

AL法の確率応答計算への拡張とその地盤震動解析への応用

清野純史¹・土岐憲三²・佐藤忠信³

¹正会員 工博 山口大学助教授 工学部知能情報システム工学科 (〒755 宇部市常盤台 2557)

²正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)

³正会員 工博 京都大学教授 防災研究所耐震基礎部門 (〒611 宇治市五ヶ庄)

不整形地盤の震動解析法の一つであるAL法に確率論を導入した確率AL法を開発した。不整形地盤上で観測される地震動は、境界面での波動の散乱等により場所ごとに異なった震動特性を示す。AL法はこのような地盤震動解析に適した解析法であり、地盤物性値や境界形状を確定的に与えることにより解析を行う。本研究では、特に不整形境界の変動を対象に、今まで確定的な見地から行われてきたAL法を、1次近似法と摂動法を取り入れて境界の不確定性を考慮に入れられるように拡張した。そして、この手法を1993年釧路沖地震における釧路市内の地盤震動解析に適用し、境界の変動が応答波形に与える影響の定量的な検討を行った。

Key Words : seismic ground motion, stochastic Aki-Larner method, irregular interfaces, layered media, first-order approximation, the 1993 Kushiro-oki earthquake

1. はじめに

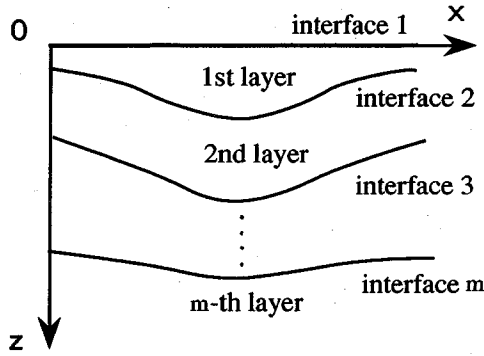
過去の地震被害を調査すると、崖や盛土、切土などの地盤形状の急変部や地質学的変遷を受けた地層の急変部に被害が集中している。これは、不整形な境界をもつ地盤では地震波の伝播が単純な一次元的なものではなく、境界の不整形性によって局所的な波の回折、散乱、反射、屈折などが生じ、波動エネルギーがある部分に集中したり、2次の波動が生成、励起されるためであると考えられる^{1),2)}。このような地盤の解析手法としては、有限要素法、境界要素法³⁾やこれらのハイブリッド法⁴⁾⁻⁶⁾などがあり、それぞれの長所を生かして不整形地盤の震動解析に適用されている⁷⁾。Aki-Larner法(AL法)⁸⁾⁻¹³⁾もその一つであり、多層系の地下構造計算や3次元計算への拡張性にも優れているため、不整形地盤の震動解析に広く用いられている。AL法は平面波の重ね合わせとして波動場を表すもので、Fourier級数展開と同様の考え方で不整形境界形状が繰り返されるという仮定の下に支配方程式を離散化し、打ち切り波数を決めた後に不整形境界で生じる散乱波の波数の重みを、境界での変位、応力の連続条件を基に決定する方法である。

入倉¹⁴⁾は京都の宇治地区を対象としてAL法をP-SV波入射問題に適用し、実観測記録を基にした実証的研究を行っている。土岐ら^{15),16)}は数十mから数百mオーダーの比較的狭い範囲を対象に、地盤物性値や境界形状の同定問題にAL法を適用し、計算により得られる伝

達関数を用いて精度良い同定を行っている。Kohketu⁹⁾、堀家¹⁰⁾は、多数の不整形境界を持つ地盤の震動解析用にAL法を拡張している。AL法は3次元問題にも拡張が容易であるため、大堀ら¹²⁾、土岐ら¹³⁾は3次元堆積盆地の震動解析を行い、堆積形状の変化が応答に及ぼす影響の詳細な検討や、2次元解析との比較を行っている。不均質な地下構造のみならず震源の導入も図られており、上林ら¹⁷⁾が3次元問題として解析を行っている。また、AL法と他手法とのハイブリッドも行われており、SH波入射問題(源榮¹⁸⁾)、P-SV波入射問題(土岐ら)が、構造物と地盤の相互作用を念頭に置いた解析を行っている。さらに、大堀ら¹⁹⁾は地盤震動解析に威力を発揮するAL法のマトリクス計算の省力化を図っている。

これらの地盤震動解析の多くは、通常、地盤物性値や境界のばらつきを考慮せずに確定的な計算を行っている。しかし、試料から得られる地盤物性値やボーリングデータから推定される地層境界を考えると、これらの不確定性を考慮したうえで地盤の応答を議論することも必要である。

有限要素法に確率論を導入した確率有限要素法²⁰⁾では、主に構造解析を中心とした材料定数の変動と系の応答の変動の関係の評価が主であり、また、地盤の震動解析においても地盤物性値を確率変数とみて確率有限要素法やモンテカルロシミュレーションによって解析を行っているのが現状である。本研究では、特に不整形境界の変動を対象に、今まで確定的な見地から行われてきた



図—1 m 個の境界を持つ不整形地盤

AL 法を、1 次近似法と摂動法²⁾を取り入れて境界の不確定性を考慮に入れられるようにすることを目的としている。

重要、あるいは大規模構造物の耐震安全性の照査において行われる動的解析においては、地盤を含めた構造物系を対象とする場合には設定基盤面から地震動を入力しなければならないが、この地盤のモデル化に際しては、通常、離散的に得られているボーリングデータの内挿や反射法、屈折法などによって推定された境界を、その形状特性をできるだけ生かした上での単純なモデル化が行われる。この場合、基盤面での地震動に対して一意的に構造物の入力が決定されるわけであるから、地盤境界面のモデル化に伴う誤差もこの構造物の入力に含まれてしまうわけである。したがって、境界面の変動の範囲に対して応答の変動がどの程度であるのかを定量的に把握しておくことは耐震設計を行う上からもまた重要なことである。さらに、通常の確定的な地盤震動解析により計算された応答値の周りにばらつく観測値から、逆に本手法を利用した逆解析によってモデル地盤境界の再設定が可能であるので、応答の不確定性の把握のみならず、地盤形状のモデル化に伴う不確定性を減少させる方向にも本研究の発展は期待できる。

以下では簡単のため SH 波入射問題を対象とするともに、ここで開発する手法を確率 AL 法と呼ぶことにする。

2. AL 法の概略

図—1 に示すような m 個の不整形境界を持つ m 層地盤を考える¹⁾。ただし、第 m 層は半無限地盤である。ここで、第 m 層を除いた第 j 層の変位、および第 m 層の変位は次式で表わされる。

$$u_i = \int_{-\infty}^{\infty} (A_j(k)e^{i\nu_j z} + B_j(k)e^{-i\nu_j z})e^{ikx} dk \quad (1)$$

$$u_m = e^{i(k_0 x - \nu_0 z)} + \int_{-\infty}^{\infty} A_m(k)e^{i(kx + \nu_m z)} dk \quad (2)$$

ここに k , ν はそれぞれ x , z 方向の波数, A_j , B_j , A_m は求めるべき散乱係数である。また、 j 層での波数の間には次の関係が成り立つ。

$$\nu_j = \left(\frac{\omega^2}{\beta_j^2} - k^2 \right)^{1/2} \quad (3)$$

ここに ω , β_j はそれぞれ入射波の振動数および媒質のせん断波速度である。

境界面での変位、応力の連続条件は次式で与えられる。

$$u_{j-1}(x, \xi^{(j)}(x)) = u_j(x, \xi^{(j)}(x)) \quad (4)$$

$$\tau_{j-1}(x, \xi^{(j)}(x)) = \tau_j(x, \xi^{(j)}(x)) \quad (5)$$

ここに $\xi^{(j)}(x)$ は第 j 境界面の形状であり x の関数である。今、次式のように x 方向に周期 L の不整形形状の周期性を仮定する。

$$\xi(x+L) = \xi(x) \quad (L=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (6)$$

これより、式 (1), (2) の無限積分は無限離散和の形になる。これに式 (4), (5) の境界面での変位、応力の連続条件を考慮し、さらに波数を N で打ち切ると、次式のような方程式を得る。

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-N}^N (A_n^{(j-1)} g_n^{(j-1,1)}(x) + B_n^{(j-1)} g_n^{(j-1,2)}(x)) e^{i2\pi n x/L} \\ &= \sum_{n=-N}^N (A_n^{(j)} g_n^{(j,1)}(x) + B_n^{(j)} g_n^{(j,2)}(x)) e^{i2\pi n x/L} \quad (7) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{n=-N}^N (A_n^{(j-1)} g_n^{(j-1,3)}(x) + B_n^{(j-1)} g_n^{(j-1,4)}(x)) e^{i2\pi n x/L} \\ &= \sum_{n=-N}^N (A_n^{(j)} g_n^{(j,3)}(x) + B_n^{(j)} g_n^{(j,4)}(x)) e^{i2\pi n x/L} \quad (8) \end{aligned}$$

ここに、

$$A_n^{(j)} = A_j(k_n) \Delta k, \quad B_n^{(j)} = B_j(k_n) \Delta k, \quad k_n = k_0 + n \Delta k,$$

$$\Delta k = 2\pi/L \text{ であり、} g_n(x) \text{ はそれぞれ}$$

$$g_n^{(j,1)}(x) = e^{i\nu_n^{(j)} \xi^{(j)}(x)} \quad (9)$$

$$g_n^{(j,2)}(x) = e^{-i\nu_n^{(j)} \xi^{(j)}(x)} \quad (10)$$

$$g_n^{(j,3)}(x) = i\mu^{(j)}(k_n n_x^{(j)} + \nu_n^{(j)} n_z^{(j)}) e^{i\nu_n^{(j)} \xi^{(j)}(x)} \quad (11)$$

$$g_n^{(j,4)}(x) = i\mu^{(j)}(k_n n_x^{(j)} - \nu_n^{(j)} n_z^{(j)}) e^{-i\nu_n^{(j)} \xi^{(j)}(x)} \quad (12)$$

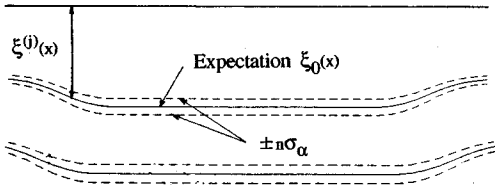
である。ただし、 $(n_x^{(j)}, n_z^{(j)})$ は境界 j での法線ベクトル、 $\xi^{(j)}(x)$ は第 j 境界面の形状であり x の関数である。式

(7), (8) をフーリエ変換し、マトリクス表示すると次式ようになる。ただし、 A は式 (7), (8) における A_n, B_n をまとめたベクトル $\{A_n^T, B_n^T\}$ (添字 T は転置), G は式 (9) から式 (12) までの g_n のフーリエ変換をまとめたマトリクスである。

$$G_s^{(j)} A^{(j)} = G_d^{(j-1)} A^{(j-1)} \quad (13)$$

ここに、添字 s, d はそれぞれ対象とする層の上面 (浅い側) と下面 (深い側) を表す。

同様に、自由表面で $\tau=0$ の条件、および m 層と $m-$



図—2 確率変数としての境界深さ $\xi^{(j)}(x)$

1層での連続条件より次式が得られる。

$$G_s^{(1)} A^{(1)} = H^{(1)} \quad (14)$$

$$G_d^{(m-1)} A^{(m-1)} = H^{(m)} + G_s^{(m)} A^{(m)} \quad (15)$$

これらを堀家による表記法¹⁰⁾でまとめると

$$[D] \{A\} = \{H\} \quad (16)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} [D] &= \begin{bmatrix} G_s^{(1)} & 0 \\ G_d^{(m-1)} E & -G_s^{(m)} \end{bmatrix} \\ \{A\}^T &= \{A^{(1)T} A^{(m)T}\} \\ \{H\}^T &= \{H^{(1)T} H^{(m)T}\} \\ E &= R^{(m-1)} R^{(m-2)} \dots R^{(2)} \\ R^{(j)} &= (G_s^{(j)})^{-1} G_d^{(j-1)} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

式 (16) から得られる散乱係数 A_n , B_n を次式に代入することにより地表面での周波数応答 U が求まる。

$$U = \sum_{n=-N}^N (A_n^{(1)} e^{i\nu_n^{(1)} \xi^{(1)}(x)} + B_n^{(1)} e^{-i\nu_n^{(1)} \xi^{(1)}(x)}) e^{ik_n x} \quad (18)$$

3. 確率 AL 法

図—2 に示すように確率変数として境界形状 $\xi^{(j)}(x)$ を考え、これが次式のように変動する場合を考える。

$$\xi^{(j)}(x) = \xi_0^{(j)}(x) (1 + \alpha) \quad (19)$$

ここに α は期待値 0, 分散 σ_α^2 の微小確率変数であり, $\xi_0^{(j)}(x)$ は $\xi^{(j)}(x)$ の期待値である。本モデルにおいては, 式 (19) の形からわかるように α は x の関数ではなく, また多層系の場合にも z 方向に対して同じ α を用いているので, 境界の変動は各点, 各層で完全相関となっている。

ここで 1 次近似法を式 (16) のマトリクス of 各要素に適用する。例えば式 (9) の第一式は

$$\begin{aligned} g_n^{(j,1)}(x) &= e^{i\nu_n^{(j)} \xi^{(j)}(x)} \\ &= e^{i\nu_n^{(j)} \xi_0^{(j)}(x) (1 + \alpha)} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\frac{dg_n^{(j,1)}}{d\alpha} = i\nu_n^{(j)} \xi_0^{(j)}(x) e^{i\nu_n^{(j)} \xi_0^{(j)}(x) (1 + \alpha)} \quad (21)$$

$$\left. \frac{dg_n^{(j,1)}}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} = i\nu_n^{(j)} \xi_0^{(j)}(x) e^{i\nu_n^{(j)} \xi_0^{(j)}(x)} \quad (22)$$

で与えられるので, $g_n^{(j,1)}$ は 2 次の項まで求めると以下のようなになる。

$$\begin{aligned} g_n^{(j,1)} &= e^{i\nu_n^{(j)} \xi_0^{(j)}(x)} + i\nu_n^{(j)} \xi_0^{(j)}(x) e^{i\nu_n^{(j)} \xi_0^{(j)}(x)} \alpha \\ &\quad - \frac{1}{2} \nu_n^{(j)2} \xi_0^{(j)2}(x) e^{i\nu_n^{(j)} \xi_0^{(j)}(x)} \alpha^2 + \dots \end{aligned} \quad (23)$$

式 (10), (11), (12) の g_n に関する式については Appendix I に示す。これらの式を用いると, $[D]$ の各要素は

$$g = g_0 + g^1 \alpha + g^2 \alpha^2 + \dots \quad (24)$$

の形になる。ここに, g^1 , g^2 はそれぞれ展開した g_n の 1 次の項と 2 次の項である。いま, 式 (16) の $\{A\}$ (係数ベクトル; 未知数), $\{H\}$ の成分 a , h をそれぞれ以下のように展開する。ただし, h の具体的な形は Appendix II に示してある。

$$a = a_0 + a^1 \alpha + a^2 \alpha^2 + \dots \quad (25)$$

$$h = h_0 + h^1 \alpha + h^2 \alpha^2 + \dots \quad (26)$$

このように展開すれば, 摂動法を適用することにより以下の式が得られる。

$$[D_0] \{A_0\} = \{H_0\} \quad (27)$$

$$[D^1] \{A_0\} + [D_0] \{A^1\} = \{H^1\} \quad (28)$$

$$[D^2] \{A_0\} + 2[D^1] \{A^1\} + [D_0] \{A^2\} = \{H^2\} \quad (29)$$

上式より $\{A_0\}$, $\{A^1\}$, $\{A^2\}$ が漸次求められ, 係数ベクトル $\{A\}$ は次式のように展開される。

$$\{A\} = \{A_0\} + \{A^1\} \alpha + \{A^2\} \alpha^2 + \dots \quad (30)$$

結局, 式 (18) で表わされる U は次式のように表現される。

$$\begin{aligned} U &= \sum_{n=-N}^N (A_{n0}^{(1)} e^{i\nu_n^{(1)} \xi_0^{(1)}(x)} + B_{n0}^{(1)} e^{-i\nu_n^{(1)} \xi_0^{(1)}(x)}) e^{ik_n x} \\ &\quad + \sum_{n=-N}^N \{ (A_n^{(1)} + i\nu_n^{(1)} \xi_0^{(1)}(x) A_{n0}^{(1)}) e^{i\nu_n^{(1)} \xi_0^{(1)}(x)} \\ &\quad + (B_n^{(1)} - i\nu_n^{(1)} \xi_0^{(1)}(x) B_{n0}^{(1)}) e^{-i\nu_n^{(1)} \xi_0^{(1)}(x)} \} e^{ik_n x} \alpha + \dots \\ &= U_0 + U_1 \alpha + \dots \end{aligned} \quad (31)$$

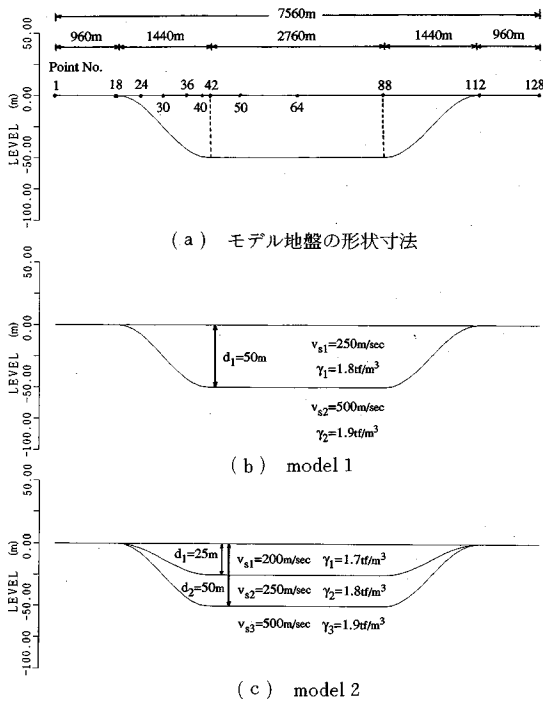
ここに, $A_{n0}^{(1)}$, $B_{n0}^{(1)}$, $A_n^{(1)}$, $B_n^{(1)}$ はそれぞれ, $\{A_0\}$, $\{A^1\}$ における第 1 層の係数ベクトルである。これより, 応答の期待値 U_0 は確定計算と同じ値となり, またその分散は次式を用いて求めることができる。

$$Var[U] = \sigma_U^2 = U_1^2 \sigma_\alpha^2 \quad (32)$$

上式を用いることにより, 境界形状の確率が応答に及ぼす影響を定量的に算出することができる。

4. 確率 AL 法による応答解析

図—3 は本研究で解析の対象とした地盤の解析モデルである。(a) は地盤の形状寸法と解析対象とした各ポイントの位置, (b), (c) はそれぞれ地盤のモデル model 1, model 2 であり, 図中には 2 層地盤, 3 層地盤の境界深さと地盤物性値を示している。AL 法では地層

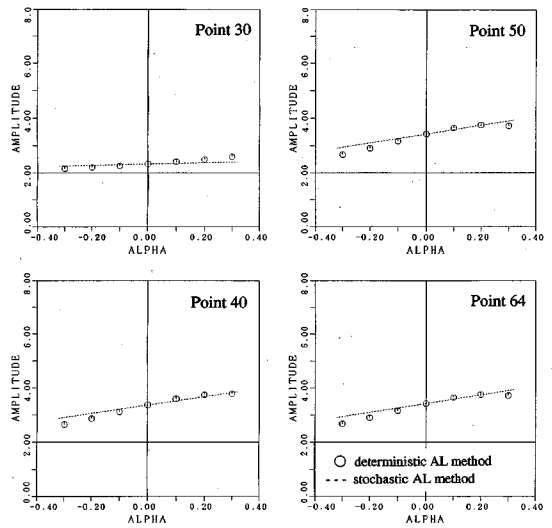


図—3 地盤の解析モデル

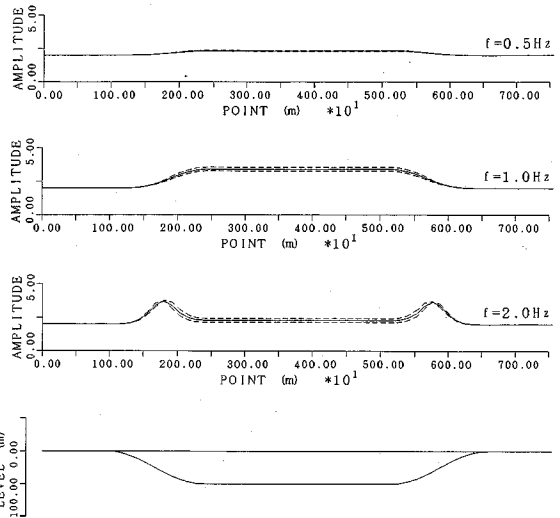
の境界面に離散点を設ける必要があるため、離散点の数を128として解析を行った。これより、 x 方向の離散点の間隔は60mとなり、表層のS波速度(200~250m/sec)とこの離散点間隔60mから算出される振動数の分解能は2Hz程度となるので、本研究では以後の解析における周波数の上限を2Hzに設定した。

図—4は、式(19)において $\alpha = -0.3$ から0.3まで0.1刻みで α を確定的に与えたときのAL法による応答倍率を、確率AL法の結果と比較したものである。丸印が確定解、破線が確率AL法の結果を表す。入射波の振動数は1Hz、対象としたモデルはmodel 1であり、Point 30, 40, 50, 64の4点で両者の比較を行っている。 $\alpha = -0.2$ から0.2程度までは、本手法は確定解をよく追従していることがわかる。

図—5は、model 1において式(19)の確率変数 α が平均値 $\mu = 0$ 、標準偏差 $\sigma_\alpha = 0.2$ で変動した場合の、応答の $\pm 1\sigma_V$ の範囲を示したものである。上から0.5Hz, 1Hz, 2Hzに対応している。 $f = 0.5$ Hzでは応答の変動はほとんど現れていない。同様に図—6はmodel 2に対するものである。model 1と比べ、その変動幅が大きくなっているのが特徴である。また、境界が変動する場合には地盤の固有周期自体が変化するため、応答の変動は単に平均値の上下に等幅で変動するのではなく、上下の一方に偏りを持ったりピークの位置が移動するような傾向も現れる。変動の幅は振動数が高くなる程大きくなる。



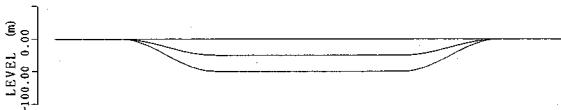
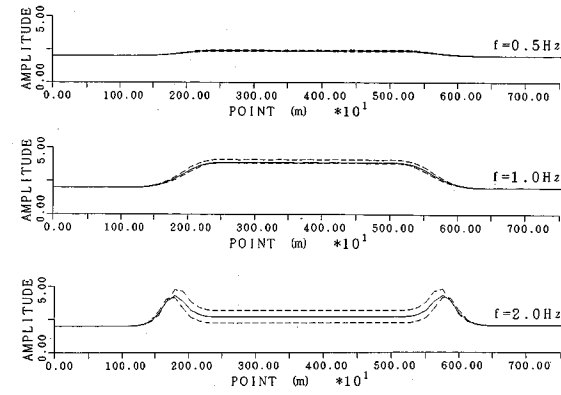
図—4 確定解(丸印)と確率AL法の結果(破線)との比較



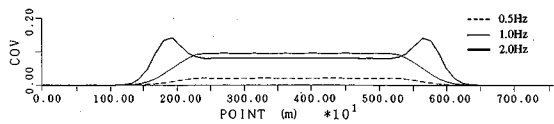
図—5 model 1における応答倍率の期待値と $\pm 1\sigma$ 限界($\sigma_\alpha = 0.2$)

$f = 2$ Hzの場合、地盤中央部分で平均2.7倍、 $\pm 1\sigma_V$ の範囲として2.2倍から3.2倍と大きな変動幅を示しているのに対し、 $f = 1.0$ Hzでは平均3.8倍、 $\pm 1\sigma_V$ の範囲として3.7倍から4.1倍と変動幅は小さい。 $f = 0.5$ Hzではこの傾向はさらに強まる。これは低振動数ほど入射波長が長くなるため、波長に比して境界の変動が小さい場合は地表面の応答にほとんど影響を及ぼさないためである。

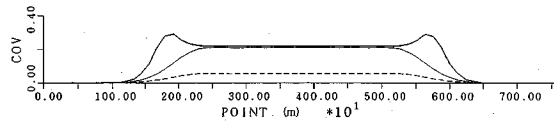
図—7(a), (b)は、model 1, model 2に対して応答の変動係数を求めたものである。波線、細実線、太実線がそれぞれ0.5, 1.0, 2.0Hzに対応している。境界の変動係数が0.2であるのに対し、model 1では応答の



図—6 model 2における応答倍率の期待値と $\pm 1\sigma$ 限界 ($\sigma_a = 0.2$)



(a) model 1

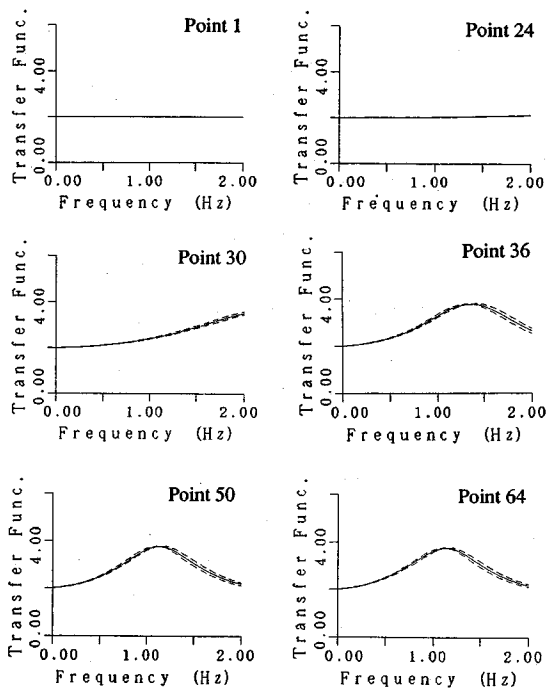


(b) model 2

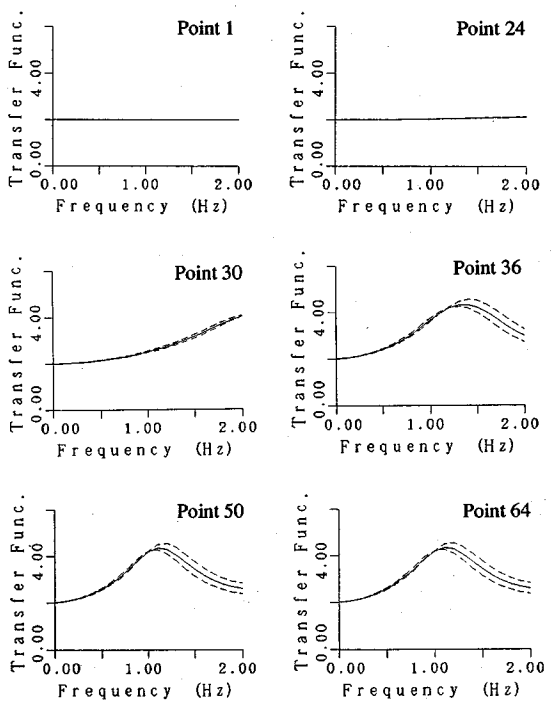
図—7 model 1, model 2 に対する応答の変動係数

変動係数は 0.5, 1.0, 2.0 Hz のすべての入力に対して 0.2 を下回っている。これに対し, model 2 では 0.5 Hz 入力については 0.2 を下回っているものの, 1 Hz 入力では堆積層の上部で境界の変動係数とはほぼ同じ値, 2 Hz 入力では不整形境界部で 0.3 程度と大きな変動を示している。

図—8 (a), (b) は, 各ポイントに着目して 0.1 Hz から 0.1 Hz 刻みで 2.0 Hz まで応答倍率を計算し, 式 (19) の確率変数 α の標準偏差が $\sigma_a = 0.1$ で変動した場合の, その地点での応答倍率の平均と $\pm 1\sigma_V$ をそれぞれ実線と波線で表現したものである。(a) は model 1, (b) は model 2 に対応している。また, 図—8 の Point 1, Point 24 の倍率曲線からもわかるように境界の変動の大きさは深さに比例しているため, これらの点では応答の変動幅はほとんどゼロである。不整形境界部の Point 15 では 1 Hz から高周波数側で変動幅が漸増しているのに対し, Point 50 や Point 64 などの境界がフラットな部分では 0.5 Hz から 1 Hz あたりにおいても変



(a) model 1



(b) model 2

図—8 各地点での応答倍率の期待値と $\pm 1\sigma$ 限界 ($\sigma_a = 0.1$)

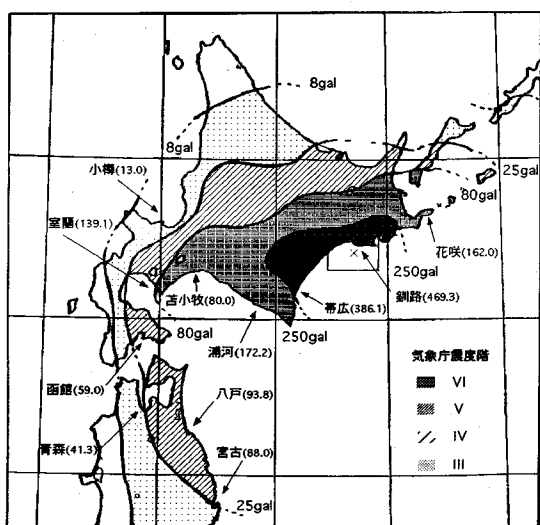


図-9 1993年釧路沖地震における最大加速度の期待値¹⁸⁾

動が大きくなってきている。また、多層になるほど変動が局所的に大きくなる傾向が強まる。

5. 1993年釧路沖地震に対する地盤震動解析への応用

釧路沖では、北米プレートの下に太平洋プレートがめぐり込んでおり、このプレート間には歴史的にも地震が多発している。しかし、1993年の地震はこのプレート間で起こったものではなく、やや深発のプレート内部で生じたものとされている²¹⁾。

図-9は、北海道地方を縦20、横20、合計400個のメッシュで覆い、各交点上での地質条件に基づく増幅度を考慮して最大加速度の期待値を計算した後、この値を用いて等加速度線を描いたもの²²⁾である。等加速度線は、気象庁震度階に対応する8~25 gal (III)、25~80 gal (IV)、80~250 gal (V)、250 gal~(VI) に対して求めている。これより、震源域では250 gal以上の地動加速度が出ており、気象庁震度VI以上に相当する揺れを受けたことになる。図中に示した数値は、運輸省港湾技術研究所の強震観測網で記録された各港湾の最大加速度²³⁾であるが、釧路市の高台にある地方気象台では900 galを越える最大加速度が観測されている。図-10 (a)はこの気象台で観測された記録のEW成分の0.1 Hz以下をカットした加速度記録であり、この記録を積分して得られる速度、変位波形がそれぞれ (b), (c) である。サンプリング時間間隔は0.02 secである。

北海道建築士会釧路支部²⁴⁾は、「釧路の地盤」と題したボーリングデータ集をまとめている。これによれば、釧路の地形は2段の段丘面からなる台地、釧路平原と呼

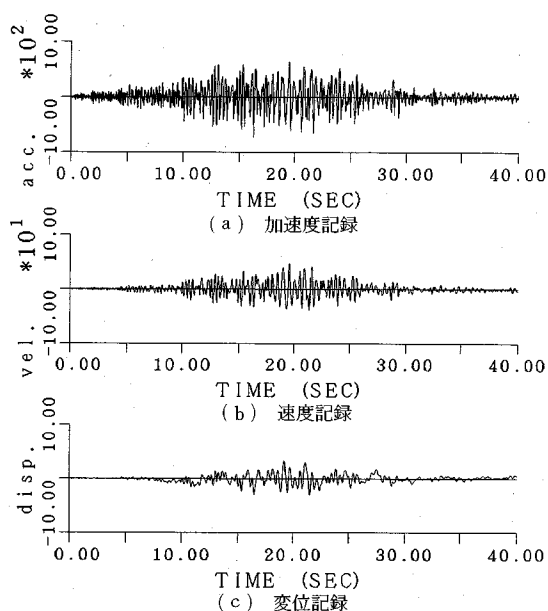


図-10 釧路地方気象台で観測された地震記録

ばれる泥炭地を主体とした低地と海岸沿いの砂丘からなっている。釧路市内の台地は、旧釧路川の東側と、大楽毛の釧路高専裏から鶴岡、駒牧にかけての阿寒川右岸、および左岸の山花、清水方面に見られる。低い方の「釧路段丘」は緑が岡、紫雲台、白樺台、浦見町や富士見町の官庁街のある標高30~60 mの面である。高い方の「根室段丘」は青雲台から白樺台、武佐川より東方の地域であり、標高70~140 mの面である。泥炭地は極めて湿潤で、標高は10 mを超えることはほとんどなく、極めて緩い勾配で東南方向に傾斜している。阿寒川、仁々士別川、旧釧路川などは泥炭地を北西から東南方向に流下しており、河川沿いには氾濫堆積物からなる自然堤防が形成されている。泥炭地の前面の海岸沿いには約1.5 kmの幅で東西に伸びる砂丘群が発達し、多くは幅20~30 mの砂丘列が海岸に平行に10列ほど数えられ、標高は最大で8 mであるが、大楽毛と釧路市街では砂丘は無くなっている。

図-11は釧路市街を南南東から北北西に横切る一測線であり、この断面は第3紀漸新世(2500~3700万年前)に堆積した「浦幌層群」と第4紀更新世(100~200万年前)に堆積した「釧路層群」の上ののっている沖積層から成っている。図-12 (a)はこの地質図を基にして作成した地層とN値、および数値計算のためにモデル化した地盤定数、(b)はモデル化した地盤形状および主な建物の位置を示している。

本研究では、この地盤モデルと釧路気象台で得られた観測記録を用いて、不整形地盤境界の変動が地盤の応答

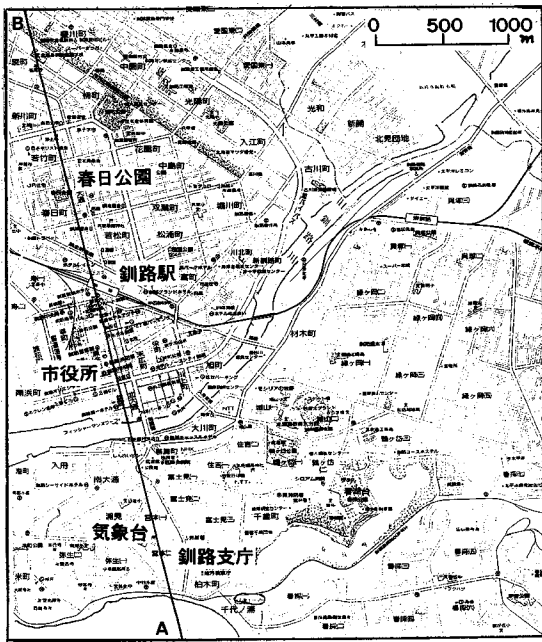
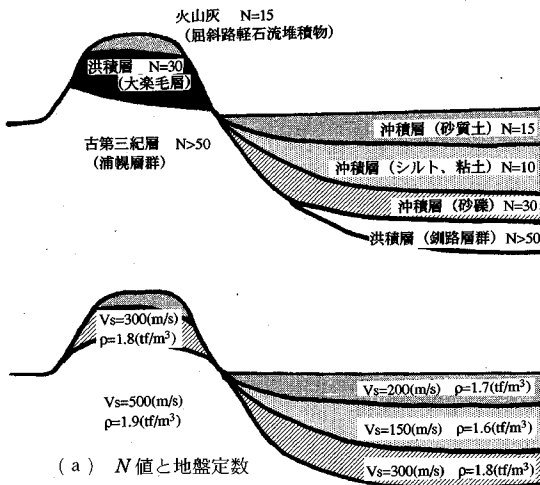
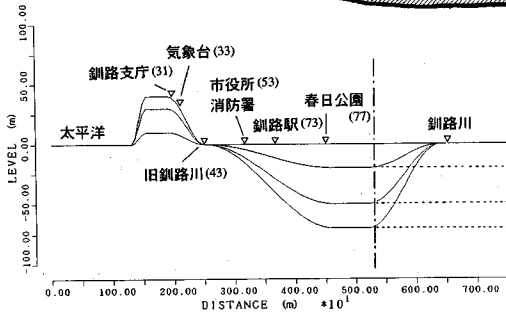


図-11 鋼路市街の解析対象測線



(a) N 値と地盤定数



(b) モデル化した地盤形状

図-12 解析対象断面とそのモデル化 (カッコ内は Point No. を示す.)

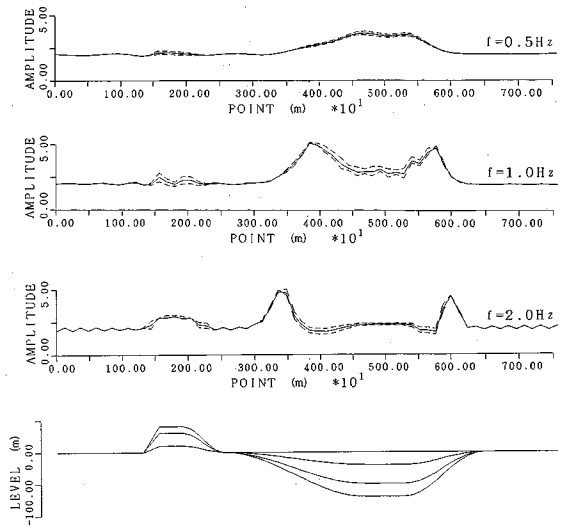


図-13 鋼路地盤の応答倍率の期待値と $\pm 1\sigma$ 限界 ($\sigma_\alpha=0.1$)

に及びず影響を明らかにする目的で、ここで開発した確率AL法を用いて地盤の震動解析を行った。本手法を鋼路沖地震の際の地盤震動解析に適用するにあたっては、上述の地盤モデルの周期性に関する制約から、地盤モデルの右側の境界で基盤層が地表面に現れることになる。鋼路川の地点に対応する地盤構造が図中の破線の様になっていないのはこのためである。波動が水平に伝播してくるような場合には、右側境界での反射波の影響で十分な精度が保証できない恐れがあるが、今回の地震は鋼路のほぼ真下で起こっており、堆積層の外部から水平方向に伝播してくる波を考慮する必要はないものと考えられる。しかし、右側の不整形境界で生成される2次の表面波等の影響は依然として含まれている可能性があるため、この影響を十分に排除するためには、離散点数を増やして堆積層の水平長さを十分大きくとる必要がある。

表層地盤の内部減衰についてはどの層も一律に5%としている。離散点数および離散点間隔は4.で設定したものと同様である。

図-13は、モデル地盤の鉛直下方から0.5 Hz, 1 Hz, 2 Hzの調和波がモデル地盤に入射すると考えたときの地表面における応答倍率である。波線は確率変数 α の標準偏差が $\sigma_\alpha=0.1$ で変動した場合の応答の変動 $\pm 1\sigma$ を示している。入射する波動の振動数が低いときは表層の層厚が厚いところで振幅が大きいが、入射する波動の振動数が高くなると不整形境界面上部での振幅が大きくなっている。このことは図-14に示した変動係数の空間分布からもわかる。すなわち、太実線で描かれた2 Hzの変動係数においては、境界の変動係数0.1に対し

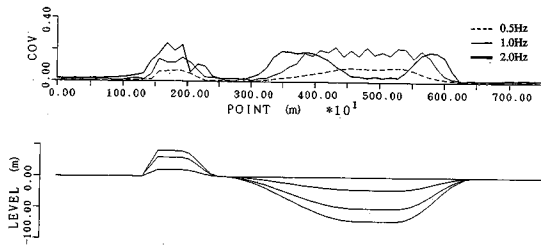


図-14 各振動数ごとの応答の変動係数

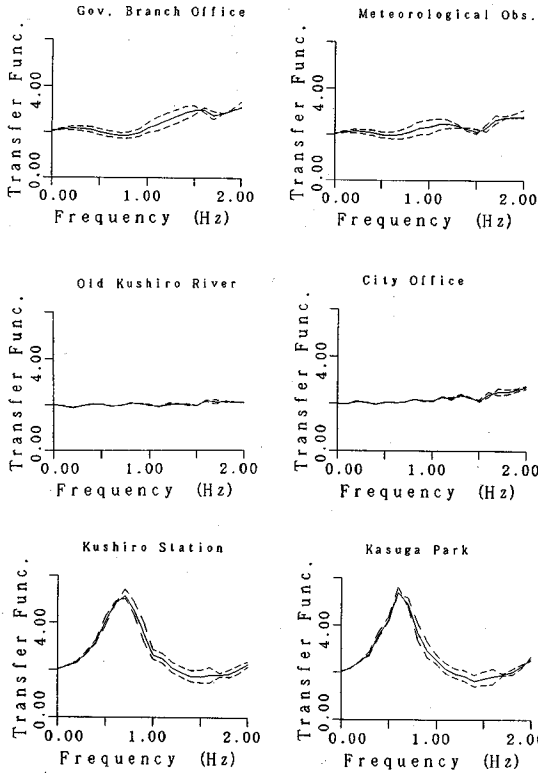
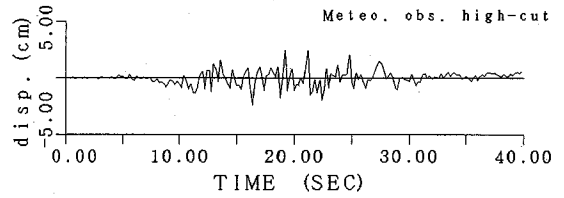


図-15 釧路市内の主な地点での応答倍率の期待値と±1σ境界 ($\sigma_\alpha=0.1$)

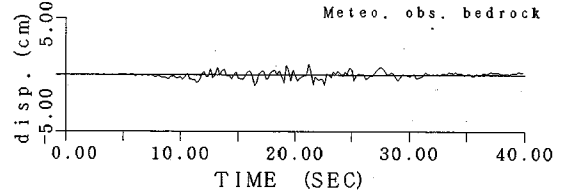
て2倍から3倍の値が不規則な地形部分や不整形境界部で得られている。

図-15は市内の主な地点での応答倍率の平均とその分散を示したものである。確率変数 α の標準偏差は $\sigma_\alpha=0.1$ である。上段左から釧路支庁 (Point 31), 地方気象台 (Point 33), 中段左から旧釧路川 (Point 43), 釧路市役所 (Point 53), そして下段左からJR釧路駅 (Point 73), 春日公園 (Point 77) である。図中の実線は期待値であり、破線は応答の変動 $\pm 1\sigma$ である。

ここで、図-10に示した釧路気象台での変位波形の2 Hz以上をカットし、さらにNyquist振動数を下げるために0.2 sec間隔でサンプリングし直した後、気象台



(a) 地表面波形



(b) 基盤波形

図-16 釧路地方気象台における地表および基盤での変位波形

の応答倍率を基に堆積層の基盤まで波形を戻したものがそれぞれ図-16 (a), (b) である。この (b) の波形に各点での応答倍率をかけて求めた波形が図-17である。太実線が応答の期待値、細実線が+1 σ に対応する応答倍率から求めた波形である。ただし、確率変数 α の標準偏差は $\sigma_\alpha=0.2$ としている。位相の変化はほとんど見られず、ピークの値だけが異なる。図-18はこのピークの値に着目し、その変動を期待値、 $\sigma_\alpha=0.1$, $\sigma_\alpha=0.2$ に対して求めたものである。堆積層の境界が地表面に近いところでは、式 (19) の性質上、境界の変動量自体が小さくなるため、Point 43 (旧釧路川) や Point 53 (釧路市役所) での応答の変動も小さくなっている。これに対して他の地点での応答の変動は顕著であり、例えば、Point 73 (釧路駅) では最大変位 3.21 cm の期待値に対して $\sigma_\alpha=0.1$ に対する応答では1.1倍 (3.47 cm), $\sigma_\alpha=0.2$ に対する応答では1.2倍 (3.73 cm) の値が得られることがわかる。

変動として得られたこの値の大きさについては、地盤を含めた構造物の設計だけを例にとっても、対象とする系によってその判断基準は多種多様であり、対象を特定することなしにその大きさについて工学的な判断を下すことは困難である。しかし、数値計算においてモデル化された地盤境界の変動によって応答がどの程度変動してくるのか、具体的には境界の変動係数に対して応答はどの程度の変動係数を示すのか、あるいはモデル化された境界の想定変動に対して最大地動でどの程度の差が現れるのかが予めわかれば、信頼性設計の観点からも本手法は有用な手段となりうる。

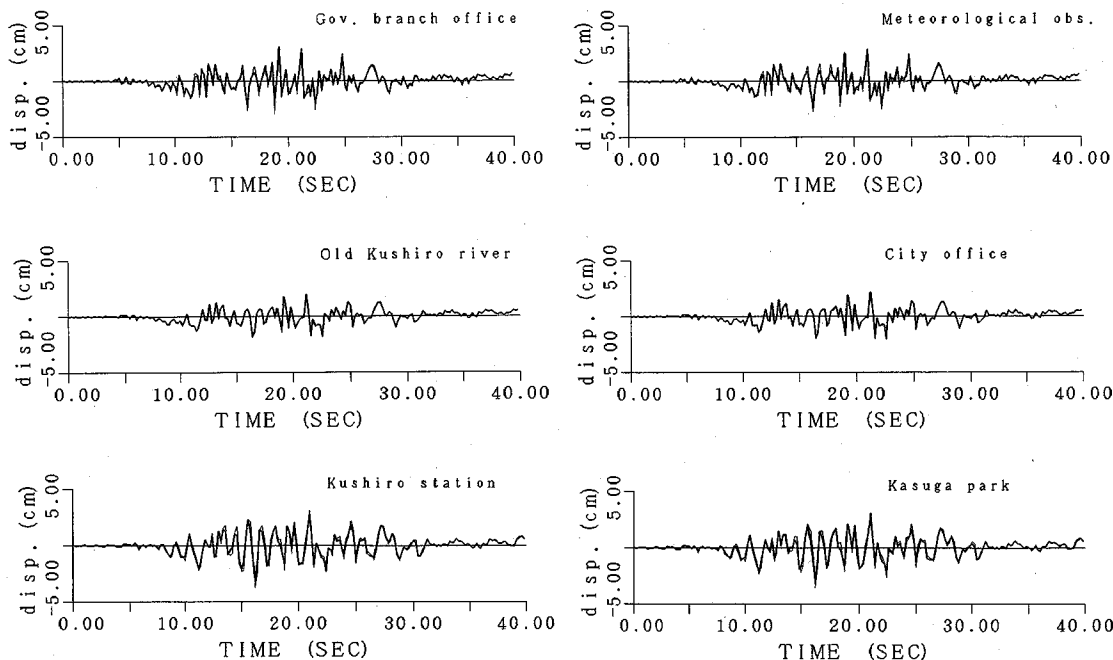


図-17 釧路市内の主な地点での変位波形の期待値と $\pm 1\sigma$ 限界 ($\sigma_\alpha=0.2$)

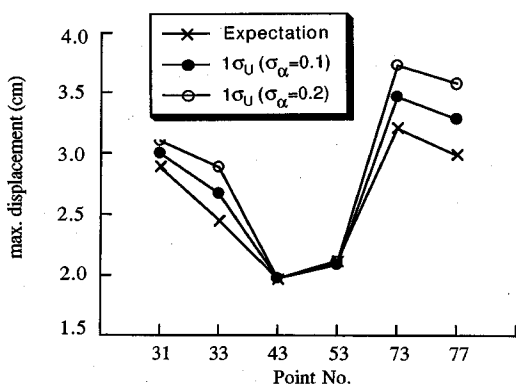


図-18 最大変位の変動の比較

(4) 本手法を釧路市の一断面に適用し、その断面上のいくつかの点での応答倍率の変化を調べた。その結果、変動係数と比較すると、空間的には不規則な地形部分や不整形境界部において境界の変動を上回る変動が現れること、倍率曲線の変動幅は一定ではなく周波数によって変動幅が異なることがわかった。もちろん、入力波形がわかれば、周波数領域だけでなく、地盤境界の変動に対する最大地動等の時間領域での特性の変動の比較も可能であるので、地盤の応答特性を把握する上での利便性も高い。

6. 結 論

本研究で行ったこと及び得られた結果は以下の通りである。

- (1) AL 法に 1 次近似法と摂動法を導入した確率 AL 法を開発した。
- (2) 従来から有限要素法などで行われていた地盤物性値の変動に対する確率応答解析ではなく、境界の不確定性を考慮した定式化を行った。もちろん、地盤物性値の変動に対しても本手法と同様の手順で定式化が可能である。
- (3) 不整形境界が多層になるほど応答の変動が局所的に大きくなる傾向がある。

Appendix I

式展開中の $\xi_0^{(j)}(x)$ は簡単のため ξ_0 と表すものとする。

$$\begin{aligned}
 g_n^{(j,2)}(x) &= e^{-i\nu_n^{(j)}\xi_0^{(j)}(x)} \\
 g_n^{(j,2)}(x) &= e^{-i\nu_n^{(j)}\xi_0^{(j)}(x)} - i\nu_n^{(j)}\xi_0^{(j)}(x)e^{-i\nu_n^{(j)}\xi_0^{(j)}(x)}\alpha + \dots \\
 g_n^{(j,3)}(x) &= i\mu^{(j)}(k_n n_x^{(j)} + \nu_n^{(j)} n_z^{(j)})e^{i\nu_n^{(j)}\xi_0^{(j)}(x)} \\
 &= i\mu^{(j)} \left[k_n \left\{ -\left(\frac{d\xi_0^{(j)}(x)}{dx}\right) \left[1 + \left(\frac{d\xi_0^{(j)}(x)}{dx}\right)^2 \right]^{-1/2} \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \nu_n^{(j)} \left[1 + \left(\frac{d\xi_0^{(j)}(x)}{dx}\right)^2 \right]^{-1/2} \right] e^{i\nu_n^{(j)}\xi_0^{(j)}(x)} \\
 &= i\mu^{(j)} \left[k_n \left\{ -\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right) (1 + \alpha) \right\} \right.
 \end{aligned}$$

$$+i\mu^{(m)}\left[k_0\left\{-\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)(1+\alpha)\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2(1+\alpha)^2\right]^{-1/2}\right\}\right. \\ \left.-\nu_0\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2(1+\alpha)^2\right]^{-1/2}\right]\left(-i\nu_0\xi_0e^{-i\nu_0\xi_0(1+\alpha)}\right)$$

$$\frac{dh_2^{(m)}}{d\alpha}\Big|_{\alpha=0}=i\mu^{(m)}\left[k_0\left\{-\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2\right]^{-1/2}\right\}\right.$$

$$\left.+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^3\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2\right]^{-3/2}\right]$$

$$+\nu_0\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2\right]^{-3/2}\right]e^{i\nu_0\xi_0}$$

$$+i\mu^{(m)}\left[k_0\left\{-\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2\right]^{-1/2}\right\}\right.$$

$$\left.-\nu_0\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2\right]^{-1/2}\right]\left(-i\nu_0\xi_0e^{-i\nu_0\xi_0}\right)$$

$$h_2^{(m)}(x)=i\mu^{(m)}\left[k_0\left\{-\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2\right]^{-1/2}\right\}\right.$$

$$\left.-\nu_0\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2\right]^{-1/2}\right]e^{-i\nu_0\xi_0}$$

$$+i\mu^{(m)}\{[R]-i\nu_0\xi_0[S]\}e^{-i\nu_0\xi_0}\alpha+\dots$$

$$[R]=\left[\left[k_0\left\{-\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2\right]^{-1/2}\right\}\right.\right. \\ \left.+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^3\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2\right]^{-3/2}\right]+\nu_0\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2\right]^{-3/2}\right]$$

$$[S]=\left[k_0\left\{-\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2\right]^{-1/2}\right\}\right]-\nu_0\left[1+\left(\frac{d\xi_0}{dx}\right)^2\right]^{-1/2}\right]$$

参考文献

- 1) Toki, K., T.Sato and J. Kiyono : Modeling of Spatial Variation of Ground Motion on Irregular Profile, *Proc. of 8JEEES*, pp.331-336, 1990.
- 2) 土岐憲三, 佐藤忠信, 清野純史 : 不整形地盤上の地震動の空間分布特性とそのモデル化, 京都大学防災研究所年報第33B-2, pp.1-11, 1990.
- 3) Toki, K. and T. Sato : Seismic Response Analysis of Ground with Irregular Profiles by the Boundary Element Method, *Natural Disaster Science*, Vol.5, No.1, pp.31-52, 1983.
- 4) 東平光生, 吉田 望 : 時間領域の有限要素法と境界要素法の結合解法による地盤震動解析, 土木学会論文集, No.410/I-12, pp.395-404, 1989.
- 5) 福和伸夫, 佐藤俊明, 川瀬 博, 中井正一 : 不整形性を有する沖積地盤の地震観測シミュレーション, 構造工学論文集, Vol.31B, pp.1-10, 1985.
- 6) 土岐憲三, 佐藤忠信, 清野純史, 藤村和也 : 離散化波数法と有限要素法の結合による不整形地盤上の震動解析法, 京都大学防災研究所年報第36B-2, pp.1-15, 1993.
- 7) 額綱一起 : 不整形地盤における地震動, 土木学会論文集, No.437/I-17, pp.1-18, 1991.

- 8) Aki, K. and K. L. Larner: Surface Motion of a Layered Media Having an Irregular Interface Due to Incident Plane SH Waves, *Jour. of Geophys. Res.*, Vol.75, pp.933-954, 1970.
- 9) Kohketu, K. : 2-D reflectivity method and synthetic seismograms in irregularly layered structures. I. SH-wave generation, *Geophys. J.R. astr. Soc.*, Vol.89, pp.821-838, 1987.
- 10) 堀家正則 : 複数の曲がった境界を有する減衰のある媒質の地震動応答計算へのAL法の拡張とそれを用いた堆積盆地の地震動の特性, 地震, 40巻2号, pp.247-257, 1987.
- 11) Horike, M., H. Uebayashi and Y. Takeuchi : Seismic response in three dimensional sedimentary basin due to plane S wave incidence, *J. Phys. Earth*, 38, pp.261-284, 1990.
- 12) 大堀道広, 額綱一起, 南 忠夫 : 不整形地盤への3次元AL法による堆積盆地の地震動解析, 地震研彙報, 65, pp.433-461, 1991.
- 13) 土岐憲三, 佐藤忠信, 清野純史, 福井基史 : 3次元不整形地盤の震動特性について, 京都大学防災研究所年報第35B-2, pp.1-16, 1992.
- 14) 入倉孝次郎 : 地盤の震動特性評価の際の地盤の影響, 京都大学防災研究所年報, 第20号B-1, pp.1-11, 1977.
- 15) 土岐憲三, 佐藤忠信, 佐藤清隆 : 地震動のアレー観測に基づく不整形地盤の震動特性とその同定, 京都大学防災研究所年報, 第27号B-2, pp.1-18, 1984.
- 16) 土岐憲三, 佐藤忠信, 清野純史, 渡辺博志 : 不整形地盤の震動特性とその同定, 第21回土質工学研究発表会議講演概要集, pp.717-720, 1986年.
- 17) 上林宏敏, 堀家正則, 竹内吉弘 : 断層震源による不規則境界を有する堆積盆地の地震動特性, 日本建築学会構造系論文報告集, 413, pp.77-88, 1990.
- 18) 源栄正人, 浦尾謙二 : 波数離散型解法を用いた不規則不整形地盤の波動伝播解析—波数離散型解法とFEMの結合解法—, 日本建築学会大会学術講演梗概集, pp.845-846, 1989.
- 19) 大堀道広, 竹中博士, 額綱一起, 南 忠夫 : Aki-Larner法における計算領域の省力化, 地震2, 第45巻, pp.357-363, 1993.
- 20) 中桐 滋, 久田俊明 : 確率有限要素法入門, 培風館, 1985.
- 21) Bellman, R. : *Perturbation Techniques in Mathematics, Physics and Engineering*, Holt, Rinehart and Winston, 1964.
- 22) 清野純史, 佐藤忠信, 土岐憲三 : 1993年釧路沖地震および北海道南西沖地震の地盤震動強度の推定, 自然災害論文集, 1995.
- 23) 井合 進 : 平成5年(1993)釧路沖地震—港湾地域強震観測結果—, 1993.
- 24) 釧路の地盤 : 北海道建築士会釧路支部, 釧路第一印刷株式会社, 1982.

(1994.8.31 受付)

DEVELOPMENT OF STOCHASTIC AKI-LARNER METHOD AND ITS APPLICATION TO SEISMIC RESPONSE ANALYSIS OF THE GROUND

Junji KIYONO, Kenzo TOKI and Tadanobu SATO

Seismic ground motions on layered media with irregular interface are not uniform because of the effects of focusing and scattering effects. In Aki-Larner method, the scattered wave field is represented by the combination of the plane wave, and the coefficients that satisfy the boundary condition approximately are determined. Subsurface conditions embrace many uncertain factors such as the assessment of irregularities in interfaces and properties of the layered media. In this paper, we developed stochastic Aki-Larner method with which to investigate the effects of the variation of subsurface soil profile. The first order approximation method and perturbation technique are incorporated in Aki-Larner method, and estimate the seismic ground responses taking into account the uncertain modeling of irregular interfaces.