

投稿論文(和文)

PAPERS

# 対流を考慮した熱・応力・浸透連成挙動の 混合体理論とその多孔質地盤への適用

清木隆文<sup>1</sup>・市川康明<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 名古屋大学助手 工学部地圏環境工学教室 (〒464-01 名古屋市中千種区不老町)

<sup>2</sup>正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部地圏環境工学教室 (〒464-01 名古屋市中千種区不老町)

本研究では飽和多孔質地盤に対して混合体理論を適用して熱・応力・浸透の連成場について自然対流を考慮した支配方程式を導き、その有限要素解を求めた。このとき、水の密度変化と同時に、水の動粘性係数の温度変化による影響も考慮した。なお、対流項を評価するに際して、水の密度が温度のみに依存する (Boussinesq 近似) とする従来の手法と共に、密度変化が間隙水圧にも依存する場合も取り扱った。モデル地盤に対する解析結果から熱源が地盤に対して与える影響を考察し、対流が発生する場合にはその影響は無視できないことを明らかにした。

**Key Words :** mixture theory, convection, bouyancy force, Boussinesq approximation

## 1. はじめに

地下空間の特性である隔離性、耐震性、恒温性を生かしてこれを利用する計画が進められている。同じ用途の構造物を建設する場合、地下空間の工費は地上構造物に比べて割高になるが、いったん作ると維持費が安く、周辺環境の維持にもつながり、また、岩盤の有する優れた隔離性も期待される。

地下水面以下の岩盤中に各種の物質を貯蔵・処分する場合、物質は岩盤のき裂における浸透流れに乗って移動、拡散し、あるいは母岩中に吸着されると考えられる。このために、岩盤中の浸透流れの状況を精密に予測する必要がある。多孔質体中における浸透場の連成に関して、Cheng<sup>1)</sup>は解析と実験の両側面から詳細な研究を行っている。また自然対流についてはLapwood<sup>2)</sup>、Combarousら<sup>3)</sup>、Wooding<sup>4)</sup>、佐藤ら<sup>5)</sup>が液相密度を温度の関数として取り入る方法を提案している。これらの論文では地盤内の運動が流体のみによるとしてNavier-Stokesの運動方程式を用いている。Bearら<sup>6)</sup>は井戸からの地下水の汲み上げ問題を対象として固相の運動方程式を導入した連成モデルを提案している。また大西ら<sup>7)</sup>は飽和地盤だけでなく不飽和の地盤に拡張したモデルを用いて数値解析を行っている。Lewisら<sup>8)</sup>は特に飽和多孔質地盤中の支配方程式(液相の流れ式、固相の挙動を表す式、エネルギー輸送式)を誘導する過程を示し、数値解析を行っている。

本論文では、地下深部における飽和岩盤中の浸透流れを推測するために、混合体理論(mixture theory)を用いて各相(固相と液相)の質量、運動量、エネルギーの

保存則を記述し、これに構成則(Darcy則, Hooke則, Fourier則)を導入して支配方程式を導いた。この際、温度と圧力の変化に依存して水の密度変化が起こることを表現し、また温度変化に依存した水の動粘性係数の変化を考慮してDarcy則を導入した。この結果、地盤中における循環的な対流が記述できた。また、数値解析を実行して、浅い岩層中に存在する熱源が、周辺岩盤に与える影響を明らかにするとともに、深所に熱源を持つ場合もBoussinesq近似によってこの現象が表現できることを示した。このように、熱・応力・浸透連成場における各物理量の意味を明確に示すことができ、ひいては、核種等の物質移行に関連する実流速を求めることが可能となった。

## 2. 自然対流を伴う熱、浸透、応力連成場の支配方程式

流体中における対流は大きく強制対流と自然対流に分けられる。前者は移流による流れである。これに対して後者は流体の密度変化に伴う浮力によって発生する流れである。

ここでは強制対流に加えて自然対流を導入する方法を示すが、その機構として液相密度は、熱と間隙水圧で変化すると考えることにする。

### (1) 混合体理論による各相の基本諸量

混合体理論では、一つの空間点 $x$ に、固相の物質点 $X_s$ と液相の物質点 $X_w$ が同時に存在するが、各相は独立した運動をすると考える。それぞれの相の運動を表

記すると

$$(固相) \quad x = \Phi_s(X_s, t) \quad (1)$$

$$(液相) \quad x = \Phi_w(X_w, t) \quad (2)$$

である。したがって各相に対する速度場は

$$(固相) \quad v_s = \frac{D}{Dt} \Phi_s(X_s, t) \quad (3)$$

$$(液相) \quad v_w = \frac{D}{Dt} \Phi_w(X_w, t) \quad (4)$$

となる。ここで

- 1) 同一の点に二つの相が同時に存在する。
- 2) 各相が固有の速度場で運動している。

と仮定する。この仮定により、各々の速度場に対する物質微分を

$$(固相) \quad \frac{D_s}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_s \cdot \nabla \quad (5)$$

$$(液相) \quad \frac{D_w}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v_w \cdot \nabla \quad (6)$$

と定義する。また、完全飽和された地盤の固相と液相の平均密度  $\rho$  は固相の密度  $\rho_s$ 、液相の密度  $\rho_w$  および固相と液相の存在率を表すパラメーターとして間隙率  $n$  を用いて、

$$\rho = (1-n)\rho_s + n\rho_w \quad (7)$$

と表される(この  $1-n$  と  $n$  は、飽和地盤に混合体理論における固相と液相の相集中度に相当する)。

飽和地盤における応力は式 (7) と同様に部分応力を考え、さらに有効応力原理<sup>9)</sup>を導入すると

$$\sigma = (1-n)\sigma_s + n\sigma_w = \sigma' - pI, \quad (8)$$

$$\sigma_s = \frac{1}{1-n}\sigma' - pI, \quad \sigma_w = -pI$$

と書くことができる。ここで  $\sigma$ 、 $\sigma'$  はそれぞれ全応力、有効応力であり、 $\sigma_s$ 、 $\sigma_w$  は固相と液相の真の応力、 $p$  は間隙水圧、 $I$  は二階の単位テンソルである。

## (2) 質量保存則

固相と液相からなる飽和地盤において、各相間の質量供給は生じないので、質量保存則は相集中度を用いればつぎのように表される。

$$(固相) \quad \frac{D_s}{Dt} \int_V (1-n)\rho_s dV = 0 \quad (9)$$

$$(液相) \quad \frac{D_w}{Dt} \int_V n\rho_w dV = 0 \quad (10)$$

ここで、積分領域  $V$  は任意の飽和地盤が時刻  $t$  において占める領域である。式 (9)、(10) を Reynolds の輸送定理を用いて局所形で表すと

$$(固相) \quad \frac{\partial}{\partial t} \{(1-n)\rho_s\} + \nabla \cdot \{(1-n)\rho_s v_s\} = 0 \quad (11)$$

$$(液相) \quad \frac{\partial}{\partial t} (n\rho_w) + \nabla \cdot (n\rho_w v_w) = 0 \quad (12)$$

である。式 (11)、(12) をそれぞれ  $\rho_s$ 、 $\rho_w$  で除して加えると、飽和地盤全体に対する比体積あたりの質量保

存則が得られる。

$$\frac{1-n}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{n}{\rho_w} \frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \frac{1}{\rho_s} \nabla \cdot \{(1-n)\rho_s v_s\} + \frac{1}{\rho_w} \nabla \cdot (n\rho_w v_w) = 0 \quad (13)$$

## (3) 運動量保存則

各相の独立した運動場が相互に影響を及ぼしあう因子として、内部作用力を考慮すると各相の運動量保存則は

$$(固相) \quad \begin{aligned} & \frac{D_s}{Dt} \int_V (1-n)\rho_s v_s dV \\ &= \int_V \nabla \cdot \{(1-n)\sigma_s\} dV \\ &+ \int_V (1-n)b_s dV + \int_V \zeta_{sw} dV \end{aligned} \quad (14)$$

$$(液相) \quad \begin{aligned} & \frac{D_w}{Dt} \int_V n\rho_w v_w dV \\ &= \int_V \nabla \cdot (n\sigma_w) dV \\ &+ \int_V nb_w dV + \int_V \zeta_{ws} dV \end{aligned} \quad (15)$$

と表される。ここで  $\zeta_{sw}$ 、 $\zeta_{ws}$  は、それぞれ液相から固相、固相から液相への内部作用力である。ここで  $b_s (= \rho_s g L)$ 、 $b_w (= \rho_w g L)$  (重力加速度  $g$  の働く方向が  $-z$  であるとする) と  $L^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$  と書ける。) は固相、液相それぞれの物体力であり 2 次元では鉛直軸方向にのみ働く。式 (14)、(15) に各相の質量保存則式 (11)、(12) を代入して局所形で表すと

$$(固相) \quad (1-n)\rho_s \frac{D_s v_s}{Dt} = \nabla \cdot \{(1-n)\sigma_s\} + (1-n)b_s + \zeta_{sw} \quad (16)$$

$$(液相) \quad n\rho_w \frac{D_w v_w}{Dt} = \nabla \cdot (n\sigma_w) + nb_w + \zeta_{ws} \quad (17)$$

となる。式 (16)、(17) を足し合わせて式 (8) を代入すると

$$\begin{aligned} (1-n)\rho_s \frac{D_s v_s}{Dt} + n\rho_w \frac{D_w v_w}{Dt} &= \nabla \cdot (\sigma' - pI) + (1-n)b_s + nb_w \\ &= \nabla \cdot \sigma + b \end{aligned} \quad (18)$$

で表される飽和地盤全体の運動量保存則が得られる。なお、内部作用力は作用反作用の関係  $\zeta_{ws} = -\zeta_{sw}$  にあるので、両式を加え合わせたときに打ち消される。また、 $b = (1-n)b_s + nb_w$  である。

## (4) エネルギー保存則

エネルギー保存則は、各相間の内部エネルギー供給を考慮すると

$$(固相) \quad \frac{D_s}{Dt} \int_V (1-n)\rho_s U_s dV$$

$$\begin{aligned}
&= - \int_V \nabla \cdot \{(1-n)\mathbf{h}_s\} dV \\
&\quad + \int_V \{(1-n)\boldsymbol{\sigma}_s\} \cdot (\nabla \mathbf{v}_s) dV \\
&\quad + \int_V (1-n)Q_s dV + \int_V \eta_{sw} dV \quad (19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(液相)} \quad &\frac{D_w}{D t} \int_V n\rho_w U_w dV \\
&= - \int_V \nabla \cdot (n\mathbf{h}_w) dV + \int_V (n\boldsymbol{\sigma}_w) \cdot (\nabla \mathbf{v}_w) dV \\
&\quad + \int_V nQ_w dV + \int_V \eta_{ws} dV \quad (20)
\end{aligned}$$

となる。ここで  $U_s$ ,  $U_w$  は固相、液相の単位質量当たりの内部エネルギー、 $\mathbf{h}_s$ ,  $\mathbf{h}_w$  はそれぞれ固相と液相の熱流束ベクトル、 $Q_s$ ,  $Q_w$  は内部熱源による固相と液相の熱供給量を表す。また  $\eta_{sw}$ ,  $\eta_{ws}$  はそれぞれ液相から固相、固相から液相への内部エネルギー供給量で、 $\eta_{ws} = -\eta_{sw}$  の関係がある。ここで、式 (19), (20) の局所形を加え合わせると

$$\begin{aligned}
&(1-n)\rho_s \frac{D_s U_s}{D t} + n\rho_w \frac{D_w U_w}{D t} \\
&= -\nabla \cdot \{(1-n)\mathbf{h}_s\} - \nabla \cdot (n\mathbf{h}_w) \\
&\quad + \{(1-n)\boldsymbol{\sigma}_s\} \cdot (\nabla \mathbf{v}_s) \\
&\quad + (n\boldsymbol{\sigma}_w) \cdot (\nabla \mathbf{v}_w) + (1-n)Q_s + nQ_w \quad (21)
\end{aligned}$$

で表される飽和地盤のエネルギー保存則を導くことができる。

### (5) 応力-ひずみの構成則

地盤骨格を線形弾性体であると仮定すると、応力-ひずみの構成則は Hooke 則に従うとして以下のように表せる。

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{\sigma}' &= \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon}', \quad \boldsymbol{\varepsilon}' = \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_p - \boldsymbol{\varepsilon}_T - \boldsymbol{\varepsilon}_o, \\
\boldsymbol{\varepsilon} &= \frac{1}{2} \{ \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T \}, \quad \boldsymbol{\varepsilon}_p = -\frac{p}{3K_s} \mathbf{I}, \\
\boldsymbol{\varepsilon}_T &= \frac{\beta_s}{3} (T - T_0) \mathbf{I} \quad (22)
\end{aligned}$$

ここで  $\mathbf{D}$  は Hooke テンソル、 $\boldsymbol{\varepsilon}'$  は有効応力によって固相に生じるひずみ、 $\boldsymbol{\varepsilon}$  は全ひずみ、 $\boldsymbol{\varepsilon}_p$  は間隙水圧の変化によって固相骨格に生じるひずみ、 $\boldsymbol{\varepsilon}_T$  は温度変化によって生じる固相粒子の膨張ひずみ、 $\boldsymbol{\varepsilon}_o$  は化学変化等により生ずるひずみである。また  $K_s$  は固相粒子の体積弾性係数、 $\beta_s$  は固相粒子の熱膨張係数、 $\mathbf{u}$  は観測される変位場である (固相の変位  $\mathbf{u}_s$  と液相の変位  $\mathbf{u}_w$  は区別されることに注意)。なお、本論文では化学変化等によるひずみ  $\boldsymbol{\varepsilon}_o$  を無視する。式 (22) では線形弾性体の構成則を示したが、運動量保存則式 (18) を増分形で書いて、応力-ひずみ関係を増分形 (弾塑性、粘弾塑性) で与えても差し支えない。

### (6) 浸透場に関する構成則

平均相対速度  $\mathbf{v}$  は、固相に対する液相の速度で表される。この相対速度を Darcy 則を用いて表すと

$$\mathbf{v} = n(\mathbf{v}_w - \mathbf{v}_s) = -\frac{k}{\rho_w^0 g} (\nabla p + \rho_w g \nabla \zeta) \quad (23)$$

である。ここで、 $\rho_w^0$  は初期定常状態の液相の密度、 $k$  は透水テンソル、 $\zeta = \zeta_0 - z$  は基準面  $\zeta_0$  からの高さである ( $-z$  方向が重力加速度方向であるとした)。

岩盤や土の中を流れる水の流速は通常極めて遅く、層流状態であると考えられる<sup>10)</sup> ので、Darcy 則が式 (23) の形に書けることを、ここでは経験則すなわち構成則として導入したが、この式は多孔質体中を流れる流速の遅い水の運動方程式 (Stokes 方程式) に対する均質化理論 (homogenization theory) によって直接導くことができる。詳細は Sanchez-Palencia<sup>11)</sup> を参照されたい。

### (7) 熱伝導に関する構成則

熱伝導に関する構成則には Fourier 則を用いる。

$$\begin{aligned}
\mathbf{h} &= (1-n)\mathbf{h}_s + n\mathbf{h}_w \\
&= -\{(1-n)\boldsymbol{\lambda}_s + n\boldsymbol{\lambda}_w\} \nabla T = -\boldsymbol{\lambda} \nabla T \quad (24)
\end{aligned}$$

ここで、 $\mathbf{h}$  は相集中度を考慮した平均熱流束ベクトル、 $\boldsymbol{\lambda}$  は平均熱伝導率、 $\boldsymbol{\lambda}_s$ ,  $\boldsymbol{\lambda}_w$  はそれぞれ固相と液相の熱伝導率である。

### (8) 液相密度の評価方法

Fernandez<sup>8)</sup> によると液相密度は温度と間隙水圧の関数として

$$\rho_w = \rho_w^0 \exp \left[ -\beta_w (T - T_0) + \frac{1}{K_w} (p - p_0) \right] \quad (25)$$

と表される。ここで、添え字 0 は初期定常状態を示す。 $\beta_w$  と  $K_w$  はそれぞれ液相粒子の熱膨張係数、体積弾性係数を表す。式 (25) を級数展開して、2 次以上の項を無視することにより液相密度  $\rho_w$  は、

$$\rho_w = \rho_w^0 \left\{ 1 - \beta_w (T - T_0) + \frac{1}{K_w} (p - p_0) \right\} \quad (26)$$

と近似される。

### (9) 水の動粘性係数の評価法

水の動粘性係数は温度に敏感であることが知られている<sup>9)</sup> ので、Huyakorn と Pinder による経験式<sup>8)</sup>

$$\mu = 239.4 \times 10^{-6} \frac{248.37}{T+31.35} \times 10^{-6} \quad (\text{g/cm/sec.}) \quad (27)$$

を Darcy 則式 (23) に  $\mu_0/\mu$  の形で導入する。ここで  $\mu_0$  は初期定常状態の水の動粘性係数である。

### 3. 浸透式、力のつり合い式およびエネルギー輸送式

本節では、浸透式、力のつり合い式、エネルギー輸送式の導出を行なう。

#### (1) 浸透式

いま、

- 1) 固相密度の場所による急激な変化はない。
- 2) 間隙率の場所による急激な変化はない。

という仮定を導入すると、飽和地盤全体の質量保存則式 (13) は、つぎのように書ける。

$$\frac{1-n}{\rho_s} \frac{\partial \rho_s}{\partial t} + \frac{n}{\rho_w} \frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \nabla \cdot v_s + \frac{n}{\rho_w} \nabla \rho_w \cdot v_w + \nabla \cdot \{n(v_w - v_s)\} = 0 \quad (28)$$

Nikolaevsky の仮説<sup>12)</sup>によると、固相の密度  $\rho_s$  は固相の真の応力  $\sigma_s$  と温度  $T$  によって変化し、液相の密度は間隙水圧  $p$  と温度  $T$  により変化するので、各相の密度の時間微分は

$$\frac{\partial \rho_s}{\partial t} = -\frac{\rho_s}{3K_s(1-n)} \frac{\partial \sigma'}{\partial t} + \frac{\rho_s}{K_s} \frac{\partial p}{\partial t} - \rho_s \beta_s \frac{\partial T}{\partial t} \quad (29)$$

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} = \frac{\rho_w^0}{K_w} \frac{\partial p}{\partial t} - \rho_w^0 \beta_w \frac{\partial T}{\partial t} \quad (30)$$

と与えられる。ここで  $\sigma' = tr \sigma'$  は平均有効応力である。一方、飽和地盤では液相および固相自身の体積ひずみが固相骨格の体積ひずみに比較して無視できる程小さいので、固相骨格の体積ひずみの変化率が全体積ひずみの変化率に等しいと近似され

$$\nabla \cdot v_s = \frac{\partial \epsilon_s}{\partial t} \cong tr \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \quad (31)$$

と書ける。

式 (28) の第 4 項は液相の密度勾配が液相の移動により伝播する移流項を表すが、液相の流速と液相密度の勾配はともに非常に小さいので無視し、式 (29)、(30)、(31) と応力-ひずみ関係の構成則式 (22)、Darcy 則式 (23) を代入するとつぎのように浸透式が導出される。

$$\left\{ tr \frac{\partial \epsilon}{\partial t} - \frac{1}{3K_s} tr \left( D \frac{\partial \epsilon}{\partial t} \right) \right\} + \left\{ \frac{1-n}{K_s} + \frac{n}{K_w} - \frac{1}{(3K_s)^2} tr(DI) \right\} \frac{\partial p}{\partial t} + \left\{ -(1-n)\beta_s - n\beta_w + \frac{\beta_s}{9K_s} tr(DI) \right\} \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot \left\{ \frac{\mu_0}{\mu} \frac{k}{\rho_w^0 g} (\nabla p + \rho_w g \nabla \zeta) \right\} = 0 \quad (32)$$

#### (2) 力のつり合い式

液相の密度変化の影響を受けるので、つぎのように表せる。

$$b_w = \rho_w^0 L \left\{ 1 - \beta_w(T - T_0) + \frac{1}{K_w}(p - p_0) \right\} \quad (33)$$

応力-ひずみ関係式 (22) を、全応力について書き直すと

$$\sigma = D\epsilon + \frac{p}{3K_s} DI - \frac{\beta_s}{3}(T - T_0)DI - pI \quad (34)$$

となる。

運動量保存則式 (18) で加速度項を無視して、以上の関係を代入すると力のつり合い式が導出される。

$$\nabla \cdot (D\epsilon) + \nabla \cdot \left( \frac{p}{3K_s} DI \right) - \nabla \cdot \left\{ \frac{\beta_s}{3}(T - T_0)DI \right\} - \nabla p + (1-n)b_s + nb_w = 0 \quad (35)$$

#### (3) エネルギー輸送式

飽和地盤全体でのエネルギー保存則式 (21) において、つぎの仮定をする。

- 1) 各相のひずみの時間変化率が十分小さいので、ひずみエネルギー項は無視できる。
- 2) 内部熱源による熱供給はない。
- 3) 空間における同一点での固相と液相の温度は同じである。

これらの仮定を考慮して、また Fourier 則を代入するとエネルギー保存則式 (21) は

$$\{(1-n)\rho_s C_s + n\rho_w C_w\} \frac{\partial T}{\partial t} + \{(1-n)\rho_s C_s v_s + n\rho_w C_w v_w\} \cdot \nabla T - \nabla \cdot \{\lambda(\nabla T)\} = 0 \quad (36)$$

となる。ここで、各相の内部エネルギーが、固相、液相の比熱を  $C_s$ 、 $C_w$  として

$$\frac{\partial U_s}{\partial t} = \frac{\partial U_s}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} = C_s \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (37)$$

$$\frac{\partial U_w}{\partial t} = \frac{\partial U_w}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} = C_w \frac{\partial T}{\partial t},$$

$$C_s = \frac{\partial U_s}{\partial T}, \quad C_w = \frac{\partial U_w}{\partial T}$$

と表せることを用いた。式 (36) の第 2 項は、固相と液相の移動により運ばれる単位時間当たりの熱エネルギーを表す移流項である。比較的硬い固相骨格を対象とすると、一般に固相の移動速度は液相の移動速度に比べて無視できるので、液相の移流のみ考えればよい。この際、Lewis ら<sup>8)</sup>は圧力勾配による液相流れによって移流が発生するとしているが、液相密度の変化に伴う位置水頭の変化が移流に影響を与えるので、この項に Darcy 則式 (23) を導入すると

$$n v_w \cdot \nabla T \cong n(v_w - v_s) \cdot \nabla T = -\frac{\mu_0}{\mu} \frac{k}{\rho_w^0 g} (\nabla p + \rho_w \nabla \zeta) \cdot \nabla T \quad (38)$$

と表せる。以上のことを整理するとエネルギー輸送式が以下のように導出される。

$$\{(1-n)\rho_s C_s + n\rho_w C_w\} \frac{\partial T}{\partial t}$$

$$\begin{aligned}
& -\rho_w C_w \frac{\mu_0}{\mu} \frac{k}{\rho_w^0 g} (\nabla p + \rho_w \nabla \zeta) \cdot \nabla T \\
& - \nabla \cdot \{ \lambda (\nabla T) \} = 0 \quad (39)
\end{aligned}
+ \int_V n \rho_w^0 g \left\{ -\beta_w \dot{T} + \frac{1}{K_w} \dot{p} \right\} \cdot \delta u \, dV = 0 \quad (45)$$

が得られる。ここで、

$$\begin{aligned}
\delta \varepsilon &= \frac{1}{2} [\nabla(\delta u) + \{\nabla(\delta u)\}^T] \\
&+ \frac{1}{2} [\nabla(\delta u) - \{\nabla(\delta u)\}^T]
\end{aligned}$$

である。

#### c) エネルギー輸送式の弱形式化

エネルギー輸送式 (39) に境界条件

##### 1) 温度境界

$$T = T_0 \quad \text{on } S_T \quad (46)$$

##### 2) 熱流束境界

$$\begin{aligned}
& -n \cdot \lambda (\nabla T) - n \cdot \rho_w C_w \frac{\mu_0}{\mu} \frac{k}{\rho_w^0 g} (\nabla p + \rho_w g \nabla \zeta) T \\
& = \hat{q}_T \quad \text{on } S_m \quad (47)
\end{aligned}$$

##### 3) 熱伝達境界

$$\begin{aligned}
& -n \cdot \lambda (\nabla T) - n \cdot \rho_w C_w \frac{\mu_0}{\mu} \frac{k}{\rho_w^0 g} (\nabla p + \rho_w g \nabla \zeta) T \\
& = \hat{q}_T + \gamma (T - \bar{T}) \quad \text{on } S_n \quad (48)
\end{aligned}$$

を導入する。ここで、 $n$  は境界面上で外向きを正とする単位法線ベクトル、 $\hat{q}_T$  は熱流束境界  $S_m$  と熱伝達境界  $S_n$  における熱流束、 $\gamma$  は熱伝達係数である。式 (39) の両辺に任意のスカラ関数  $\delta T$  (ただし、 $S_T$  上で  $\delta T = 0$ ) をかけあわせ、第 2 項、第 3 項に部分積分を施し、水は対流発生時を除いて非圧縮性であることを考慮すると

$$\begin{aligned}
& \int_V \{ (1-n) \rho_s C_s + n \rho_w C_w \} \frac{\partial T}{\partial t} \delta T \, dV \\
& + \int_V \{ \lambda (\nabla T) \} \cdot \nabla (\delta T) \, dV \\
& + \int_V \left\{ \rho_w C_w \frac{\mu_0}{\mu} \frac{k}{\rho_w^0 g} (\nabla p + \rho_w g \nabla \zeta) \right\} T \cdot \nabla (\delta T) \, dV \\
& + \int_{S_s} \hat{q}_T \delta T \, dS + \int_{S_n} \gamma (T - \bar{T}) \delta T \, dS = 0 \quad (49)
\end{aligned}$$

と表されるエネルギー輸送式の弱形式が得られる。ここで、 $S_s = S_m \cup S_n$  とした。なお、式 (49) の左辺第 5 項は外気と境界面との温度差から熱流束を発生させる熱伝達項である。

#### d) 有限要素離散化

弱形式化された支配方程式 (42)、(45)、(49) に Galerkin 有限要素法を導入して離散化を行った。

ここで、圧力  $p$  と温度  $T$  に対しては、4 節点アイソパラメトリック要素を用い、変位  $u$  については 9 節点アイソパラメトリック要素の形状関数を用いた (複合要素)。以下それぞれの形状関数を  $M$ 、 $N$  と表す。

離散近似式をマトリックスの形に書くと

$$\begin{bmatrix} C_{PP} & C_{PU} & C_{PT} \\ C_{UP} & C_{UU} & C_{UT} \\ \mathbf{o} & \mathbf{o} & C_{TT} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{P} \\ \dot{U} \\ \dot{T} \end{Bmatrix}$$

## 4. 数値解析

本節では、導出した支配方程式を有限要素法によって離散化し、例題を解いてその結果を検討した。

### (1) 有限要素法

#### a) 浸透式の弱形式化

浸透式 (32) に境界条件

##### 1) 水頭境界

$$p = p_0 \quad \text{on } S_p \quad (40)$$

##### 2) 流量境界

$$-n \cdot \frac{\mu_0}{\mu} \frac{k}{\rho_w^0 g} (\nabla p + \rho_w g \nabla \zeta) = \hat{q}_H \quad \text{on } S_q \quad (41)$$

を導入する。ここで、 $\hat{q}_H$  は流量境界  $S_q$  における浸透流量である。任意のスカラ関数  $\delta p$  (ただし、 $S_p$  上で  $\delta p = 0$ ) を式 (32) の両辺にかけ、第 4 項に部分積分を施すと浸透式の弱形式

$$\begin{aligned}
& \int_V \left\{ \text{tr} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} - \frac{1}{3K_s} \text{tr} \left( \mathbf{D} \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right) \right\} \delta p \, dV \\
& + \int_V \left\{ \frac{1-n}{K_s} + \frac{n}{K_w} - \frac{1}{(3K_s)^2} \text{tr}(\mathbf{D}\mathbf{I}) \right\} \frac{\partial p}{\partial t} \delta p \, dV \\
& + \int_V \left\{ -(1-n)\beta_s - n\beta_w + \frac{\beta_s}{9K_s} \text{tr}(\mathbf{D}\mathbf{I}) \right\} \frac{\partial T}{\partial t} \delta p \, dV \\
& + \int_V \frac{\mu_0}{\mu} \frac{k}{\rho_w^0 g} (\nabla p + \rho_w g \nabla \zeta) \cdot \nabla \delta p \, dV \\
& + \int_{S_q} \hat{q}_H \delta p \, dS = 0 \quad (42)
\end{aligned}$$

が得られる。

#### b) 力のつり合い式の弱形式化

静的な力のつり合い式 (35) の増分形を考える。境界条件は

##### 1) 変位境界

$$\dot{u} = \dot{u}_0 \quad \text{on } S_u \quad (43)$$

##### 2) 荷重境界

$$(\sigma' - \dot{p}\mathbf{I})^T n = \dot{t} \quad \text{on } S_t \quad (44)$$

で与えられる。ここで、 $\dot{t}$  は力学境界  $S_t$  における外力ベクトル増分である。式 (35) の両辺に任意のベクトル関数  $\delta u$  (ただし、 $S_u$  上で  $\delta u = \mathbf{o}$ ) を両辺にかけあわせて第 1、2、3 項に部分積分を施すと、静的な力のつり合い式の弱形式

$$\begin{aligned}
& \int_{S_t} \dot{t} \cdot \delta u \, dS - \int_V \left\{ \mathbf{D} \dot{\varepsilon} + \left( \frac{\dot{p}}{3K_s} \mathbf{D}\mathbf{I} \right) \right\} \cdot \delta \varepsilon \, dV \\
& + \int_V \left\{ \frac{\beta_s}{3} \dot{T} \mathbf{D}\mathbf{I} + \dot{p}\mathbf{I} \right\} \cdot \delta \varepsilon \, dV
\end{aligned}$$

表-1 一次元圧密地盤の材料物性値

密度 (固相) $\rho_s$	$t/m^3$	2.167
密度 (液相) $\rho_w$	$t/m^3$	1.000
体積弾性係数 (固相) $K_s$	$N/m^2$	$9.807 \times 10^{33}$
体積弾性係数 (液相) $K_w$	$N/m^2$	$9.807 \times 10^8$
熱伝導率 (固相) $\lambda_s$	$N/^\circ C \cdot day$	$1.775 \times 10^6$
熱伝導率 (液相) $\lambda_w$	$N/^\circ C \cdot day$	$4.972 \times 10^4$
熱膨張係数 (固相) $\beta_s$	$1/^\circ C$	$5.000 \times 10^{-6}$
熱膨張係数 (液相) $\beta_w$	$1/^\circ C$	$2.100 \times 10^{-4}$
比熱 (固相) $C_s$	$m^2/s^2 \cdot ^\circ C$	$1.048 \times 10^3$
比熱 (液相) $C_w$	$m^2/s^2 \cdot ^\circ C$	$4.190 \times 10^3$
弾性係数 $E$	$t/m^2$	$1.000 \times 10^3$
透水係数 $k$	$m/day$	$1.000 \times 10^{-4}$
ポアソン比 $\nu$		0.330
間隙率 $n$		0.444

$$+ \begin{bmatrix} K_{PP} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{TT} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ U \\ T \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} Q \\ \dot{F} \\ S \end{Bmatrix} \quad (50)$$

となる。ここで、式中の係数行列の構成成分を以下に示す。

$$C_{PP} = - \int_V M^T \left\{ \frac{1-n}{K_s} + \frac{n}{K_w} \right\} M dV + \int_V M^T \frac{1}{(3K_s)^2} L_1^T D L_1 M dV$$

$$C_{PU} = \int_V \left\{ \frac{1}{3K_s} M^T L_1^T D B - M^T L_1^T B \right\} dV$$

$$C_{PT} = \int_V M^T \{ (1-n)\beta_s + n\beta_w \} M dV - \int_V M^T \frac{\beta_s}{9K_s} L_1^T D L_1 M dV$$

$$K_{PP} = - \int_V A^T \frac{\mu_0}{\rho_w^0 g} (M\mu^{-1}) k A dV$$

$$Q = \int_V A^T \frac{\mu_0}{\rho_w^0 g} (M\mu^{-1}) k (M\rho_w) g (A\zeta) dV + \int_{S_q} M^T \hat{q}_H^T dS$$

$$C_{UP} = \int_V \left\{ \frac{1}{3K_s} B^T D L_1 M - B^T L_1 M \right\} dV - \int_V n \frac{\rho_w^0 g}{K_w} N^T L_2 M dV$$

$$C_{UU} = \int_V B^T D B dV$$

$$C_{UT} = - \int_V \frac{\beta_s}{3} B^T D L_1 M dV - \int_V n \rho_w^0 g \beta_w N^T L_2 M dV$$

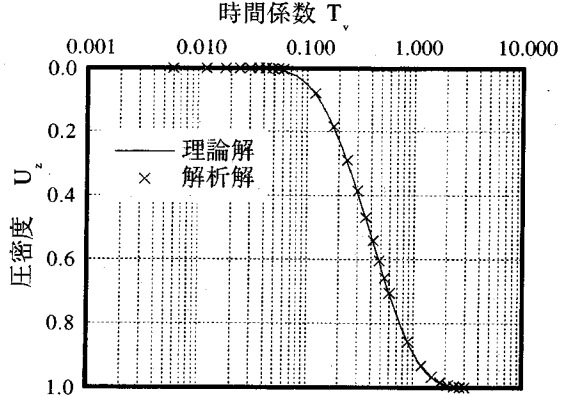


図-1 圧密度-時間係数関係図

$$\dot{F} = \int_{S_f} N^T \dot{t} dS$$

$$C_{TT} = \int_V M^T (1-n) \rho_s C_s M dV + \int_V M^T n (M\rho_w) C_w M dV$$

$$K_{TT} = \int_V A^T \lambda A dV + \int_V A^T (M\rho_w) C_w \mu_0 (M\mu^{-1}) \times \frac{k}{\rho_w^0 g} \{ (A P) + (M\rho_w) g (A \zeta) \} M dV + \int_{S_n} \gamma M^T M dV$$

$$S = - \int_{S_s} M^T \hat{q}_T dS + \int_{S_n} \gamma M^T \bar{T} dS$$

ここで  $L_1^T = [1 \ 1 \ 1]$ ,  $L_2^T = [0 \ 0 \ -1]$ ,  $A = \nabla M$  であり、 $B$  は変位-ひずみ行列である。一方、 $P, U, T, \zeta, \rho_w, \mu$  はそれぞれ圧力水頭、変位、温度、基準面からの高さ、液相密度、水の動粘性係数の節点値ベクトルを示す。

#### e) 支配方程式の時間差分化

支配方程式の時間差分化には  $\theta$ -法<sup>13)</sup> を用いた。すなわち、式 (50) を

$$C \dot{X} + K X = Y \quad (51)$$

と書いて、時間  $i$  ステップにおける差分式を

$$[C + \Delta t \theta K] X^{(i)} = \Delta t (1-\theta) Y^{(i-1)} + \Delta t \theta Y^{(i)} + [C - \Delta t (1-\theta) K] X^{(i-1)} \quad (52)$$

と定める。ただし、 $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq 1$ ) は予め与えられるパラメータである。これを用いれば与えられた時間増分  $\Delta t$  ごとに各時間ステップの節点値ベクトル (未知量)  $X$

表-2 実験モデルの材料物性値

密度 (固相) $\rho_s$	$kg/m^3$	$2.520 \times 10^3$
密度 (液相) $\rho_w$	$kg/m^3$	$1.000 \times 10^3$
体積弾性係数 (固相) $K_s$	$N/m^2$	$9.807 \times 10^{30}$
体積弾性係数 (液相) $K_w$	$N/m^2$	$9.807 \times 10^{30}$
熱伝導率 (固相) $\lambda_s$	$N/^\circ C \cdot s$	1.756
熱伝導率 (液相) $\lambda_w$	$N/^\circ C \cdot s$	$5.959 \times 10^{-1}$
熱膨張係数 (固相) $\beta_s$	$1/^\circ C$	$1.000 \times 10^{-7}$
熱膨張係数 (液相) $\beta_w$	$1/^\circ C$	$2.100 \times 10^{-4}$
比熱 (固相) $C_s$	$m^2/s^2 \cdot ^\circ C$	$8.368 \times 10^2$
比熱 (液相) $C_w$	$m^2/s^2 \cdot ^\circ C$	$4.190 \times 10^3$
弾性係数 $E$	$kg/m^2$	$1.000 \times 10^6$
透水係数 $k$	$m/s$	$1.000 \times 10^{-7}$
ポアソン比 $\nu$		0.300
間隙率 $n$		0.420

表-3 地盤の材料物性

密度 (固相) $\rho_s$	$t/m^3$	2.167
密度 (液相) $\rho_w$	$t/m^3$	1.000
体積弾性係数 (固相) $K_s$	$N/m^2$	$9.807 \times 10^{33}$
体積弾性係数 (液相) $K_w$	$N/m^2$	$2.002 \times 10^9$
熱伝導率 (固相) $\lambda_s$	$N/^\circ C \cdot day$	$1.808 \times 10^5$
熱伝導率 (液相) $\lambda_w$	$N/^\circ C \cdot day$	$4.972 \times 10^4$
熱膨張係数 (固相) $\beta_s$	$1/^\circ C$	$5.000 \times 10^{-6}$
熱膨張係数 (液相) $\beta_w$	$1/^\circ C$	$5.000 \times 10^{-4}$
比熱 (固相) $C_s$	$m^2/s^2 \cdot ^\circ C$	$1.046 \times 10^3$
比熱 (液相) $C_w$	$m^2/s^2 \cdot ^\circ C$	$4.183 \times 10^3$
弾性係数 $E$	$t/m^2$	$1.000 \times 10^3$
透水係数 $k$	$m/day$	$8.640 \times 10^{-3}$
ポアソン比 $\nu$		0.330
間隙率 $n$		0.444

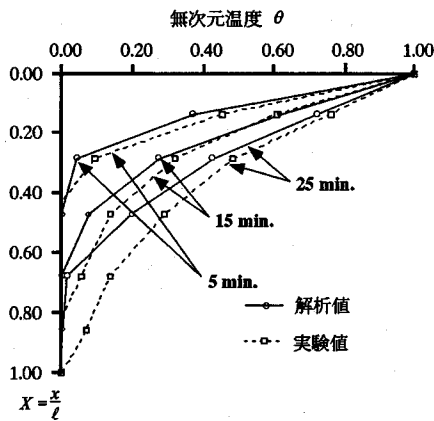


図-2 解析値と実験値の比較 (1)

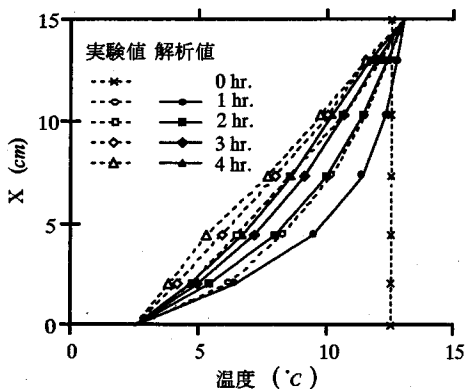


図-3 解析値と実験値の比較 (2)

が逐次求まる。なお、今回の解析では数値解析的に安定なパラメータ  $\theta = 1.0$  (後退差分法) を用いた<sup>14)</sup>。

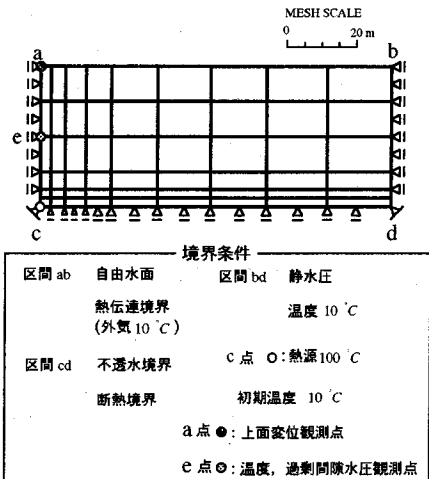


図-4 有限要素分割図と境界条件

(2) プログラムの検証<sup>15)</sup>

a) 浸透、応力達成場での理論解との比較

浸透、応力達成場での解析解の妥当性を検証するために等温飽和地盤を対象として一次元圧密の解析を行い、Terzaghi による理論解と比較した。対象とした地盤は  $20^\circ C$  であり、両面排水条件で解析を行った。解析に用いた材料物性値を表-1 に示す。なお、解析時間ステップ幅を2日とした。理論解を得るために用いた圧密係数  $C_v (= k/\rho_w^0 m_v)$  は、体積圧縮係数  $m_v$  を数値解析による1000日後の地表面の沈下量をモデル地盤の圧密最終沈下量として求めて決定した。

解析解と理論解を比較した結果を図-1 に示す。図からわかるように解析解は理論解と極めてよく一致することがわかる。このことから解析プログラムは応力、浸透達成場において適切な解を与えると判断できる。



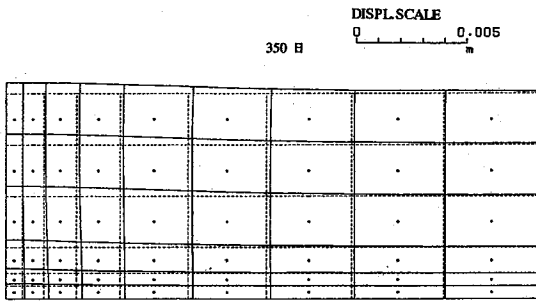


図-5 変形図 (ケース A: 熱伝導のみ)

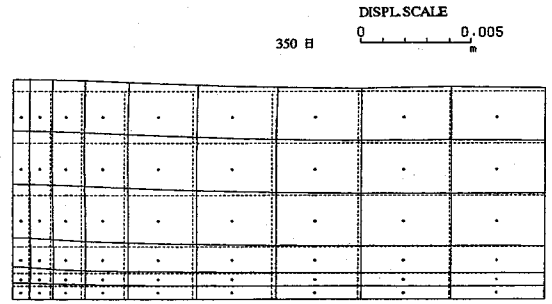


図-6 変形図 (ケース B: 熱伝導と対流)

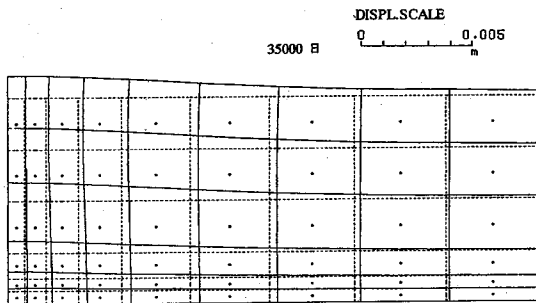


図-7 地表面変位の経時変化

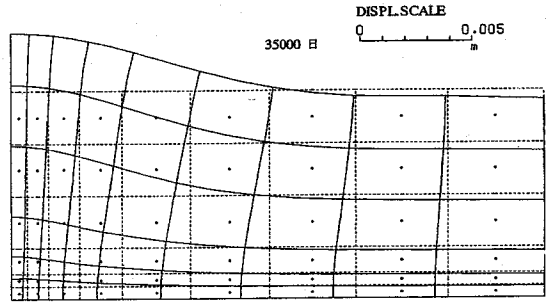


図-8 地盤内における温度の経時変化

b) 浸透、熱連成挙動の検証

浸透と熱連成場での解の検証のために佐藤<sup>16)</sup>の行った温水、浸透の伝熱測定実験結果との比較を試みた。解析に用いた材料物性値を表-2に示す。佐藤は円柱形の水槽に6.6°Cに保たれた飽和砂を入れて上方から下方へ20°Cの水を浸透させて砂中のいくつかの点で水温を測定している。時間経過の各段階における温度分布を実験値と比較して図-2に示した。この結果、解析値は実験値の傾向をよく表しているが、熱の広がり方は実験値の方が幾分速いことがわかった。これは解析モデル(二次元平面ひずみ)が円筒水槽における実験条件ならびに材料定数を十分に満足していなかったためである。

c) 熱伝達挙動の検証

佐藤<sup>16)</sup>はまた、同じ材料を用いて熱伝達挙動を調べる実験も行なっている。この実験は先に述べたものと同

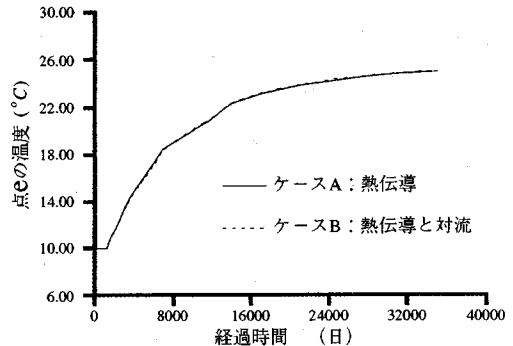


図-9 地盤内における過剰間隙水圧の経時変化

じ水槽に12.5°Cの飽和標準砂を入れ、その水槽の上面と下面を不透水面とし、それぞれ13.5°Cと2.5°Cの水を循環させる水槽を接触させ、多孔体中の熱輸送の状況を調べるものである。この実験結果と解析結果

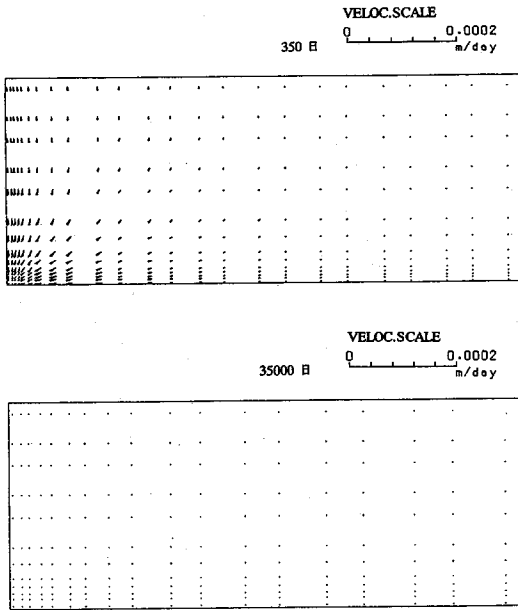


図-10 流速分布図 (ケース A:熱伝導)

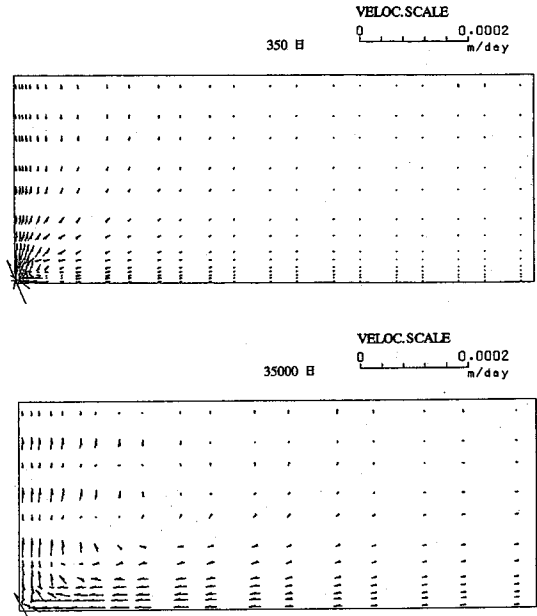


図-11 流速分布図 (ケース B:熱伝導と対流)

表-4 材料物性値変更箇所

弾性係数 $E$	$t/m^2$	$1.000 \times 10^6$
透水係数 $k$	$m/day$	$8.640 \times 10^{-5}$
間隙率 $n$		0.100

との比較を図-3に示す。図から実験、解析ともに時間の経過にしたがって温度が低下していく傾向が読み取れる。解析モデル(二次元平面ひずみ)は円筒水槽における実験条件、材料定数を十分に表現していないが、解析値と実験値の温度の差が最大約 $2^{\circ}C$ であることから、その結果は実際の熱伝導の傾向を表しているといえる。

### (3) 実地盤を対象にした解析

応力、熱、浸透連成場における解析例を示す。はじめに軟岩を対象とした浅い地盤の解析を行った。つぎに深層岩盤を対象にした解析を行い、流体の解析で良く用いられる Boussinesq 近似<sup>17)</sup>の適用について考察した。

#### a) 浅い軟岩層に熱源を持つ地盤の解析例

地盤内に熱源がある場合、自然対流が地下水(浸透水)の流れを発生させて周辺にその物質の拡散を促進する可能性がある。そこで多孔質地盤を想定して高温な熱源が存在する場合、

ケース A: 熱輸送が熱伝導のみによる場合

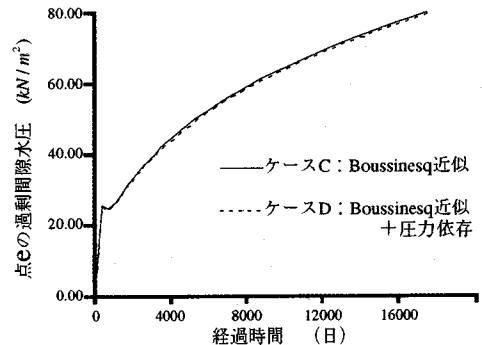


図-12 地盤内における過剰間隙水圧の経時変化

ケース B: 熱輸送が熱伝導と自然対流による場合の二つのケースについて解析を行い、その違いによる地盤の影響について考察した。

解析モデルは大西<sup>7)</sup>らが用いたものを一部修正して用いた。材料物性値を表-3に、有限要素モデルと境界条件を図-4に示す。熱の輸送による長期的な地盤の影響を調べるために、最大35,000日(約100年)までの影響を時間ステップを25日で解析した。なお、地表面は熱伝達境界とした<sup>18)</sup>。

解析の結果得られた変形図を図-5(ケース A)と図-6(ケース B)に示す。両者を比較するとケース Bの変形が大きいことがわかる。特に地表面の a 点の変位に注目してその経時変化を比較すると35,000日後にはケース Bの上昇量がケース Aの約3倍となっている(図-7)。なお、地表面は熱伝達境界<sup>18)</sup>であるので外界への熱伝達と地盤からの熱輸送が平衡状態になったところ

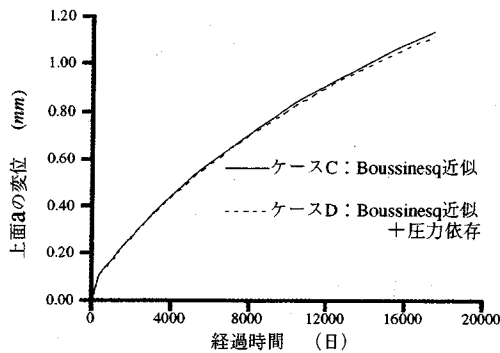


図-13 地盤内変位の経時変化

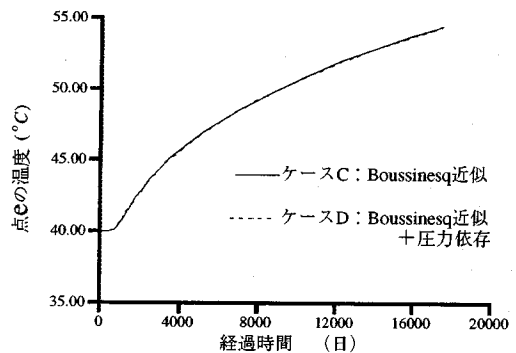


図-14 地盤内における温度の経時変化

で地表面の隆起が止ることがわかる。

この時、地盤内e点の温度に注目すると、図-8に示したように両ケースの相違はほとんど見られないことがわかる。一方、図-9に示した地盤内の過剰間隙水圧分布は、ケースAでは熱を与えた直後に熱源周辺部の膨張に伴って過剰間隙水圧がピークを示しその後消散しているのに対して、ケースBでは熱を与えた直後から対流の発生に伴って過剰間隙水圧が増大し、時間の経過に伴って平衡状態に達することがわかる。図-8、図-9の結果を併せると、地盤の変形は対流による過剰間隙水圧の発生に影響されていることがわかる。

流速分布図を図-10(ケースA)、図-11(ケースB)に示す。なお、350日の流速分布図は、図-4の有限要素メッシュを熱源周辺でさらに細分割したメッシュによる解析結果を用いた。ケースAでは図-9で示される過剰間隙水圧の消散に伴って浸透流が発生し、時間の経過に従ってその流速が小さくなることがわかる(図-10)。これに対してケースB(図-11)では水の密度変化に伴って熱源から上昇して周辺に至り、熱源に回歸する対流が発生していることが判る。また、時間経過に伴ってこの循環流の領域(セル)が大きくなり、熱源を中心に浸透流速は大きくなっている。

熱を発生する汚染物質を地盤内に埋設する場合、浸透流(地下水流)による汚染物質の移動の長期的な予測が重要であるので、対流による浸透流れの発生は無視することができないことがこの計算例からわかる。

#### b) 深所に熱源を持つ岩盤の解析例

地下1000メートルに熱源がある岩盤を想定した解析を行った。有限要素モデルは図-4と同じとし、境界条件は、先のメッシュの地表面にあたる上部境界面に自重相当分を等分布荷重として与えた(側方は拘束)。この上部境界面は不透水とした。また、初期定常状態の地盤内温度とメッシュ側面の温度境界の温度は $40^{\circ}\text{C}$ とした。熱源の温度は先の解析と同様に $100^{\circ}\text{C}$ と与えた。解析に用いた材料物性値の内、表-3から変更した箇所を表-4に示す。時間差分の条件は先に行った

解析例と同じとした。

解析には熱伝導項と対流項を共に取り入れ、解析ケースとして

ケースC: Boussinesq 近似 (支配方程式の物体力の項のみに温度変化による液相の密度変化を考慮。)

ケースD: Boussinesq 近似に圧力依存性を追加。

の二通りを考えた。過剰間隙水圧(図-12)、変位(図-13)、温度(図-14)の経時変化を見ると解析ケースによる相違が見られないことがわかる。このことより地盤深層を対象として今回のような解析を行う場合、Boussinesq 近似を採用しても差し支えないと言える。これは一般に言われている液相の密度は温度変化に対して敏感に変化するが、圧力(間隙水圧)の変化に対してあまり敏感ではない<sup>9)</sup>ことを裏付けるものである。

## 5. 結論

本研究では、岩盤中における自然対流を考慮した熱・応力・浸透連成場の混合体理論を提示し、その有限要素解析を行った。

この理論と数値解析解を検証するために次元圧密問題の理論解と比較し、つぎに、浸透連成場の実験結果<sup>16)</sup>と比較した結果、それぞれ良い一致を見た。

さらに、熱対流による地盤の影響を把握するために、実際の地盤をモデル化して解析を行なった結果から以下の点が明らかとなった。

- 1) 熱輸送の違い(熱伝導のみ考慮した場合と熱伝導と対流を考慮した場合)による地盤内の温度分布に有意な差は見られなかった。
- 2) 熱伝導のみを考慮した場合、熱を与えた直後に過剰間隙水圧がピークを示し(図-9)、それを消散する方向に浸透流が発生する。この浸透流速は時間の経過ともなって小さくなる。
- 3) 熱伝導と共に対流を考慮した場合、対流による過剰間隙水圧が発生し、時間の経過に従ってその影響が大きくなる。この場合、熱源の周囲に循環流が発生し、

時間の経過と共に流速が次第に大きくなる。

- 4) 対流に伴う浸透流速は極めて小さく、熱の移流が起こらないので、対流による熱の広がりには熱伝導に比べて卓越しない。
- 5) 対流を考慮した場合の地表面の上昇は過剰間隙水圧の発生によって、熱伝導だけを考慮する場合に比べて3倍程度大きくなり、無視できない。
- 6) 深層岩盤を対象にした解析に対しても Boussinesq 近似が適用できる。すなわち、液相の密度は主に温度変化に依存するとしてよい。

謝辞：本研究を行うに当たり、助言を頂いた東北大学工学部京谷孝史助教授、継続した研究に参画された名古屋大学大学院の歴代学生諸氏、殊に、西松建設(株)高田渉太郎氏、名古屋市役所都築 敦氏に謝意を表します。なお、本研究は、中部電力(株)の援助で遂行されたことを記し、深謝致します。

#### 参考文献

- 1) Cheng, P.: Heat transfer in geothermal systems, *Advances in Heat Transfer*, Vol.14, pp.1-105, 1978.
- 2) Lapwood, E.R.: Convection of a fluid in a porous medium, *Proc. Cambridge Phi. Soc.*, Vol.44, pp.508-521, 1948.
- 3) Combarous, M.A. and Bories, S.A.: Hydrothermal convection in saturated porous media, *Advances in Hydrosience*, Ven de Chew ed., Vol.10, Academic, pp.231-307, 1975.
- 4) Wooding, R.A.: Steady State Free Thermal Convection of Liquid in a Saturated Permeable Medium, *J. Fluid Mech.*, Vol.2, pp.273-285, 1957.
- 5) 佐藤邦明, 伊藤 洋: 地下空洞周辺の伝熱に関する研究, 土木学会論文集, No. 363/II-4, pp.97-107, 1985.
- 6) Bear, J. and Corapcioglu, M.Y.: A mathematical model for consolidation in a thermoelastic aquifer due to hot water injection or pumping, *Water Resources Research*, Vol.17, No3, pp.723-736, 1981.
- 7) 大西有三, 柴田裕章, 小林 晃: 有限要素法による応力-浸透-熱伝導連成問題解析手法, 土木学会論文集, No. 370/III-5, pp.151-158, 1986.
- 8) Roland, W.L. and Bernard, A.S.: *The Finite Element Method in the Deformation and Consolidation of Porous Media*, WILEY, pp.6-306, 1987.
- 9) Bear, J.: *Dynamics of Fluid in Porous Media*, Dover, p.194, 1972.
- 10) 佐藤邦明, 佐々木康夫: 岩の伝熱および熱水浸透流による熱拡散係数の実験的研究, 土木学会論文集, No. 351/II-2, pp.127-135, 1984.
- 11) Sanchez-Palencia, E.: *Non-Homogeneous Media and Vibration Theory*, Lecture Note in Physics, Springer-Verlag, 1980.
- 12) Nikolaevsky, V.N.: *Mechanics of Fluid-Saturated Geometricals*, Z. Bazant ed., John-Wiley and Sons, pp.379-401, 1985.
- 13) 市川康明: 地盤力学における有限要素法入門, 日科技連出版, p. 174, 1990.
- 14) スハス. V. バタンカー (水谷幸夫, 香月正司訳): コンピューターによる熱移動と流れの数値解析, 森北出版, p.190, 1985.
- 15) 都築 敦: 凝灰岩における熱, 応力, 浸透連成挙動の解析, 名古屋大学修士論文, 1993.
- 16) 佐藤邦明: 飽和多孔体および温熱水浸透流における温度伝導率の実験的決定, 土木学会論文報告集, No. 320, pp.57-65, 1982.
- 17) Rayleigh, L.: On convection currents in a horizontal layer of fluid, when the higher temperature is on the under side., *Selected Papers on the Theory of Thermal Convection with Special Application to Earth's Planetary Atmosphere*, Saltzman, B. ed., Dover, pp.3-20, 1962.
- 18) 甲藤好郎: 伝熱学特論, 養賢堂, p.43, 1964.

(1993. 7. 14 受付)

## MIXTURE THEORY FOR COUPLED HEAT, STRESS AND SEEPAGE BEHAVIOUR INCLUDING CONVECTIVE EFFECT AND ITS APPLICATIONS TO SATURATED POROUS ROCK

Takafumi SEIKI and Yasuaki ICHIKAWA

We derive coupled thermal, stress and seepage equation in a saturated porous media such as soiles and rocks based on a mixture theory, in which mass density and viscosity coefficient are treated to be dependent on temperature change. The mass density is also considered as a function of pore pressure, but we determined that the results are not different from the classical Boussinesq approximation even if in a deep underground. Note that classical Boussinesq approximation implies the mass density is dependent only on the temperature change. Then the natural convection can be treated clearly.