

# 浮遊砂の動的応答特性に基づく浮遊時間スケールの推定

後藤仁志<sup>1</sup>・辻本哲郎<sup>2</sup>・中川博次<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学教室 (〒606 京都市左京区吉田本町)

<sup>2</sup>正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科 (〒920 金沢市小立野2-40-20)

<sup>3</sup>正会員 工博 立命館大学教授 理工学部環境システム工学科 (〒525 草津市野路町1916)

浮遊粒子の運動を Lagrange 的に追跡する確率過程モデルでは、流れ場の情報を詳細に砂粒子運動に反映させることができるが、砂粒子の追跡精度は追跡時間ステップすなわち浮遊時間スケールに依存する。本研究では、乱れエネルギースペクトルを考慮して模擬された乱れ場における砂粒子の動的応答の数値解析を通じて浮遊時間スケールを推定する。

**Key Words:** suspension, stochastic simulation, Lagrangian model, time scale, spectrum

## 1. 序 論

浮遊砂は水流の乱れの影響を顕著に受けて運動するため、浮遊過程の適切なモデル化を行うには、水流の乱れに対する浮遊粒子の応答特性を如何に正確に把握するかが鍵となる。

浮遊砂の拡散モデルでは、重力による沈降 flux と水流の乱れによる拡散 flux とがつり合う状態を考慮することで平衡濃度分布が算定されるが、沈降 flux の精度は浮遊砂の沈降速度に依存するので、乱流中の沈降速度の推定が重要となる。振動流中における粒子の最終沈降速度が静水中の値より低下することは、化学工学の分野の研究<sup>1), 2)</sup>を通じて明らかにされており、浮遊砂の場合も乱れの影響を考慮することが必要となる。

池田・山坂・木内・高橋<sup>3)</sup>は、鉛直振動流中の球の沈降過程について摂動法による非線形解析を行い、抗力項による非線形抵抗が沈降速度に与える影響を明らかにした。また、関根・吉川<sup>4)</sup>は、乱れを正弦波型の流速変動としてモデル化し、種々の変動周波数および強度に対する砂粒子の応答過程を運動方程式に基づいて検討し、脈動流中の砂粒子の沈降速度の変化を論じた。しかし、現実の乱れ場では種々の変動スケールが共存し、乱れの周波数および乱れ強度は広範囲に分布するので規則的な正弦波型流速変動の場合とは状況が異なり、関根らの結果をそのまま適用することは困難

である。山坂・池田<sup>5)</sup>は、現実の乱れ場では周波数の分布が重要であることに着目し、彼らの摂動解<sup>3)</sup>を拡張して乱れエネルギースペクトルを考慮した乱流中の球状粒子の沈降速度の解析解を求めて、同一の乱れ強度であってもスペクトル密度の分布性状が変化すると沈降速度にも変化が生じることを指摘した。

ところで、浮遊砂濃度分布の算定によく用いられる拡散モデルは、取り扱いが簡便であるという利点を有するが、拡散モデルでは砂粒子の運動特性が拡散係数の評価に集約されるため砂粒子運動の細部の記述には適当とは言い難い。砂粒子の運動の詳細な記述には、砂粒子の運動過程を直接的に追跡することができる Yalin and Krishnappan<sup>6)</sup>のモデルを雛形とした確率過程モデルが威力を発揮する。確率過程モデルに基づいて浮遊過程の数値模擬を実施する際には、運動方程式の差分化に伴う計算時間ステップ(浮遊時間スケール)を適切に決定する必要があるが、それには水流の乱れに対する砂粒子の応答特性を考慮することが重要となる。

これまでの研究<sup>3)-5)</sup>では、水流の乱れに対する砂粒子の平均的応答特性が主として沈降速度の変化を通じて議論され、応答振幅についての議論は例が少ない。辻本・中川<sup>7)</sup>は、擾乱に対する砂粒子の応答振幅を基準として砂粒子運動の時間スケールを決定する考え方を提案し、掃流から浮遊への遷移事象の時間スケール

の推定に用いた。また、関根・吉川<sup>4)</sup>は、正弦波で近似した周囲流体の速度変動に対する砂粒子の追従性を検討することから求めた応答限界周波数と関連づけて砂粒子の追跡時間ステップ（浮遊時間スケール）を評価する方法を提案したが、系統的な評価には至っていない。

以上のような研究状況を受けて本研究では、乱れエネルギースペクトルを既知として乱数発生により模擬した乱れ場において、運動方程式を数値積分して砂粒子の応答過程をLagrange的に追跡し、砂粒子応答の動的特性を通じての浮遊時間スケールの合理的評価を試みることにする。さらに、確率過程モデルを用いた浮遊過程の数値シミュレーションを実施する際の便宜を考え、種々の粒径、比重の粒子についての計算結果を浮遊時間スケールの推定式にまとめる。なお、本シミュレーションの基本的な考え方は既発表<sup>8)</sup>であるが、本論文では計算条件を拡大するとともに、一連の計算結果についての詳細な考察を加えて系統的に再構成している。

## 2. シミュレーションの手法

### (1) 砂粒子の運動方程式

本研究では、簡単のために乱れの鉛直成分のみを考慮し、砂粒子を球でモデル化して球状粒子の鉛直1次元運動を検討する。関根・吉川<sup>4)</sup>は、鉛直方向の正弦振動と水平方向の正弦振動が単独に存在する場合での球の沈降過程を検討し、流速の変動強度が同一であれば水平方向の正弦振動が粒子の沈降速度に与える影響は鉛直方向の正弦振動のそれに比べて無視できることを示している。砂粒子の水平方向の平均移動速度が主流速の平均値に等しいと仮定すると、砂粒子の鉛直方向1次元運動は、

$$\rho \left( \frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{dv_z}{dt} = -\frac{1}{2} C_D \rho A_2 d^2 |v_p - v_f| (v_p - v_f) + \rho (1 + C_M) A_3 d^3 \frac{dv_f}{dt} - \rho \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) g A_3 d^3 \quad (1)$$

で記述される。ここに、 $\rho$ : 水の密度、 $\sigma$ : 砂粒子の密度、 $C_M$ : 付加質量係数(=0.5)、 $A_2$ ,  $A_3$ : 砂粒子の2次元, 3次元の形状係数、 $d$ : 砂粒径、 $v_p$ : 砂粒子の速度の鉛直成分、 $v_f$ : 流速変動の鉛直成分、 $g$ : 重力加速度、 $t$ : 時間である。なお、流速の変動の履歴効果を表すBasset項については、計算時間短縮のため無視することとしたが、Basset項が平均沈降速度に与える影響は小さいことが知られている<sup>4)</sup>。また、運動方程

式中に存在する流体の加速度による圧力勾配項（右辺第2項）を通じて乱れ場の空間構造に起因する非線形性が出現するが、乱れのスケールが球に比べて十分に大きいときは無視できることが知られているので<sup>5)</sup>、ここで対象とする非線形性は、非線形抗力（右辺第1項）のみとする。 $C_D$ は抗力係数であって、粒子Reynolds数の関数として、

$$C_D = C_{D\infty} + \frac{24}{Re} \quad ; \quad Re = \frac{d|v_p - v_f|}{\nu} \quad (2)$$

と書ける<sup>9)</sup>。ここに、 $\nu$ : 動粘性係数であり、球については、 $C_{D\infty} = 0.4$ である。

### (2) 流速の変動時系列の数値模擬

乱れ場は、乱れエネルギースペクトルから求めた周波数別の寄与率を考慮して正弦波を合成して生成されたランダム波により模擬される<sup>10)</sup>。規格化された乱れエネルギースペクトル $F_0(f_k)$ に従い、乱れ強度 $v_{rms}$ を有する変動流速の時系列 $v_f(t)$ は、次式で与えられる。

$$v_f(t) = v_{rms} \sum_{k=1}^N \sqrt{2F_0(f_k)\Delta f_k} \cos(2\pi \bar{f}_k t + \theta_k) \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_k &= \frac{1}{2}(f_k + f_{k-1}) \quad ; \quad \Delta f_k = f_k - f_{k-1} \\ \theta_k &= 2\pi \xi_0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

ここに、 $f_k$ : 離散化された周波数、 $\xi_0$ : (0,1)の一樣乱数、 $N$ : スペクトルの分割数である。

スペクトル形については以下のように取り扱う。まず、禰津<sup>11)</sup>による粗面乱流の計測から求められた波数スペクトル $S_u(\kappa)$ を次式で近似する。

$$\frac{S_u(\kappa)}{L_x} = A_u \left\{ 1 + \alpha_u (L_x \kappa)^2 \right\}^{-\frac{5}{6}} \left\{ 1 + \beta_u (L_x \kappa)^4 \right\}^{-\frac{4}{3}} \quad (5)$$

ここに、 $\kappa$ : 角波数、 $L_x$ : 平均渦径であり、式中の定数は、 $A_u = 0.636$ ,  $\alpha_u = 1.797$ ,  $\beta_u = 3.0 \times 10^6$ である。図-1は式(5)と計測結果との対応を示したものである。

さらに、凍結乱流仮説

$$S_u(\kappa) = \frac{U_m}{2\pi} F_u(f) \quad ; \quad \kappa = \frac{2\pi}{U_m} f \quad (6)$$

を用いて ( $U_m$ : 平均流速)、波数スペクトル $S_u(\kappa)$ を周波数スペクトル $F_u(f)$ に変換した後、鉛直方向の乱れと流下方向の乱れの統計特性の間に相似性（スペクトル型が同型であること）を仮定すると、規格化された鉛直方向の乱れのスペクトルとして、次式が得られる。

$$F_0(f) = A_v (1 + \alpha_v f^2)^{-\frac{5}{6}} (1 + \beta_v f^4)^{-\frac{4}{3}} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned} A_v &= \Xi_{SF} A_u \quad ; \quad \alpha_v = \Xi_{SF}^2 \alpha_u \\ \beta_v &= \Xi_{SF}^4 \beta_u \quad ; \quad \Xi_{SF} = 2\pi L_x / U_m \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

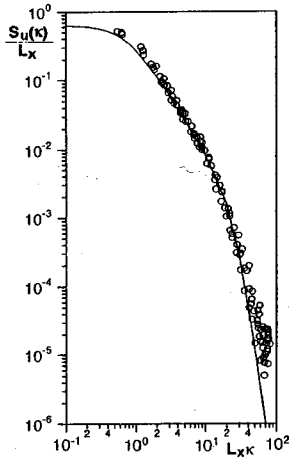


図-1 乱れのスペクトルの近似式

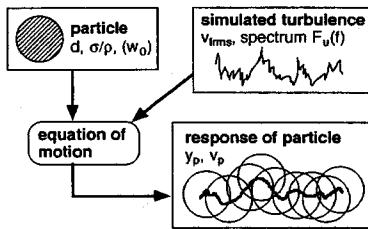


図-2 場の設定に関する模式図

表-1 計算条件 (対象粒子)

d(cm)	$\sigma/p$
0.0123	1.03 (polystyrene)
0.02	1.40 (coal)
0.04	2.60 (glass bead)
0.065	2.65 (sand)
0.08	
0.104	

式(7)を式(3)に代入し、乱れ強度  $v_{rms}$  を与えて鉛直方向の変動流速の時系列を模擬し、それに対する浮遊粒子の応答過程を運動方程式(1)をRunge-Kutta法で解くことにより追跡する。

### (3) 計算方法と計算条件

計算に際しては、図-2に示すように、砂粒子の条件として粒径  $d$  と比重  $\sigma/p$  を、乱れ場の条件として乱れ強度  $v_{rms}$  とスペクトル形  $F_u(f)$  を与え、運動方程式を解いて砂粒子の応答速度  $v_p$  と応答変位  $y_p$  を求める。本研究では粒子の比重と粒径の効果を系統的に検討するた

め、表-1に示す条件で計算を実施した。なお、乱れのスペクトル形を特定するには平均渦径  $L_x$  と平均流速  $U_m$  とを与える必要があるが、ここでは、 $h=10\text{cm}$ 、 $U_m=50\text{cm/s}$  を対象とし、 $h=L_x$  と仮定して  $L_x=10\text{cm}$  を用いることとした。

粒子運動の追跡の際の時間ステップは、1/500秒とし、ランダム波を構成する成分波の最大周期を5秒と仮定した。これにより、0.2~500Hzの範囲の正弦波が合成された不規則変動の模擬が可能となる。成分波の最大周期は想定する変動の中で最も低周波の変動を規定するが、本研究で想定する場では水表面付近のLagrange的時間スケールが0.1秒のオーダーであるので、成分波の最大周期としては5秒程度で十分であると考えられる。なお、最大周期を増加させて計算を実行し、結果に有為な差が認められないことを確認している。

さらに、スペクトルの離散化に伴う周波数ステップについては、 $\Delta f=0.2\text{Hz}$  とし、0.2~500Hzの領域を2500分割した。

さらに、具体的な計算では乱れ強度  $v_{rms}$  を与える必要があるが、これについては、粒径  $d=0.02\text{cm}$ 、比重  $\sigma/p=2.65$  の砂粒子を基準に計算範囲の設定を以下の要領で行った。乱れ強度が津津<sup>1)</sup>による普遍分布式

$$\frac{v_{rms}}{u_*} = 1.27 \exp\left(-\frac{y}{h}\right) \quad (9)$$

で与えられるとすると、乱れ強度の範囲は水面から底面まで  $0.476 < v_{rms}/u_* < 1.27$  となり、 $w_0/u_*$  の範囲を  $0.06 < w_0/u_* < 1.0$  とすれば、乱れ強度と沈降速度の比は、 $0.469 < v_{rms}/w_0 < 21.2$  の範囲の値をとる。

### 3. 砂粒子の平均沈降速度

本研究で用いる運動方程式の特性を確認するため、鉛直正弦振動流中での平均沈降速度を求め、池田ら<sup>3)</sup>の実験と比較したのが図-3である。図中には、池田らの摂動法による解も併示している。実験値の存在範囲は振動強度のあまり大きくない範囲に限られるが、本モデルの計算結果と実験値との対応はほぼ良好である。池田らが述べているように、摂動法では相対速度が負になることを考慮できないために適用範囲は変動速度が比較的小さい範囲に限られるが、本モデルによる計算結果と摂動法の解はほぼ一致している。より詳細に見ると、摂動法による結果に比べて沈降速度の低下率がやや小さめに評価されるが、これは抗力係数の評価式の相違によるものと考えられる。次に、 $Ho^{12)}$

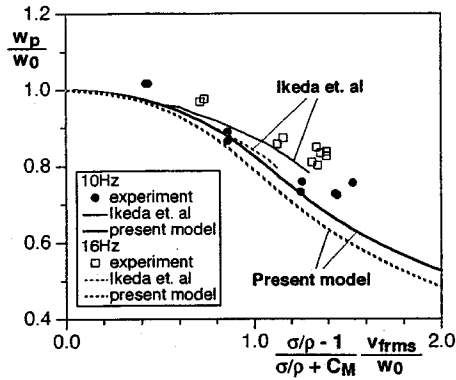


図-3 平均沈降速度 (池田ら<sup>3)</sup>の実験との比較

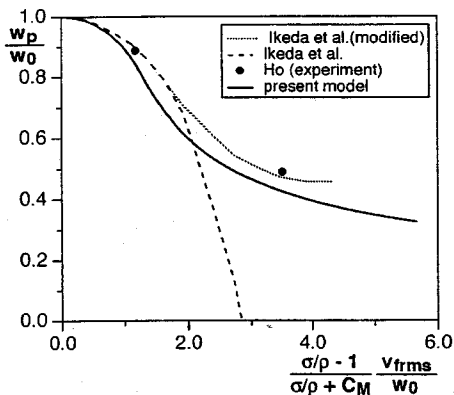


図-4 平均沈降速度 (Ho<sup>12</sup>)の実験との比較

の実験と本モデルによる計算結果を比較したのが図-4である。図中には、近似的数値解法により補正された摂動法の解<sup>3)</sup>を併示しているが、摂動法、本モデルとも実験値の傾向をほぼ良好に説明している。ただし、摂動法には近似解法としての適用限界があり、変動速度が十分大きい領域には適用できない。

ところで、鉛直正弦振動流で乱れ場をモデル化する場合には、乱れ強度と乱れの周波数とを独立して与える必要があり、現実の乱れを極端に理想化した場を想定することとなる。このような問題点を解決するため、山坂・池田<sup>5)</sup>は、スペクトル特性を考慮した摂動法により沈降速度の解析解を求めているが、本研究では、運動方程式に近似を施すことなく数値解を求めて、乱れエネルギー Spektral に基づく周波数別の変動強度を取り込んだ解析を試みる。

砂粒子の変位に関する正弦波型モデルの解析結果の

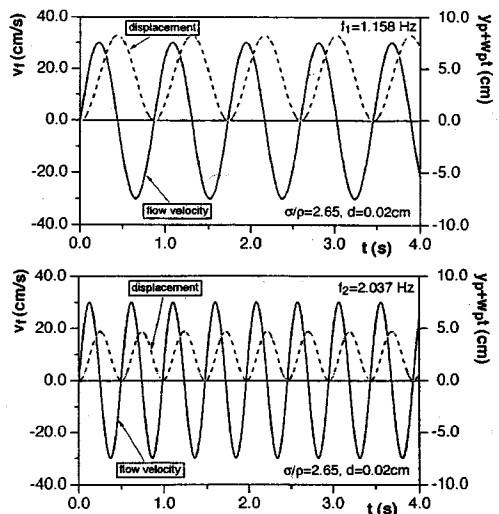


図-5 正弦振動型流速変動下の砂粒子の応答変位

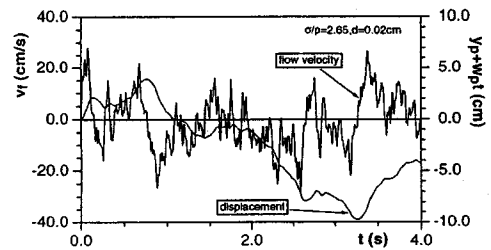


図-6 スペクトル型流速変動下の砂粒子の応答変位

1例を図-5に、本研究の方法(以下、スペクトル型モデルと呼ぶ)による解析結果の1例を図-6に示す。なお、図中の  $w_p$  は、式(1)により追跡された砂粒子の沈降過程を長時間平均して求めた定常沈降速度を表している。なお、 $w_p$  の算定にあたっては、本解析で想定する変動の最大周期である5秒間の整数倍のサンプリング時間をとるように留意した。また、図中の変位は、定常沈降時の平均沈降量  $w_p t$  を差し引いて表示されている。

ところで、図-5に示す正弦波型モデルの場合には、周波数ごとに応答特性が異なるので、応答波形についてスペクトル型モデルとの比較を行うには代表周波数を決める必要がある。そこで、代表周波数としてスペクトルモーメントの比  $f_1, f_2$

$$f_1 = \frac{M_1}{M_2} ; f_2 = \sqrt{\frac{M_2}{M_0}} \quad (10)$$

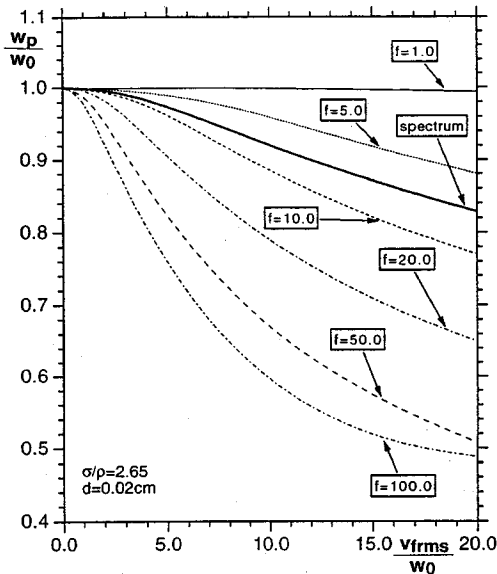


図-7 乱れの時系列特性が沈降速度に与える影響

$$M_i = \int_0^{\infty} f^i F(f) df \quad (11)$$

を用いることとした。代表周波数  $f_1$  は平均観測周期程度の波の周波数に対応し、代表周波数  $f_2$  は zero crossing の発生周期に相当する波の周波数である。

正弦波型モデルの場合の定常沈降過程では、砂粒子は流体と同一の周期で振動しながら、平均的には沈降速度で降下していることが理解できる。これに対して、スペクトル型モデルでは、高周波に対して極めて鈍感で、低周波変動に強く支配された粒子運動を呈する。

次に、乱流中の沈降速度の清水中の沈降速度に対する比  $w_p/w_0$  の乱れ強度  $v_{rms}$  に対する変化について、正弦波型モデルとスペクトル型モデルの結果を比較したのが、図-7である。正弦波型モデルでは乱れ強度の増大に伴う速度の低減が生じている。低周波の場合はこの傾向はそれほど顕著ではないが、周波数の増大とともに低減傾向が顕在化する。一方、スペクトル型モデルの場合は  $0.2 \sim 500\text{Hz}$  の広帯域の変動を入力とするにも関わらず、沈降特性は正弦波型モデルの低周波変動と類似しており、沈降速度は乱れ強度の増大とともに漸減する。この点に関して、山坂・池田<sup>5)</sup> は実河川を対象とした解析を行い、乱れの平均沈降速度に及ぼす影響は微小であると報告している。

なお、正弦波型の乱れに対する砂粒子の応答過程に

ついでの数値シミュレーションは、関根・吉川<sup>4)</sup> により系統的に実施されており、ここで得られた結果の内、正弦波型の乱れに対する応答特性は関根・吉川が示したものと同様である。しかしながら、ここで示したように、正弦波型の変動で乱れをモデル化するには代表周波数の選択により結果が大きく異なるので、広帯域に分布する変動を一括して取り扱えるスペクトル型のモデルが応答特性の把握には不可欠となる。

#### 4. 砂粒子動的応答特性

##### (1) 応答変位のスペクトルの1次近似解

砂粒子変位の動的応答特性を把握するため、砂粒子応答変位のスペクトルを求め、変動時系列を構成する各成分波の寄与について検討を行なう。

砂粒子の応答特性の基本的な関係を論じるには、線形システムの応答関数を用いるのが簡便であるが、砂粒子の応答速度のスペクトル  $F_{vp}(f)$  と乱れのスペクトル  $F_v(f)$  を関係づける山坂・池田<sup>5)</sup> の応答関数に、砂粒子の応答速度のスペクトル  $F_{vp}(f)$  と砂粒子の応答変位のスペクトル  $F_{xp}(f)$  の関係

$$F_{xp}(f) = \frac{1}{f^2} F_{vp}(f) \quad (12)$$

を用いると、砂粒子の応答変位のスペクトル  $F_{xp}(f)$  の乱れのスペクトル  $F_v(f)$  に対する周波数応答が次式で与えられる。

$$F_{xp}(f) = \frac{a_{pf}^2}{(a_{pf}f)^2 + (2+c)^2} F_v(f) \quad (13)$$

$$c = -\left(1 + \frac{A_{pf}}{2}\right) \frac{1}{K_{pf}} \quad ; \quad a_{pf} = \frac{\sigma/\rho + C_M}{\sigma/\rho - 1} \quad (14)$$

$$K_{pf} = 1 + 0.152\sqrt{R_{e0}} + 0.0151R_{e0} \quad (15)$$

$$A_{pf} = 0.152\sqrt{R_{e0}} \quad ; \quad R_{e0} = w_0 d / \nu \quad (16)$$

図-8は、本モデルによる砂粒子の応答変位をFourier変換して求めたスペクトルの一例であり、図中には、仮定した流速変動の時系列のエネルギースペクトルと粒子応答変位のスペクトルの解析解(式(13))とを併示している。解析解、数値解はいずれも周波数の増加に伴い速やかに減少するが、高周波領域において数値解の減少傾向が鈍化し、1次近似解である解析解と数値解との間に乖離が生じる。解析解は運動方程式の抗力項を線形化して導出されたものであるが、数値解では抗力項は非線形のまま取り扱われているため、成分波間の非線形干渉により高周波成分が産み出され、高

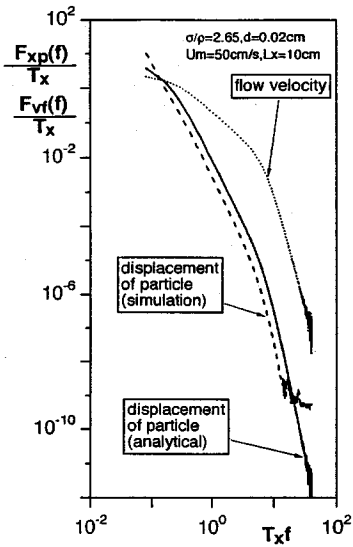


図-8 砂粒子応答変位のスペクトル

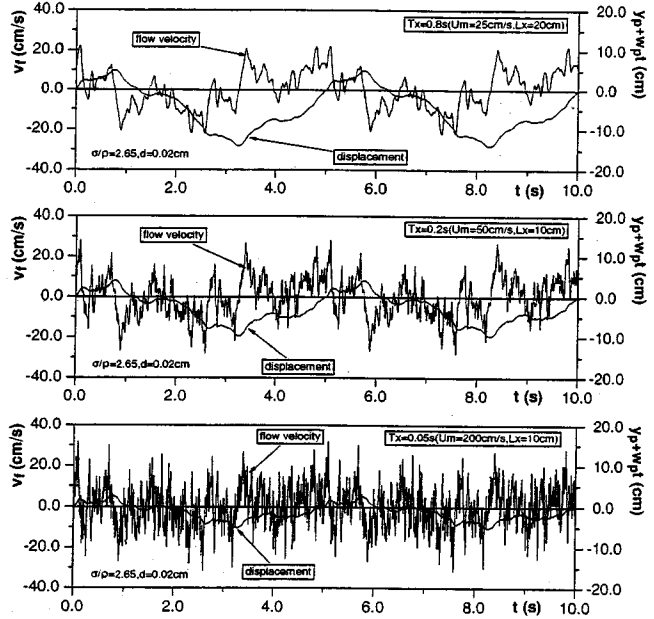


図-9 乱れの周波数領域の変化と砂粒子応答（時系列特性）

周波領域での解析解と数値解の差が生じたものと推察される。

## (2) 乱れの周波数領域と砂粒子の応答変位

周波数領域における乱れの分布特性が砂粒子応答に与える影響について検討するため、平均流速  $U_m$  および平均渦径  $L_x$  を変化させた場合の計算を行って得られた砂粒子の応答変位を図-9に示す。本研究では凍結乱流仮説に基づいて波数スペクトルから周波数スペクトルを求めるため、周波数領域における乱れの分布特性は平均渦径  $L_x$  と平均流速  $U_m$  の比で定義される時間スケール  $T_x$  に依存する。なお、ここでの論点は乱れの分布特性の相違による応答特性の変化であることから、乱れ強度については時間スケールに依らず一定値  $v_{rms}=10.0$  cm/s を用いている。

$T_x$  の増加に伴い、乱れ波形が滑らかとなって高周波成分の顕著な減少が認められる。応答変位については、 $T_x$  の増加に伴い振幅の減少が生じており、乱れの高周波成分の割合が増加するほど浮遊粒子の鉛直変位が小さくなる傾向が認められる。このように、高周波の乱れに対しては砂粒子の追随性は明瞭に低下し、 $T_x$  の条件によっては砂粒子の運動を取り扱う際に対象とすべき周波数領域が水流の乱れが論じられる周波数領

域よりも低周波側に存在することもあり得る。

次に、砂粒子応答変位の周波数特性に関して詳細に検討するため、与えた乱れのスペクトルと応答変位のスペクトルを示したのが図-10である。乱れのスペクトルでは、時間スケール  $T_x$  の増加とともに高周波成分が減少し低周波成分が増加して分布の重心の左側への移動が認められるが、個々のスペクトルは周波数の増加とともにほぼ単調に減少している。これに対して、応答変位のスペクトルでは、個々のスペクトルは周波数の増加とともにいったん単調に減少するが、成分波間の非線形干渉に起因する高周波成分の出現により高周波領域での減少傾向は鈍化する。時間スケール  $T_x$  を異にする個々のスペクトルは周波数の増加とともにいったん分離し、高周波領域で再び接近する。

## 5. 浮遊時間スケールの推定

### (1) 浮遊時間スケールの推定法

浮遊砂の確率過程モデルを用いて浮遊過程のシミュレーションを実施する際の鍵となる浮遊粒子の追跡時間ステップ（浮遊時間スケール）を乱れに対する砂粒子応答変位の動的特性を基準として推定することを考える。

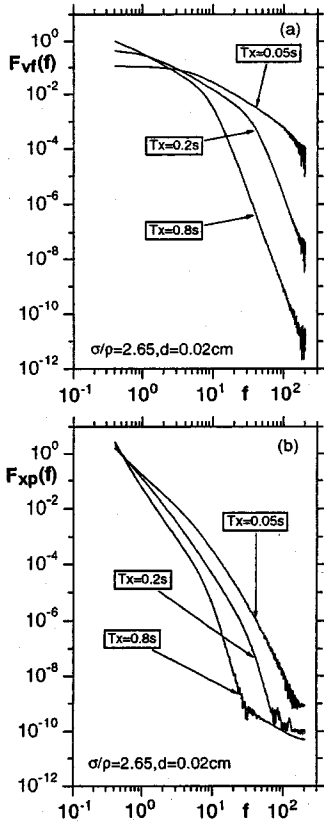


図-10 乱れの周波数領域の変化と砂粒子応答（スペクトル特性）  
 (a) 乱れのスペクトル  
 (b) 応答変位のスペクトル

砂粒子応答変位のスペクトルを用いて応答限界周波数上限  $f_{cr}$  を次式で定義する。

$$\int_{f_{cr}}^{\infty} F_{xp}(T_x f) df = \alpha_{xp} \quad ; \quad T_x = \frac{L_x}{U_m} \quad (17)$$

ここに、 $\alpha_{xp}$ ：打ち切り限界であり、砂粒子変動パワーの99.99%をカバーする値として、 $\alpha_{xp}=0.0001$ とした。浮遊時間スケール  $\Delta t$  は、応答限界周波数  $f_{cr}$  の逆数として

$$\Delta t = \frac{1}{f_{cr}} \quad (18)$$

と書ける。

$L_x=10\text{cm}$  と仮定して式(18)から評価した浮遊時間スケール  $\Delta t$  の乱れ強度  $v_{rms}$  に対する変化の一例を図-11に示す。粒径  $d=0.065\text{cm}$  の場合に、 $v_{rms}/w_0$  の増加に対して緩やかな減少傾向を示すものの、浮遊時間スケール  $\Delta t$  の乱れ強度  $v_{rms}$  に対する依存性はそれほど顕著ではな

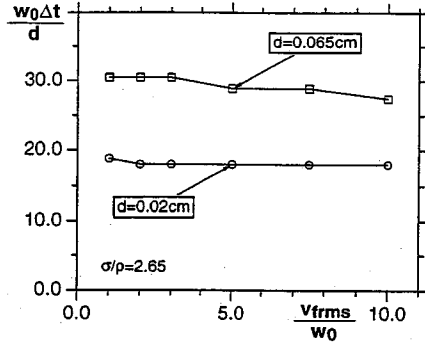


図-11 浮遊時間スケールと乱れ強度の関係

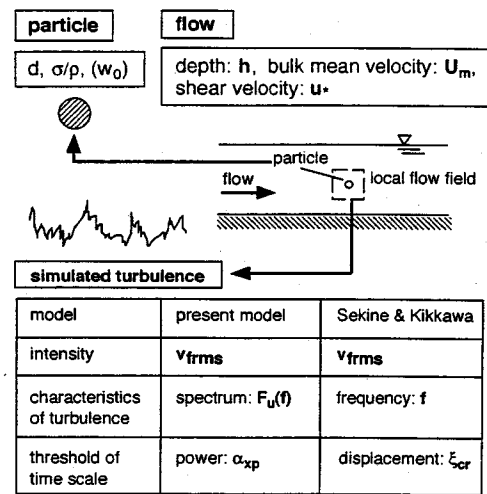


図-12 浮遊時間スケールの支配要因

い。ここでは、全領域の平均値を浮遊時間スケール  $\Delta t$  と定めることとした。

## (2) 既往の研究との比較

これまでの議論から明らかなように、浮遊時間スケールは砂粒子の特性と浮遊粒子周辺の局所的乱れ特性により決定されるので、非一様乱流場では浮遊時間スケールも場所によって変化する。このことを模式的に示したのが、図-12である。ここで言う砂粒子の特性とは、砂粒径、比重、形状（球と仮定）のことであり、浮遊粒子周辺の局所的乱れ特性は、乱れ強度、乱れエネルギースペクトルで代表されるものとする。乱れエネルギースペクトルの評価には平均渦径  $L_x$  が必要となるが、開水路2次元流れにおける平均渦径  $L_x$  の水

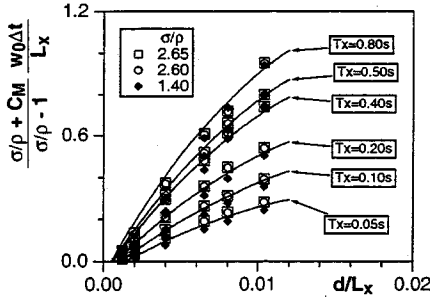


図-13 浮遊時間スケールと粒径 (その1)

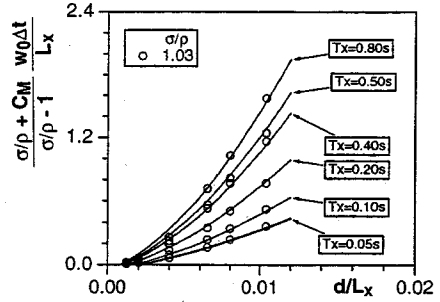


図-14 浮遊時間スケールと粒径 (その2)

深方向変化は、橋津<sup>11)</sup>の実験によれば、

$$\frac{L_x}{h} = \begin{cases} (1.3 \text{ to } 1.5) \sqrt{y/h} & \text{for } y/h \leq 0.6 \\ 1 & \text{for } y/h > 0.6 \end{cases} \quad (19)$$

で与えられる。乱れ強度についても普遍分布式(9)が知られているので、砂粒子の存在位置(水深方向座標)が知られれば砂粒子周辺の局所的乱れ特性が評価される。

次に、本研究の特徴を明らかにするため、関根・吉川<sup>4)</sup>の研究と本研究との比較を行う。両者はともに砂粒子の特性と砂粒子周辺の局所的乱れの特性と関係づけて時間スケールを推定しようとするものである。両者の相違点の一つは、砂粒子周辺の局所的乱れの特性をどのように記述するかという点である。本モデルが広帯域にわたる変動の寄与率を乱れエネルギースペクトルに基づいて算出しているのに対して、関根らの方法(以下、正弦波型と呼ぶ)では正弦波型の流速変動を仮定しているため、適切な代表周波数とそれに応じた変動強度を決定する必要が生じるが、これらの合理的決定には困難を伴う。もう一つの相違点は、応答限界周波数の決定に伴う打ち切り判定定数(閾値)をどのように採るかという点である。本モデルでは、粒子応答変位の全パワーのカバー率を規定する打ち切り限界 $\alpha_p$ を用いているのに対して、正弦波型では、粒子と粒子周囲の流体塊の最大応答振幅の比 $\xi_c$ を用いている。本モデルが変動エネルギーを閾値として用いているのに対して、正弦波型は変位を閾値としている。

例えば、 $d=0.02\text{cm}$ 、 $\sigma/p=2.65$ 、 $w_p=2.64\text{cm/s}$ の条件で、水深 $h=10\text{cm}$ の流れにおいて $0.05 < y/h < 1.0$ の範囲を対象として本計算法を用いると、 $f_c=9.0\sim 30.9\text{Hz}$ となるが、正弦波型のモデルでは、 $v_{rms}/w_p=1.0$ 、 $\xi_c=0.2$ として $f_c=80\sim 100\text{Hz}$ となる。本研究では、応答限界周波数の決定に伴う打ち切り限界 $\alpha_p$ について粒子応答変位の全パ

ワーの99.99%をカバーする値を用いているにもかかわらず、応答限界周波数は正弦波型の場合より低くなっている。これに対して、正弦波型では閾値として $\xi_c=0.2$ を用いているが、これは粒子の応答振幅が粒子周囲の流体塊の応答振幅の20%以下のとき粒子に作用する流速変動を無視しても粒子の挙動の予測に与える影響は十分に小さいと仮定することを意味する。このように、正弦波型では、切り捨ての程度が本モデルより大きいにもかかわらず、応答限界周波数は高周波となり、粒子運動に関して未だ有為と考えられる応答振幅において計算を打ち切ると言う矛盾に陥ることとなる。代表周波数の適切な選択によりこの矛盾は解消されるが、先にも述べたように関根らの推定法では変位の閾値と代表周波数を与えて浮遊時間スケールを推定しているの、同一の浮遊時間スケールに対して変位の閾値と代表周波数の任意の組み合わせが可能であり、それらの合理的決定は困難である。

また、Yalin and Krishnappan<sup>6)</sup>は、浮遊に関する無次元時間スケールとして

$$\Pi_t = \frac{u_* \Delta t}{h} = 0.0875 \quad (20)$$

を提案している。 $u_* / w_p = 2.0$ として浮遊時間スケールを見積もると、 $\Delta t = 0.166\text{s}$ となり、応答限界周波数はその逆数として、 $f_c = 6.0\text{Hz}$ と推定される。この値は、本研究の計算結果の下限値に相当するが、Yalinらのように単純モンテ・カルロ法に依存して乱れ場を模擬する場合には、低周波側に偏った場を想定しない限り砂粒子が十分に浮遊せず、濃度分布の重心が下がる傾向にあることが知られている<sup>13)</sup>。本研究結果との相違は、この効果を補正するため応答限界を低周波側にシフトさせて設定していることに起因するものと考えられる。



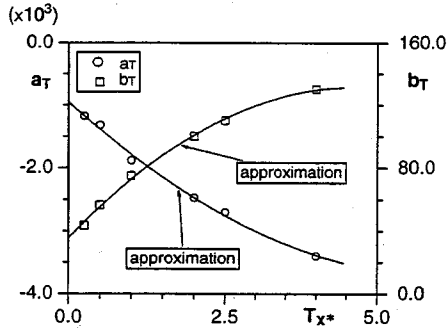


図-15 近似式の係数 (その1)

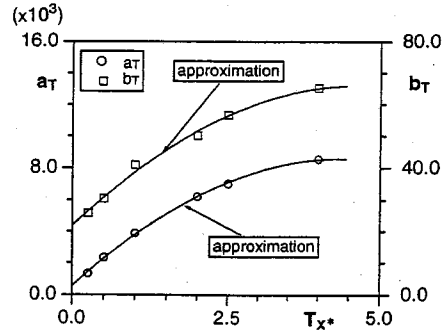


図-16 近似式の係数 (その2)

### (3) 浮遊時間スケールの推定

本計算法に基づいて算定した浮遊時間スケール  $\Delta t$  と粒径  $d$  の関係を求めてプロットしたのが、図-13 および図-14 であり、図-13 は比重  $\sigma/\rho=2.65, 2.60, 1.40$  の場合、図-14 は比重  $\sigma/\rho=1.03$  の場合について示している。  $T_x$  の増加とともに時間スケールの顕著な増加が認められる。

図中の実線は、ここで得られた結果の近似式

$$\frac{\sigma/\rho + C_M}{\sigma/\rho - 1} \cdot \frac{w_0 \Delta t}{L_x} = a_T \left( \frac{d}{L_x} \right)^2 + b_T \frac{d}{L_x} + c_T \quad (21)$$

for  $0.00123 \leq \frac{d}{L_x} \leq 0.0104$

である。式中の定数  $c_T=0.06$  であり、定数  $a_T, b_T$  は  $T_x$  と図-15 および図-16 に示す関係にある。図-15 は比重  $\sigma/\rho=2.65, 2.60, 1.40$  の場合、図-16 は比重  $\sigma/\rho=1.03$  の場合について示している。図中の実線は近似式

$$\left. \begin{aligned} a_T &= 75.23T_x^*{}^2 - 910.2T_x^* - 948.2 \\ b_T &= -4.56T_x^*{}^2 + 41.78T_x^* + 35.57 \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

for  $\sigma/\rho=1.40, 2.60, 2.65$

$$\left. \begin{aligned} a_T &= -421.6T_x^*{}^2 + 3684.5T_x^* + 529.9 \\ b_T &= -2.05T_x^*{}^2 + 19.03T_x^* + 21.75 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

for  $\sigma/\rho=1.03$

$$T_x^* \equiv T_x/T_{x0}; \quad T_{x0} = 0.20s \quad (24)$$

である。ここで提案された推定式により、流れ場の特性量から浮遊時間スケールが推定される。

## 6. 結 論

本研究では、乱れエネルギースペクトルを考慮して模擬された乱れ場中で砂粒子の運動方程式を数値積分

して、砂粒子の乱れに対する応答過程を追跡した。以下に、本研究の主要な成果を列挙して結論とする。

(1) 正弦振動流中の砂粒子の挙動を数値模擬して平均沈降速度に関する既往の研究との計算結果の比較を行い、既往の研究結果との良好な一致を確認した。

(2) 乱れエネルギースペクトルを考慮して模擬された乱れ場において浮遊粒子の挙動を数値模擬することにより、広範囲の周波数領域に分布する乱れの作用下における砂粒子の挙動の特性を明らかにした。

(3) 浮遊時間スケールについて、浮遊粒子の動的応答特性に基づいた評価を試み、従来から用いられてきた正弦波型のモデルにおける代表周波数とそれに応じた乱れ強度の合理的決定に伴う困難を、スペクトル特性を考慮することにより解消した。

(4) 数値模擬の結果をまとめて、浮遊時間スケールの推定式を示した。

謝 辞：本研究の遂行にあたり、計算の実行過程において、京都大学大学院生・井上裕介君（現、電源開発）、同大学院生・井上直樹君（現、奥村組）の協力を得た。ここに記して、謝意を表したい。

## 参考文献

- Baird, H. I., Senior, M. G. and Thompson, R. J.: Terminal Velocities of Spherical Particles in a Vertically Oscillating Liquid, *Chem. Eng. Sci.*, Vol. 22, pp. 551-557, 1967.
- Houghton, G.: The Behaviour of Particles in a Sinusoidal Velocity Field, *Proc. Royal Society of London*, Vol. A272, pp. 33-43, 1963.
- 池田駿介, 山坂昌成, 木内国彦, 高橋宏樹: 鉛直振動を受ける流体中の球の沈降速度, 土木学会論文集, 第393号/II-9, pp.57-66, 1988.
- 関根正人, 吉川秀夫: 脈動流中の粒子の沈降特性に関する研究, 土木学会論文集, 第387号/II-8, pp.209-218,

- 1987.
- 5) 山坂昌成, 池田駿介: 乱れエネルギースペクトルを考慮した乱流中の球の沈降速度, 土木学会論文集, 第417号/II-13, pp.173-179, 1990.
  - 6) Yalin, M.S. and Krishnappan, B.G.: A Probabilistic Method for Determining the Distribution of Suspended Solids in Open Channels, *Proc. Int. Sym. on River Mech.*, Bangkok, Thailand, Vol. 1, pp.603-614, 1973.
  - 7) 辻本哲郎, 中川博次: 掃流から浮遊への遷移機構に関する基礎的研究, 土木学会論文集, 第369号/II-5, pp.43-50, 1986.
  - 8) 後藤仁志, 辻本哲郎, 中川博次: 水流の乱れに対する浮遊粒子の動的応答特性, 水工学論文集, 第38巻, pp. 585-590, 1994.
  - 9) たとえば, 中川博次, 辻本哲郎: 移動床流れの水理, 土木学会新体系土木工学23, 技報堂出版, 310p., 1986.
  - 10) 日野幹雄: スペクトル解析, 朝倉書店, p.300, 1977.
  - 11) 瀬津家久: 開水路流の乱流構造に関する基礎的研究, 京都大学学位論文, 1977.
  - 12) Ho, H. W.: Fall Velocity of a Sphere in a Field of Oscillating Fluid, Iowa大学水理研究所博士論文, 1964.
  - 13) 中川博次, 辻本哲郎, 後藤仁志, 井上裕介: 乱れの時系列特性を考慮した浮遊過程の確率論的解析, 水工学論文集, 第38巻, pp. 591-596, 1994.

(1994.8.17 受付)

## TIME SCALE OF SEDIMENT SUSPENSION IN FLUID WITH VERTICAL RANDOM OSCILLATIONS

Hitoshi GOTOH, Tetsuro TSUJIMOTO and Hiroji NAKAGAWA

Time scale of sediment suspension is estimated based on the numerical simulation of the suspended particle in flow with vertical random oscillation. Turbulence is simulated by superposing the oscillations of various frequencies together in taking account of energy spectrum of the turbulence. The settling velocities under regular and irregular oscillations are estimated. On the basis of the characteristics of the vertical displacement of particle, the time scale of the motion of particles is estimated respectively. The approximated formula of the time scale for calculation of suspended sediment is proposed by summarizing the results of the present simulation.