

材料の不確定性を考慮したマスコンクリートのひび割れ発生確率

中村秀明¹・浜田純夫²

¹正会員 工修 山口大学助手 工学部社会建設工学科 (〒755 山口県宇部市常盤台2557)

²正会員 Ph. D. 山口大学教授 工学部社会建設工学科 (〒755 山口県宇部市常盤台2557)

本研究は、材料特性値等に不確かさを有するマスコンクリート構造物について、各要因のばらつきが温度応力解析の結果に及ぼす影響について検討を行ったものである。さらに、感度解析法により得られた感度とテイラー展開による近似理論を用いて、個々の材料特性値等がばらつく時の発生する応力のばらつきを求める手法を示すとともに、得られたばらつきからひび割れ発生確率の算定を行った。

Key Words : *thermal stress, sensitivity analysis, first-order approximation, compensation plane method, thermal crack index*

1. まえがき

ダムコンクリートを除くとマスコンクリートの研究は日本コンクリート工学協会により 1982 年に行われたマスコンクリートの温度応力発生メカニズムに関するコロキウム¹⁾開催以来急速に進展してきた。その後、第2回目のコロキウム²⁾が2年後に開催された。第1回コロキウムは既往の研究成果を整理するとともに新しい事象とその後の動向を示したものである。第2回コロキウムは計測方法、温度の実測および解析を各研究者が行った結果について発表されている。その後、1985年にはマスコンクリートの温度応力研究委員会が報告書³⁾をまとめ、さらに温度応力によるひび割れを対象にしたコロキウム⁴⁾および講習会⁵⁾も日本コンクリート工学協会で行われた。我が国における研究は学術論文、研究発表会においても、1985年以後急速に増え、これらの研究は、マスコンクリートの基本熱特性、構造物における温度およびひずみ計測、温度解析およびひび割れ解析へと進んできた。

マスコンクリートの温度ひび割れ現象は、各種の要因が複雑に絡み合って生じ、また、ひび割れ解析に用いられるコンクリートの熱特性値、ヤング係数、熱膨張係数などの諸定数もばらつきを有する。したがって、温度ひび割れの可能性を確定的に判断するのは非常に難しく、多くの研究者が確率的に評価する方法が適切であると指摘しており、日本コンクリ

ート工学協会のひび割れ制御指針⁶⁾や、土木学会コンクリート標準示方書⁷⁾においては温度ひび割れ指数とといった指数を定義し、この温度ひび割れ指数によってひび割れの発生を確率的に評価する方法がとられ、広く普及している。しかしながら、この方法は実構造物の調査データと有限要素解析を用いて温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係を求めており、個々の材料特性値がもつ確率・統計的な性質は考慮されていない。温度応力の解析には有限要素法やCP法などの数値解析法が広く用いられている。しかしながら、これらの数値解析結果の精度は入力される材料特性値によって大きく影響されるものであり、材料特性値が正確に求まっていなければ正確な解析結果は得られない。マスコンクリートに用いられるコンクリートの特性値には必然的にばらつきが生じるため、解析に用いる各材料特性値のばらつきが温度や応力の解析結果にどの程度影響するのかを明らかにしておくことが望まれる。

過去の研究においてひび割れ発生あるいは温度および応力のばらつきに関する研究は余り多くない。小野⁸⁾はコンクリートの断熱温度上昇、コンクリートの熱特性、打込み温度、外気温、部材寸法、熱伝達係数および養生の7つの要因に対し、構造物の温度上昇への影響について調べている。また、マスコンクリートの温度上昇の簡易解析法を提案し、有限要素法と比較している。さらに木村および小野⁹⁾は実測データをもとにコンクリートの引張強度

と発生引張応力との比で定義される温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係について検討し、ひび割れ発生確率に及ぼす外部拘束度、引張強度および温度ひび割れ指数の算定方法の影響について検討している。森本および小柳¹⁰⁾は彼らの提案した発生ひずみとひずみ能力から求めるひび割れ指数、作用応力と強度から求めるひび割れ指数、および土木学会コンクリート標準示方書⁷⁾で提案されている指数を用い、調査データ43例を基にこれらのひび割れ指数の適用性に関する研究を行っている。材料のばらつきおよび外気温等の周辺環境変化のばらつきから理論的に温度および温度応力のばらつきを扱った研究もある。松井ら¹¹⁾はモンテカルロ法を用いて熱特性値および環境条件がばらつくときの温度応力への影響を調べている。また、著者ら¹²⁾は感度解析とテイラー展開による近似理論を用いて、各熱特性値や環境条件がばらつく時の構造物内の温度のばらつきを求めている。

このように従来の研究においては温度ひび割れ指数を理論で求め、ひび割れ発生確率を調査データに頼ると言う方法が用いられてきた。本来、ひび割れ発生確率は材料特性値のばらつきから生ずるものである。この意味において、従来の手法ではいくらか論理性に欠けている様に思われる。そこで、本研究においてはひび割れの発生を確率的に扱うため、材料特性値(断熱温度上昇特性、熱伝導率等、……)のばらつきと環境条件(外気温、養生方法)のばらつきから、著者らの解析方法に基づいて、感度解析により得られた感度とテイラー展開による近似理論を用いて、発生する応力のばらつきを調べた。また強度もばらつくものとし、温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係を求める手法を示すとともに、その結果について検討を行った。

2. 解析理論

コンクリート構造物の温度ひび割れの可能性を評価するためには、まず始めに温度解析を行い、コンクリート構造物内の温度分布を予測し、次に応力解析が行われる。温度解析では、近年ワークステーションやパーソナルコンピュータの普及および数値解析技術の著しい進展により有限要素法などの数値解析法が広く用いられている。また温度応力解析では、平面保持の法則、すなわちひずみの直線性を容認したCP法(CL法)^{6)・7)}が広く普及している。そこで、本研究では、温度解析を有限要素法で行い、応力解析をCP法(CL法)と有限要素法で行った。

(1) コンクリートの非定常熱伝導感度解析

コンクリート内の温度分布を求める方法として、有限要素法が広く用いられている。この有限要素法に対して、各熱特性値や外気温の変動が解析温度に及ぼす影響(感度)を把握するため感度解析を行う。温度解析における感度とは節点温度を $\theta(t)$ 、系に關与する任意のパラメータ群を $X_i (i=1 \sim n)$ とした時、各パラメータ X_i に関する温度の導関数 $\frac{\partial \theta}{\partial X_i}$ である。

この温度の任意の導関数である感度が求めれば、各熱特性値が節点温度に及ぼす影響を明らかにでき、さらに後に示すテイラー展開による近似理論により、各熱特性がばらつく時の節点温度の期待値と分散を求めることができる。

一般に有限要素法で離散化された非定常熱伝導方程式は次のように表すことができる。

$$[K]\{\theta\} + [C]\{\dot{\theta}\} = \{F\} \quad (1)$$

ここに、 $[K]$ 、 $\{\theta\}$ 、 $[C]$ および $\{F\}$ は、それぞれコンクリートの節点に関する熱伝導マトリクス、温度ベクトル、熱容量マトリクスおよび熱流束ベクトルである。また添字(\cdot)は時間に関する微分を示している。

いま、未知温度の任意のパラメータ群による1次感度(1次の微係数)を求めるため、式(1)の両辺を任意のパラメータ X_i で偏微分し、整理すると、

$$\begin{aligned} [K] \frac{\partial \{\theta\}}{\partial X_i} + [C] \frac{\partial \{\dot{\theta}\}}{\partial X_i} \\ = \frac{\partial \{F\}}{\partial X_i} - \frac{\partial [K]}{\partial X_i} \{\theta\} - \frac{\partial [C]}{\partial X_i} \{\dot{\theta}\} \end{aligned} \quad (2)$$

が得られる。

式(1)、(2)は空間的に離散化されているものの、時間に関しては未処理のままである。そこでCrank-Nicolsonの方法によって、式(1)、(2)を時間的に離散化すると、それぞれ式(3)、(4)となる。

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{2}[K] + \frac{1}{\Delta t}[C] \right) \{\theta(t + \Delta t)\} \\ = \left(-\frac{1}{2}[K] + \frac{1}{\Delta t}[C] \right) \{\theta(t)\} + \{F\} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\left(\frac{1}{2}[K] + \frac{1}{\Delta t}[C] \right) \frac{\partial \{\theta(t + \Delta t)\}}{\partial X_i}$$

はそれぞれ形状関数マトリクス、境界上での形状関数マトリクスであり、 $\{f\}, \{p\}, \{\epsilon_i\}$ はそれぞれ物体力ベクトル、表面力ベクトル、熱ひずみベクトルである。添字⁽¹⁾は転置を示している。

解析対象全体の有限要素式は式(13)をすべての要素について集めて、組み立てることにより得られる。組み立てられた全体の有限要素式は次のように表現できる。

$$[K]\{U\} = \{F\} \quad (18)$$

いま、未知変位の任意のパラメータ群による1次感度を求めるため、式(18)の両辺を任意のパラメータ X_i で偏微分すると、

$$\frac{\partial [K]}{\partial X_i} \{U\} + [K] \frac{\partial \{U\}}{\partial X_i} = \frac{\partial \{F\}}{\partial X_i} \quad (19)$$

式(19)を整理すると、

$$[K] \frac{\partial \{U\}}{\partial X_i} = \frac{\partial \{F\}}{\partial X_i} - \frac{\partial [K]}{\partial X_i} \{U\} \quad (20)$$

となる。また応力は

$$\{\sigma\} = [D]([B]\{u^*\} - \{\epsilon_i\}) \quad (21)$$

となる。式(21)の両辺を X_i で偏微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \{\sigma\}}{\partial X_i} &= \left(\frac{\partial [D]}{\partial X_i} [B] + [D] \frac{\partial [B]}{\partial X_i} \right) \{u^*\} \\ &+ [B][D] \frac{\partial \{u^*\}}{\partial X_i} - \frac{\partial [D]}{\partial X_i} \{\epsilon_i\} - [D] \frac{\partial \{\epsilon_i\}}{\partial X_i} \quad (22) \end{aligned}$$

となり、応力の任意のパラメータに関する1次感度が求まる。

(4) 温度および応力の期待値と分散

ここでは、前節(1)で求められた温度の感度あるいは、前節(2), (3)で求められた応力の感度を用いて、ある特性値等がばらつきを有する場合の温度あるいは応力の変動を求める手法¹³⁾を示す。

コンクリート内の温度および応力は一定値でなく、ばらつきを示す。これらは材料特性値等の不確定要因の関数となっており、不確定要因を $X_1 \sim X_n$ とすれば、次のように表される。

$$g = g(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (23)$$

これを、期待値 $(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*)$ のまわりでテーラー展開すると、次式が得られる。

$$\begin{aligned} g &= g(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - X_i^*) \frac{\partial g}{\partial X_i} \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (X_i - X_i^*)(X_j - X_j^*) \frac{\partial^2 g}{\partial X_i \partial X_j} \\ &+ \dots \quad (24) \end{aligned}$$

ただし、 $\frac{\partial g}{\partial X_i}$ は関数 $g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ の X_i に関する感度である。

いま、右辺の第2項、すなわち X の1次の項まで考慮すると、 g の期待値 $E[g]$ と分散 $Var[g]$ は、それぞれ、次のように求められる。

$$E[g] = g(X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} Var[g] &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_X \cdot \left(\frac{\partial g}{\partial X_j} \right)_X \\ &\quad \times Cov[X_i, X_j] \quad (26) \end{aligned}$$

ここで、 $Cov[X_i, X_j]$ は $E[(X_i - X_i^*)(X_j - X_j^*)]$ なる2次の期待値まわりのモーメントの意味であり、共分散と呼ばれる。

式(4)で求められた温度の感度 $\frac{\partial \theta}{\partial X_i}$ あるいは式

(12), (22)で求められた応力の感度 $\frac{\partial \sigma}{\partial X_i}$ を式(26)に

代入することにより、不確定要因である材料特性値等 X_i がばらついた時の温度 θ や応力 σ のばらつき(分散)を求めることができる。

(5) ひび割れ発生確率の算定

コンクリートの引張強度は確定値でなく、ばらつきを示す。一方、コンクリートに生じる引張応力も一般には確定値でなく確率量である。これらは本来時間 t の関数であるが、時間 t を固定すればその時点における両者の分布も固定できるので、ここでは取り扱いの便宜上時間的に静的なモデルを考える。

いま、ひび割れ発生確率を求める基本的なモデルとして、図-1のようなS-Rモデル(Stress-Resistance Model)を考える。これは引張応力が引張強度を越えたときひび割れが生ずると考えるもの

$$\begin{aligned}
&= \left(-\frac{I}{2}[K] + \frac{I}{\Delta t}[C] \right) \frac{\partial \{\theta(t)\}}{\partial X_i} \\
&+ \frac{\partial \{F\}}{\partial X_i} - \frac{\partial \{K\}}{\partial X_i} \left\{ \theta \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\} \\
&- \frac{\partial \{C\}}{\partial X_i} \left\{ \theta \left(t + \frac{\Delta t}{2} \right) \right\} \quad (4)
\end{aligned}$$

(2) CP法による応力の感度解析

材令 t_i および t_{i+1} における上部コンクリート内での温度応力を $\sigma_{(i)c}$, $\sigma_{(i+1)c}$ とすると,

$$\sigma_{(i+1)c}(x, y) = \sigma_{(i)c}(x, y) + \Delta\sigma_c(x, y) \quad (5)$$

となる。ここに、 $\Delta\sigma_c(x, y)$ は材令 t_i と t_{i+1} の間に生じる上部コンクリート内での温度応力の増分であり、次式で与えられる。

$$\Delta\sigma_c(x, y) = \Delta\sigma_{Ic}(x, y) + \Delta\sigma_{Rc}(x, y) \quad (6)$$

$$\Delta\sigma_{Ic}(x, y) = E_c(\alpha\Delta T(x, y) - \Delta\bar{\varepsilon} - \Delta\phi(y - Y_G)) \quad (7)$$

$$\Delta\sigma_{Rc}(x, y) = R_N E_c \Delta\bar{\varepsilon} + R_M E_c \Delta\phi(y - Y_G) \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
\Delta\bar{\varepsilon} = & \frac{E_f \int_{A_f} \alpha\Delta T(x, y) dA}{E_f A_f + E_c A_c} \\
& + \frac{E_c \int_{A_c} \alpha\Delta T(x, y) dA}{E_f A_f + E_c A_c} \quad (9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta\phi = & \frac{E_f \int_{A_f} (\alpha\Delta T(x, y) - \Delta\bar{\varepsilon})(y - Y_G) dA}{E_f \int_{A_f} (y - Y_G)^2 dA + E_c \int_{A_c} (y - Y_G)^2 dA} \\
& + \frac{E_c \int_{A_c} (\alpha\Delta T(x, y) - \Delta\bar{\varepsilon})(y - Y_G) dA}{E_f \int_{A_f} (y - Y_G)^2 dA + E_c \int_{A_c} (y - Y_G)^2 dA} \quad (10)
\end{aligned}$$

$$Y_G = \frac{E_f A_f y_{Gf} + E_c A_c y_{Gc}}{E_f A_f + E_c A_c} \quad (11)$$

ここで、

A_f : コンクリート基礎の断面積

A_c : 上部コンクリートの断面積

E_f : コンクリート基礎のヤング係数

E_c : 上部コンクリートの材令 t_i と t_{i+1} の間のヤング係数

α : コンクリートの熱膨張係数

y_{Gf} : コンクリート基礎の重心の基礎底面からの高さ

y_{Gc} : 上部コンクリートの重心の基礎底面からの高さ

R_N : 軸拘束係数 R_M : 曲げ拘束係数

CP法による応力解析に影響を及ぼす特性値として、コンクリートの温度増分 $\Delta T(x, y)$, コンクリートの熱膨張係数 α , コンクリート基礎のヤング係数 E_f , 上部コンクリートのヤング係数 E_c , 軸および曲げ拘束係数 R_N, R_M とする。そこでこれらの感度を求め、応力解析に及ぼす影響度合いを調べる。

いま、温度応力 $\sigma_{(i+1)c}(x, y)$ の任意のパラメータ群による1次感度を求めるため、式(5)の両辺を任意のパラメータ X_i で偏微分すると、

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \{\sigma_{(i+1)c}(x, y)\}}{\partial X_i} = & \frac{\partial \{\sigma_{(i)c}(x, y)\}}{\partial X_i} \\
& + \frac{\partial \{\Delta\sigma_c(x, y)\}}{\partial X_i} \quad (12)
\end{aligned}$$

となる。ここで、 $\frac{\partial \{\Delta\sigma_c(x, y)\}}{\partial X_i}$ は式(6)~(11)を X_i で偏微分することにより求められる。

(3) FEMによる応力の感度解析

一般に有限要素法で離散化された温度変化を受ける物体の要素平衡方程式は、節点変位 $\{u^*\}$ を未知数として次式のようなになる。

$$[k]\{u^*\} = \{f_v\} + \{f_s\} + \{f_T\} \quad (13)$$

ここに、

$$[k] = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (14)$$

$$\{f_v\} = \int_V [N]^T \{f\} dV \quad (15)$$

$$\{f_s\} = \int_S [\tilde{N}]^T \{p\} dS \quad (16)$$

$$\{f_T\} = \int_V [B]^T [D] \{\varepsilon_i\} dV \quad (17)$$

で定義される。

ただし、 $[B], [D]$ はそれぞれひずみ変位マトリクス、弾性係数マトリクスである。また、 $[N], [\tilde{N}]$

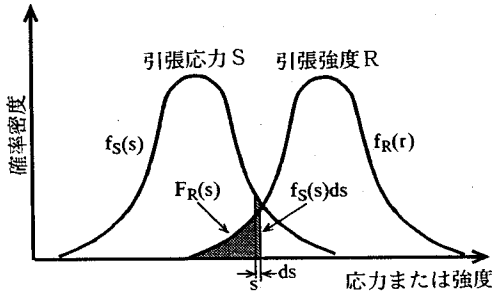


図-1 S-Rモデル

であり、引張応力および引張強度の確率分布の互いに重なりあった部分が、ひび割れ発生確率を求める尺度となる。

いま、引張強度 (Resistance) を R 、引張応力 (Stress) を S とする。このとき、ひび割れはコンクリートの任意の断面に生じる引張応力 S が引張強度 R を越えたときに発生する。これを式で表すと、

$$R \leq S \text{ または } Z = R - S \leq 0 \quad (27)$$

となる。

引張強度 R と引張応力 S は統計的に独立で $R \geq 0$ 、 $S \geq 0$ と考える。また、 R および S の確率密度関数を $f_R(r)$ 、 $f_S(s)$ とすれば、ひび割れ発生確率 P_f は、次式で与えられる。

$$P_f = \text{Pr ob}[R \leq S] \text{ または } P_f = \text{Pr ob}[Z \leq 0] \quad (28)$$

図-1 を参考にして、いま引張応力 S が s と $s+ds$ の間にある事象 $\{s \leq S \leq s+ds\}$ の確率は近似的に $f_S(s)ds$ で与えられ、このとき引張強度 R が s 以下である事象 $\{R < s\}$ の確率は、 $\int_0^s f_R(r)dr$ で与えられる。これらの両事象が同時に起こり、両者が独立であるならばひび割れが発生する確率は、これらの積となる。

$$P_f = f_S(s)ds \cdot \int_0^s f_R(r)dr \quad (29)$$

(ただし、 $s \leq S \leq s+ds$)

さらに引張応力 S は $0 \leq S \leq \infty$ なる範囲の値をとることができるので、式(29)を S について積分すると

$$P_f = \int_0^{\infty} f_S(s) \left\{ \int_0^s f_R(r)dr \right\} ds$$

$$= \int_0^{\infty} f_S(s) F_R(s) ds \quad (30)$$

となる。ここで、 $F_R(s)$ は R の確率分布関数である。

R と S の分布形状としては、一般に正規分布、対数正規分布、二重指数分布、ワイブル分布等が考えられるが、本研究においては、以下の理由から R と S を正規分布と仮定する。

- ・引張応力 S の分布を厳密に固定するだけの情報量を得ることは現段階では非常に難しい。
- ・引張強度 R と引張応力 S は非常に多くの確率変数の影響を受けるが、中心極限定理により、これらの和の分布形状は確率変数が多くなれば正規分布に近づく。
- ・正規分布と仮定することにより確率計算が非常に簡単になる。

今、 R と S がそれぞれ、 $N(\mu_R, \sigma_R)$ 、 $N(\mu_S, \sigma_S)$ なる正規確率変数であると仮定すると、性能関数 Z は、

$$N(\mu_Z, \sigma_Z) = N(\mu_R - \mu_S, \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}) \quad (31)$$

なる正規確率変数となる。したがって、温度ひび割れの発生確率 P_f は、

$$P_f = \text{Pr ob}(Z \leq 0)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Z} \int_{-\infty}^0 \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{z - \mu_Z}{\sigma_Z}\right)^2\right\} dz$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}\right) \quad (32)$$

で求められる。

3. 数値計算例

コンクリートの材料特性値には必然的にばらつきが生じるため、解析に用いる各材料特性値のばらつきが温度や応力の解析結果あるいはひび割れ発生確率の算定にどの程度影響するのかを明らかにすることは解析結果を正確に判断する上で非常に重要である。本章では、材料特性値や環境条件がばらつく時の発生する応力のばらつきを求め、さらに、発生する応力のばらつきと引張強度のばらつきからひび割れの発生確率を算定する。

(1) スラブ状構造物の解析

a) 解析モデル・解析条件

数値解析例として、地盤上に打設されたコンクリ

ートスラブの解析を行う。温度解析は2次元の有限要素法で行い、応力解析はCL法で行った。温度解析の有限要素モデルを図-2に示す。CL法による応力解析は、図-2に示すコンクリート部分の11の格点で行った。スラブ表面は打込み後5日まで保温養生されているものとする。したがって、熱伝達係数を材令5日目までは $3.6\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$ とし、5日目以後は $12.0\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$ とした。また、外部拘束係数 R_N, R_M は、コンクリート標準示方書⁷⁾15.3.6解説に示されている図を用いて求めた。応力解析に用いるコンクリートの圧縮強度、引張強度および有効ヤング係数などの力学的特性値は、材令91日の圧縮強度を 225kgf/cm^2 としてコンクリート標準示方書⁷⁾15.3.5解説に示されている式に準拠して求めた。解析条件を表-1に示す。参考のため表-2にSI単位系への換算を示す。各材料特性値のもつ確率統計的な特性(ばらつき)を得ることは、これらの特性値を得る試験方法自体定まったものがないことやデータ不足などの理由から現段階でははなはだ困難であるため、現場における圧縮強度の変動係数が10%前後であることを踏まえ、工学的判断で10~25%の変動係数を仮定した。また、コンクリート標準示方書では、有効ヤング係数と引張強度はいずれも圧縮強度の関数となっており、厳密には有効ヤング係数のばらつきと引張強度のばらつきの間には、相関が考えられるが、現時点ではこれらの関係ははっきりとわかっていないため、本研究では、圧縮強度をばらつかせるのではなく、圧縮強度から求めた有効ヤング係数と引張強度をそれぞれ独立にばらつかせた。外気温については気温の日較差の年平均を参考に5~12.5°Cの変動を仮定した¹⁴⁾。外部拘束係数 R_N, R_M についてはコンクリート標準示方書の図により人為的に決定されてしまうため、確率量として扱わず、確定量とした。なお、各確率変数の分布は正規分布であると仮定し、各確率変数相互の相関はないものとした。計算結果は、図-2に示される5つの節点について示す。

b) 解析結果

図-3に各節点の温度を示す。スラブ中心部の節点3の温度が一番高くなり、約63°Cまで上昇する。スラブ表面の節点5は、材令5日目で保温養生が終わるため、5日目以降温度が急に下がっている。図-4に表-1に示す熱特性値が変動係数10%でばらつき、また外気温が5°Cでばらついた場合の節点温度のばらつき(分散)を示す。図-5にCL法で計算された各節点の応力と引張強度を示す。引張応力が最大となるのは、スラブ表面の節点5で、保温養生が終わる材令5日目以後急に大きくなり、約 25kgf/cm^2 の

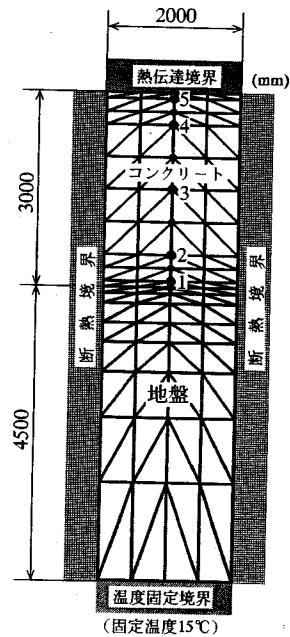


図-2 温度解析有限要素モデル

表-1 解析条件

	コンクリート	地盤	ばらつき
比熱 kcal/kg°C (J/kg°C)	0.25 (1047)	0.36 (1507)	変動係数 10~25%
熱伝達率 kcal/m²h°C (W/m²°C)	2.06 (2.40)	1.26 (1.47)	変動係数 10~25%
密度 (kg/m³)	2350	1600	変動係数 10~25%
初期温度 (°C)	21	15	—
熱伝達率 kcal/m²h°C (W/m²°C)	3.6 (4.2) t < 5日 12.0 (14.0) t ≥ 5日		変動係数 10~25%
断熱温度上昇特性	Q(t) = Q _∞ (1 - e ^{-γt}) Q _∞ = 45.6 γ = 0.812		変動係数 10~25%
外気温 (°C)	18		5~12.5°C の変動
熱膨張係数 (1/°C)	10×10 ⁻⁶		変動係数 10~25%
圧縮強度 kgf/cm²	f _c (t) = $\frac{t}{4.5 + 0.95t}$ f _c (91) (f _c (91) = 225kgf/cm²)		—
引張強度 kgf/cm²	f _t (t) = 1.4√f _c (t)		変動係数 10~25%
有効ヤング係数 kgf/cm²	E _e (t) = ψ(t) × 1.5 × 10 ⁴ √f _c (t) t < 3日: ψ(t) = 0.73 3 < t < 5日: ψ(t) = 0.135t + 0.325 t > 5日: ψ(t) = 1.0		変動係数 10~25%
外部拘束係数 R _w	0.01		—
R _w (ピーク前)	0.7		—
R _w (ピーク後)	1.1		—

表-2 SI単位系への換算

比熱	1kcal/kg°C = 4.186 × 10 ³ J/kg°C
熱伝達率	1kcal/m²hr°C = 1.163W/m²°C
熱伝達率	1kcal/m²·hr°C = 1.163W/m²·°C
応力・ヤング率	1kgf/cm² = 9.806 × 10 ⁻² MPa

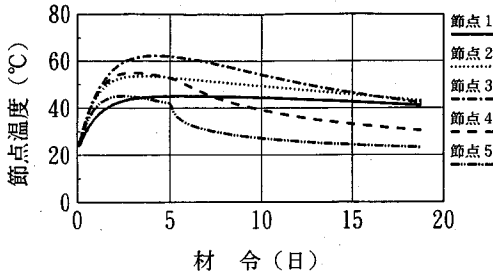


図-3 各節点の温度

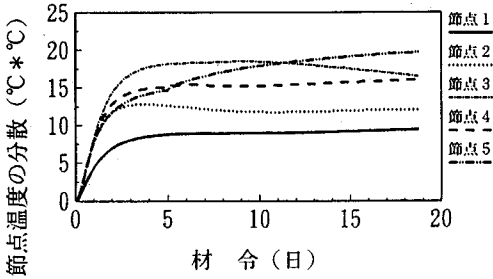


図-4 節点温度の分散

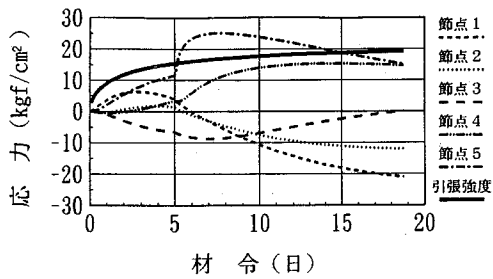


図-5 各節点の応力および引張強度

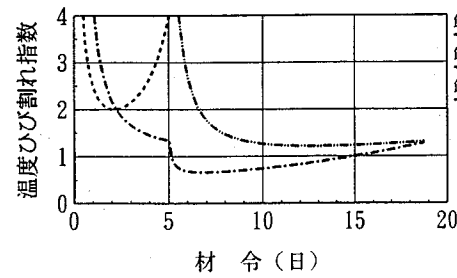


図-6 各材令における温度ひび割れ指数

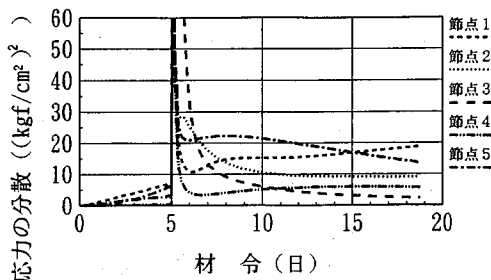


図-7 各節点の応力の分散

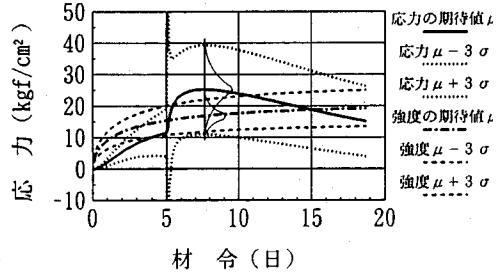


図-8 引張応力のばらつき

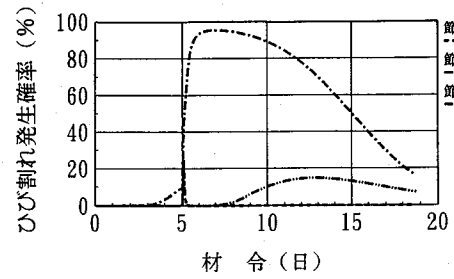


図-9 各材令におけるひび割れ発生確率

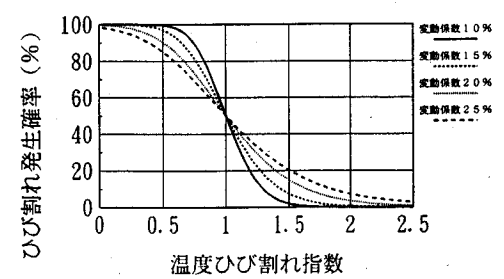


図-10 温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率

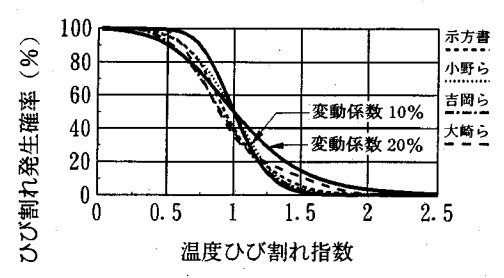


図-11 示方書および各研究者による温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率

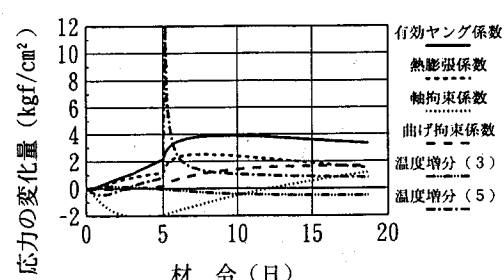


図-12 応力の変化量

応力が発生している。これは保温養生が終わり、外気温の影響を受け表面の温度が急に下がるためである。図-6 に、図-5 の各節点の引張応力とコンクリートの引張強度から温度ひび割れ指数を計算した結果を示す。温度ひび割れ指数は節点5において材令6.9日に最も小さくなり、0.66となる。節点4においても材令10日過ぎに1.2程度となる。図-7は表-1に示す材料特性値が変動係数10%でばらついた場合の応力の分散を示したものである。これも保温養生が終わる材令5日で急激に大きくなる。図-8に、材料特性値が10%でばらついたときの引張応力のばらつきを引張応力が最大となる節点5について示す。同時に引張強度が変動係数で10%ばらついたときの引張強度のばらつきを示す。このようにして得られた期待値と分散により、各材令でのひび割れ発生確率が2.(5)節のように計算される。計算されたひび割れ発生確率を図-9に示す。ひび割れ発生確率は節点5において材令7.0日で最大95%となる。図-10には、表-1に示す各特性値が10%~25%まで変動し(引張強度についても同じ割合で変動)、外気温が5~12.5℃まで変動したときの温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係を示す。温度ひび割れ指数は引張強度と引張応力の比であり、温度ひび割れ指数からひび割れ発生確率を求める場合は、一般には材令を変化させて一番小さくなった時の温度ひび割れ指数を用いる。したがって、温度ひび割れ指数が最小となる時刻の引張応力の期待値と分散を用いて温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係を求めることとした。参考のため図-11にはコンクリート標準示方書および小野、吉岡、大崎らによって提案されている温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係を示す。現行示方書の温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係は、実構造物の調査結果と有限要素解析の結果から求められており、温度ひび割れ指数が1の時のひび割れ発生確率は40%となっている。本研究では、引張強度と引張応力のばらつきを正規分布と仮定しているため、温度ひび割れ指数が1の時のひび割れ発生確率が必然的に50%となっており、現行の示方書との関係とは異なったものとなっている。本研究では行っていないが、引張強度および引張応力の分布形状に対数正規分布の様な非対称な分布を用いれば温度ひび割れ指数が1の時にひび割れ発生確率が50%になるとは限らない。しかしながら、変動係数が25%以内での論議を本研究では行っており、正規分布を用いることは不適切でないと思われる。結果的に温度ひび割れ指数が1.0を外れた範囲では、現行の示方書に示されている温度ひび割れ指数とひび割れ発生

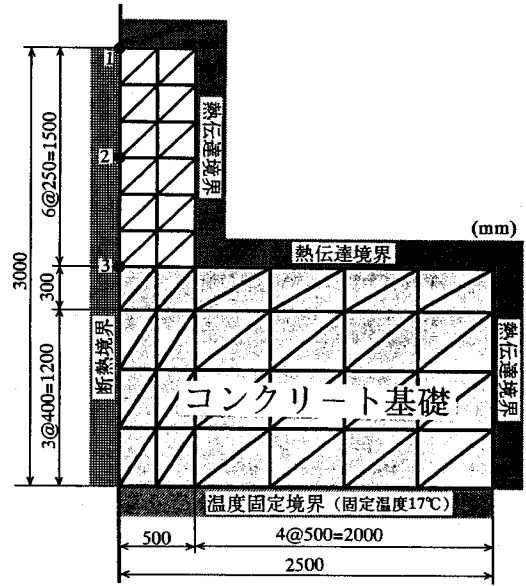


図-13 温度解析有限要素モデル

確率の関係は各材料特性値が15%程度変動した場合に相当し、現場におけるコンクリート圧縮強度の変動係数から考えるとほぼ妥当な値であると考えられる。図-12には温度増分、熱膨張係数、有効ヤング係数が10%で変動し、拘束係数が0.1変化したときの最大引張応力となる節点5の応力の変化量を示す。これによると、節点5の温度増分、有効ヤング係数、熱膨張係数が節点5の応力解析結果に影響を及ぼしている。

(2) コンクリート基礎上の壁状構造物の解析

a) 解析モデル・解析条件

数値解析例として、コンクリート基礎上に打設された壁状構造物の解析を行う。温度解析は2次元有限要素法により行った。この解析に用いた有限要素モデルを図-13に示す。温度応力は、CP法を適用して計算した。CP法において基礎の周辺は埋め戻しで軸拘束はないものとし、自重による曲げ拘束のみを考え、 $R_M=1.0$ とした。解析条件を表-3に示す。壁体部コンクリートの型枠は材令2日で取り外されており、したがって壁体部の熱伝達係数を材令2日目までは $5.0\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$ とし、2日目以後は $10.0\text{kcal/m}^2\text{h}^\circ\text{C}$ とした。計算結果は、図-13に示される3点について示す。

b) 解析結果

図-14, 15に各節点の温度とそのばらつき(分散)を示す。図-5のスラブ状構造物と比べると分散の値は若干大きくなっている。これはスラブ状構

表-3 解析条件

	期待値	ばらつき
比熱 kcal/kg°C (J/kg°C)	0.23 (963)	変動係数 10~25%
熱伝導率 kcal/mh°C (W/m°C)	1.80 (2.10)	変動係数 10~25%
密度 (kg/m³)	2300	変動係数 10~25%
打込み温度 (°C)	24	—
新コンクリート熱伝達率 kcal/m²h°C (W/m²°C)	5.0 (5.8) t < 2日 10.0 (11.6) t ≥ 2日	変動係数 10~25%
基礎コンクリート熱伝達率 kcal/m²h°C (W/m²°C)	10.0 (11.6)	変動係数 10~25%
断熱度上界式	Q(t) = Q _∞ (1 - e ^{-γt}) Q _∞ = 40.5 γ = 0.914	変動係数 10~25%
外気温 (°C)	18.0	5~12.5°C の変動
熱膨張係数 (1/°C)	10 × 10 ⁻⁶	変動係数 10~25%
圧縮強度 kgf/cm²	f _c (t) = $\frac{t}{4.5 + 0.95t} f_c(91)$ (f _c (91) = 322kgf/cm²)	—
引張強度 kgf/cm²	f _t (t) = 1.4√f _c (t)	変動係数 10~25%
有効ヤング係数 kgf/cm²	E _c (t) = ψ(t) × 1.5 × 10 ⁴ √f _c (t) t < 3日: ψ(t) = 0.73 3 < t < 5日: ψ(t) = 0.135t + 0.325 t > 5日: ψ(t) = 1.0	変動係数 10~25%
コンクリート基礎のヤング係数 kgf/cm² (MPa)	2.1 × 10 ⁴ (20593)	変動係数 10~25%
外部拘束係数 R _w	0	—
R _w (ピーク前)	1.0	—
R _w (ピーク後)	1.0	—

造物に比べ熱伝達の境界面が多く、熱伝達境界や外気温のばらつきの影響を受けるためである。図-16にCP法で計算された各節点の応力と引張強度を示す。節点2では材令5日過ぎに引張応力が引張強度を越えている。図-17は、各節点の引張応力とコンクリートの引張強度から温度ひび割れ指数を計算した結果を示している。節点2の温度ひび割れ指数は材令5日過ぎに1より小さくなる。図-18は表-3に示す材料特性値が変動係数10%で変動した場合(外気温については5°C)の応力の分散を示す。型枠が取り外される材令2日で分散は急激に大きくなる。引張応力ならびに引張強度の期待値と分散により、各材令でのひび割れ発生確率を計算した結果を図-19に示す。節点2のひび割れ発生確率は材令とともに高くなり、最大で93%近くなる。材令とともにひび割れ発生確率が高くなるのは、引張応力が引張強度を越え、さらに引張応力の分散が小さくなるためである。図-20は、表-3に示す各特性値が10%~25%まで変動し、外気温が5°C~12.5°Cまで変動(引張強度についても同じ割合で変動)したとき、温度ひび割れ指数が最小となる時刻の引張応力の期待値と分散を用いて温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係を計算したものを示す。図-20によると現行の示方書に示されている温度ひび割れ指

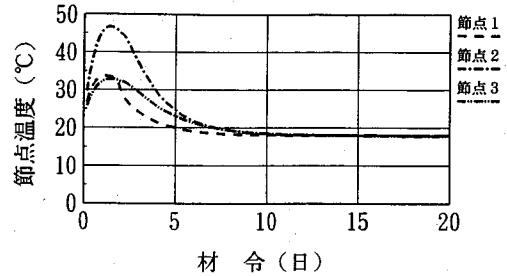


図-14 各節点の温度

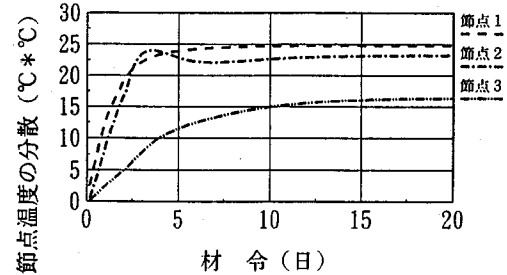


図-15 節点温度の分散

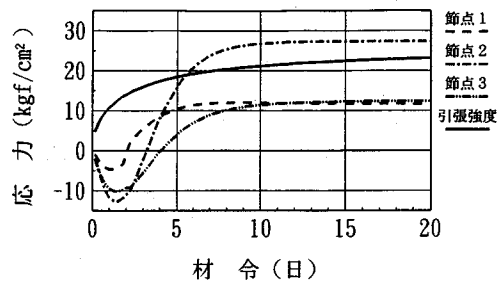


図-16 各節点の応力および引張強度

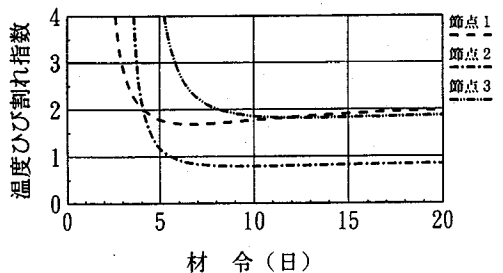


図-17 各材令における温度ひび割れ指数

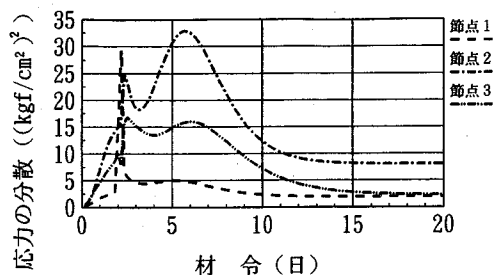


図-18 各節点の応力の分散

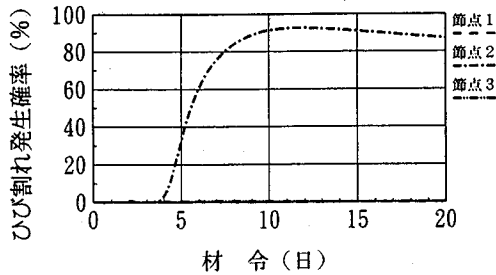


図-19 各材令におけるひび割れ発生確率

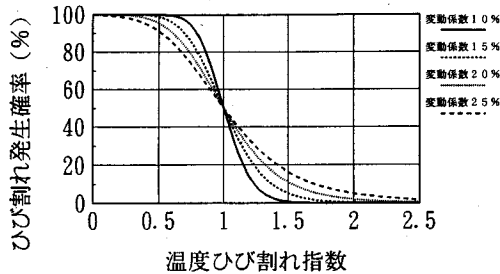


図-20 温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率

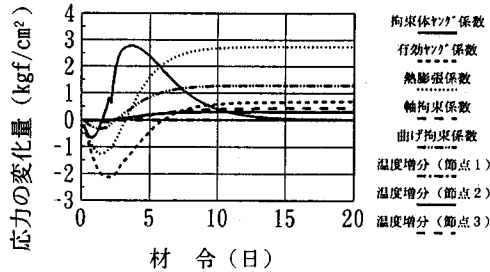


図-21 応力の変化量

数とひび割れ発生確率の関係は各材料特性値が 15~20%程度変動した場合に相当し、スラブ状構造物の解析例より若干大きくなっている。図-21 に拘束体およびコンクリートのヤング係数、熱膨張係数、温度増分が 10%で変動し、拘束係数が 0.1 変化したときの節点 2 の応力の変化量を示す。これによると、節点 2 の温度増分、有効ヤング係数、熱膨張係数、曲げ拘束係数が節点 2 の応力に影響を及ぼしている。

(3) 矩形スラブの解析

a) 解析モデル・解析条件

数値解析例の 3 番目として矩形スラブの解析を行う。温度解析は 2 次元の有限要素法で行い、応力解析は有限要素法の 2 次元平面ひずみモデルで行った。温度解析および応力解析の有限要素モデルを図-22 に示す。また温度解析の解析条件を表-4 に、応

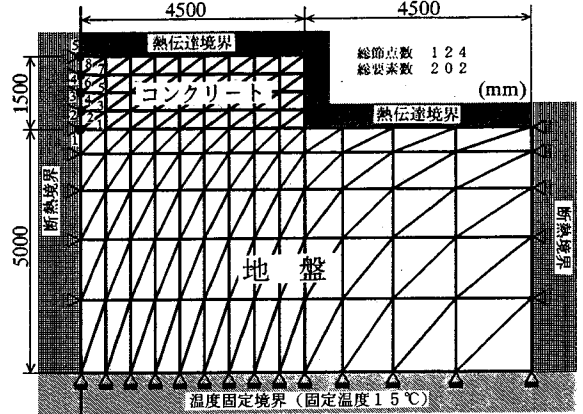


図-22 有限要素モデル

表-4 温度解析条件

	コンクリート	地盤	ばらつき
比熱 kcal/kg°C (J/kg°C)	0.31 (1298)	0.25 (1047)	変動係数 10~25%
熱伝導率 kcal/mh°C (W/m°C)	2.50 (2.91)	1.94 (2.28)	変動係数 10~25%
密度 (kg/m³)	2312	1600	変動係数 10~25%
初期温度 (°C)	15.0	15.0	—
熱伝導率 kcal/mh°C (W/m°C)	5.0 (t<2日) 12.0 (t>2日)	12.0 (14.0)	変動係数 10~25%
断熱温度上昇特性	Q(t)=Q _∞ (1-e ^{-γt})	Q _∞ =56.5 γ=0.9	変動係数 10~25%
外気温 (°C)	15.0		5~12.5°C の変動

表-5 応力解析条件

	コンクリート	地盤	ばらつき
熱膨張係数 (1/°C)	10×10 ⁻⁶	10×10 ⁻⁶	変動係数 10~25%
ポアソン比	0.167	0.2	変動係数 10~25%
圧縮強度 kgf/cm²	f _c (t) = $\frac{t}{4.5+0.95t}$ f _c (91) (f _c (91)=322kgf/cm²)		—
引張強度 kgf/cm²	f _t (t)=1.4√f _c (t)		変動係数 10~25%
有効ヤング係数 kgf/cm²	E _e (t)=ψ(t)×1.5×10 ⁴ √f _c (t) t<3日: ψ(t)=0.73 3<t<5日: ψ(t)=0.135t+0.325 t>5日: ψ(t)=1.0		変動係数 10~25%
地盤ヤング係数 kgf/cm²	—	5.0×10 ⁴	変動係数 10~25%

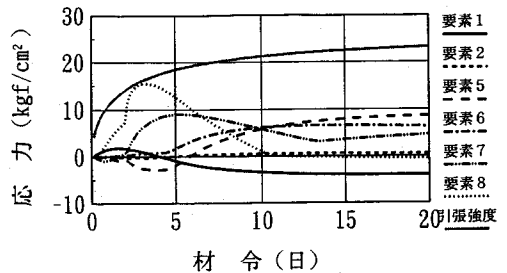


図-23 各節点の応力および引張強度

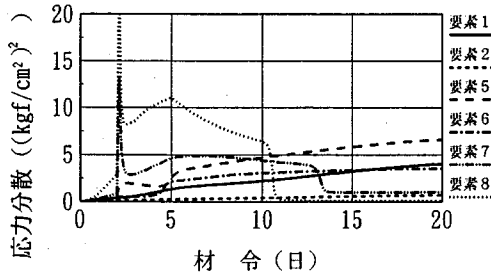


図-24 各節点の応力の分散

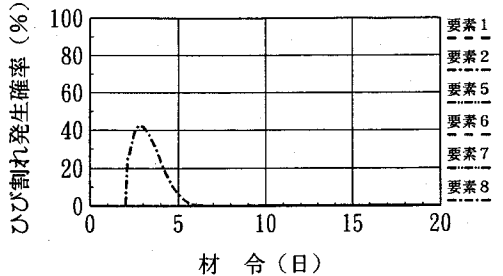


図-25 各材令におけるひび割れ発生確率

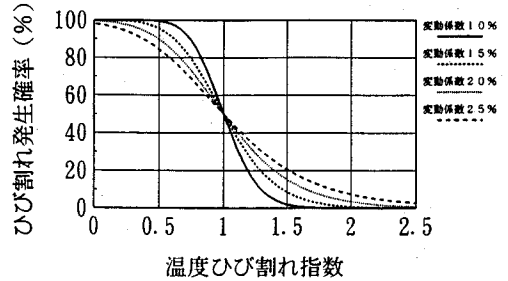


図-26 温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率

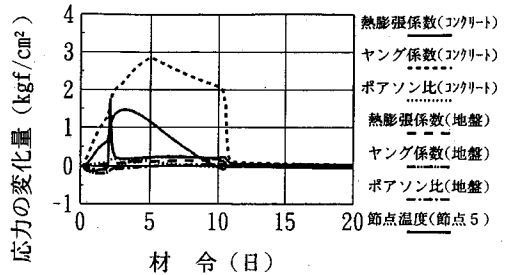


図-27 応力の変化量

表-6 温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率

温度ひび割れ指数	本解析法によるひび割れ発生確率															
	示方書				スラブ状構造物(CLM)				壁状構造物(CPM)				矩形状スラブ(FEM)			
	小野	吉岡	大崎	10%	15%	20%	25%	10%	15%	20%	25%	10%	15%	20%	25%	
0.5	95	96	92	99	99	97	90	85	100	99	95	91	99	95	90	84
0.75	78	80	70	71	89	81	73	69	94	85	78	74	89	79	73	69
1.0	40	50	38	36	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
1.25	17	17	14	19	13	22	29	33	9	19	25	30	14	23	29	33
1.5	6	4	4	11	2	7	15	20	1	5	11	16	2	9	15	21
1.75	2	1	0	4	0	2	7	12	0	1	5	9	0	3	7	12
2.0	0	0	0	0	0	1	3	7	0	0	2	5	0	1	4	7

力解析の解析条件を表-5 に示す。スラブ表面は材令2日目まで養生されており、したがって、熱伝達係数を材令2日目までは $5.0 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^\circ\text{C}$ とし、2日目以降は $12.0 \text{ kcal/m}^2 \text{ h}^\circ\text{C}$ とした。解析結果は図-22 に示す1~8の要素について示す。

b) 解析結果

図-23 に各要素の応力と引張強度を示す。スラブ表面の要素8の応力が最も大きくなり、材令3.25日で最大値となる。材令2日で応力が急に大きくなるが、これは養生が終わり表面が急に冷えたためである。図-24 に材料特性値が10%でばらついた場合の応力の分散を示す。また図-25 に引張応力と引張強度の期待値と分散から各材令でのひび割れ発生確率を計算した結果を示す。材令3日でひび割れ発生確率は42%になっている。図-26 に表-4 および5 に示す各特性値が10~25%まで変動し、外気温が

5~12.5°Cまで変動したとき、温度ひび割れ指数が最小となる時刻の引張応力の期待値と分散を用いて温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係を計算した結果を示す。現行の示方書に示されている温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係は先のスラブ状構造物と同様に各材料特性値が15%程度変動した場合に相当している。参考のため表-6 にスラブ状構造物、壁状構造物、矩形状スラブについて本解析法による温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係を示す。この表によると現行の示方書に示されている温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係は、各熱特性値が15%程度変動した場合に相当している。別の解析例や適用範囲によっては、この結果が変わることも考えられるが、本解析で用いた代表的な構造物では、構造物や応力の解析法(CLM法、CP法、FEM)による差があまり見られな

かった。図-27にはコンクリートおよび地盤の熱膨張係数、ヤング係数、ポアソン比、節点の温度が10%で変動したときの要素8の応力の変化量を示す。これによると、コンクリートのヤング係数と熱膨張係数が解析結果に影響を及ぼしている。

4. 結論

本研究ではひび割れの発生を確率的に扱うため、材料特性値(断熱温度上昇特性、熱伝導率等、…)のばらつきと環境条件(外気温、養生方法等)のばらつきから、感度解析により得られた感度とテイラー展開による近似理論を用いて、発生する応力のばらつきを調べた。またコンクリートの引張強度もばらつくものとし、温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係を求める手法を示すとともに、その結果について検討を行った。本研究で得られた結果を整理すると下記のようにまとめられる。

(1) 材料特性値ならびに環境条件がばらつくときの応力のばらつきおよびひび割れ発生確率を感度解析により得られた感度とテイラー展開による近似理論とで求め得ることが可能となった。

(2) 現行示方書の温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係は各材料特性値が15%程度変動した場合に相当している。

(3) 別の解析例や適用範囲によっては、この結果が変わることも考えられるが、本研究で用いた温度ひび割れの代表的な構造物であるスラブ状構造物と壁状構造物の温度ひび割れ指数とひび割れ発生確率の関係はほぼ同じ関係であり、構造物や応力の解析法による差はあまり見られなかった。

(4) 各熱特性値が同程度でばらついた場合コンクリートのヤング係数、熱膨張係数が応力の算定結果に大きな影響を及ぼしている。

謝辞：本研究を進めるにあたり、コンクリート標準示方書改訂小委員会のマスコンクリート部会(國府

主査、小野幹事)の皆様から貴重な御意見と激励を頂き、ここに深謝致します。

参考文献

- 1) 日本コンクリート工学協会：マスコンクリート温度応力発生メカニズムに関するコロキウム論文集，1982年9月。
- 2) 日本コンクリート工学協会：第2回マスコンクリートの温度応力発生に関するコロキウム論文集，1984年3月。
- 3) 日本コンクリート工学協会：マスコンクリートの温度応力研究委員会報告書，1985.11。
- 4) 日本コンクリート工学協会：コンクリート構造物の体積変化によるひびわれ幅制御に関するコロキウム，1990年8月。
- 5) 日本コンクリート工学協会：マスコンクリートの温度応力研究委員会報告書(温度応力ひびわれ幅算定方法についての提案)，1992.9。
- 6) 日本コンクリート工学協会：マスコンクリートひびわれ制御指針，1986年3月。
- 7) 土木学会：コンクリート標準示方書・施工編，1991年9月。
- 8) 小野 定：マスコンクリートの温度上昇に及ぼす各種要因の影響およびコンクリート温度上昇計算法の提案，土木学会論文集第348号/V-1，pp.123-132，1984年8月。
- 9) 木村克彦，小野 定：マスコンクリート構造物の温度ひびわれ発生の評価方法に関する研究，土木学会論文集第378号/V-6，pp.61-70，1987年2月。
- 10) 森本博昭，小柳 治：コンクリート構造物の温度ひびわれ危険度評価に関する研究，土木学会論文集第390号/V-8，pp.67-75，1988年2月。
- 11) 松井邦人，西田德行，土橋吉輝，潮田和司：不確定要因の影響を考慮したマスコンクリートの温度応力解析，コンクリート工学年次論文報告集，Vol.15，No.1，pp.1143-1148，1993年6月。
- 12) 中村秀明，浜田純夫：材料の不確定性を考慮したコンクリート構造物の熱伝導有限要素解析，土木学会論文集，No.496/V-24，pp.71-81，1994年8月。
- 13) 中桐 滋，久田俊明：確率有限要素法入門，培風館，pp.22-23，1983年9月。
- 14) 日本気象協会：1993年版気象年鑑，大蔵省印刷局，pp.110-141，1993年9月。

(1994. 4. 4 受付)

ANALYTICAL STUDIES ON THE CRACKING PROBABILITIES FOR THE MASS CONCRETE STRUCTURES HAVING UNCERTAIN PROPERTIES

Hideaki NAKAMURA and Sumio HAMADA

An analytical procedure for the mass concrete structures which have uncertain properties in the materials and environment is herein proposed. The variances of thermal stressed in the structure having uncertain material properties were evaluated from the values of sensitivity obtained from the sensitivity analysis and the approximate theory using Taylor's expansion. Consequently, the relationship between the thermal crack.