

# 中間横桁のないプレストレストコンクリート 1室箱桁橋の設計法に関する研究

野田行衛<sup>1</sup>・出光 隆<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工修 川田建設株式会社 開発部 (〒114 東京都北区滝野川6-3-1)

<sup>2</sup>正会員 工博 九州工業大学教授 工学部設計生産工学科 (〒804 福岡県北九州市戸畑区仙水町1-1)

現場工事にとって施工の省力化とコスト低減は、最も重要な課題である。近年、施工の容易さから大型の1室箱断面を有するプレストレストコンクリート橋が採用される例が多い。本研究は、現場施工の省力化を旨とするために箱桁内の中間横桁を省略することを提案するもので、これにより生ずる応力や変形を求めるための簡易計算法を示し、実際の設計に適用した場合の影響について考察した。これにより中間横桁の省略の可能性を示した。

**Key Words** : cross girder, box girder bridge, sectional deformation, FEM, influence line

## 1. まえがき

プレストレストコンクリート箱桁橋（以下PC箱桁橋）は、道路橋などにおいて最も一般的な形式の1つであり、その施工例は、きわめて多い。

ところで、PC箱桁橋の現場施工において、中間横桁を省略することができれば、施工を簡素化し、工期を短縮することが可能となる。特に、径間数の多い押し出し工法によるPC橋の施工の場合などは、大きな効果が期待できる。

現在の道路橋示方書においては、PC箱桁橋の中間横桁に対する設計に関して詳細な記述はなく、1支間に1箇所以上の横桁を設けることのみが規定されており、スパンの短い箱桁橋でも最低一箇所、またスパンの長い橋では、ほぼ40mに一箇所、中間横桁を設けているのが現実である。

そもそも中間横桁は、荷重の分配効果や断面形状を保持することを目的として配置するものであるが、比較的ウェブ間隔の小さい1室箱桁の場合、床版そのものに分配作用があるために、横桁は余り重要な意味をもたない。

箱桁橋の中間横桁を省略した場合、問題となるのは、断面がずり変形することによる付加的な軸方向のそりと横方向の曲げである。

過去において、偏心荷重による箱桁の断面変形時の応力や変形状態は、有限要素法、折板理論、弾性支承上のはり理論などにより解析されてきたが、前者の2つの方

法は、計算が煩雑であるため実用性に欠けるという欠点がある。

このため、断面変形を設計で扱うとすれば、断面変形の問題を弾性支承上のはりの問題に置き換えた方法がもっとも現実的と考えられる。

過去においてコンクリート1室箱桁橋の断面変形を弾性支承上のはりの問題として理論的に扱った論文には、1～10)がある。

この中で、初期の論文のR.Dabrowski<sup>2)</sup>とA.Steinle<sup>3)</sup>は、対称断面の箱桁に対し、曲げや曲げねじり理論と類似した方法により断面変形の問題を扱っている。

これらの理論は、基本的には棒理論に基づくもので、そり関数などを導入し、多少計算は煩わしいが、A.Steinleは、一軸対称箱断面に対し、せん断変形や曲げねじりの影響を無視した実用的な式を示した。また、平島・臼木<sup>5)</sup>らもほぼ同様な考えで、任意の断面形状の断面変形に関する方程式を導き、それらを伝達マトリックス法により解析する方法を示した。

これに対し、J.Schlaich<sup>6)</sup>やC.Menn<sup>7)</sup>らは、折板理論を基本にして、横方向の計算に対し、ラーメン作用を考慮することにより、一軸対称箱断面における断面変形の基本式を導いた。この場合、Steinleの方法におけるそり座標などを導入することなく、断面変形の問題を弾性支承上のはりの問題に置換することができる。

さきに著者らが発表した文献(12, 13)では後者の方法に基づき中間横桁の有無による影響を調べ、さらに一軸

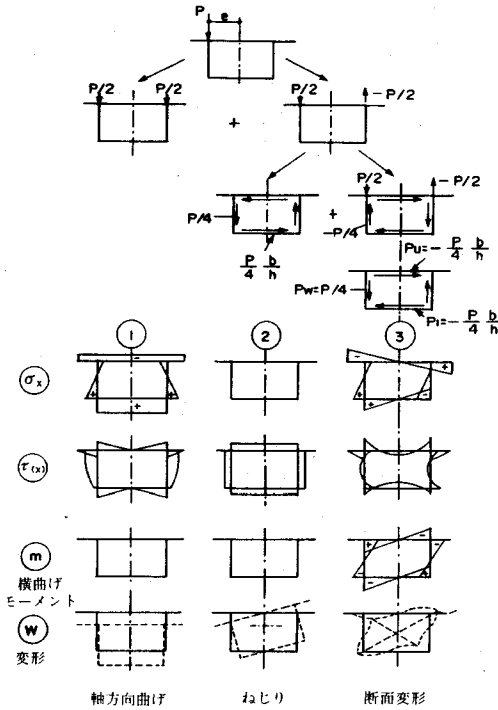


図-1 荷重の分解

対称の台形断面の簡易計算法について検討した。

この方法は、一軸対称断面を前提としており、箱断面を構成する部材の一要素（例えばウェブ）にのみ着目して均合い式を導くことから、断面変形概念が理解しやすく、計算がきわめて簡素化される点に特徴がある。

本論文の目的は、一軸対称断面PC箱桁橋の中間横桁を省略した場合の断面変形に関する簡易設計法を提案することである。

ここでは、基本式の考え方を詳細に示し、これから得られる解の妥当性を調べるために、三次元有限要素法による計算結果と比較する。また、Steinleが示した計算式と本論で扱う計算式の違いについて、両者の関係を明確にする。

最後の章においては、新しく改定されたB活荷重による実際の設計例を示し、中間横桁を省略した場合の影響について言及する。

なお、ここで用いた用語は、文献5)に準じた。

## 2. 断面変形に関する基本式

### (1) 計算方法の概要

箱桁に偏心荷重が作用したときの荷重を分解し、それぞれの荷重により発生する変形と応力分布を概略的に示すと図-1のようになる。

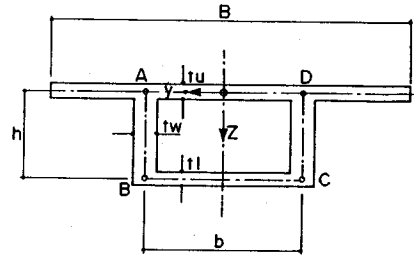


図-2 断面寸法

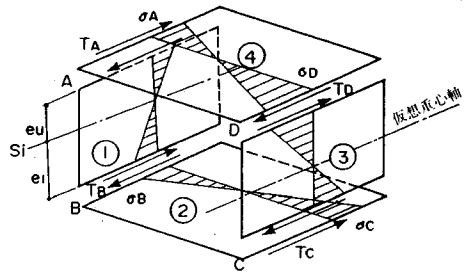


図-3 断面変形による軸方向応力

①, ②, ③は、それぞれ曲げ理論、ねじり理論、断面変形理論により計算される。断面変形に寄与するセン断流は、断面変形荷重であり、厳密には断面変形のセン断流と曲げねじりのセン断流とがあるが、コンクリート箱桁橋においては、後者の影響は小さいものとして無視することが可能である<sup>3)</sup>。

したがって、以下の計算においては、断面変形荷重として、曲げねじりの二次セン断力の影響は無視し、また、セン断変形の影響も考えないものとする。

PC 1室箱桁断面は、ウェブと上下床版の4枚の折板から構成される。偏心荷重により断面が変形を起こすと各々の板は、軸方向の曲げと同時に横方向の曲げ変形を起こし、1つの板はシャイベ作用と板作用を同時に受けることになる。本来であれば、これに対し、二次元的なシャイベの理論と板の理論を適用しなければならないが、計算が複雑になりすぎて実用的ではない。

このために、近似的にシャイベ作用に対しては、一次的なはりとして扱い、軸直角方向の応力は無視される。ただし、この場合はり理論が適用できる条件として、板のスパン長は幅の4倍以上あるものとする。

一方、板作用に対して、断面は単位長さの箱ラーメンとして扱い、横方向の曲げを考慮することにより、理論的な簡素化を図る。なお、ここで使用する記号は表-1にまとめて示す。

### (2) 橋軸方向の計算

まず、はじめに軸方向のみについて検討するために、4つの節点がヒンジ接合の箱断面モデルについて考える。

表-1 記号の説明

断面積	ウェブ 上床版 下床版 $Aw = tw \cdot h$ $Au = tu \cdot B$ $Al = tl \cdot b$	上床版仮想断面 二次モーメント	$I_{ui} = \frac{(cu + 2)(cl + 2) - 1}{2cu(cl + 3)} \cdot I_u$	軸方向接合面セン断力に用いる無次元量	$Cu = \frac{cu(cl + 4) - (2cl + 3)}{(cu + 2)(cl + 2) - 1}$ $Cl = \frac{cu(cl - 2) + 4cl - 3}{(cu + 2)(cl + 2) - 1}$
軸方向断面 二次モーメント	$I_w = \frac{tw \cdot h^3}{12}$ , $I_u = \frac{tu \cdot B^3}{12}$ , $I_l = \frac{tl \cdot b^3}{12}$	下床版仮想断面 二次モーメント	$I_{li} = \frac{(cu + 2)(cl + 2) - 1}{2cl(cu + 3)} \cdot I_l$		
軸直角方向断面 二次モーメント	$\bar{I}_w = \frac{tw^3}{12}$ , $\bar{I}_u = \frac{tu^3}{12}$ , $\bar{I}_l = \frac{tl^3}{12}$	ラーメン剛性に用いる無次元量	$\bar{\alpha}_u = b \cdot \bar{I}_w / (h \cdot \bar{I}_u)$ $\bar{\alpha}_l = b \cdot \bar{I}_w / (h \cdot \bar{I}_l)$	ラーメン剛性に	$K_A = \frac{6E\bar{I}_w(\bar{\alpha}_u + 3)}{h(\bar{\alpha}_u\bar{\alpha}_l + 2\bar{\alpha}_u + 2\bar{\alpha}_l + 3)}$ $K_B = \frac{6E\bar{I}_w(\bar{\alpha}_l + 3)}{h(\bar{\alpha}_u\bar{\alpha}_l + 2\bar{\alpha}_u + 2\bar{\alpha}_l + 3)}$
Isi に用いる無次元量	$cu = 12 \cdot I_u / (Aw \cdot b^2)$ $cl = 12 \cdot I_l / (Aw \cdot b^2)$	横曲げモーメントに用いる無次元量	$\alpha = \frac{\bar{\alpha}_u + 3}{\bar{\alpha}_l + 3}$	関する係数	

部材厚さと寸法は図-2に示す。計算では部材厚は、一定とする。

どの板に着目してもよいが、一軸対称断面の場合はウェブ板に着目するのが都合よく、これは、ウェブの応力状態が分かれば連続条件から上下床版の応力を容易に求められることによる。

4つのシャイベをそれぞれ独立したはりとして扱うために、断面変形時に生じる接合面の軸方向セン断力を導入し、それぞれTA, TB, TC, TDとしよう(図-3)。

ウェブ、上床版、下床版に作用する断面変形荷重は、それぞれPw, Pu, Plとし、この荷重のみにより発生する各々のシャイベの曲げモーメントをそれぞれM0, w, M0, u, M0, lとすると、非対称断面の場合(ただし、左右ウェブは等しい)、節点A~Dに生ずる軸方向応力は、マトリックスであらわすと式(1)のようになる。

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -Dw,1 & -Dw,2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & -Du,1 & 0 & 0 & -Du,2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -Dw,3 & -Dw,4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -Dl,1 & -Dl,2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Dl,3 & Dl,4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & Dw,4 & Dw,3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & Dw,2 & Dw,1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -Du,3 & 0 & 0 & -Du,4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha A \\ \alpha B \\ \alpha C \\ \alpha D \\ TA \\ TB \\ TC \\ TD \end{pmatrix} \quad (1)$$

ただし、

$$\begin{aligned} Dw,1 &= 1 / Aw + yw, u / Ww, u \\ Dw,2 &= -1 / Aw + yw, l / Ww, u \\ Dw,3 &= 1 / Aw - yw, u / Ww, l \\ Dw,4 &= -1 / Aw - yw, l / Ww, l \\ Dl,1 &= 1 / Al + yl, le / Wl, le \\ Dl,2 &= -1 / Al + yl, ri / Wl, le \\ Dl,3 &= -1 / Al + yl, le / Wl, ri \\ Dl,4 &= 1 / Al + yl, ri / Wl, ri \\ Du,1 &= -1 / Au - yu, le / Wu, le \\ Du,2 &= 1 / Au - yu, ri / Wu, le \\ Du,3 &= -1 / Au + yu, le / Wu, ri \\ Du,4 &= 1 / Au + yu, ri / Wu, ri \end{aligned}$$

$$= \begin{pmatrix} -M0, w / Ww, u \\ -M0, w / Wu, le \cdot b / h \\ M0, w / Ww, l \\ M0, w / Wl, le \cdot b / h \\ -M0, w / Wl, ri \cdot b / h \\ -M0, w / Ww, l \\ M0, w / Ww, u \\ M0, w / Wu, ri \cdot b / h \end{pmatrix}$$

W: 断面係数, 添字u, l, le, riは上下左右をあらわす。  
y: 各シャイベの中立軸から縁端までの距離

なお、ここでは、各シャイベに発生する断面力は、荷重に比例することから、式(2)の関係をを用いている。

$$\frac{M0, u}{M0, w} = \frac{M0, l}{M0, w} = \frac{Pu}{Pw} = \frac{Pl}{Pw} = \frac{b}{h} \quad (2)$$

未知数となるのは $\alpha A \sim \alpha D$ とTA ~ TDの8個であるが、この中で、一軸対称断面を仮定すると、次の関係があり、未知数を4個に低減することが可能となる。

$$\begin{aligned} TA &= -TD = Tu & TB &= -TC = Tl \\ \alpha A &= -\alpha D & \alpha B &= -\alpha C \end{aligned} \quad (3)$$

これらの関係を用いて式を整理すると、接合面に沿ったセン断力と曲げモーメントの関係は次のようになる。

$$Tu = Cu \frac{M0, w}{h}, \quad Tl = Cl \frac{M0, w}{h} \quad (4)$$

また、軸方向応力と曲げモーメントの関係は次式のようになり、通常のはり理論と同様な式であらわされる。

$$\begin{aligned} \alpha A &= -\alpha D = \frac{M0, w}{Isi} \cdot eu \\ \alpha B &= -\alpha C = \frac{M0, w}{Isi} \cdot el \end{aligned} \quad (5)$$

ただし、

$$Isi = \frac{(cu + 2)(cl + 2) - 1}{cu + cl + 6} I_w \quad (6)$$

Isiは、ウェブの軸方向応力が0となる中立軸(以下仮想重心軸)に関する断面二次モーメント(以下仮想断面二次モーメント)で、euとelはそれぞれ中立軸から上下縁までの距離をあらわす。

この場合のウェブに生じるセン断流qは、断面変形荷重のみによるセン断力をQ0, wとすると、次のように与えられる。

$$q = \tau tw = Q0, w \cdot (Cu / h + S / Isi) \quad (7)$$

ここで、Sは断面一次モーメントである。

これにより、ウェブシャイベを仮想断面二次モーメントIsiをもつ独立したはりとして扱うことができ、断面変

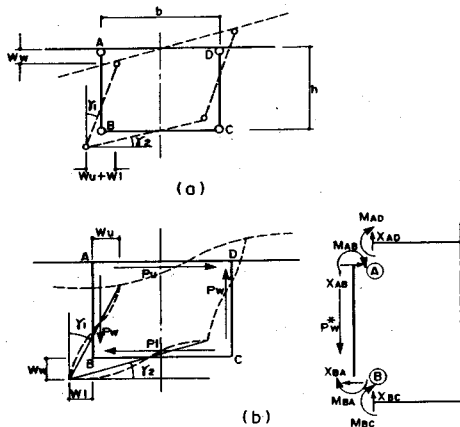


図-4 ヒンジおよび剛接合箱断面の変形と横曲げモーメント

形荷重による断面力 $M0, w$ と $Q0, w$ が求められれば、断面変形による応力を計算することができる。

独立したシャイベに対しては、はりの基本式がそのまま適用でき、ウェブのたわみを $Ww(x)$ とすると、次式が成り立ち、これらは上下床版に対しても個々に同様な式が成り立つ。

$$EIsI Ww^{IV}(x) = Pw(x) \quad (8)$$

ここで、 $E$ はコンクリートの弾性係数を示す。

各シャイベの変形の関係を求めるには、変形と曲率の関係を利用すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{Wu}{Ww} &= \frac{M0, u / Iu}{M0, w / Is} = \frac{2h}{b} \frac{\alpha l + 3}{\alpha u + \alpha l + 6} \\ \frac{Wl}{Ww} &= \frac{M0, l / Il}{M0, w / Is} = \frac{2h}{b} \frac{\alpha u + 3}{\alpha u + \alpha l + 6} \end{aligned} \quad (9)$$

部材ABの回転角を $\gamma_1$ 、部材BCの回転角を $\gamma_2$ とすると、変形角 $\gamma$ はこれらの和として定義され、変形後も部材の長さが変化しないものとする、図-4(a)を参照し、式(9)の関係をを用いると、変形角とたわみの重要な関係式がえられる。

$$\begin{aligned} \gamma &= \gamma_1 + \gamma_2 \\ &= \frac{Ww}{b/2} + \frac{Wu + Wl}{h} \\ &= 2 \frac{Ww}{b} \left( 1 + \frac{b}{2h} \cdot \frac{Wu + Wl}{Ww} \right) \\ &= \frac{4}{b} \cdot Ww \end{aligned} \quad (10)$$

上式から、一軸対称の長方形断面では $\gamma_1 = \gamma_2$ が常に成り立つことが分かる。

### (3) 横方向の計算

折板の節点をヒンジ接合とした場合には、横方向の分配効果はないが、節点を剛接合とすると、ラーメン作用

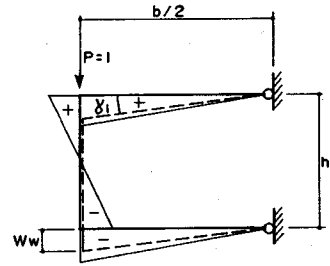


図-5 ラーメン剛性算定の解析モデル

により断面変形荷重に対する分配作用が生じる。すなわち、剛接合とすることにより、ウェブにあらたにせん断力が発生し、これがシャイベの負担を軽減する。

これらの関係は、ウェブのたわみ $Ww$ が生じたときの箱ラーメンの断面力を求めることであり、たわみ角法により容易に求めることができる。

剛接合の箱断面に断面変形が生じると、図-4(b)に示すような変形と断面力が生じる。

ウェブのたわみが $Ww$ のときのラーメン作用により生じるウェブの鉛直方向のせん断力を $Pw^*$ とし、各節点に生じる曲げモーメントとせん断力をそれぞれ $MAB \sim MDA, XAB \sim XAD$ とする。

変形によりウェブに生ずるせん断力 $Pw^*$ は、部材ADとBCに作用するせん断力 $XAD$ と $XBC$ の和と等しいことから

$$Pw^* = \frac{2}{b} (MAD + MBC) \quad (11)$$

の関係がある。また、材端モーメント $MAD, MBC$ と $\gamma$ との関係は、釣り合い条件を用いて整理すると、次式のようになる。

$$MAD = KA \cdot \gamma, \quad MBC = KB \cdot \gamma \quad (12)$$

式(11)に式(12)を代入すると、

$$\begin{aligned} Pw^* &= \frac{2}{b} (KA + KB) \cdot \gamma \\ &= \frac{b}{4} K \gamma \end{aligned} \quad (13)$$

となる。

$K$ はラーメン剛性であり、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} K &= \frac{8}{b^2} (KA + KB) \\ &= \frac{48E\bar{I}w(\alpha u + \alpha l + 6)}{b^2 h(\alpha u \alpha l + 2\alpha u + 2\alpha l + 3)} \end{aligned} \quad (14)$$

最終的にウェブに作用するせん断力とたわみとの関係は、式(10)と式(13)から次のようになる。

$$Pw^* = KWw \quad (15)$$

したがって、ラーメン剛性 $K$ は、ウェブのたわみ $Ww=1$ が生じるときのせん断力と考えることができ、単位は

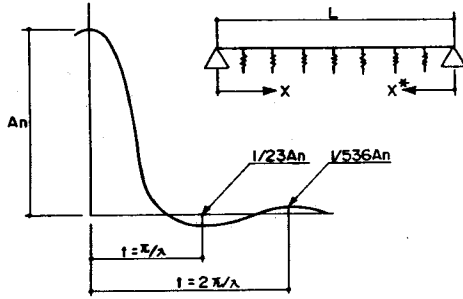


図-6 一般解の減衰

tf/mである。

式(10)と式(13)において、 $\gamma_1 = \gamma/2$ 、 $\gamma_2 = 0$ 、 $P_w^* = 1$ とすると、

$$K = 2/W_w \quad (16)$$

が得られる。これは、図-5に示すように、対称断面の半分のモデルに単位荷重をウェブに載荷した状態をあらわしており、このときのたわみ $W_w$ が求まれば、ラーメン剛性が計算できる。

この方法によれば、断面厚が変化する場合においても電算機により求めることも可能である。<sup>9)</sup>

各節点の横曲げモーメント $ma \sim md$ は式(12)、式(13)と式(15)から次のようになり、ウェブのたわみに比例する。

$$\begin{aligned} MAB = ma = -md &= \frac{b}{2(\alpha+1)} KW_w \\ MBA = -mb = mc &= \frac{cb}{2(\alpha+1)} KW_w \end{aligned} \quad (17)$$

#### (4) 基本式の誘導

節点がヒンジ接合の場合の断面変形荷重とウェブのたわみの基本式は、式(8)で表された。一方、節点を剛接合にすることにより、ウェブには断面変形荷重を軽減するせん断力が生じ、式(15)で表された。

これらを考慮すると、剛接合箱断面のウェブシャイベの釣合い式は、次のようになる。

$$EIs_i \cdot W_w^{IV} = P_w - P_w^* \quad (18)$$

式(15)を代入し、さらに $EIs_i$ で除し、整理すると、

$$W_w^{IV} + 4\lambda^4 W_w = 4 \frac{\lambda^4}{K} P_w \quad (19)$$

となる。ここで、

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4EIs_i}} \quad (20)$$

式(19)は、断面変形の基本式であり、弾性支承上のはりの式と同一である。したがって、断面変形の問題は断面二次モーメント $Is_i$ のはりが、バネ定数 $K$ のバネで支持された問題に置き換えて解析することができる。

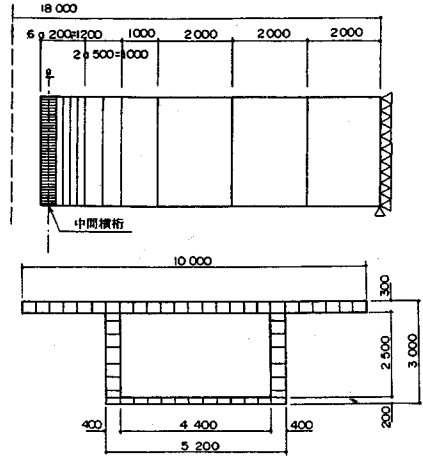


図-7 三次元有限要素法解析モデル

### 3. 基本式の特性和近似解<sup>13)</sup>

断面変形の基本式(19)は、ウェブたわみに関する4階の微分方程式で与えられ、数学的には、ある境界条件下で解を求めることになる。例えば、横桁が断面変形を完全に拘束すると仮定すれば、弾性支承上のはりのモデルでは、剛な支点として計算することができる。

基本式で用いられる特性値 $\lambda$ は、コンクリート箱桁橋においては、後述するように、ある程度限られた範囲の値をとることから、基本式の解を近似的にあらわすことが可能となる。

一般に、微分方程式の解は、一般解 $Wh$ と特殊解 $Wp$ との和として与えられる。式(19)の一般解はオイラーの公式を利用すると、次のように2つの減衰関数をもつ式で与えられる。

$A1 \sim A4$  は、境界条件によりきまる積分定数である。

$$\begin{aligned} Wh = e^{-\lambda x} &\cdot [A1 \cos \lambda x + A2 \sin \lambda x] \\ &+ e^{\lambda x} \cdot [A3 \cos \lambda x + A4 \sin \lambda x] \end{aligned} \quad (21)$$

上式の第1項の減衰関数は、 $x=0$ のとき最大値をとり、 $x$ の増大にともない急激に減少する。

また、第2項においては、右端からの距離を $x^*$ とすると、

$$e^{\lambda x} = e^{\lambda(L-x^*)} = e^{\lambda L} \cdot e^{-\lambda x^*} \quad (22)$$

となることから、 $x^*=0$ のとき、最大値をとり、その位置から減少していく。

ここで、第1項と第2項の関数の減衰性を調べるために、はりの任意の位置からの距離を $l$ とし、 $l = 2\pi/\lambda$ 、 $\pi/\lambda$ の距離の振幅の比率を計算すると、図-6のようになる。

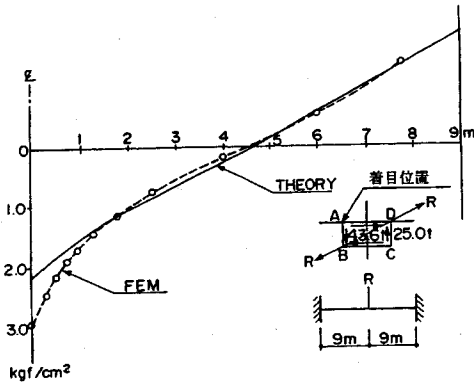


図-8 橋軸方向の軸方向応力の分布

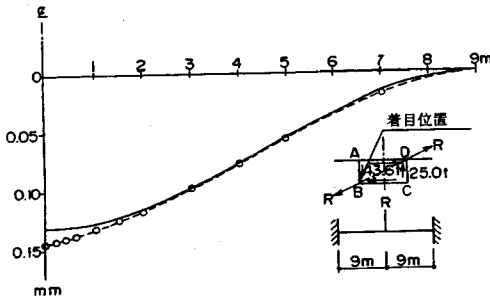


図-9 橋軸方向のたわみの分布

第1項の計算結果から、 $t=2\pi/\lambda$ の振幅は、最大値の0.2%、 $t=\pi/\lambda$ における振幅は、4.4%に減少し、距離が離れるとほとんど影響を与えないことが分かる。

このことから、 $\lambda \geq \pi$ においては、式(21)の第1項か第2項のどちらか1つのみを考慮し、特殊解と加えれば、近似的な解を得ることができる。

#### 4. 三次元有限要素法解析との比較

断面変形の問題を弾性支承上のはりの問題に置き換えて解析を行うにあたり、これらの計算仮定の妥当性および計算精度について検討しなければならない。

計算仮定の中で、コンクリート橋の横桁は、断面変形を完全に拘束するものとし、解析上では剛な支点と考えられる。このことは、コンクリート橋における特徴であり、この仮定により計算が簡単化され、設計にも利用しやすくなる。しかしながら、中間横桁の場合は、部材厚さが薄いことから、これらの拘束度が問題となる。

以上のことから、ここでは三次元有限要素法(FEM)を用いて、断面変形による応力と変形を求め、本理論による計算値の比較を行う。

##### (1) 解析モデル

解析する三次元モデルは、全長18mで、幅員10m桁高

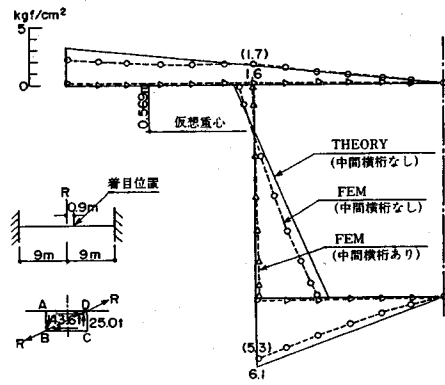


図-10 軸方向応力分布の比較

さ3mの箱桁である。上床版、ウェブ、下床版の部材厚さは、それぞれ30cm、40cm、20cmであり、全長に渡って一定とする(図-7)。対象とするモデルは、支間中央に中間横桁を配置するタイプと配置しないタイプの2つを考え、前者の場合、横桁の厚さは40cmとした。端部にも横桁を配置したが、軸方向のそりを確実に拘束するために、端部の変位を完全に拘束する条件とした。

荷重は、スパン中央断面を分割した各要素の節点に断面変形荷重を作用させた。

要素は長方形要素にて分割し、モデルの要素数は1580個、節点数は3048個であり、解析にはNASTRANを使用した。

##### (2) 解析結果の比較

図-8は、断面変形による上床版とウェブの節点Aに生じる各断面の軸方向応力を比較したものである。

スパン中央の載荷点から50~60cm付近までは、FEM解と理論解とは差が有り、FEM解の場合の方が大きい応力値を示す。しかしながら、載荷点から離れるに従い、両者ともよく一致した値となる。

図-9は、断面変形による下床版とウェブの節点Bに生じる各断面の鉛直方向のたわみ分布を比較したものであり、この場合も応力分布の状態と同様に、載荷点付近ではFEM解の方が大きい値を示すものの、その他の断面では、理論解と極めてよく一致している。

載荷点付近の誤差は、せん断力による変形や応力あるいは鉛直方向応力などによる影響と考えられ、これらは局部的な応力集中の範囲内に限定される。

このような局部的な応力集中域は、いわゆるサンプルンの応力乱領域といわれ、初等理論の平面保持の仮定が成立しない荷重伝達部の範囲に限定され、工学的には一般に無視される。したがって、これらの誤差は実用上問題ないものと考えられる。

また、図-10は、載荷点から90cmの断面における軸方

表-2 両理論の比較

	本理論	Steinleの理論		本理論	Steinleの理論
基本式	$Ww^{IV} + 4\lambda^4 Ww = \frac{Pw}{EIs}$	$r^{IV} + 4\lambda^4 r = \frac{b^2 w}{Elp}$	特性値 $\lambda$	$\lambda = \sqrt[4]{\frac{K}{4EIs}}$ (1/m)	$\lambda \Pi = \sqrt[4]{\frac{IR}{4Elp}}$ (1/m)
ラーメン剛性	$K = \frac{48E\bar{I}w(\bar{a}u + \bar{a}l + 6)}{b^2 h(\bar{a}u\bar{a}l + 2\bar{a}u + 2\bar{a}l + 3)} (f/m)$	$IR = \frac{12E\bar{I}w(\bar{a}u + \bar{a}l + 6)}{h(\bar{a}u\bar{a}l + 2\bar{a}u + 2\bar{a}l + 3)} (f/m)$	仮想重心とA点の距離またはA点のそり座標値	$eu = \frac{al + 3}{au + al + 6} \cdot h$ (m)	$\phi A = \frac{bh}{4} \cdot \frac{al + 3}{au + al + 6}$ (m <sup>2</sup> )
断面二次モーメントまたはそり抵抗モーメント	$I_s = \frac{(au + 2)(al + 2) - 1}{au + al + 6} \cdot I_w$ (m <sup>4</sup> )	$I_p = \frac{b^2}{4} \cdot \frac{(au + 2)(al + 2) - 1}{au + al + 6} \cdot I_w$ (m <sup>6</sup> )	断面変形の軸方向応力	$\alpha A = \frac{M_0 \cdot w}{I_s} \cdot eu$ (f/m <sup>2</sup> )	$\alpha A = \frac{B \Pi}{I_p} \cdot \phi A$ (f/m <sup>2</sup> )

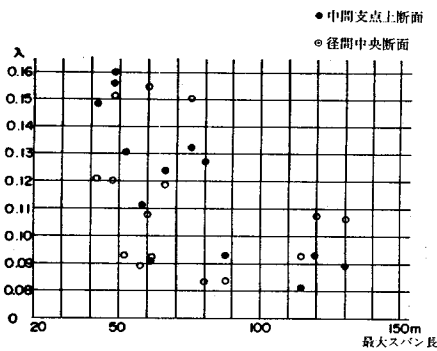


図-11 特性値λの計算結果

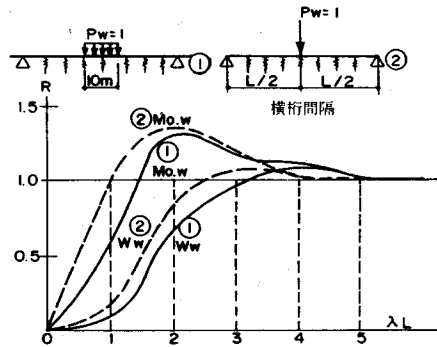


図-12 λLと曲げモーメント・たわみの関係

向応力の分布状態を示したものである。

ここにおいては、理論計算値の方がFEM解の値よりも全体的に大きいが、仮想重心軸などの位置はほぼ一致している。

一方、スパン中央に中間横桁を配置した場合、断面変形による軸方向応力は、ほとんど発生せず、中間横桁のない場合のほぼ1/20程度である。

これらの結果から、本論で扱った断面変形の簡易計算法による解析結果を設計に適用しても、精度上十分に使用可能と思われる。

また、断面変形を弾性支承上のはりとして解析する場合、中間横桁や支点上横桁位置では、剛な支点としてモデル化することができ、計算を簡素化することが可能となる。

## 5. Steinle の理論との比較

文献3)や5)による断面変形理論は、棒理論からなり、はりの曲げねじり理論の延長として扱われている。このため、そり座標が用いられ、単位そり関数や断面変形のバイモーメントなどを求め、任意形の箱断面を扱うことが可能である。

ここでは、一軸対称長方形断面を有する箱桁における両理論の比較を示す。基本的な式の定義や記号は文献3)を参照した。

橋軸方向の座標軸をxとし、断面部材に沿った方向の軸をsとすると、断面変形のそり応力 $\sigma_p$ は次式で与えられる。

$$\sigma_p = \frac{Bp(x)}{I_p} \phi(s) \quad (23)$$

ここに、

$Bp$ : 断面変形のバイモーメント  $\phi(s)$ : 単位そり関数  
 $I_p$ : そり抵抗モーメント

断面変形荷重群はそれ自身で釣り合いを形成していることから、 $\sigma_p$ に対し、次のような条件が成り立つ。

$$\int \sigma_p dA = 0, \int \sigma_p \cdot y dA = 0, \int \sigma_p \cdot z dA = 0 \quad (24)$$

一軸対称断面においては上式の3つ目の条件を適用することにより、節点AとBの単位そり関数 $\phi_A$ と $\phi_B$ の比率を求めることができ、ウェブ上の $\sigma_p=0$ の位置を求めることができる。これから得られる中立軸の位置は、第2章で得られた仮想重心軸 $S$ と一致する。

Steinleらの理論では、ラーメン剛性は、断面変形角

$\gamma=1$ が生じるときの各節点の横曲げモーメントのなす仕事の合計として考えているのに対し、本理論ではラーメン剛性は、ウェブの単位たわみが生じるときのせん断力と考えられる。

本理論とSteinleらの断面変形理論との対比を示すと表-2のようになる。

Steinleの場合、基本式は、変形角に関する方程式で表されるが、両理論の特性値は等しく、式(10)の関係を用いると、本理論のたわみに関する基本式と一致し、さらに、バイモーメントの定義から軸方向応力についても等しくなることがわかる。

以上のことから、Steinleの理論との比較から、本理論の妥当性が確認された。

Steinleや平島らの方法は、そり座標や一般化された力(バイモーメント)を導入し、任意形状の断面にも適用でき、汎用性はあるが計算は複雑である。

本理論では、一軸対称箱断面に限定することにより、断面変形によるそりを対称なウェブシャイベの曲げに置き換え、一つのウェブをはりとして独立させることにより、従来の弾性支承上のはりとまったく同様に扱うことができる。また、断面変形と弾性支承上のはりを対比する場合、物理量(たわみや断面力など)が一致するため<sup>13)</sup>、力学的な条件の設定や扱いがきわめて明確となる。したがって断面変形の現象を正確に把握し、設計計算を行う上においては、本方法の方が実用上優れているものと考えられる。

## 6. 設計への適用

### (1) 特性値 $\lambda$ について<sup>13)</sup>

箱桁橋の $\lambda L$ は、横方向剛性をあらわすラーメン剛性 $K$ と単一シャイベの軸方向曲げ剛性 $EI_s/L^4$ の比率であり、断面変形に関する変形や断面力を求める上においてきわめて重要な意味をもつ。

箱桁断面の部材厚さは、力学的な要素の他に施工的条件やPC鋼材の定着構造などにより決められるが、図-11は、著者らが携わった国内のPC箱桁橋の $\lambda$ の値であり、黒点は中間支点付近の断面で、白点は径間中央断面を示す。

スパンが50m以下の場合、押し出し工法により施工され、スパン75m以上の場合、カンチレバー工法により施工された橋で、ほとんど変断面のPC橋である。

スパンが短いPC橋や変断面箱桁の径間中央断面においては、ウェブの高さが低いことから、 $I_s I$ は小さい値になる。また、支点上付近断面の $K$ は、径間中央断面よりも相対的に大きい値を示す。

これに対し、特性値 $\lambda$ は、断面位置にあまり関係なく、スパンの短い橋において、多少大きくなる傾向にあるが、

その値は0.08~0.20の比較的狭い範囲に存在する。これは、 $\lambda$ の値が、 $K/I_s I$ の4乗根に比例することにより極端な差となりにくいためと考えられる。

### (2) 中間横桁間隔について<sup>12)</sup>

断面変形による軸方向断面力は、特性値 $\lambda$ が大きくなるにしたがい局所的な分布となることから、中間横桁の効果を期待するためには、その配置間隔が問題となる。

横桁の効果を調べるために、中間横桁の間隔をパラメーターとして、分布荷重を載荷したときの断面力とたわみの最大値に着目し、それらの比率を求めた。

計算では、中間横桁間隔 $L$ を弾性支承上の連続はりの剛支承間隔とし、その中央に幅10mの分布荷重を載荷したときのたわみと断面力を求めた。

図-12の①は、 $\lambda L=5$ を基準にした場合の、たわみ $Ww$ と曲げモーメント $M0$ 、 $w$ の最大値の比率を示す。

また、図-12の②は、断面変形の集中荷重に対して同様に比率を求めたものであるが、ここでは、弾性支承上の無限長はりを基準とし、横桁間隔のスパンを有する2点剛支承はりの中央のたわみと曲げモーメントの比率を近似的に次の関係式から求めた。

$$\begin{aligned} R_w &= \frac{\sinh \lambda L - \sin \lambda L}{\cosh \lambda L + \cos \lambda L} && (\text{たわみ}) \\ R_m &= \frac{\sinh \lambda L + \sin \lambda L}{\cosh \lambda L + \cos \lambda L} && (\text{曲げモーメント}) \end{aligned} \quad (25)$$

この結果から、B活荷重を想定した①の場合においては、断面変形による最大曲げモーメントを低減するには少なくとも $\lambda L$ を1.5以下に、また、たわみに対しては $\pi$ 以下にしなければ横桁の効果がない。

また、TL-20の集中線荷重などの②においては、それぞれ $\lambda L \leq 1$ 、 $\lambda L \leq 2.5$ でないとい横桁配置の意味がなくなることが分かる。したがって、もし実橋において横桁を配置するとしたら、横桁間隔 $L$ は、

$$L \leq \frac{2}{\lambda} \quad (26)$$

を目安にする必要がある。

### (3) 影響線について<sup>12)</sup>

断面変形による軸方向の影響線は、バネ支承を有するはりの影響線を求めることと等価であり、平面解析プログラムにより容易に求めることができる。

断面方向の面荷重を扱う場合には、横方向影響線(以下横影響線)を導入する必要がある。

横影響線は、Bettiの相反作用の定理により、断面変形荷重が作用したときの床版のたわみ曲線から得られる。実際には、ウェブと床版との節点におけるたわみを基準にした無次元量によりあらわされ、影響線縦距を $\eta$ とすると、次の関係がある。



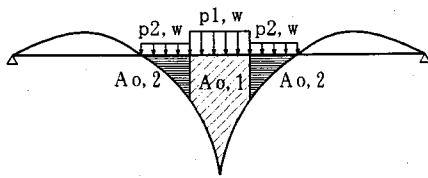


図-13 軸方向曲げモーメントの影響線

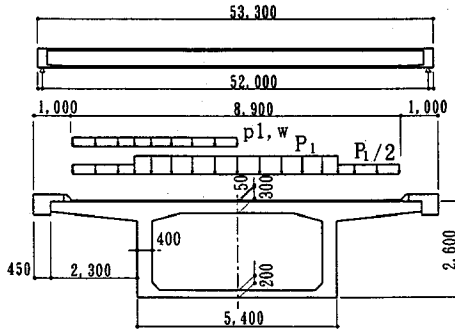


図-14 計算例に用いたPC橋のスパン長と断面寸法

$$\eta = \frac{Ww(y)}{Ww(A)} = \frac{M0, w(y)}{M0, w(A)} \quad (27)$$

ここで、

$Ww(A)$ と $M0, w(A)$ は、節点Aに載荷したときのウェブシャイベのたわみと曲げモーメントをあらわす。

したがって、道路橋示方書の活荷重により生じる断面変形の断面力は、図-13を参照すると次式で求められる。

$$M0, w = A0,1 \int_0^l \eta p1, w dy + A0,2 \int_0^l \eta p2, w dy \quad (28)$$

$p1, w, p2, w$  : L荷重による断面変形荷重

$A0,1, A0,2$  : ウェブ上に単位線荷重が作用し

たときの曲げモーメント

$l$  : 載荷幅

## 7. 設計計算例

文献12)では、中間横桁のない中規模スパンの連続PC桁橋を対象にTL-20の場合について断面変形の影響を調べた。

ここでは、単純箱桁を対象に新荷重のB活荷重の場合について設計計算例を示す。図-14は、スパン長が52m、桁高さ2.6m、有効幅員8.9mの一般的なPC橋で、端横桁はあるが、中間横桁は配置しないものとし、ハンチは無視する。

a) 断面定数

弾性係数  $E_c = 3.1 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$

断面積  $A = 6.355 \text{ m}^2$

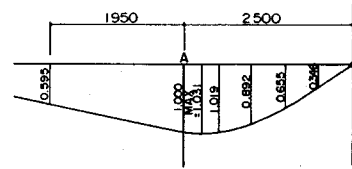


図-15 横影響線の値

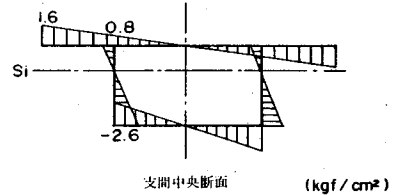


図-16 軸方向応力分布

断面二次モーメント  $I_x = 5.728 \text{ m}^4$

重心から上縁までの距離  $y_u = 0.910 \text{ m}$

"  $y_l = -1.691 \text{ m}$

仮想断面二次モーメント  $I_{s,i} = 0.965 \text{ m}^4$

仮想重心から上縁までの距離  $e_u = 0.632 \text{ m}$

"  $e_l = -1.968 \text{ m}$

ラーメン剛性  $K = 2851 \text{ tf/m}$

特性値  $\lambda = 0.1242$

b) 荷重

死荷重  $w_d = 18.59 \text{ tf/m}$

B活荷重 衝撃係数  $i = 0.130$

対称荷重

$P1 = 8.136 \text{ tf/m}$  (載荷幅 10m)

$P2 = 2.848 \text{ tf/m}$

断面変形荷重

$p1, w = 0.381 \text{ tf/m}^2$

$p2, w = 0.100 \text{ tf/m}^2$

c) 支間中央の断面力

死荷重による曲げモーメント  $Md = 6285 \text{ tfm}$

対称活荷重による

曲げモーメント  $Ml = 1919 \text{ tfm}$

合計曲げモーメント  $M = Md + Ml = 8204 \text{ tfm}$

断面変形による曲げモーメント

スパン中央の軸方向影響線と図-15に示す横影響線を利用する。

$$M0, w = 10.07 \int_0^{4.45} \eta p1, w dy + 0.28 \int_0^{4.45} \eta p2, w dy = 12.73 \text{ tfm}$$

d) プレストレス力

PC鋼線は、12T12.4 (使用状態の張力は98tf) を42本配置する。

軸力  $N = 2058 \text{ tf}$  曲げモーメント  $Mp = 2910 \text{ tfm}$

e) 応力度の照査

中央断面の曲げ応力度の合計を求める。

対称荷重による  
曲げ応力  $\sigma_B = \frac{Mx}{Iz} z = -242.3 \text{ kgf/cm}^2$

断面変形による  
曲げ応力  $\sigma_P = \frac{M_0, w}{I_{si}} eu = -2.6 \text{ kgf/cm}^2$

プレストレス  
による応力  $\sigma_v = \frac{N}{A} + \frac{Mp}{Iz} z = 236.6 \text{ kgf/cm}^2$

断面変形による軸方向応力分布を図-16に示す。この結果からウェブ下縁で最大  $-2.6 \text{ kgf/cm}^2$  の応力が生じるものの、死荷重による応力の1.3%、活荷重のそれの4.3%であり、ほとんど問題とならない。仮に、厚さ30cmの中間横桁をスパン中央に配置した場合、自重による曲げ応力は、 $-2.8 \text{ kgf/cm}^2$ であり、中間横桁を省略してもP C鋼材量の変動はない。

断面変形による断面力とたわみ分布は、式(25)を考慮すると、 $\lambda L \geq 5$ では $R_w$ と $R_m$ はほぼ1になり、無限長のはりと同一の状態となる。一方、図-11を参照すると本例よりスパンが長いP C橋では、 $\lambda L$ はほとんど5以上になる。したがって、本例よりスパンが長い場合においても断面変形による断面力の大きさや分布状態はほぼ同一となる。

## 8. ま と め

P C 1室箱桁橋の断面変形の計算方法と中間横桁省略可能性について検討した結果をまとめると次のようになる。

1) 一軸対称の箱断面の場合、断面変形の問題は、1つのシャイベをはりとして独立させることにより、弾性支承上のはりの問題に置換することができ、計算の簡素化が可能になる。

2) 本理論と三次元有限要素法による解析結果の比較から、橋軸方向の軸方向応力およびたわみ分布状態は、荷重点付近を除いて、きわめてよく一致している。

箱断面内の応力分布は、両解析結果とも比較的良好一致しており、ウェブの仮想重心軸もほぼ同じ位置にある。また、横桁を配置した場合には、軸方向応力は、ほとんど発生せず、それにより、断面の変形が拘束されるものと考えられ、したがって、弾性支承上のはりとして解析する場合、横桁のある点は、剛な支点とみなすことができる。

3) Steinleらの理論と本理論の基本式は、たわみと変形角の関係式により、同一の式であらわすことができ、したがって、両理論から得られる応力と変形の値は一致する。

4) わが国で建設された一般のP C箱桁橋の特性値 $\lambda$ は、0.08~0.20程度の範囲内にあり、スパンが短いP C橋において比較的大きい傾向を示す。

5) 新荷重により生ずる断面変形の軸方向応力は、死活荷重の数パーセント程度であり、中間横桁の自重により発生する応力値と余り差がない。したがって、中間横桁を省略し、断面変形の影響を考慮しても、主ケーブルの必要鋼材量の増減はないものと考えられる。

## 参考文献

- 1) G.Knittel: Zur Berechnung des dünnwandigen mit gleichbleibendem symmetrischen Querschnitt, *Beton und Stahlbetonbau*, Heft9, pp.205-211, 1965.
- 2) R.Dabrowski: Der Schubverformungseinfluß auf die Wölbkrafttorsion der kastenträgern mit verformbarem biegesteifem Profil, *Der Bauingenieur*, Heft11, pp.444-449, 1965.
- 3) A.Steinle: Torsion und Profilverformung beim einzelligen Kastenträger, *Beton und Stahlbetonbau*, Heft9, pp.215-222, 1970.
- 4) W.Lippoth: Vorlesungsmanuskript, *Berechnungsverfahren für Massivbrücken*, Institut für Massivbau, Universität Stuttgart.
- 5) 平島, 臼木: 任意四角形断面箱桁のせん断変形を考慮した断面変形理論, 土木学会論文報告集, 第271号, pp.1-12, 1978, 3月.
- 6) J.Schlaich: BETON HOHLKASTEN BRÜCKEN, *Structural Engineering, Documents, IABSE*, pp.43-63, 1982.
- 7) C.Menn: *Stahlbetonbrücken*, Springer Verlag, pp.214-228, 1986.
- 8) M.Mrotzek: Berechnung von Hohlkastenträger ohne Querschotte, *Beton und Stahlbetonbau*, Heft9, pp.281-285, 1970.
- 9) A.Krebs, H.G.Lindlar: Zur Profilverformung einzelliger Kastenträger, *Beton und Stahlbetonbau* Heft1, pp.13-18, 1988.
- 10) J.C.Chapman: The structural behaviour of steel and concrete boxgirder bridges, *The Structural Engineer*, Vol.49, No.3, pp.111-120, 1971.
- 11) 尾崎 誠: 折板構造解析による単一箱桁の曲げ振りについて, 土木学会論文報告集, 第271号, pp.1-12, 1970, 7.
- 12) 野田行衛: 一室P C箱桁橋の中間横桁について, *プレストレスコンクリート*, Vol.33, No.1, pp.62-70, 1991.
- 13) 野田行衛: コンクリート箱桁橋の断面変形実用計算法について, *プレストレスコンクリート*, Vol.34, No.3, pp.64-72, 1992.
- 14) E.Ramm: *Rotationschalen*, Institut für Baustatik, Universität Stuttgart.

(1994. 7. 25受付)

# A METHOD FOR THE DESIGN OF PC BOX GIRDER BRIDGES WITHOUT CROSS GIRDERS

Yukie NODA and Takashi IDEMITSU

Speed and cost of construction have recently become a major concern for bridges. This is the reason that a large single box section is usually used these days for prestressed concrete bridges. One big obstacle that limits the construction speed of such bridges is the existence of mid span cross girders. This paper investigates the possibility of elimination of the mid span cross girders so that construction speed and economy can be further improved. Moreover a simplified method to calculate the stresses and deformations due to cross girder elimination is presented. The method can be used for the design of actual bridges.