

多孔質飽和弾性体に対する薄層要素を用いた加振解

北村泰寿¹・浅井 聡²

¹正会員・工博 神戸大学教授 工学部建設学科 (〒657 神戸市灘区六甲台町)

²正会員 工修 電源開発(株)

本研究では、Biotの複合体理論に基づき、多孔質飽和弾性体に対する薄層要素を用いた加振解を誘導した。得られた薄層法加振解を境界要素法解との比較によって検証するとともに、薄層分割数による解の精度についても検討した。応用例として、透水性の異なる数例の層状地盤の動的挙動を調べ、透水層内の間隙水圧上昇に関する知見を得た。

Key Words : fluid-saturated poroelastic medium, thin layered element, dynamic load, Green function, permeability

1. ま え が き

臨海地帯に建設される構造物の動的解析を行う場合、地盤モデルに間隙水の影響を含めることは合理的である。Biotは、飽和地盤を間隙水で満たされた多孔質弾性体としてとらえ、波動伝播問題の解析の基礎となる理論を提案した¹⁾。このBiotの理論に基づく解析的研究の内、調和加振問題に関する論文には、全無限の飽和多孔質弾性体(以下、飽和媒体と呼ぶ)に対する加振解²⁾、半無限の飽和媒体に対する表面および内部加振解^{3)~6)}、剛基盤上の飽和媒体に対する加振解^{7),8)}を取り扱ったものなどがある。また、飽和媒体に対する理論と熱弾性理論との類似性に着目して全無限媒体に対する基本解を誘導し、BEM解析を行った論文^{9),10)}も見られる。筆者らは、文献9)の解を利用して、鏡像の原理によって半無限媒体に対する基本解を求め、飽和媒体-流体系のBEM解析を行っている¹¹⁾。これらの研究は、いずれも解析解を求めるか、この解を利用したBEM解析であるため、多層構造の飽和媒体を取り扱うことは容易ではない。

一方、多層弾性地盤中を伝播する波動の解析手法として薄層要素法がある^{12)~14)}。この方法は、FEM解析におけるエネルギー伝達境界として用いられることは周知である。さらに、この薄層要素を用いて、正弦波加振力に対する解が解析的に求まることも見い出されている^{15)~17)}。また、最近では、飽和媒体に対しても薄層要素法が応用されている^{18),19)}。しかし、これらの論文は文献12)~14)と同じ範疇に入るもので、文献15)~17)に相当する正弦波加振力に対する解は得られていない。このような状況において、本研究は文献17)の手法

を飽和媒体に応用して、正弦波加振力に対する解(以下、薄層法加振解と呼ぶ)を求めたものである。また、文献11)の基本解を利用したBEM解析結果と比較して、求めた薄層法加振解を検証した。

2. 基 礎 式

飽和媒体は、空隙を有する弾性骨格と空隙を完全に満たす圧縮性の流体で構成されているものとする。Biotの理論には有効応力を用いた定式と全応力を用いた定式が見られるが、両者の定式は簡単な関係で結ばれている。いま、直角座標系において、全応力表示を用いれば、周波数領域における飽和媒体の動的応答を支配する基礎式は以下ようになる。なお、時間項 $e^{-i\omega t}$ は省略し、物体力は考えない。

構成則

$$\sigma_{ij} = 2Ge_{ij} + \lambda\delta_{ij}e - \alpha\delta_{ij}p \quad (1)$$

$$p = \frac{R}{\beta^2}(\zeta - \alpha e) \quad (2)$$

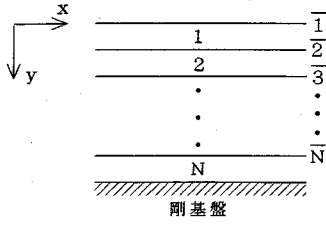
平衡方程式

$$\sigma_{i,jj} = -\omega^2\rho u_i - \omega^2\beta\rho v_i \quad (3)$$

一般化されたダルシー則

$$q_i = -\kappa \left\{ p_{,i} - \omega^2\rho_i u_i - \frac{\omega^2(\rho_a + \beta\rho_f)}{\beta} v_i \right\} \quad (4)$$

ここに、 σ_{ij} は全応力、 p は水圧、 u_i は骨格の変位、 e_{ij} は骨格のひずみ、 e 、 ζ は骨格と間隙水の体積ひずみ、 β は間隙率、 v_i は骨格と間隙水の相対変位、 q_i は見掛上の法線方向への流速、 λ 、 G はラーメの定数、 κ は透水



図一 薄層モデル

性を表す係数, ρ , ρ_f は飽和媒体と間隙水の密度, ρ_a は慣性力の相互作用に関する質量連成係数である。なお, 添字 i, j は座標方向の成分を表わす。また, α は Biot の有効応力係数, R は Biot の用いた構成則の係数で, 詳細は文献 9) に譲る。

これらの基礎式より, 変位 u_i, v_i で表わした支配微分方程式が次式のように得られる。

$$Gu_{i,jj} + (\lambda + G)u_{j,ji} + \omega^2 \rho u_i + \omega^2 \rho_f v_i + \frac{R\alpha}{\beta^2} (\alpha u_{i,jj} + \beta v_{i,jj}) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{R\alpha}{\beta^2} u_{i,jj} + \frac{R}{\beta} v_{i,jj} + \omega^2 \rho_f u_i + \frac{\rho_f \omega^2 \beta}{\gamma} v_i = 0 \quad (6)$$

ただし,

$$\gamma = \frac{\omega \beta^2 \rho_f \kappa}{i\beta^2 + \omega \kappa (\rho_a + \beta \rho_f)}$$

3. 薄層モデルの固有値問題

解析対象の地盤は剛基盤を有する二次元飽和媒体である。図一に示すように, この地盤を水平面に平行な N 個の薄層に分割した離散化モデルを考える。このとき, 第 m 層内の変位は, 1 次の変位関数を用いて次式のように表わされる。

$$\begin{Bmatrix} \tilde{u}_i \\ \tilde{v}_i \end{Bmatrix}_m = N_1 \begin{Bmatrix} \tilde{u}_i^{\bar{m}} \\ \tilde{v}_i^{\bar{m}} \end{Bmatrix} + N_2 \begin{Bmatrix} \tilde{u}_i^{\bar{m}+1} \\ \tilde{v}_i^{\bar{m}+1} \end{Bmatrix} \quad (7)$$

ここに, \tilde{u}_i, \tilde{v}_i は第 m 層内の変位, $\tilde{u}_i^{\bar{m}}, \tilde{v}_i^{\bar{m}}$ は第 m 層上端の変位, $\tilde{u}_i^{\bar{m}+1}, \tilde{v}_i^{\bar{m}+1}$ は第 m 層下端の変位, N_1, N_2 は変位関数である。なお, 下付き添字 i は, 以下 x, y 方向の成分を表わす。また, \sim は x に関するフーリエ変換を施した波数領域 (ξ) での値を意味する。

式 (5), (6) のフーリエ変換式に, 式 (7) の関係を考慮してガラーキン法を適用すれば, 第 m 層に対する剛性方程式が次式のようにマトリックス表現で得られる。

$$\begin{bmatrix} \xi^2 [a_1] + [c_1] & \xi [b_3] & \xi^2 [a_4] + [c_5] & -\xi [b_2]^T \\ \xi [b_3]^T & \xi^2 [a_2] + [c_2] & \xi [b_2] & [c_6] \\ \xi^2 [a_4] + [c_5] & \xi [b_2]^T & \xi^2 [a_3] + [c_3] & \xi [b_1]^T \\ -\xi [b_2] & [c_6] & \xi [b_1] & [c_4] \end{bmatrix}_m \times \begin{Bmatrix} \{\tilde{u}_x^*\} \\ -\{\tilde{u}_y^*\} \\ \{\tilde{v}_x^*\} \\ \{\tilde{v}_y^*\} \end{Bmatrix}_m = \begin{Bmatrix} \{\tilde{\sigma}_{xx}^*\} \\ \{\tilde{\sigma}_{yy}^*\} \\ \{0\} \\ \beta \{\tilde{p}^*\} \end{Bmatrix}_m \quad (8)$$

ただし,

$$[a_1] = \left(\lambda + 2G + \frac{R\alpha^2}{\beta^2} \right) [d], [a_2] = -G[d],$$

$$[a_3] = R[d], [a_4] = \frac{\alpha}{\beta} [a_3], [b_1] = \frac{iR}{2} [h],$$

$$[b_2] = -\frac{\alpha}{\beta} [b_1], [c_1] = G[f] - [m],$$

$$[b_3] = -\frac{i}{2} (\lambda [h]^T - G[h]) + \frac{\alpha}{\beta} [b_2]^T,$$

$$[c_2] = -\left(\lambda + 2G + \frac{R\alpha^2}{\beta^2} \right) [f] + [m],$$

$$[c_3] = -\frac{\rho_f \omega^2 \beta^2}{\gamma} [d], [c_4] = -[c_3] - R[f],$$

$$[c_5] = \frac{\gamma}{\beta} [c_3], [c_6] = [c_5] + \frac{R\alpha}{\beta} [f],$$

$$[m] = \rho \omega^2 [d], [d] = \frac{H}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$[f] = \frac{1}{H} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, [h] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$\{\tilde{u}_x^*\}_m^T = \{\tilde{u}_i^{\bar{m}}, \tilde{u}_i^{\bar{m}+1}\}, \{\tilde{v}_x^*\}_m^T = \{\tilde{v}_i^{\bar{m}}, \tilde{v}_i^{\bar{m}+1}\},$$

$$\{\tilde{\sigma}_{ii}^*\}_m^T = \{\tilde{\sigma}_{ii}^{\bar{m}}, \tilde{\sigma}_{ii}^{\bar{m}+1}\}, \{\tilde{p}^*\}_m^T = \{\tilde{p}^{\bar{m}}, \tilde{p}^{\bar{m}+1}\}$$

また, ξ は波数の次元をもつ変数, H は薄層の厚さである。

式 (8) を全薄層に対して重ね合わせる。このとき, 最下端での境界条件として, 骨格, 間隙水ともに変位を 0 とおけば, 次式の全体剛性方程式を得る。

$$(\xi^2 [A] + \xi [B] + [C]) \{\bar{\Delta}\} = \{\bar{T}\} \quad (9)$$

ただし,

$$\{\bar{\Delta}\}^T = \{\{\tilde{u}_x^*\}^T, -\{\tilde{u}_y^*\}^T, \{\tilde{v}_x^*\}^T, \{\tilde{v}_y^*\}^T\}$$

$$\{\bar{T}\}^T = \{\{\tilde{\sigma}_{xx}^*\}^T, \{\tilde{\sigma}_{yy}^*\}^T, \{0\}^T, \beta \{\tilde{p}^*\}^T\}$$

$$\{\tilde{u}_x^*\}^T = \{\tilde{u}_i^{\bar{1}}, \tilde{u}_i^{\bar{2}}, \dots, \tilde{u}_i^{\bar{N}}\}$$

$$\{\tilde{v}_x^*\}^T = \{\tilde{v}_i^{\bar{1}}, \tilde{v}_i^{\bar{2}}, \dots, \tilde{v}_i^{\bar{N}}\}$$

$$\{\tilde{\sigma}_{ii}^*\}^T = \{\tilde{\sigma}_{ii}^{\bar{1}}, \tilde{\sigma}_{ii}^{\bar{2}}, \dots, \tilde{\sigma}_{ii}^{\bar{N}}\}$$

$$\{\tilde{p}^*\}^T = \{\tilde{p}^{\bar{1}}, \tilde{p}^{\bar{2}}, \dots, \tilde{p}^{\bar{N}}\}$$

また, N は層数, 右上添字 $\bar{\quad}$ 付き数字は層上端の境界を意味する。マトリックス $[A], [B], [C]$ は式 (8)

から容易に得られる。

式(9)の右辺を0と置けば、次式のような形の2次の固有値問題が形成される。

$$(\xi_j^2[A] + \xi_j[B] + [C])\{\Delta_j\} = 0 \quad (10)$$

ここに、 ξ_j は固有値、 $\{\Delta_j\}$ は固有ベクトル、下付き添字 j は次数を意味する。この固有値問題を解くため、文献17)の手法に従って、式(10)を2つの式に分解する。

$$(\xi_j^2[E] + [F])\{\Phi_j\} = 0 \quad (11)$$

$$(\xi_j^2[E]^T + [F]^T)\{\Psi_j\} = 0 \quad (12)$$

ただし、

$$[E] = \begin{bmatrix} [A_1] & [0] & [A_4] & [0] \\ [B_3]^T & [A_2] & [B_2] & [0] \\ [A_4] & [0] & [A_3] & [0] \\ -[B_2] & [0] & [B_1] & [0] \end{bmatrix},$$

$$[F] = \begin{bmatrix} [C_1] & [B_3] & [C_5] & -[B_2]^T \\ [0] & [C_2] & [0] & [C_6] \\ [C_5] & [B_2]^T & [C_3] & [B_1]^T \\ [0] & [C_6] & [0] & [C_4] \end{bmatrix}$$

$$\{\Phi_j\}^T = \{(\tilde{\phi}_{x,j}^*)^T, -\xi_j(\tilde{\phi}_{y,j}^*)^T, (\tilde{\phi}_{z,j}^*)^T, \xi_j(\tilde{\phi}_{w,j}^*)^T\}$$

$$\{\Psi_j\}^T = \{\xi_j(\tilde{\phi}_{x,j}^*)^T, -(\tilde{\phi}_{y,j}^*)^T, \xi_j(\tilde{\phi}_{z,j}^*)^T, (\tilde{\phi}_{w,j}^*)^T\}$$

ここに、 $\{\tilde{\phi}_{x,j}^*\}$ 、 $\{\tilde{\phi}_{y,j}^*\}$ は変位 $\{\tilde{u}_x^*\}$ 、 $\{\tilde{v}_y^*\}$ に対応する j 次の固有モードである。また、 $[A_1]$ 、 $[A_2]$ 、 \dots 、 $[B_1]$ 、 \dots 、 $[C_1]$ 、 $[C_2]$ 、 \dots は、 $[a_1]$ 、 $[a_2]$ 、 \dots 、 $[b_1]$ 、 \dots 、 $[c_1]$ 、 $[c_2]$ 、 \dots を全薄層に対して重ね合わせたものである。式(11)、(12)は ξ^2 についての線形固有値問題となり、どちらも同じ固有値を持つ。 $\{\Phi_j\}$ を右ベクトル、 $\{\Psi_j\}$ を左ベクトルと呼び、これらのベクトルは直交条件を満たす。

4. 薄層法加振解

いま、波数領域での運動方程式として、式(9)の代わりに式(11)のタイプのつり合い式を考える。

$$(\xi^2[E] + [F])\{\tilde{U}\} = \{\tilde{P}\} \quad (13)$$

ただし、

$$\{\tilde{U}\}^T = \{(\tilde{u}_x^*)^T, -\xi(\tilde{u}_y^*)^T, (\tilde{v}_z^*)^T, \xi(\tilde{v}_w^*)^T\}$$

$$\{\tilde{P}\}^T = \{(\tilde{\sigma}_{xx}^*)^T, \xi(\tilde{\sigma}_{yy}^*)^T, \{0\}^T, \xi\beta(\tilde{p}^*)^T\}$$

文献17)の手法に従って、固有ベクトルの直交条件を次式のようにおく。

$$[\Psi]^T[F][\Phi] = \text{diag}(\xi_j) = [K_R] \quad (14)$$

ただし、

$$[\Phi] = \{[\Phi_1], [\Phi_2], \dots, [\Phi_{4N}]\}$$

$$[\Psi] = \{[\Psi_1], [\Psi_2], \dots, [\Psi_{4N}]\}$$

このとき、式(13)において、 $\{\tilde{U}\}$ の係数マトリク

スの逆行列は解析的に求まり、変位 $\{\tilde{U}\}$ は次式のように表せる。

$$\{\tilde{U}\} = [\Phi][K_R]^{-1}[[I] - \xi^2[K_R]^{-2}]^{-1}[\Psi]^T\{\tilde{P}\} \quad (15)$$

ここに、 $[I]$ は単位マトリックスである。これより、つぎに示すように、変位解は固有モードの重ね合わせで表わすことができる。

$$\begin{bmatrix} \{\tilde{u}_x^*\} \\ -\{\tilde{u}_y^*\} \\ \{\tilde{v}_z^*\} \\ \{\tilde{v}_w^*\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [X][D_1][X]^T \\ [Y][D_2][X]^T & [Y][D_1][Y]^T \\ [V][D_1][X]^T & [V][D_2][Y]^T \\ [W][D_2][X]^T & [W][D_1][Y]^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{\tilde{\sigma}_{xx}^*\} \\ \{\tilde{\sigma}_{yy}^*\} \\ \{0\} \\ \beta\{\tilde{p}^*\} \end{bmatrix} \quad (16)$$

sym.

$$\begin{bmatrix} [V][D_1][V]^T \\ [W][D_2][V]^T & [W][D_1][W]^T \end{bmatrix}$$

ただし、

$$[D_1] = \text{diag}\left(\frac{\xi_j^2}{\xi_j^2 - \xi^2}\right), [D_2] = \text{diag}\left(\frac{\xi_j \xi_j}{\xi_j^2 - \xi^2}\right)$$

また、 $[X]$ 、 $[Y]$ 、 $[V]$ 、 $[W]$ は変位成分 $\{\tilde{u}_x^*\}$ 、 $\{\tilde{u}_y^*\}$ 、 $\{\tilde{v}_z^*\}$ 、 $\{\tilde{v}_w^*\}$ に対応する固有モードで、全次数のモードで構成される。いま、マトリックス $[X]$ を具体的に示すと、式(11)、(12)の固有モードを用いてつぎのように表わされる。

$$[X] = \{(\tilde{\phi}_{x,1}^*), (\tilde{\phi}_{x,2}^*), \dots, (\tilde{\phi}_{x,4N}^*)\}$$

$$(\tilde{\phi}_{x,j}^*)^T = \{\tilde{\phi}_{x,j}^{1*}, \tilde{\phi}_{x,j}^{2*}, \dots, \tilde{\phi}_{x,j}^{4N*}\}$$

なお、 $[Y]$ 、 $[V]$ 、 $[W]$ については、同様の形となるので省略する。

鉛直加振の場合について、波数領域での変位解を示す。第 n 層上端に作用する加振力による、第 m 層上端の骨格変位は次式ようになる。

$$\tilde{u}_x^m = \sum_{j=1}^{4N} \frac{\xi_j \xi_j}{\xi_j^2 - \xi^2} \phi_{x,j}^m \phi_{y,j}^n \tilde{\sigma}_{yy}^n \quad (17)$$

$$\tilde{u}_y^m = - \sum_{j=1}^{4N} \frac{\xi_j^2}{\xi_j^2 - \xi^2} \phi_{y,j}^m \phi_{y,j}^n \tilde{\sigma}_{yy}^n \quad (18)$$

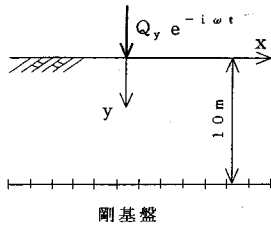
ここで、 $\tilde{\sigma}_{yy}^n$ は第 n 層上端に作用する加振力のフーリエ変換である。加振力が振幅 Q_y^n の点加振の場合、 $\tilde{\sigma}_{yy}^n = Q_y^n$ となり、 ξ には無関係である。したがって、式(17)、(18)にフーリエ逆変換を施せば、骨格変位はつぎのように得られる。

$$u_x^m = \sum_{j=1}^{4N} J_{1j} \phi_{x,j}^m \phi_{y,j}^n Q_y^n \quad (19)$$

$$u_y^m = - \sum_{j=1}^{4N} J_{2j} \phi_{y,j}^m \phi_{y,j}^n Q_y^n \quad (20)$$

フーリエ逆変換に伴う積分は、次式のように解析的に評価できる^{17),20)}。

$$J_{1j} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi_j \xi_j}{\xi_j^2 - \xi^2} e^{i\xi x} d\xi$$



図—2 計算モデルと境界要素配置

$$= \begin{cases} \frac{\xi_j}{2i} e^{i\xi_j x} & (x > 0) \\ 0 & (x = 0) \\ -\frac{\xi_j}{2i} e^{-i\xi_j x} & (x < 0) \end{cases}$$

$$J_{2j} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\xi_j^2}{\xi_j^2 - \xi^2} e^{i\xi x} d\xi$$

$$= \begin{cases} \frac{\xi_j}{2i} e^{i\xi_j x} & (x > 0) \\ \frac{\xi_j}{2i} e^{-i\xi_j x} & (x \leq 0) \end{cases}$$

ただし、固有値 ξ_j は正の実数か $\text{Im}(\xi_j) > 0$ のものを選択する。

応力解について、間隙水圧を例にとり簡単に補足しておく。式(8)より、第 m 層の間隙水圧は次式で表わされる。

$$[\hat{p}^*]_m = -\xi [b_2]_m \{\hat{u}_x^*\}_m - [c_6]_m \{\hat{u}_y^*\}_m + \xi [b_1]_m \{\hat{v}_x^*\}_m + [c_4]_m \{\hat{v}_y^*\}_m \quad (21)$$

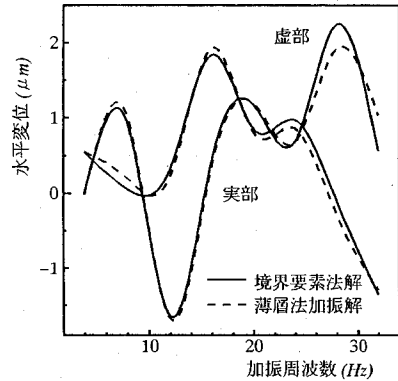
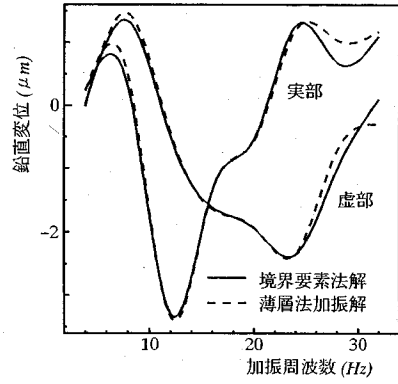
上式に、変位 $\{\hat{u}_x^*\}_m$ 、 $\{\hat{v}_x^*\}_m$ を代入し、フーリエ逆変換を施せば、間隙水圧は次式のように得られる。

$$\begin{cases} \hat{p}^m \\ \hat{p}^{m+1} \end{cases} = \sum_{j=1}^N \left[-\xi_j [b_2]_m \begin{cases} \phi_{x,j}^m \\ \phi_{x,j}^{m+1} \end{cases} - [c_6]_m \begin{cases} \phi_{y,j}^m \\ \phi_{y,j}^{m+1} \end{cases} + \xi_j [b_1]_m \begin{cases} \phi_{x,j}^m \\ \phi_{x,j}^{m+1} \end{cases} + [c_4]_m \begin{cases} \phi_{y,j}^m \\ \phi_{y,j}^{m+1} \end{cases} \right] J_{2j} \phi_{y,j}^n Q_y^n / \beta \quad (22)$$

5. 計算結果とその考察

(1) 境界要素法解との比較

本研究で求めた薄層法加振解を検証するため、文献11)に得られている半無限基本解を用いた境界要素法解と比較する。計算例としては、深さ10mの位置に剛基盤を有する多孔質飽和弾性地盤の表面の鉛直点加振力による表面変位を調べる。境界要素法解析では、図—2に示すように、剛基盤面に一定要素を配置する。せん断波の波長を λ_s とするとき、対象とする周波数範囲にお



図—3 薄層法加振解の検証

いて、要素長は $\lambda_s/10$ 以下、境界全長は $3\lambda_s$ 以上とする。また、薄層要素の厚さは、弾性地盤に対して薄層要素法加振解を適用した経験より、 $\lambda_s/25$ 以下 ($H=0.25$ m, 40層) とする。

地盤定数は、文献18)を参考にして、以下に示す値を用いる。

$$\lambda = G = 80 \text{ MPa}, \quad \kappa = 1.0 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{N}\cdot\text{s}, \quad \beta = 0.375, \quad \rho = 2.6 \text{ t/m}^3, \quad \rho_f = 1.0 \text{ t/m}^3, \quad \rho_a = 150 \text{ kg/m}^3, \quad \nu_u = 0.48, \quad B = 0.94$$

ここに、 ν_u は非排水ポアソン比、 B はスケンプトン係数である。また、鉛直点加振力の大きさは、

$$Q_y^1 = (Q_y) = 1.0 \text{ kN}$$

とする。

図—3は、加振点から5mの地表面における、骨格変位の周波数応答である。低周波数と高周波数域で若干差異が生じているが、薄層法加振解は境界要素法解とほぼ一致していると見なせる。比較の基準とする境界要素法解も数値近似解であるため、厳密な検証とは言えないが、本研究で求めた薄層法加振解は有効な解と認められよう。

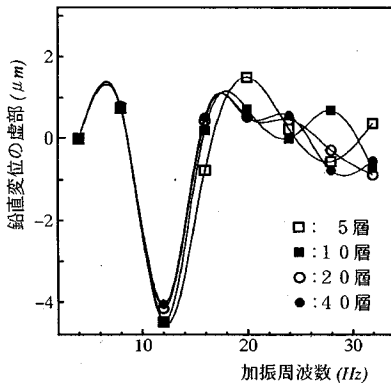
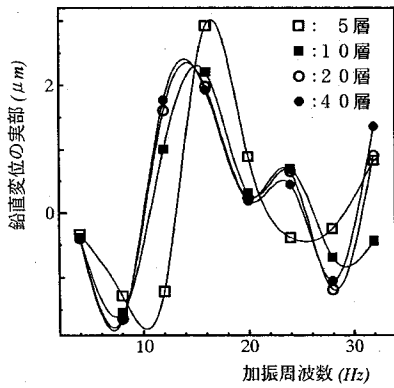


図-4 層分割数が変位解に及ぼす影響

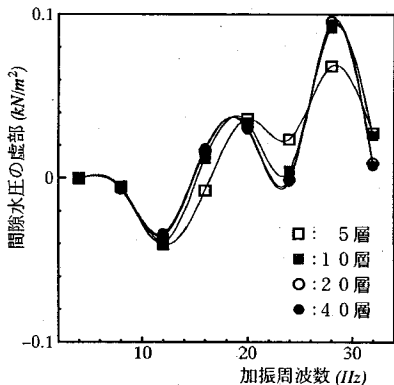
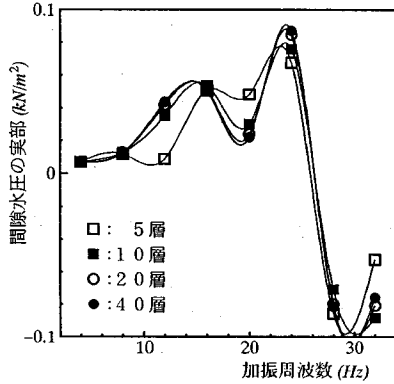


図-5 層分割数が間隙水圧に及ぼす影響

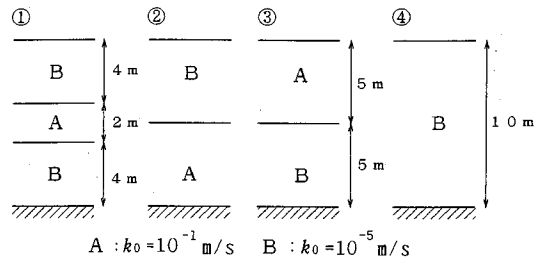


図-6 透水係数の異なる層状地盤モデル

(2) 薄層要素の厚さに対する検討

層厚を小さくすれば厳密解に近づくことになるが、計算コストが掛かることになる。地盤定数等の計算条件を前節と同じとして、層厚の影響を調べたものが図-4、5である。図-4は、加振点から10mの地表面における、骨格の鉛直変位の周波数応答である。また、図-5は、加振点から10m離れた深さ4m地点の間隙水圧の周波数応答である。

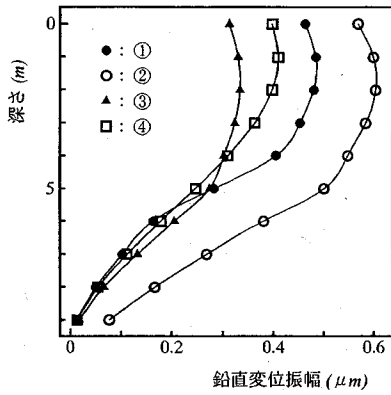
両図より、5層分割は問題外として、10層程度になれば、20 Hz以下ではほぼ問題はないと言えよう。なお、20 Hzのとき、薄層厚は $\lambda_s/10$ となっている。また、20層に分割すれば、25 Hz程度までは精度は十分であると見せる。25 Hzのとき、薄層厚は $\lambda_s/16$ になる。これから判断して、図-3の薄層法加振解において、薄層厚を $\lambda_s/25$ に設定したことは精度上十分であった。

(3) 多層地盤への適用例

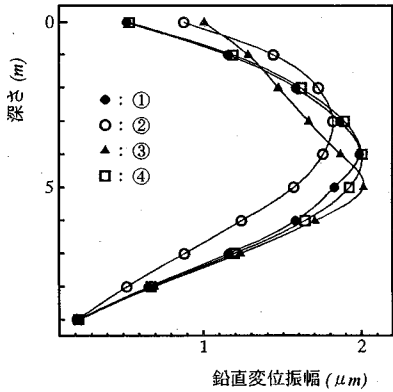
透水係数が異なる層を有する多層地盤において、表面の鉛直点加振による地中の挙動を調べる。対象とした地盤モデルは、図-6に示す4種の地盤である。A層は透水係数が $k_0 = 10^{-1} \text{ m/s}$ の透水層を、B層は $k_0 = 10^{-5} \text{ m/s}$ の難透水層を表わす。透水係数以外の地盤定数は前述のものと同じである。また、①は厚さ2mの透水層が厚さ4mの難透水層に挟まれたモデルで、地下水流の解析にはこの種のモデルが用いられる。②は厚さ5mの透水層の上に難透水層が載るモデル、③は上下の層を入れ換えたモデルで、①のモデルにおける層の組み合わせによる影響が顕著に表われるようなモデル設定である。④は難透水層のみの単層モデルである。

図-7は、振源距離が10m地点における深さ方向の骨格の変位分布を、加振周波数が4 Hzと20 Hzに対して示したものである。同様に、加振周波数が4 Hzと20 Hzに対して、間隙水圧の深さ方向分布を描いたものが図-8である。図-7より、全体的に②、③地盤モデルが特徴的な挙動を示しているのに対し、①、④地盤モデルは比較的似通った挙動となっている。

図-8より、透水層の構成による間隙水圧の変動は、

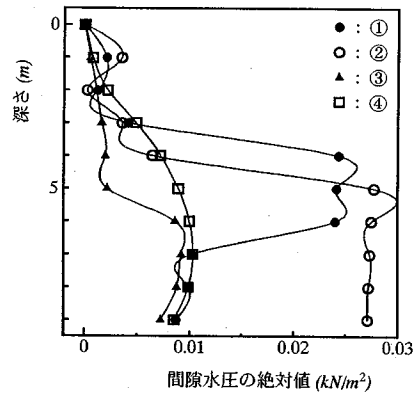


a) 加振周波数 4 Hz のとき

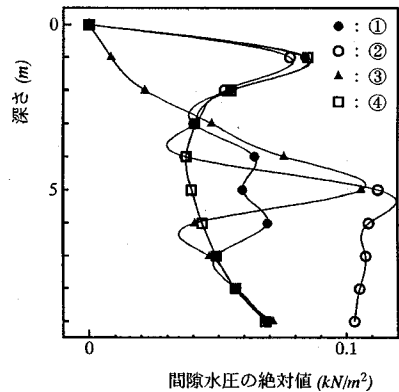


b) 加振周波数 20 Hz のとき

図一七 透水層の構成と深さ方向の変位分布



a) 加振周波数 4 Hz のとき



b) 加振周波数 20 Hz のとき

図一八 透水層の構成と深さ方向の間隙水圧分布

④地盤の間隙水圧分布を中心とする傾向を示している。①、②地盤において、透水層の間隙水圧が大きくなっているが、これは難透水層や剛基盤に挟まれる透水層は被圧状態になるためと考えられる。また、加振周波数が 20 Hz のとき、①、②、④地盤において地表面近くの難透水層内に間隙水圧の上昇が見られる。これは、加振周波数が高く、透水係数が小さいため、地表面での排水による間隙水圧の逸散が生じ難いことによると考えられる。これに対して、地表面に透水層が接している③地盤では、地表面付近に間隙水圧の上昇が生じていない。

6. あとがき

本研究では、土粒子と間隙水の連成運動を考慮にいれた Biot の複合体理論に基づき、Kausel が弾性体に対して用いた薄層法加振解の誘導手法を適用して、剛基盤を有する飽和地盤の内部加振解を求めた。得られた薄層法加振解は、透水性の異なる層を有する多層地盤中の構造物の動的解析へ応用できる。また、Kausel の解と組み合わせ、任意深さに地下水面が存在する地盤の動的解

析も容易に取り扱える利点を有する。

得られた解の検証を境界要素法による解との比較によって行い、薄層法加振解は有効な解であることを確かめた。つぎに、薄層法加振解の精度を調べるため、薄層分割数と変位および間隙水圧の関係を検討した。本研究では、間隙水の存在に影響されないせん断波の波長との比で、薄層の層厚に対する一応の目安を得た。応用例として、透水係数の異なる数例の層状地盤に対する深さ方向の変位分布、間隙水圧分布を調べた。難透水層と剛基盤に挟まれる透水層は被圧状態になり、間隙水圧が大きくなる、また加振周波数が高くなれば、地表面近くの難透水層内で間隙水圧が上昇するなどの現象が認められた。

本研究は二次元地盤モデルに対してまとめたが、三次元地盤モデルへの拡張に大きな障害はない。今後の問題として、地盤下方への波動の逸散を取り入れ、半無限地盤モデルへの拡張が挙げられよう。

参考文献

- 1) Biot, M.A. : Theory of Propagation of Elastic Waves in a

- Fluid-Saturated Porous Solid, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.28, pp.168-178. 1956.
- 2) Norris, A.N. : Radiation from a Point Source and Scattering Theory in a Fluid-Saturated Porous Solid, *J. Acoust. Soc. Am.*, Vol.77, pp.2012-2023, 1985.
 - 3) 小堀鐸二, 立川 剛 : 飽和砂質地盤への複合体理論の定式化について, 日本建築学会論文報告集, 第 220 号, pp. 47-53, 1974.
 - 4) Halpern, M.R. and Christiano, P. : Response of Poroelastic Half-Space to Steady-State Harmonic Surface Traction, *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, Vol.10, pp. 609-632, 1986.
 - 5) 庄 健介, 北村泰寿 : 半無限多孔質飽和弾性体上の円形基礎の動的コンプライアンス, 構造工学論文集, Vol.34 A, pp. 855-864, 1988.
 - 6) 高谷富也, 北村泰寿 : 半無限多孔質飽和弾性体内部の鉛直点加振力による変位解, 土木学会論文集, 第 404 号 / I-11, pp. 279-303, 1989.
 - 7) 高谷富也, 北村泰寿 : 剛基礎を有する多孔質飽和弾性体上の円形基礎の動的鉛直コンプライアンス, 構造工学論文集, Vol.36 A, pp.1-7, 1990.
 - 8) 小堀鐸二, 立川 剛, 宿里勝信 : 沖積層地盤中に根入れ基礎をもつ構造物の回転振動について, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 420 号, pp.111-119, 1991.
 - 9) Cheng, A.H.-D., Badmus, T. and Beskos, D.E. : Integral Equation for Dynamic Poroelasticity in Frequency Domain with BEM Solution, *J. Engng. Mech.*, ASCE, Vol.117, pp.1136-1157. 1991.
 - 10) Dominguez, J. : Boundary Element Approach for Dynamic Poroelastic Problems, *Int. J. Numer. Methods Engng.*, Vol.35, pp.307-324. 1992.
 - 11) 北村泰寿, 網野秀生, 浅井 聡 : 境界要素法を用いた多孔質飽和弾性地盤-流体系の動的解析, 建設工学研究所報告, 第 35 号, pp.141-157, 1993.
 - 12) Lysmer, J. and Waas, G. : Shear Waves in Plane Infinite Structures, *J. Engng. Mech.*, ASCE, Vol.98, pp.85-105, 1972.
 - 13) Kausel, E. and Roesset, J.M. : Dynamic Stiffness of Circular Foundations, *J. Engng. Mech.*, ASCE, Vol.101, pp.771-785, 1975.
 - 14) 田治見宏, 下村幸男 : 3次元薄層要素による建物-地盤系の動的解析, 日本建築学会論文報告集, 第 243 号, pp. 41-51, 1976.
 - 15) Tajimi, H. : A Contribution to Theoretical Prediction of Dynamic Stiffness of Surface Foundations, *Proc. 7th World Conf. Earthq. Engng.*, Istanbul, Vol.5, pp.105-112, 1980.
 - 16) Waas, G. : Dynamisch Belastete Fundamente auf Geshichtetem Baugrund, *VDI-Berichte*, Nr. 381, pp.185-189, 1980.
 - 17) Kausel, E. : An Explicit Solution for the Green Functions for Dynamic Loads in Layered Media, *Research Report R81-13*, No.699, MIT, pp.1-79, 1981.
 - 18) 風間基樹, 野上仁昭 : 薄層要素法による二相系飽和地盤の動的応答解析, 土木学会論文集, 第 446 号 / I-19, pp. 187-196, 1992.
 - 19) Bougacha, S., Tassoulas, J.L. and Roesset, J.M. : Analysis of Foundations on Fluid-Filled Poroelastic Stratum, *J. Engng. Mech.*, ASCE, Vol.119, pp.1632-1648, 1993.
 - 20) 野邑雄吉 : 技術者のための特殊関数とその応用, 日刊工業新聞社, 1962.

(1994.5.23 受付)

FORMULATION OF CLOSED-FORM SOLUTION FOR GREEN FUNCTIONS OF SATURATED POROUS MEDIA USING THIN LAYERED ELEMENTS

Yasutoshi KITAMURA and Satoshi ASAI

In this paper, a closed-form solution for the Green functions of saturated porous media is derived by using thin layered elements based on Biot's theory. The validity of this solution is checked by comparison with the results computed by the boundary element method. The effect of the numbers of thin layers on the accuracy of the solution is also investigated. The solution is applied to examine the dynamic behavior of layered strata which have different permeabilities. It is found that the difference of permeability of layers affects the increase of pore fluid pressure in the submerged soil.