 & 0.35 \leq R \leq R_o \end{cases} \quad (25)$$

$$m_1 = \varphi_1 \quad (26)$$

一方、任意の軸力に対する最大強度  $m_m$  は式(15)から求められる。また、解析から得られた  $m-p-\varphi$  曲線での最大強度に対応する曲率  $\varphi_m$  を次式で近似する。

$$\varphi_m = \frac{0.07}{(R - 0.2)^{2.53}} - 2.17p + 1.85 \quad (0.35 \leq R \leq 1.5) \quad (27)$$

この式と数値解析から得られた  $\varphi_m$  の値との比較を Fig.11 に示す。また、残留曲げ強度  $m_r$  は  $R$  と  $p$  の関数で表現する。

$$m_r = \frac{0.742}{R^{0.663}} - 1.50p \quad (28)$$

式(28)は、数値解析から得られた  $m-p-\varphi$  曲線での  $\varphi = 10$  の点における強度を元に提案されたものである。さらに、式(24)での軟化係数  $d_o$  は

$$d_o = 0.5R - 0.17 \quad (29)$$

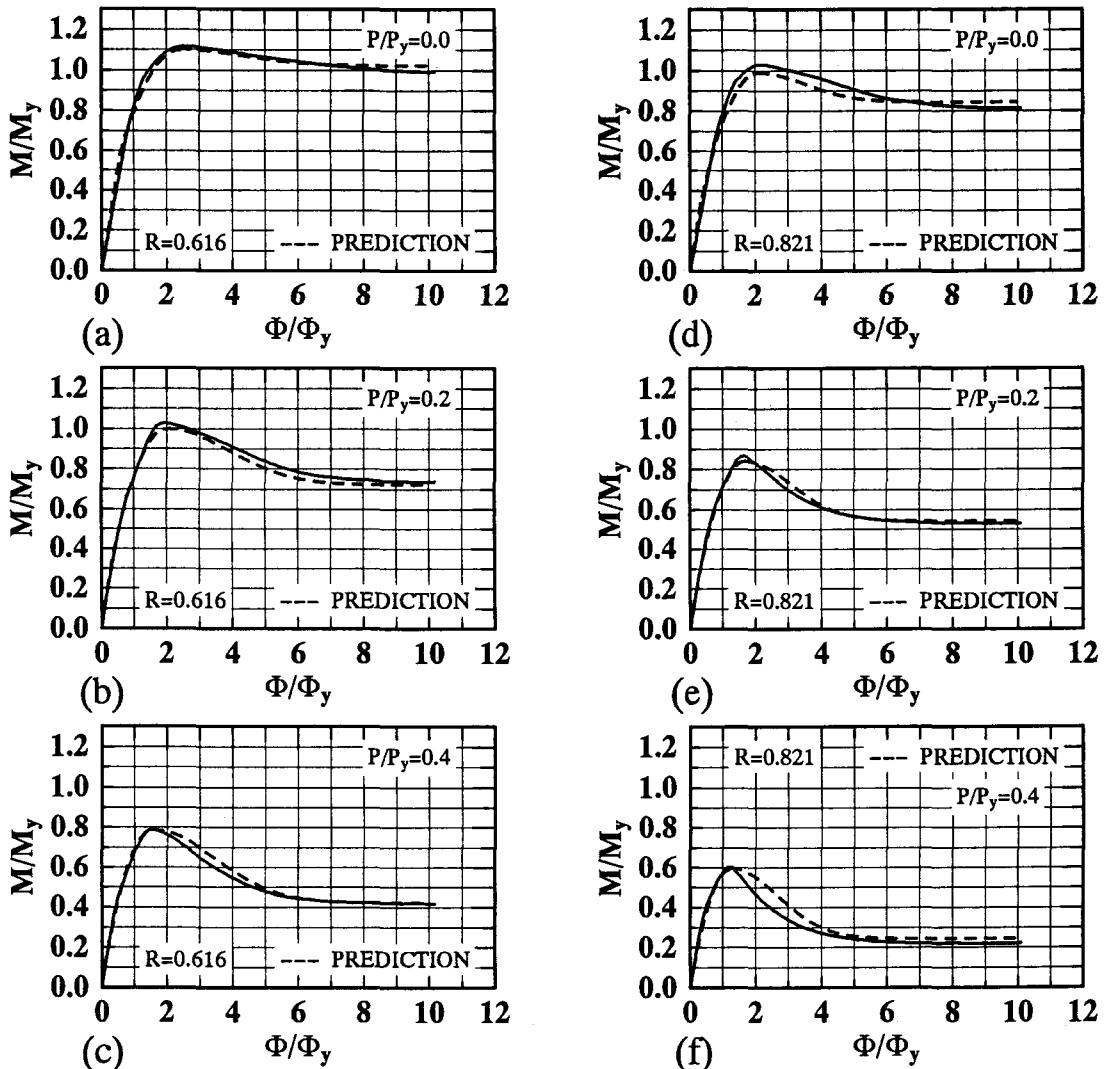


Fig.12 局部座屈を考慮したときの  $m-p-\varphi$  曲線の近似式と解析結果の比較

で表した。残りの 3 つの定数 ( $a_o$ ,  $b_o$  と  $c_o$ ) は、以下に示す 3 つの連続条件

$$m|_{\varphi=\varphi_1} = m_1 \quad (30)$$

$$m|_{\varphi=\varphi_m} = m_m \quad (31)$$

$$\left. \frac{dm}{d\varphi} \right|_{\varphi=\varphi_m} = 0 \quad (32)$$

を用いて、次のように与えられる。

$$a_o = \frac{m_m - m_1}{(\varphi_m - \varphi_1)^2} \quad (33)$$

$$b_o = \frac{2\varphi_m(m_m - m_1)}{(\varphi_m - \varphi_1)^2} \quad (34)$$

$$c_o = m_1 + \frac{\varphi_1^2(m_m - m_1)}{(\varphi_m - \varphi_1)^2} - \frac{2\varphi_m\varphi_1(m_m - m_1)}{(\varphi_m - \varphi_1)^2} \quad (35)$$

$R = 0.616$  と  $0.821$  の場合を例として近似式と解析結果との比較を Fig.12 に示す。同図より、提案式 [(22)~(24)] は解析結果を非常に良い精度で表現しており、SS400 鋼材に対する  $m-p-\varphi$  関係を精度良く近似できると言える。

#### (4) 局部座屈が起こらないときの $m-p-\varphi$ 曲線

$R < 0.35$  のときに局部座屈を無視した以下の式を用いる。これは、 $R = 0.200$  の計算結果から得られたものである。

$0.0 \leq \varphi \leq \varphi_1$  (弾性領域) :

$$m = \varphi \quad (36)$$

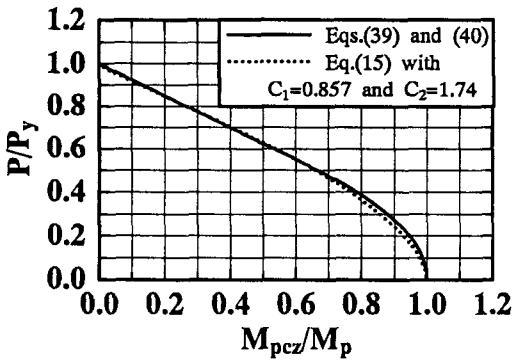


Fig.13 局部座屈を考慮しないときの極限強度

$\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_h$  (ひずみ硬化の影響が出るまでの領域) :

$$m = b_n \cdot \exp(-a_n \varphi) + m_{pcz} \quad (37)$$

$\varphi_h \leq \varphi$  (ひずみ硬化の影響が出てからの領域) :

$$m = m_{pcz} + S_{hs} \cdot (\varphi - \varphi_h) \quad (38)$$

ここに、 $m_{pcz}$  はひずみ硬化を考慮しないときの、圧縮と曲げを受ける箱形断面の極限曲げ強度 ( $=M_{pcz}/M_y$ ) で、次式より計算する<sup>6)</sup>。

中立軸がウェブにある場合 ( $0 \leq p \leq 1/(1 + \frac{b+t}{d-t})$ ):

$$m_{pcz} = 1 - \frac{[p(1 + \frac{b+t}{d-t})]^2}{1 + \frac{2(b+t)d}{(d-t)^2}} \quad (39)$$

中立軸がフランジにある場合 ( $1/(1 + \frac{b+t}{d-t}) \leq p \leq 1.0$ ):

$$m_{pcz} = \frac{2(\frac{d}{d-t})(1-p)(1+\frac{b+t}{d-t})}{1 + (1 + \frac{d+t}{d-t})(\frac{b+t}{d-t})} \quad (40)$$

式(39)と(40)を式(15) (ただし、 $C_1=0.857$ 、 $C_2=1.74$ ) と比較した結果を Fig.13 に示している。この図からわかるように、全断面降伏に達する幅厚比  $R_o$  を式(16)と(17)に代入して得られた  $C_1$  と  $C_2$  の値を用いると、式(15)が式(39)と(40)と非常に良く一致している。したがって、式(15)は全塑性関係式として近似的に使用できる。一方、式(38)中の  $S_{hs}$  は、ひずみ硬化の考慮によるモーメント増加係数であり、

$$S_{hs} = 0.01 + 0.05p, \quad 0 \leq p \leq \frac{1}{1 + \frac{b+t}{d-t}} \quad (41)$$

$$S_{hs} = 0.01 + \frac{0.05}{1 + \frac{b+t}{d-t}}, \quad \frac{1}{1 + \frac{b+t}{d-t}} \leq p \leq 1.0 \quad (42)$$

で近似する。また、 $\varphi_1$  と  $\varphi_h$  は、解析から得られた  $m-p-\varphi$  曲線より次式で表した。

$$\varphi_1 = 1 - p - \frac{\sigma_{rc}}{\sigma_y} \quad (43)$$

$$\varphi_h = -4.80p + 6.14 \quad (44)$$

そして、残りの 2 つのパラメータ  $a_n$  と  $b_n$  は、連続条件

$$m|_{\varphi=\varphi_1} = m_1 \quad (45)$$

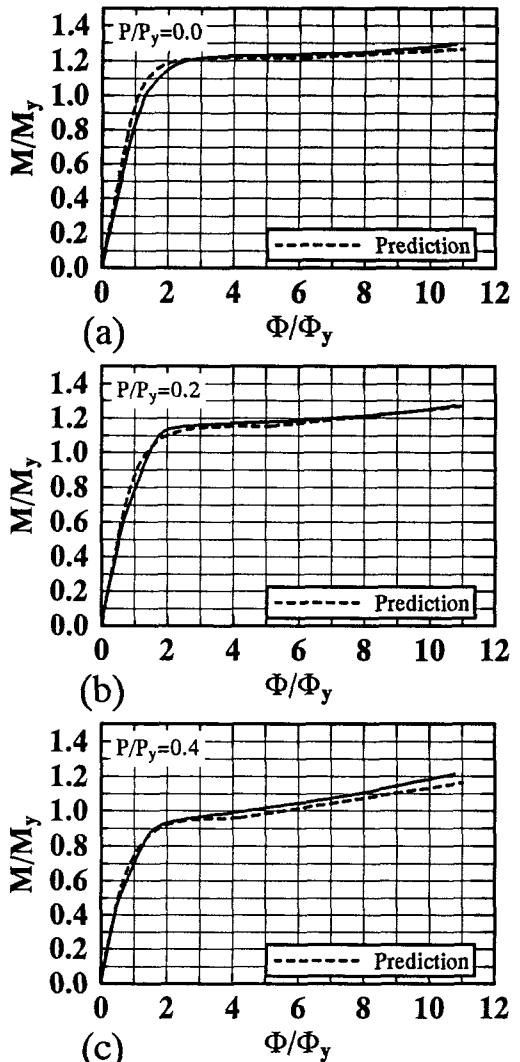


Fig.14 局部座屈を考慮しないときの  $m-p-\varphi$  曲線の近似式と解析結果の比較

$$\left. \frac{dm}{d\varphi} \right|_{\varphi=\varphi_1} = 1 \quad (46)$$

を用いて、次式のように得られる。

$$a_n = \frac{1}{m_{pcz} - m_1} \quad (47)$$

$$b_n = -\frac{m_{pcz} - m_1}{e^{-m_1/(m_{pcz} - m_1)}} \quad (48)$$

式(36)～(38)と解析結果の一部を Fig.14 に示す。同図からわかるように、提案式は局部座屈を考慮しない場合の SS400 鋼材に対する  $m-p-\varphi$  関係を精度良く近似できると言える。

#### 4. あとがき

本論文は、局部座屈を考慮した鋼骨組構造の終局強度解析に必要な、モーメントー軸力ー曲率関係の定式化を目的として行った弾塑性有限変位解析の結果をまとめたものである。まず、有限要素解析の汎用プログラム MARC に適用するため工夫した解析モデルを用い、モーメントー軸力ー曲率特性に及ぼす断面形状および鋼材のひずみ硬化の影響を調べ、幅厚比と軸力比を変化させてモーメントー軸力ー曲率関係を求めた。次に、局部座屈の影響を考慮した終局強度の相関式を示すとともに、極限強度に対応する曲率の近似式を幅厚比と軸力比の関数として与えた。また、モーメントー軸力ー曲率関係を精度良く予測できる近似式を提案している。一方、局部座屈が起こらない短柱の解析結果に基づいて板パネルの局部座屈を無視する場合のモーメントー軸力ー曲率関係の近似式も示されている。

本研究の結果は、別報<sup>12)</sup>で述べたように、コンクリートを部分的に充填した鋼柱の強度と変形能の計算にも応用することができる。

謝辞： 文献 4) に関する文献をお送りいただいた、崎元達郎熊本大学工学部教授に感謝致します。

#### 参考文献

- 1) Little, G. H.: The strength of square steel box columns—design curves and their theoretical basis,

- The structural Engineer, Vol.57A, No.2, Feb., 1979.
- 2) 宇佐美 勉, 土屋信洋, 大谷恭弘, 福本勝士: 薄板集成短柱の弾塑性有限変位解析, 土木学会論文集, 第 362 号 / I-4, pp.293-302, 1985.
  - 3) 宇佐美 勉, 土屋信洋, 福本勝士: 鋼圧縮部材の連成座屈挙動の理論的研究, 土木学会論文集, 第 362 号 / I-4, pp.303-312, 1985.
  - 4) 三輪清貴, 崎元達郎, 山尾敏幸: 局部座屈の影響を考慮した箱形断面鋼骨組の終局強度解析法, 第 48 回年次学術講演会講演概要集, 土木学会, pp.202-203, 1993.
  - 5) 日本マーク株式会社: MARC プログラム ユーザ・マニュアル, A 編 - E 編, 1990.
  - 6) 福本勝士編: 座屈設計ガイドライン, 技報堂, 1987.
  - 7) 葛漢彬, 宇佐美 勉, 戸谷和彦: 繰り返し荷重を受けるコンクリート充填鋼柱の強度と変形能に関する研究, 構造工学論文集, Vol. 40A, pp.163-176, 1994 年 3 月.
  - 8) Usami, T.: Effective width of locally buckled plates in compression and bending, J. of Struct. Engr., ASCE, Vol.119, No.5, pp.1358-1373, 1993.
  - 9) European Convention for Constructional Steelwork: Essentials of Eurocode 3 design manual for steel structures in building, first edition, 1991.
  - 10) 西村宣男, 吉田信博, 竹内正一: 局部座屈を考慮した鋼箱形断面はりー柱部材の強度評価式, 土木学会論文集, 第 416 号 / I-13, pp.385-393, 1990.
  - 11) 宇佐美 勉, 柴田輝昭: 断面力表示構成則を用いた鋼骨組構造物の弾塑性有限変位解析, 土木学会論文集, 第 416 号 / I-13, pp.339-348, 1990.
  - 12) 葛漢彬, 宇佐美 勉: コンクリートを部分的に充填した鋼箱形断面柱の終局強度と変形能に関する解析的研究, 土木学会論文集, 第 508 号 / I-31, pp.77-88, 1995.

(1994. 9. 26 受付)

#### A FORMULATION OF MOMENT-THRUST-CURVATURE RELATIONS FOR LOCALLY BUCKLED UNSTIFFENED STEEL BOX STUB-COLUMNS

Hanbin GE, Tsutomu USAMI and Hirotaka ODA

The moment-curvature relationships for steel box sections subjected to compression combined with uniaxial bending moment are presented in this paper. An analytical model for computing the  $M-P-\Phi$  curves was proposed. In the analysis, residual stress, initial plate deflection and strain hardening were considered. As a result, an interaction strength formula was proposed for locally buckled steel box columns. The moment-thrust-curvature relationship can be accurately predicted by a set of proposed formulas. Moreover, a set of approximate formulas were proposed to predict the moment-thrust-curvature relationship of steel box column segments without local buckling.