

# 圧縮板の塑性座屈モードの局所化と変形能の低下

後藤芳顯<sup>1</sup>・松岡宏典<sup>2</sup>・王慶雲<sup>3</sup>・鳥羽保行<sup>4</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科(〒466 名古屋市昭和区御器所町)

<sup>2</sup>学生員 名古屋工業大学大学院 工学部社会開発工学科(〒466 名古屋市昭和区御器所町)

<sup>3</sup>工修 名古屋工業大学大学院 工学部社会開発工学科(〒466 名古屋市昭和区御器所町)

<sup>4</sup>正会員 工修 本州四国連絡橋公団(〒105 東京都港区虎の門 4-3-20)

圧縮力を受ける薄板構造物では、最大荷重到達後に座屈波形の一部分に塑性変形が集中する座屈モードの局所化現象が発生するため、その耐震性が損なわれることが実験などで観察されている。ここでは薄板構造の構成要素として重要な一方向圧縮板を取り上げ、すでに著者らが提示した有限要素法に基づく局所化解析法により、単調載荷ならびに繰り返し載荷条件下の局所化挙動を解析し、この特性を変形能の低下の観点から論ずる。

*Key Words* : plate, localization, plastic-bifurcation, cyclic loading, seismic design, ductility

## 1. まえがき

近年、鋼製橋脚など薄板構造の耐震設計においても、地震時に急激な崩壊が構造物に生じないため、塑性変形による吸収エネルギー能力を考慮しようという動きがある<sup>1)~7)</sup>。このような傾向の中で、薄板構造の吸収エネルギー能力を知る上で重要な薄板要素の変形能を把握するための研究も盛んに行われている<sup>8)~12)</sup>。

薄板構造の基本構成要素のうち、耐震設計上重要な圧縮板においては、最大耐力到達後、変位制御で載荷を続けると、最大耐力到達時の座屈波形の特定の部分に塑性変形が集中する、いわゆる座屈モードの局所化現象<sup>13)</sup>が発生する可能性がある。この局所化現象は最大耐力到達後の荷重減少経路上で生ずるため、最大耐力に与える影響は小さいが、圧縮板の変形能を大きく低下させることが実験などで観察されている<sup>14)</sup>。

従来の圧縮板の変形能に関する解析的研究では、板要素の耐荷力解析<sup>15)</sup>の延長として検討されているため、半波長の座屈モードを生ずるような辺長比の小さい場合が主体となっている。しかも、変形モードの2軸対称性を仮定し、圧縮板全体の1/4部分を解析モデルとして用いている<sup>8),10),11)</sup>。このような変形モードの2軸対称性は最大荷重点まではほぼ保持されるので、最大荷重の評価が重要な耐荷力解析においてはほぼ問題はないと考えられる。しかしなが

ら、変形能の評価においては、最大荷重到達後の荷重減少経路も検討対象となるため、この経路上で変形の2軸対称性がくずれる座屈モードの局所化現象が生ずる可能性がある。このとき、2軸対称性を仮定した1/4部分モデルでは局所化現象を解析できず、圧縮板の変形能を過大に評価する可能性を有している。2軸対称性を仮定せずに辺長比が2以上の圧縮板( $a/b=2.3, 2.375$ )の繰り返し荷重下の挙動を検討した例として、Yaoの研究<sup>9)</sup>が注目される。ここでは、長手方向に非対称な初期不整を与えた場合、第1サイクル目の最大荷重時の座屈変形モードが長手方向にほぼ周期的な波形であっても、さらに軸方向変形を進めると、不規則な変形モードに変化することを数値解析により示しており、ここでいういわゆる塑性座屈モードの局所化現象が解析されている。しかしながらこの研究においても、数値計算によって得られた現象面の簡単な記述にとどまっており、どのようなメカニズムにより周期的なモードから不規則な変形モードに変化したかという本質的な点については何ら明らかにされていない。さらに、薄板の座屈モードの局所化による変形能の低下に与える各種パラメータの影響に至っては詳細な検討はなされていない。

一方、著者らは、鋼構造物の耐震性を損なう重要な原因の一つとして、塑性分岐による座屈モードの局所化現象が関与しているとの観点から、すでにこの現象への理論的アプローチ方法について検討を加

えてきた<sup>16)-19)</sup>。すなわち、座屈モードの局所化現象は最大耐力到達後の減少経路上での塑性分岐挙動に起因するので、まず、この現象を正確に解析するための有限要素法による塑性分岐解析法を提示した<sup>16),17)</sup>。さらに、2, 3の構造に対し、提示した解析法を用い、繰り返し荷重下の座屈モードの局所化現象を解析し、この現象が構造物を劣化させるメカニズムを理論的に論じた<sup>18),19)</sup>。

ここでは、これまでの成果をもとに、薄板集成構造の最も重要な構成要素の一つである一方向圧縮板をとりあげ、その座屈モードの局所化現象を変形能の低下の観点から検討を加える。はじめに、完全系の圧縮板について、単調荷重ならびに繰り返し荷重下の座屈モードの局所化現象を解析し、構造パラメータの影響について論ずる。つぎに、実際の薄板構造には残留応力、初期たわみなどの初期不整が存在するので、このような初期不整が局所化現象に与える影響について検討する。なお、局所化の解析では、最大耐力到達後の領域を含めた大変形挙動を対象とするため、精度の良い弾塑性有限変位解析を実施する必要がある。板要素の場合、このような要件を満たす計算を行うためには、多くの計算量を必要とするが、とりわけ、繰り返し荷重下の解析ではその計算量は膨大なものとなる。したがって、ここでは、主として単調荷重条件下の座屈モードの局所化による変形能の低下特性を検討することに重点を置き、必要に応じて、繰り返し荷重下の局所化による劣化挙動についても解析する。

## 2. 一方向圧縮板における座屈モードの局所化現象の概要

座屈モードの局所化現象として、著者らは文献<sup>18)</sup>で、つりあい主経路上にある第1分岐点での分岐座屈モードが周期性などの何らかの対称性を持つ場合、分岐経路上で最大荷重到達後の荷重減少経路上に存在する第2分岐点により生ずる場合を主として論じている。周辺単純支持の一方向圧縮板の完全系でも第1分岐モードが長手方向にsine半波以上の対称な座屈モードとなるため、少なくとも先に述べた場合と同様な座屈モードの局所化現象(図-1)が生ずる可能性を有している。なお、第2分岐に起因し、座屈モードが変化する現象は弾性平板においても知られている<sup>20),21)</sup>が、この場合変形の局所化による変形能の低下は生じない。一方、初期たわみが存在する場合は、一般に知られているように最大荷重到達前には分岐挙動を示さず、極限点挙動のみを示

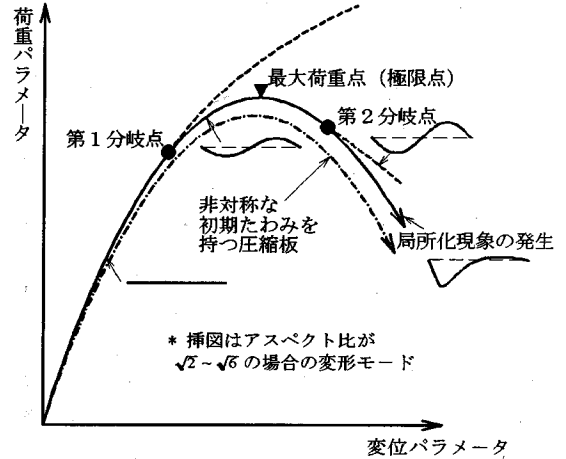


図-1 完全系の圧縮板のつり合い経路

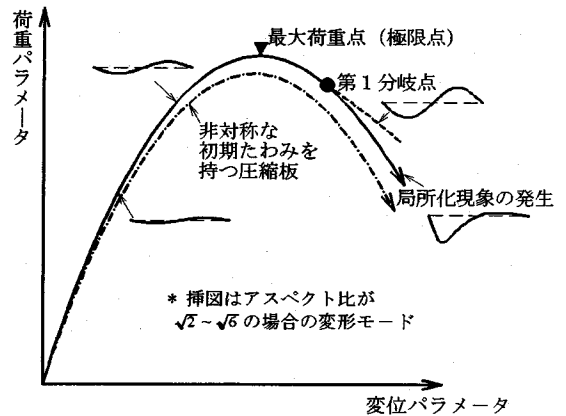


図-2 長手方向に周期的な初期たわみを有する圧縮板のつり合い経路

す。しかしながら、長手方向の初期たわみ波形に対称性が存在する場合には、極限点到達後の荷重減少経路上で、やはり、分岐による局所化(図-2)が生ずる可能性がある。このような局所化の生ずる分岐点は薄板の変形能を規定する一つの参照点として考えることができる。これは分岐座屈点が耐力に関する参照点として扱われるのと同様である。

以上のように、座屈モードの局所化現象は基本的には荷重減少経路上で生ずる塑性分岐現象による変形モードの変化に起因するものであるが、実際の圧縮板では対称な初期たわみを持っていないので厳密な意味での分岐挙動は示さず、図-1, 2の一点鎖線で示した挙動が座屈モードの局所化として観察されることになる。

### 3. 解析方法

板構造の座屈モードの局所化現象の解析では有限要素モデルで離散化する。板要素の複合非線形解析としては、多数の手法が提示されているが、ここでは幾何学的非線形性の扱いには、強非線形領域まで精度よく解析しうるように有限回転を正確に考慮した板要素に対する剛体変位除去の手法<sup>22),23)</sup>を用いる。板要素は平面三角形要素で、面内についてはBerganとFellipa<sup>24)</sup>による面内回転自由度を考慮した要素を、また、面外曲げについてはBazeleyら<sup>25)</sup>による要素を適用する。

鋼材の構成則については、一軸下の繰り返し応力を受ける場合の実験が各機関で行われ、そのモデルも提案されている<sup>26)~28)</sup>。さらに、多軸応力下への拡張方法についても提示されている<sup>27)</sup>。繰り返し荷重下の鋼板の局所化現象には鋼材の構成則が関与し、上述のような繰り返し特性を解析において配慮すべきであるが、現段階では繰り返し荷重下の構成則に対する総意は必ずしも形成されていない。このような現状から、本解析では構成則に関わる今後の研究を展開する上での基礎的データを提供の意味も含めて、Yaoら<sup>8),9)</sup>と同様、多軸応力下の構成関係に通常のJ2流れ則を用い、硬化則としては硬化係数を一定としたZieglerの移動硬化則を用いる。上記の構成則モデルによると、一軸下の応力-ひずみ関係は図-3のようにBi-linearとなる。なお、板要素の場合、すでに著者らが示したはり要素<sup>18)</sup>と異なり多軸応力状態となるため、文献18),19)に示した厳密な塑性分岐解析に基づく局所化解析を行うことが困難な場合も多い。したがって、ここでは後で示す2種類の微小な初期たわみを与えることで、分岐点の同定、ならびに分岐経路の解析を近似的に行う。

### 4. 繰り返し载荷を含む一方向圧縮板完全系の局所化挙動

図-4に示す一方向圧縮板の完全系の挙動をまず検討する。検討した板の構造諸元と材料定数は表-1に示すとおりであり、幅厚比を4種類、辺長比を3種類変化させている。幅厚比28.6, 40はそれぞれ道路橋示方書で規定されている補剛板と両縁支持板の限界幅厚比 $R=0.5, 0.7$ の値に対応している。辺長比 $a/b=1, 2, 3$ の周辺単純支持の圧縮板は、それぞれの幅厚比に対して、第1分岐点でsine半波の座屈波形が1, 2, 3波生ずる場合である。なお、辺長比 $a/b=1$ の場合、通常有限要素法による耐荷力解析

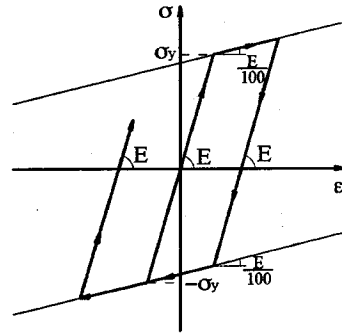


図-3 一軸下の応力-ひずみ関係

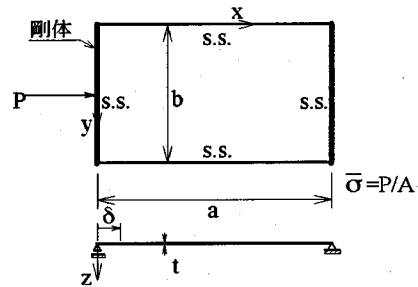


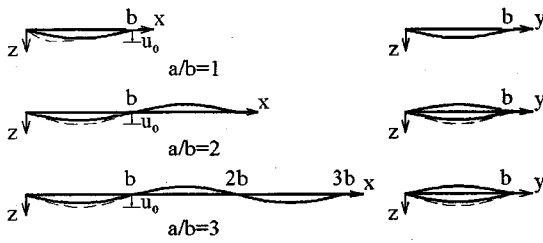
図-4 圧縮板

表-1 圧縮板の諸元と材料定数

a/b	b/t	E=2.06 × 10 <sup>5</sup> MPa σ <sub>y</sub> =235MPa ν=0.3
1	28.6, 40, 50, 100	
2	28.6, 40, 50, 100	
3	28.6, 40, 50, 100	

では構造、変形の2軸対称性を仮定し、圧縮板の1/4部分(1/4モデル)を用いた計算が行われている。しかしながら、変形を2軸対称モードに拘束すると第1分岐挙動は生ずるが第2分岐点による局所化挙動は現れないので、ここでは幅方向の対称性のみ利用してモデル化する。有限要素分割としては、局所化挙動が精度良く解析しうるように、収束性を考慮し、辺長比 $a/b=1$ の板に対して $20 \times 10$ の分割を用いる。辺長比2以上の板については $a/b=1$ の板の分割を基本に辺長比に比例して分割数を増加させる。局所化現象を生ずる第2分岐点の解析としては、まず図-5に示す(a)の微小な周期的初期たわみを与えることで、局所化現象を生ずる第2分岐点を図-2のような第1分岐点の問題として近似的に同定する。次に、図-5に示す(a)の初期たわみに微小な局所化モードを付加した(b)の初期たわみを与えることで局所化経路を求める。

はじめに、単調载荷した場合として図-4に示す圧縮板の左側支承のx方向変位 $\delta$ を単調に増加させたときの挙動を解析する。解析結果として単調载荷



(a) 微小な周期的初期不整 (—)

$$u_0 = b \sin \frac{\pi x}{b} \sin \frac{\pi y}{b} \times 10^{-4}$$

(b) 微小な局所化モードを付加した初期不整 (---)

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq x \leq \frac{b}{2} : u_0 &= b \left( \sin \frac{\pi x}{b} + 0.1 \times \sin \frac{2\pi x}{b} \right) \sin \frac{\pi y}{b} \times 10^{-4} \\ \frac{b}{2} \leq x \leq b : u_0 &= b \sin \frac{\pi x}{b} \sin \frac{\pi y}{b} \times 10^{-4} \end{aligned} \right\} a/b=1$$

$$\left. \begin{aligned} 0 \leq x \leq b : u_0 &= (1+0.1)b \sin \frac{\pi x}{b} \sin \frac{\pi y}{b} \times 10^{-4} \\ b \leq x : u_0 &= b \sin \frac{\pi x}{b} \sin \frac{\pi y}{b} \times 10^{-4} \end{aligned} \right\} a/b=2,3$$

図-5 微小な初期たわみ

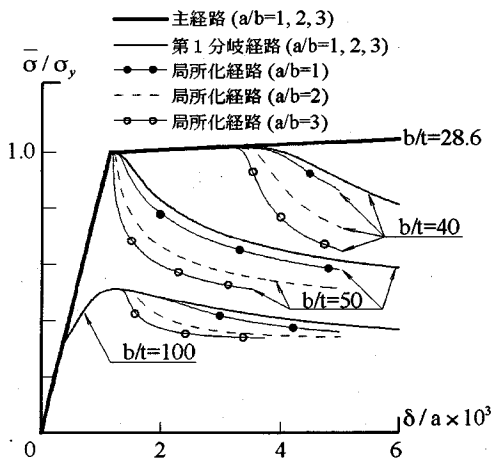


図-6 単調荷条件下の挙動

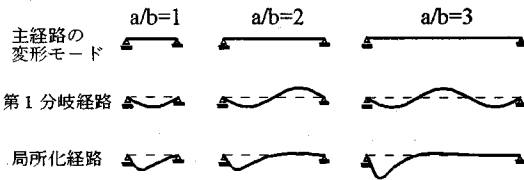


図-7 変形モード

条件下の局所化挙動を荷重辺の平均圧縮応力  $\bar{\sigma} = P/bt$  と無次元化軸方向変位  $(\delta/a)$  の関係として図-6に示し、各経路でのx方向の変形モードを図-7に表示している。図-6より端部変位が  $\delta/a = 6 \times 10^{-3}$  までの範囲で  $b/t=28.6$  の場合を除いて、すべての場合に座屈モードの局所化現象が生じ

表-2 繰り返し荷重における変位制御量

b/t	a/b	$\delta/a \times 10^3$		n	変位 $\delta$ n(サイクル数)
		Case1( $\delta_1$ )	Case2( $\delta_2$ )		
40	1, 2	3.0	3.5	6	
50	1, 2, 3	1.2	1.5		
100	1, 2	1.25	1.7		

ている。このとき  $b/t$  の値が小さいほど局所化現象の発生は遅いが、局所化が生ずると局所化による最大荷重到達後の荷重の低下は大きい。辺長比  $a/b$  については、これが大きいほど局所化による荷重低下も大きい。理由としては、辺長比が大きいほど圧縮板の局所化モードの発生に対して拘束が小さくなることによる。なお、 $a/b=1$  の板では図-6, 7に示すように局所的な変形をするが、荷重の低下は小さく、著者らの数値計算では文献(18), (19)で示した手法で分岐点の存在を確認することができなかった。したがって、この局所化挙動は局所化モードを付加した初期たわみに起因している可能性もある。

繰り返し荷重下の挙動としては、単調荷条件下において局所化の生じた幅厚比  $b/t=40, 50, 100$  の圧縮板を対象とする。辺長比  $a/b$  については、計算量が膨大になるので、 $b/t=50$  の構造のみ  $a/b=1, 2, 3$  とし、他の構造については  $a/b=1, 2$  の場合だけを計算する。また、局所化を無視した場合との比較ということで、いずれの幅厚比に対しても  $a/b=1$  の構造について、変形の2軸対称性を仮定した1/4モデルの計算も追加する。このモデルは圧縮板の耐荷力解析で通常用いられるモデルであるが、先に述べたように変形を2軸対称モードに拘束しているために局所化挙動は現れない。繰り返し荷重としては、図-4の圧縮板の左側支承のx方向変位  $\delta$  に両振りの定変位振幅を6サイクル与える。変位振幅の大きさは、図-6に示した単調荷条件下の挙動をもとに表-2に示す2通りの値を設定する。振幅  $\delta_1$  は単調荷において第1分岐による座屈は生ずるが局所化は生じない変位量であり、振幅  $\delta_2$  は単調荷条件下で座屈モードの局所化が生ずる変位量を越える値に相当する。解析結果として図-6と同様、荷重辺の平均応力  $(\bar{\sigma} = P/bt)$  と無次元化軸方向変位  $(\delta/a)$  の繰り返し荷重下の関係とともに、各荷重サイクルで圧縮方向の最大振幅を与えたときの板縦断面の変形モードの推移を図-8~13に示している。

まず、図-8~13を用い、繰り返し荷重下の局所化挙動について考察する。 $\delta_1$  の振幅を与えた場合、単調荷では局所化は生じないが、 $b/t=40, 50$  の板ではそれぞれ2, ならびに3サイクル目に局所化が生じ、最大荷重が低下する。これは、繰り返し荷重による曲げ残留変形の蓄積とともに、両振りの荷重

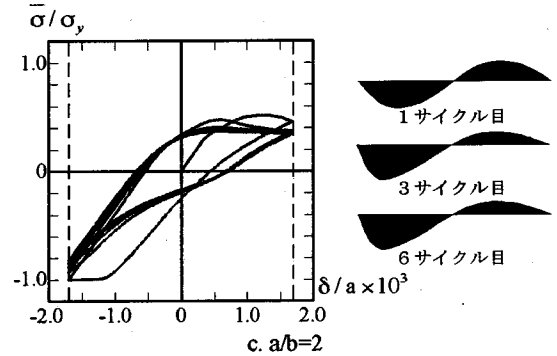
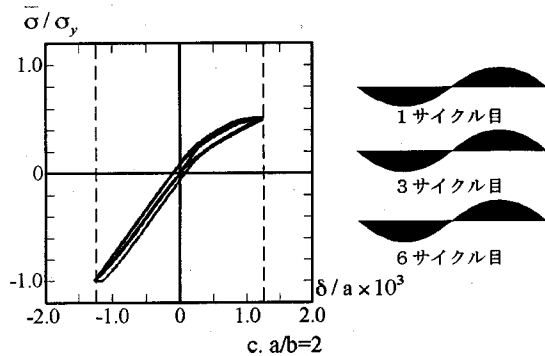
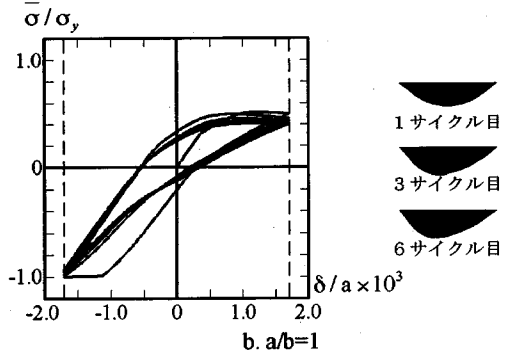
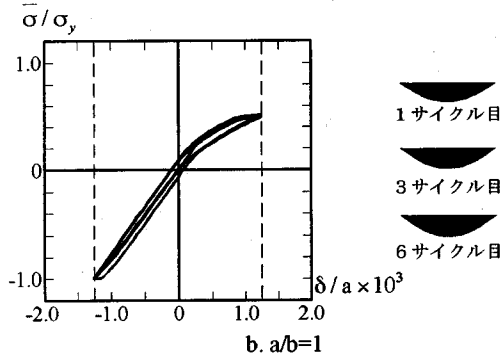
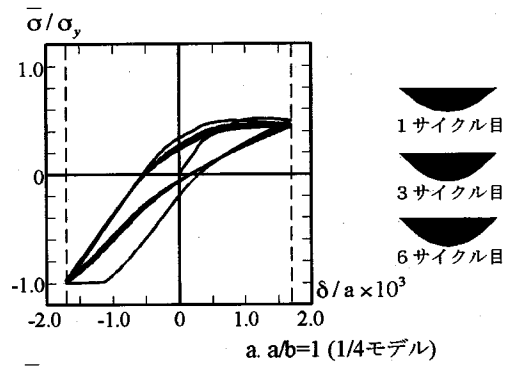
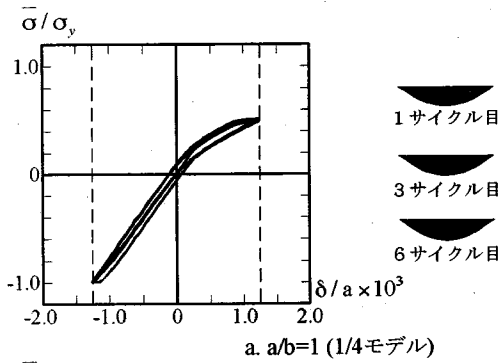


図-8 繰り返し荷重下の挙動  
( $b/t=100$ ,  $\delta_1/a=1.25 \times 10^{-3}$ )

図-9 繰り返し荷重下の挙動  
( $b/t=100$ ,  $\delta_2/a=1.7 \times 10^{-3}$ )

の場合、単調荷重に比べ引張側に残留変形が生ずるので実質的な圧縮側変位振幅が見かけの振幅 $\delta_1$ よりかなり大きくなっていることによる。また、幅厚比の小さい板( $b/t=40, 50$ )ほど繰り返し荷重下の座屈モードの局所化が促進される傾向にある。一方、単調荷重条件下で局所化が生ずる変位量を越える値に相当する $\delta_2$ を与えた場合には、1サイクル目に局所化が生ずるので、2サイクル目から耐荷力が顕著に低下していく。座屈モードの局所化の発生形態としては図-8~13の変形モードの推移から、いずれも板端部近傍に発生し、荷重サイクル数の増加とともに、変形が集中していくことがわかる。なお、局所化による面外たわみ量の増加は荷重低下の大きなサイクルにおいて著しい。

さらに、繰り返し荷重下の圧縮板の劣化挙動を把握するため、図-8~13をもとに、各幅厚比の圧縮板に与えた2種類の変位振幅下で、荷重サイクル数ごとの最大圧縮荷重の変化を辺長比をパラメータとして図-14に描いている。図中、各サイクルでの最大圧縮荷重 $P_{max}$ は1サイクル目の最大圧縮荷重 $P_{max1}$ との比として表している。ここでは局所化による劣化特性を明確化するため、局所化が生じない1/4部分モデルの解析結果も比較の意味で表示している。図-14から座屈モードの局所化現象が生ずると、一般に幅厚比ならびに辺長比が大きいほど、また変位振幅が小さいほど局所化による荷重の低下割合が大きい。一方、幅厚比の小さい $b/t=40$ の場合は塑性化がかなり進展してから第1分岐による座屈が生ずる

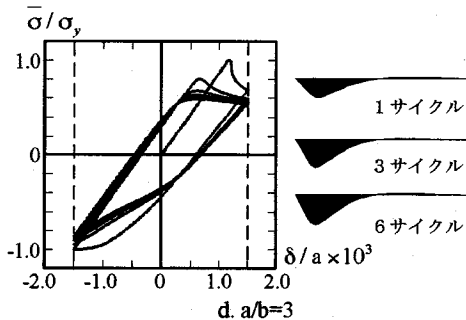
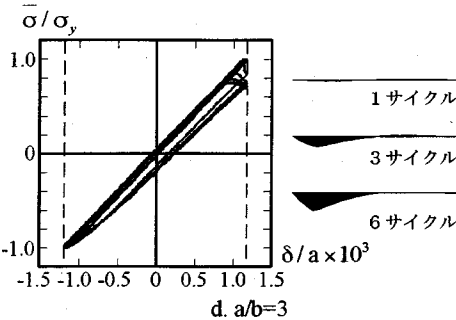
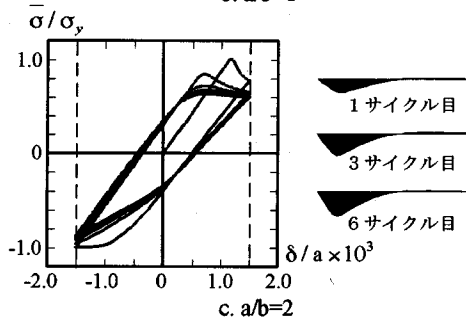
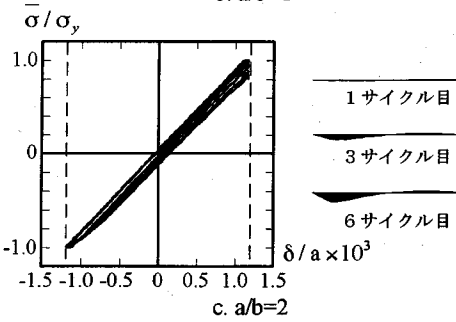
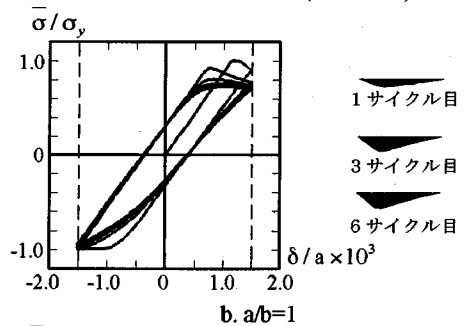
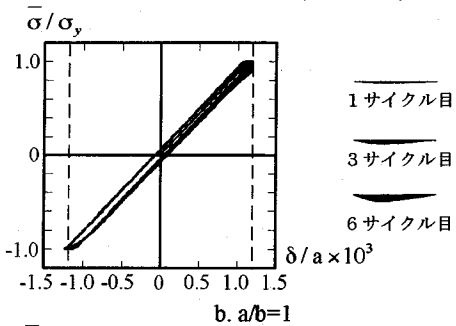
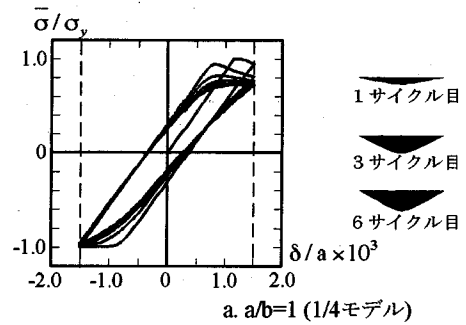
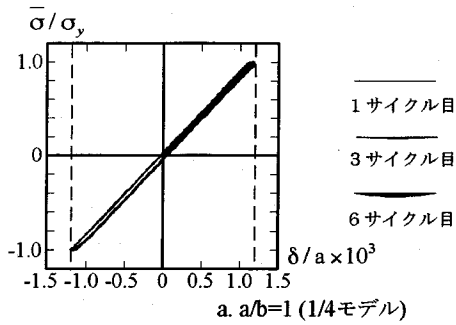


図-10 繰り返し荷重下の挙動  
( $b/t=50$ ,  $\delta_1/a=1.2 \times 10^{-3}$ )

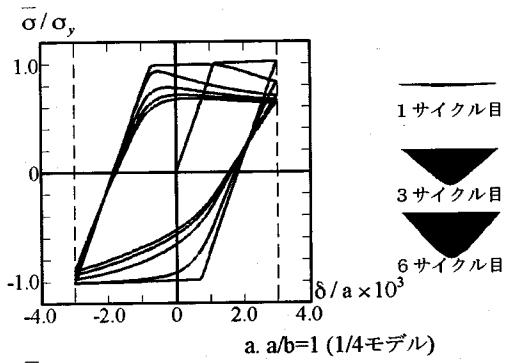
図-11 繰り返し荷重下の挙動  
( $b/t=50$ ,  $\delta_2/a=1.5 \times 10^{-3}$ )

ため、この座屈モードでの荷重低下が大きく、その後生ずる局所化による低下はそれほど大きくない。なお、 $b/t=100$ で第1分岐点から局所化が生ずる点までの変位振幅 $\delta_1/a=1.25 \times 10^{-3}$ を与えた場合は、6サイクル目までは $a/b=1$ 、2いずれの板においても局所化は生じておらず、 $a/b=1$ の1/4部分モデルの劣化曲線と一致している。

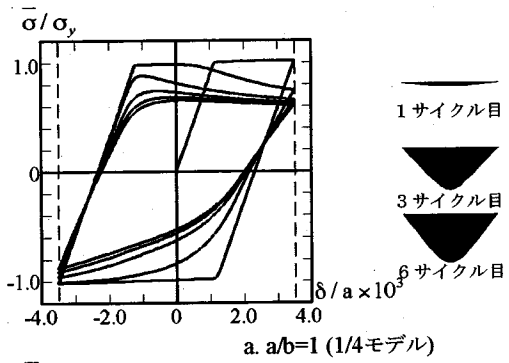
## 5. 一方向圧縮板不整系の局所化挙動

### (1) 検討内容

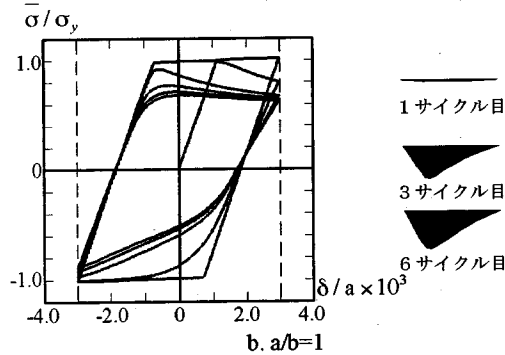
すでに示した完全系の挙動は、局所化現象の特性を調べる上で基本となるものであるが、実際の薄板構造では、周知のように初期たわみや残留応力などの初期不整が存在する。ここでは実状に即した圧縮板の局所化挙動を明らかにするため、初期不整を持



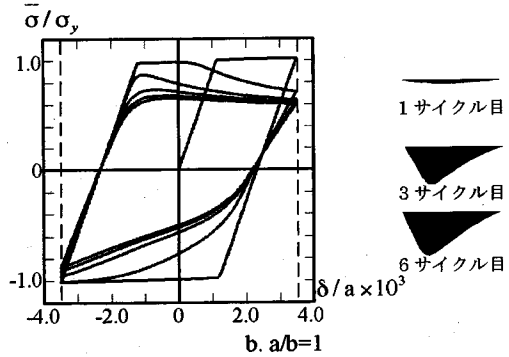
a.  $a/b=1$  (1/4モデル)



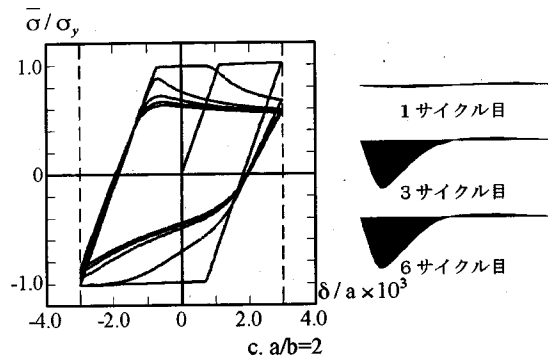
a.  $a/b=1$  (1/4モデル)



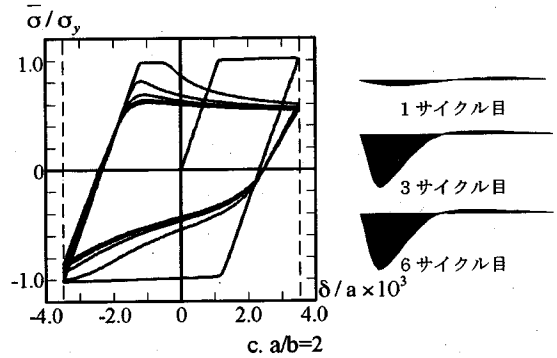
b.  $a/b=1$



b.  $a/b=1$



c.  $a/b=2$



c.  $a/b=2$

図-12 繰り返し荷重下の挙動  
( $b/t=40, \delta_1/a=3.0 \times 10^{-3}$ )

図-13 繰り返し荷重下の挙動  
( $b/t=40, \delta_2/a=3.5 \times 10^{-3}$ )

つ構造を検討する。考慮した初期たわみの形状としては  $a/b \geq 1$  の板を対象とするので、UedaとYao<sup>29)</sup>が提示したy方向スパン中央のx方向には図-15aの形状、y方向にはsine半波とするものを用い、初期たわみの最大値は  $b/150^{10)}$  とする。また、残留応力については森脇<sup>10)</sup>が考慮したy方向には図-15bの矩形分布、x方向には一様分布とするものを採用する。これらの初期不整相互の影響の程度を明らかにするために、同時に初期たわみと残留応力を併せ持つ場合を検討する前に、いずれか一方を持つ場合も検討する。なお、ここでは繰り返し荷重下の挙動を計算するとその計算量が膨大となるので、単調荷重条件下の場合に限って解析する。単調荷重の方法は完全系の場合と同様である。検討対象とする圧縮板は2

種類の辺長比( $a/b=1, 2$ )と完全系(表-1)で検討した4種類の幅厚比( $b/t=28.6, 40, 50, 100$ )の組み合わせを持つ8種類である。また、材料定数は表-1に示したものと同一の値を採用する。

## (2) 初期たわみのみを持つ圧縮板

初期たわみの影響を検討するために、先に述べた8種類の圧縮板に図-15aに示す初期たわみを与え、その単調荷重条件下の局所化挙動を解析する。解析結果は2種類の辺長比の圧縮板に対して、幅厚比ごとに4.で計算した完全系と比較する形で図-16, 17に示している。すなわち、図-6と同様の荷重辺の平均応力と無次元化軸方向変位との関係を不整系と完全系とに関して比較するとともに、不整系のx方

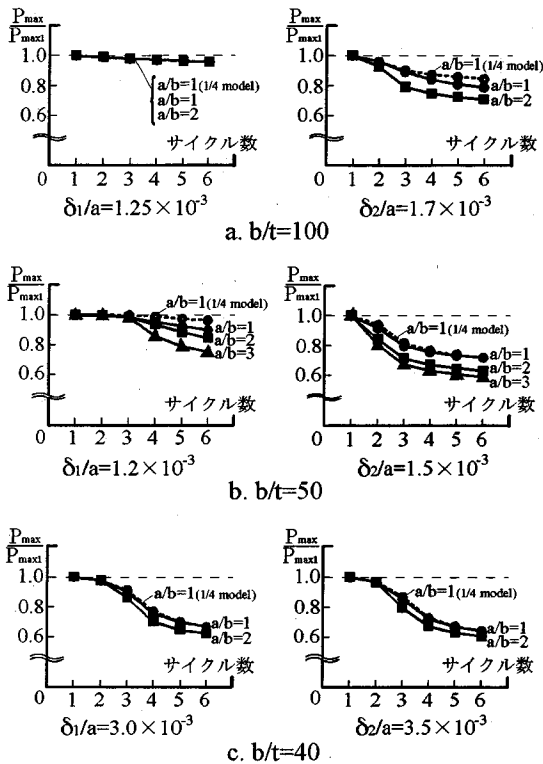
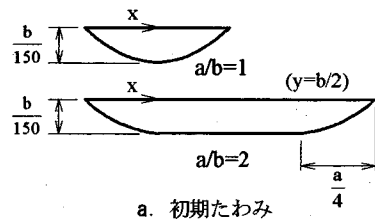


図-14 サイクル数と最大荷重との関係

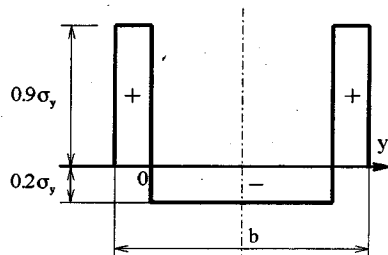
向の変形モードの推移を主経路(対称モード)と分岐経路(局所化モード)について図示している。図-15aに示す2軸対称の初期たわみを持つ圧縮板の場合は、完全系のように最大耐力到達前に第1分岐は生じないが、局所化は図-2のごとく最大耐力到達後の第1分岐により発生する可能性がある。なお、分岐経路は図-15aの初期たわみに加えて、図-5で考慮した微小で局所的な不整を付加することで近似的に求めている。

図-16, 17を比較してわかるように、図-15aの初期たわみが局所化に与える影響は辺長比により大きく異なっている。辺長比 $a/b=1$ の場合は図-16より初期たわみが存在すると最大荷重は $a/b=2$ の場合に比べより低下するが、座屈モードの局所化現象は発生しないといえる。

一方、辺長比 $a/b=2$ の場合は初期たわみがあると局所化発生前の変形モード(対称モード)が完全系の場合とかなり異なり、局所化も完全系に比べ、より小さな無次元化軸方向変位下で発生する。この傾向は幅厚比 $b/t$ が小さいものほど顕著である。この結果、ほぼ同様の無次元化軸方向変位で検討したすべての圧縮板に局所化が生ずる。特に、完全系では $\delta/a = 5 \times 10^{-3}$ までの範囲で局所化が生じなかった $b/t=28.6$ の板も図-15aの初期たわみを持つ場合は



a. 初期たわみ



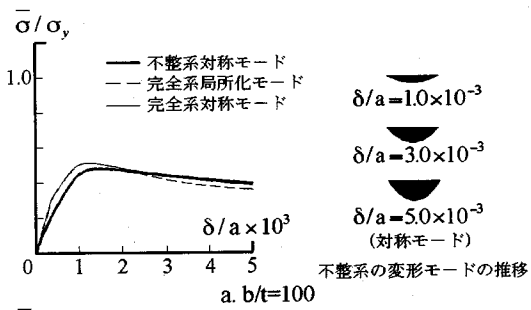
b. 残留応力分布

図-15 初期不整

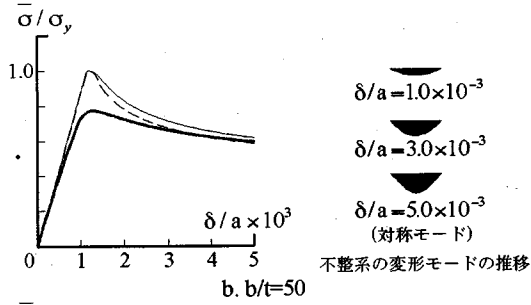
$\delta/a = 2 \times 10^{-3}$  近傍ですでに座屈モードの局所化が発生している。ただ、一般的に完全系に比べると局所化による相対的な荷重の低下は小さくなる傾向にある。

以上のように、辺長比 $a/b=1$ と2の圧縮板とでは初期たわみが局所化に与える影響に大きな差が生ずるが、つぎに、この原因について考察する。 $a/b=1$ の場合の初期たわみは完全系の第1分岐点での座屈モードがsine半波に近い形状であるので、この初期たわみ形状を与えると、第1分岐経路の対称変形モードがより安定になり、非対称な局所化モードが生じにくくなったものと考えられる。他方、 $a/b=2$ の場合の初期たわみの形状は図-15aからわかるように、完全系の第1分岐点での座屈モードであるsine 1波とは大きな差がある。したがって、最大耐力到達後の変形モードも図-17のように完全系の第1分岐経路上の変形モードとは大幅に異なっている。このため、不整系での対称変形モードが不安定になりやすく、局所化がより小さな制御変位で発生するものと考えられる。また、 $a/b=2$ 、 $b/t=100$ の場合、初期たわみを持った系の最大荷重が完全系より高めになっているが、これも初期たわみモードが第1分岐点での座屈モードと異なっているので座屈を拘束する効果が現れたものといえよう。以上まとめると、第1分岐モードに近い初期たわみを与えると最大荷重の低下は大きい、第1分岐モードの対称変形が支配的になり局所化は生じにくい。逆に、第1分岐モードと異なった対称な初期たわみを与えると、最大荷重の低下は小さいが、その変形モードが第1分

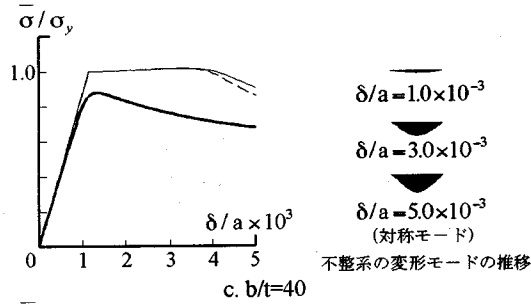




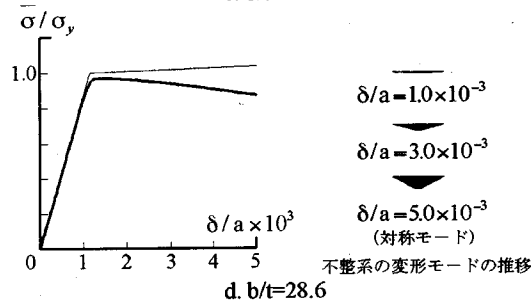
a.  $b/t=100$



b.  $b/t=50$



c.  $b/t=40$



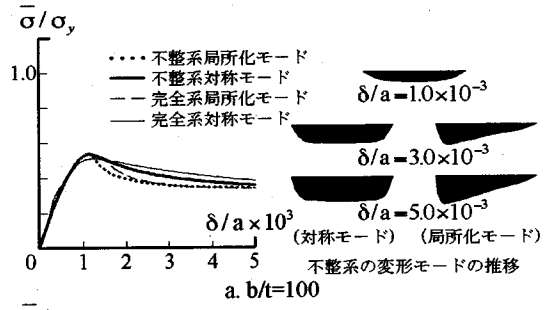
d.  $b/t=28.6$

図-16 初期たわみのみを持つ圧縮板の変形挙動 ( $a/b=1$ )

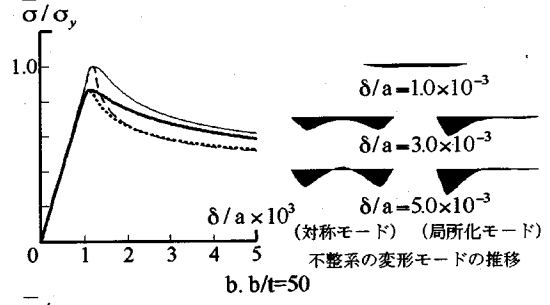
岐モードの変形と異なるため最大荷重到達後は不安定になりやすく、局所化現象が生じやすくなるものと考えられる。

### (3) 残留応力のみを持つ圧縮板

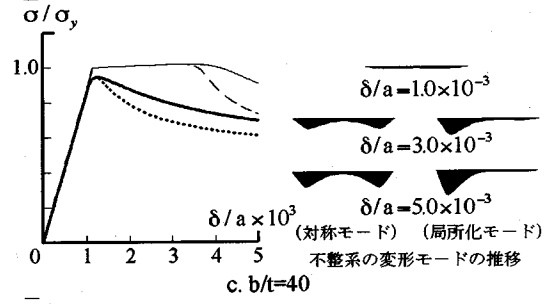
図-5に示した微小な初期たわみを持つ圧縮板に図-15bに示す残留応力を導入した場合の局所化挙動を図-16, 17と同じ要領で図-18, 19に示し、完全系の局所化挙動と比較している。なお、ここで考慮した残留応力はx軸方向に一樣で、y軸方向には対称な分布を持つので、圧縮板は図-1と同様の過程



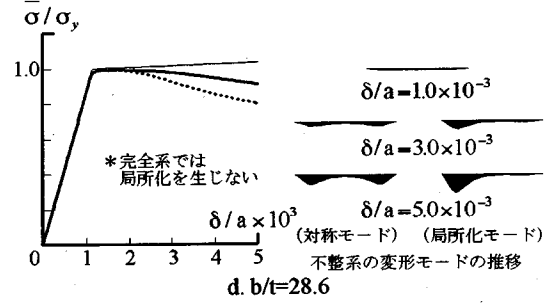
a.  $b/t=100$



b.  $b/t=50$



c.  $b/t=40$



d.  $b/t=28.6$

図-17 初期たわみのみを持つ圧縮板の変形挙動 ( $a/b=2$ )

で局所化現象が発生する。図-18, 19より、第1分岐後の変形モードは完全系とほぼ同様であるが、最大荷重に至るまで、いずれも残留応力の存在により、完全系に比べ剛性が低下している。この影響は幅厚比が大きく、幾何学的非線形性が支配的な板により顕著に現れ、 $b/t=50, 100$ の板では最大荷重も低下する。

一方、座屈モードの局所化現象については、完全系同様、 $a/b=2$ では $b/t=28.6$ の場合を除いてすべてに発生する。ただ、完全系に比べより大きな軸方向変位下で発生する傾向にあり、一般に生じにくく

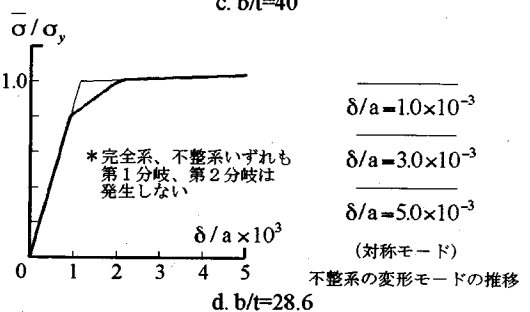
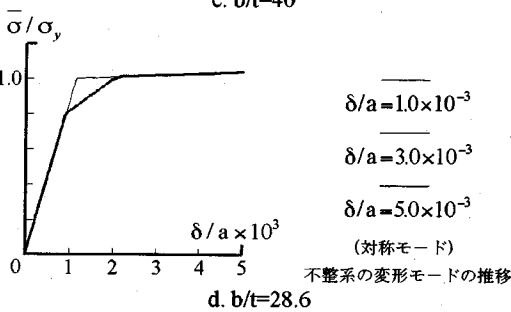
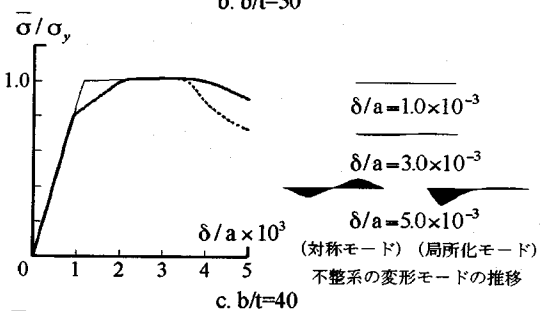
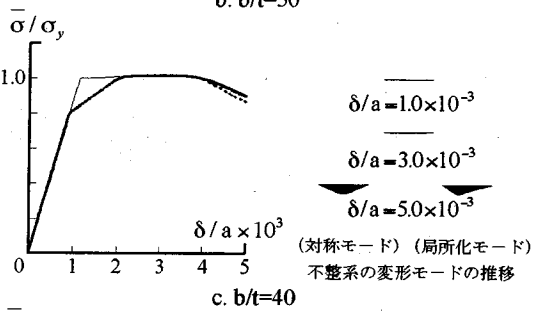
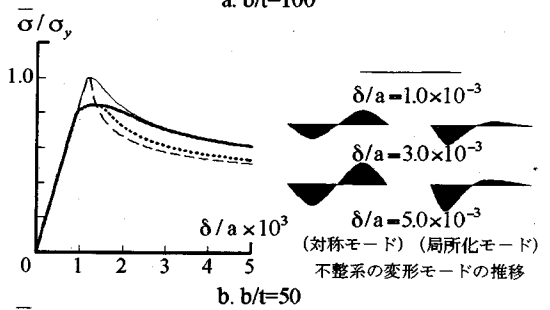
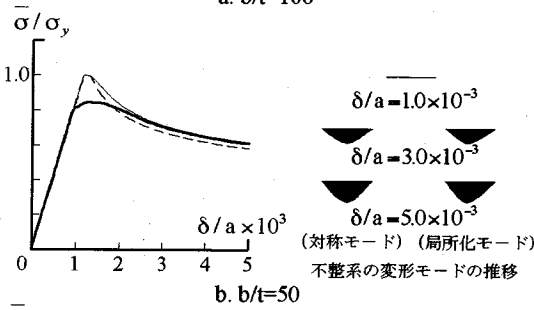
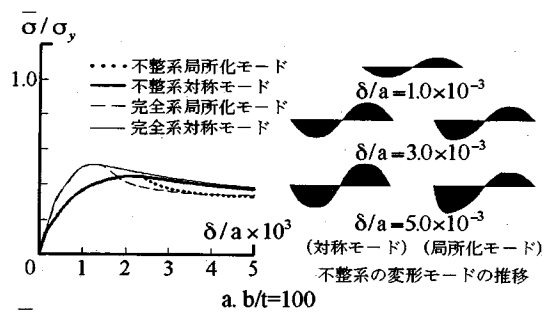
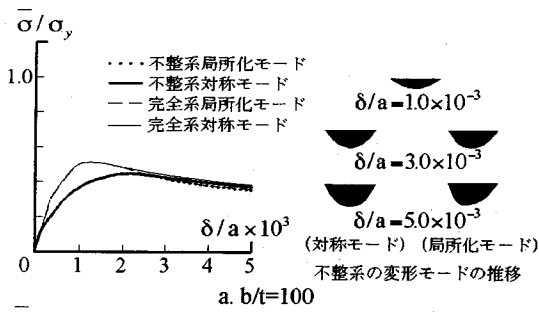


図-18 残留応力のみを持つ圧縮板の変形挙動 (a/b=1)

図-19 残留応力のみを持つ圧縮板の変形挙動 (a/b=2)

なっている。これは、残留応力の存在により、圧縮板の軸方向剛性が低下し、最大荷重に到達する軸方向変位が大きくなるため、最大荷重到達後に生ずる局所化現象の発生も遅れるものと考えられる。幅厚比の小さな圧縮板( $b/t=40$ )では、幾何学的非線形性の影響が小さく、最大荷重到達前に全断面に塑性化が進むため、局所化に及ぼす残留応力の影響は現れにくく、その挙動は完全系とほぼ同様である。辺長比 $a/b=1$ の板では完全系と同様、著者らの数値解析では分岐点の存在は確認されず、局所的な初期不整による変形が生じててもこれによる荷重低下は小さい。

以上より、残留応力は一般に圧縮板の最大耐力を低下させるが、局所化現象については、これを遅延させる効果があると考えられる。

#### (4) 初期たわみと残留応力を併せ持つ圧縮板

先に、(2)(3)で検討したものと同様の諸元の圧縮板が図-15a, bの初期たわみと残留応力とを併せ持つ場合の単調荷重条件下の局所化挙動について解析する。このときの局所化現象は、初期たわみのみ持つ場合と同様、図-2に示す過程で発生する。解析結果は今までと同様、荷重辺の平均応力と無次元

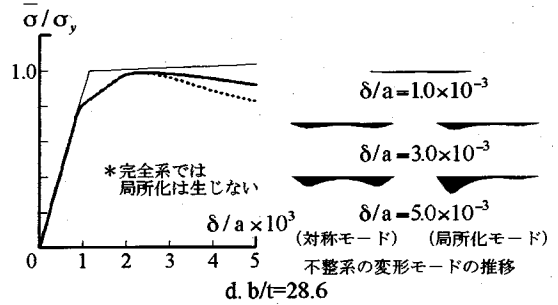
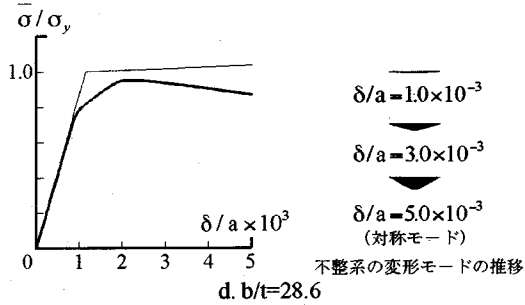
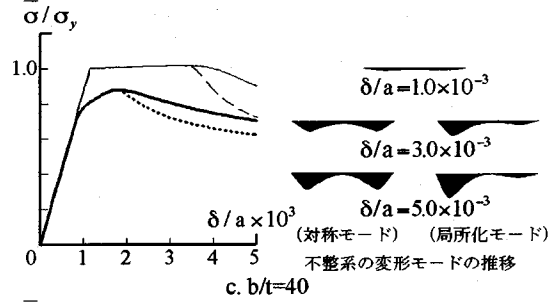
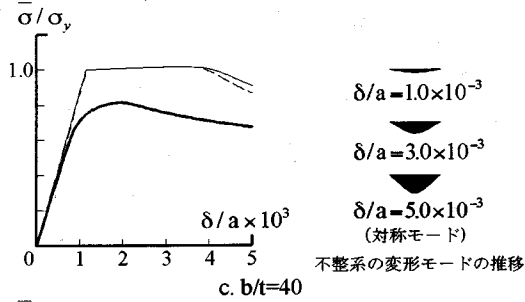
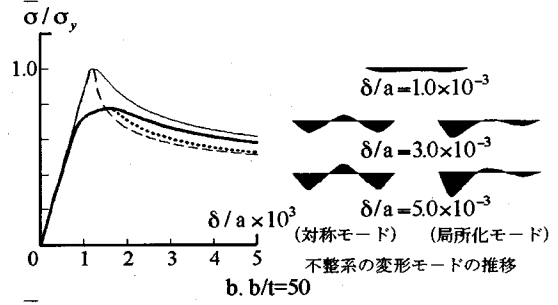
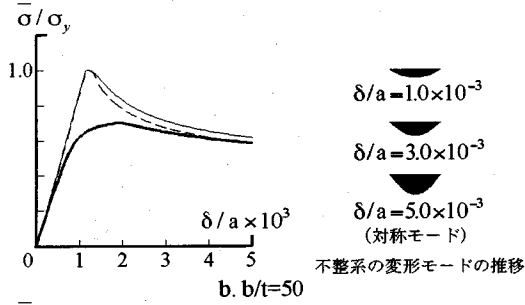
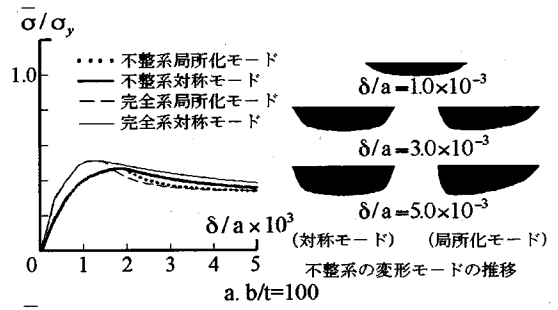
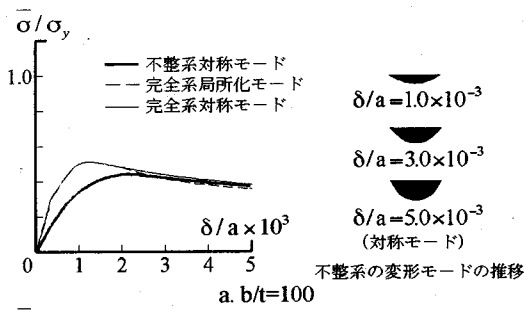


図-20 初期たわみと残留応力を併せ持つ  
圧縮板の変形挙動 (a/b=1)

図-21 初期たわみと残留応力を併せ持つ  
圧縮板の変形挙動 (a/b=2)

化軸方向変位の関係として完全系と比較する形で2種類の辺長比の板に対し図-20, 21に示す。初期たわみと残留応力とが存在する場合は、初期たわみのみ持つ場合と同じように、a/b=1の板では局所化は生じないが、a/b=2の板では検討したすべての幅厚比の板において局所化現象が発生する。すなわち、完全系では解析した範囲( $\delta/a \leq 6 \times 10^{-3}$ )で局所化が生じなかった幅厚比が最も小さいb/t=28.6の板においても局所化が生じている。しかしながら、初期たわみのみ存在する場合と比べると、いずれも(3)

で述べた残留応力による局所化の遅延作用により、より大きな無次元化軸方向変位下で局所化が発生している。

## 6. まとめ

薄板構造の基本構成要素として重要な周辺単純支持の一方向圧縮板における塑性座屈モードの局所化現象を板要素の変形能低下に与える影響の観点から

検討を加えた。すなわち、板要素の構造諸元、初期たわみや残留応力などの初期不整、さらに繰り返し荷重などの載荷条件が局所化現象に与える影響を数値解析に基づき明らかにした。得られた結果を以下にまとめる。

(1) 圧縮板の座屈モードの局所化現象の基本的な発生形態としては次の2つである。1つは完全系で第1分岐点での分岐座屈モードに周期性などの対称性があるときに第1分岐経路上で最大荷重到達後に存在する第2分岐点で局所化が生ずる場合である。いま1つは対称な初期たわみを有するとき、最大荷重到達後に存在する第1分岐点で局所化が生ずる場合である。なお、現実の構造では非対称な初期不整を有するので厳密な意味での分岐挙動は示さず、上述の局所化が発生する基本的な安定つり合い経路に漸近したつり合い経路により局所化現象が発生する。

(2) 圧縮板完全系の単調載荷条件下の局所化挙動に関しては、幅厚比 $b/t$ が大きいほど局所化現象が生じやすいが、荷重の低下は局所化の生ずる範囲において $b/t$ が小さいほど大きくなる。一方、辺長比 $a/b$ は、これが大きいほど局所化現象は発生しやすく、荷重の低下も大きい。

(3) 圧縮板完全系に両振りの繰り返し載荷を行うと、単調載荷条件下に比べ、より局所化が発生しやすい。この傾向は幅厚比の小さい板ほど強い。理由としては、繰り返し載荷により、曲げ残留変形が蓄積することと、引張側に残留変形が生ずることから実質的な圧縮側の変位振幅がかなり大きくなることによる。

(4) 繰り返し荷重下で局所化現象が生ずると、これによる相対的な強度の劣化は、幅厚比ならびに辺長比が大きいほど、また変位振幅が小さいほど大きい。

(5) 初期たわみが存在する場合、第1分岐モード(初期座屈モード)に近い初期たわみを与えた辺長比 $a/b=1$ の板では第1分岐モードの変形が支配的になり、局所化は生じない。逆に、第1分岐モードと異なった初期たわみを与えた $a/b=2$ の板では変形モードが第1分岐モードと異なるため不安定になりやすく、局所化現象はより生じやすくなる。ただ、完全系に比べると局所化による相対的な荷重低下は小さくなる傾向にある。

(6) 一般に圧縮板の解析で考慮される分布形を持つ残留応力が存在すると、局所化現象の発生は遅れる。これは残留応力の存在により、完全系に比べ剛性が低下するため、最大荷重に到達する軸方向変位量が大きくなる。その結果、ピーク後に生ずる局所化現象の発生が遅れるものと考えられる。

(7) 初期たわみと残留応力を併せ持つ $a/b=2$ の板では、完全系に比べると局所化現象は生じやすくなる。しかしながら、残留応力による局所化の遅延作用により、初期たわみのみの場合と比べると局所化は生じにくい。局所化による荷重低下は初期たわみのみ存在する場合と同様、完全系に比べると小さくなる。

以上、圧縮板の構造諸元、初期たわみや残留応力などの初期不整が局所化による劣化挙動に与える影響を定性的に把握することができた。しかしながら、局所化挙動は初期不整ならびに材料構成則にかなり敏感であり、実構造の設計において局所化現象を問題にすべき幅厚比や辺長比を定量的に提示するまでには至っていない。今後、初期不整や材料構成則の影響についての検討をさらに重ね、この問題を明らかにしたいと考えている。

#### 参考文献

- 1) 渡辺英一, 杉浦邦征, 狩野正人, 高尾道明, 江見普: コーナー部に曲率を有する箱形断面はり一柱の繰り返し変形特性に関する実験的研究, Vol.36A, pp.33-40, 1990年.
- 2) 宇佐美勉, 今井康幸, 青木徹彦, 伊藤義人: 繰り返し荷重を受ける鋼圧縮部材の強度と変形能に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol.37A, pp.93-106, 1991年.
- 3) 酒造敏廣, 事口寿男: 鋼製ラーメン隅角部の崩壊性状と変形能に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol.37A, pp.121-134, 1991年.
- 4) Fukumoto, Y. and Lee, G.: *Stability and Ductility of Steel Structures under Cyclic Loading*, CRC Press, 1992.
- 5) 中井博, 北田俊行, 中西克佳, 杉山功, 河野康史: 地震荷重を受けた後の合成柱の耐荷力および変形能に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol.39A, pp.1401-1412, 1994年3月.
- 6) 岡重洋, 山田善一, 家村浩和, 伊津野和行: 鋼製箱桁橋脚モデルの繰り返し弾塑性挙動におよぼす荷重履歴の影響, 土木学会第48回年次学術講演会概要集, I-2, pp.152-153, 1993.
- 7) 黄元燮, 西村宣男, 高津秀俊: 鋼製ラーメン橋脚隅角部の強度と変形能に関する実験的研究, 構造工学論文集, Vol.40A, pp.201-214, 1994年3月.
- 8) Yao, T. and Nikolov, P. I.: Buckling/Plastic Collapse of Plates under Cyclic Loading, *Journal of The Society of Naval Architects of Japan*, Vol.168, pp.449-462, 1990.
- 9) Yao, T.: Numerical Experiment on Buckling / Plastic Collapse Behavior of Plates under Cyclic Loading, *Preliminary Report of U.S.-Japan Seminar on Cyclic Buckling of Steel Structures and Structural Elements under Dynamic Loading Conditions*, Osaka, J-4-11, pp.1-11, July 1-3, 1991.

- 10) 森脇良一：鋼材特性を考慮した圧縮板の極限強度と塑性変形能力について，構造工学論文集，Vol.39A，pp.115-124，1993年3月。
- 11) 奈良敬，梅村哲男，服部松利，森脇良一：鋼材特性を考慮した圧縮補剛板の極限強度と変形性能，構造工学論文集，Vol.39A，pp.125-132，1993年3月。
- 12) 三上市蔵，辻省悟，中野唯史，竹原和夫：円周方向面内圧縮力を受ける鋼円筒パネルのダクティリティーと幅厚比，構造工学論文集，Vol.39A，pp.37-50，1993年3月。
- 13) Needleman, A. and Tvergaard, V. : Aspects of Plastic Postbuckling Behavior, *Mechanics of Solids*, edited by H. G. Hopkins and M. J. Sewell, pp.453-498, Pergamon Press, 1982.
- 14) Moxham, K. E. : Buckling Tests on Individual Welded Steel Plates in Compression, *Cambridge University Engineering Department Report*, CUED / C-Struct / TR.3, 1971.
- 15) 小松定夫，北田俊行：初期不整を有する圧縮板の極限強度特性に関する研究，土木学会論文集，No.270，pp.1-14，1978年。
- 16) Goto, Y., Suzuki, S. and Chen, W. F. : Analysis of Critical Behavior of Semi-Rigid Frames with or without Load History in Connections, *Int. J. Solids and Structures*, Vol.27, pp.467-483, 1991.
- 17) 後藤芳顕，大鹿克敏，川西直樹，小畑誠：多自由度離散系の弾塑性分岐挙動の解析法とトラス構造物への適用，土木学会論文集，No.446/I-19, pp.117-126, 1992年。
- 18) 後藤芳顕，川西直樹，鳥羽保行，小畑誠：構造物の塑性座屈モードの局所化による変形能の低下と繰返し荷重下の挙動，土木学会論文集，No.483 / I-26，pp.87-96，1994年。
- 19) Goto, Y., Toba, Y. and Matsuoka, H. : Localization of Plastic Buckling Patterns under Cyclic Loading, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.121, No.4, April, 1995.(To appear)
- 20) Supple, W. J. : Change of Wave-Form of Plates in the Post-Buckling Range, *Int. J. Solids and Structures*, Vol.6, pp.1243-1258, 1970.
- 21) Nakamura, T. and Uetani, K. : The Secondary Buckling and Post-Secondary-Buckling Behaviors of Rectangular Plates, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol.21, pp.265-286, 1979.
- 22) Goto, Y., Matsuura, S., Hasegawa, A. and Nishino, F. : A New Formulation of Finite Displacement Theory of Curved and Twisted Rods, *Proc. of JSCE, Structural Eng. / Earthquake Eng.* Vol.2, No.2, pp.365s-375s, 1985.
- 23) Goto, Y., Li, X. S., Kasugai, T. and Obata, M. : Analysis of Greenhill Problem by a Co-Rotational Method, 構造工学論文集，Vol.41A，pp.411-420，1995年3月。
- 24) Bergan, P. G. and Felippa, C. A. : A Triangular Membrane Element with Rotational Degree of Freedom, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol.50, pp.25-69, 1985.
- 25) Bazeley G. P. , Cheung Y. K. , Irons B. M. and Zienkiewicz O. C. : Triangular Elements in Bending-Conforming and Non-Conforming Solutions, *Proc. Conf. Matrix Methods in Struct. Mech.*, Air Force Inst. of Tech., Wright Patterson A. F. Base, Ohio, 1965.
- 26) 皆川勝：構造用鋼材の弾塑性履歴挙動のモデル化とそれの構造用部材への応用，学位論文，1988年。
- 27) Shen, C., Mizuno, E. and Usami, T. : Development of a Cyclic Two-Surface Model for Structural Steels with Yield Plateau, *NUCE Research Report*, No.9302, Dept. of Civil Engrg. Nagoya University, 1993.
- 28) 福本誘士：鋼構造の機能性向上からみた高張力鋼の実用化に関する研究，平成3年度科研費（試験研究B）研究成果報告書，1992年。
- 29) Ueda, Y. and Yao, T. : The Influence of Complex Initial Deflection Modes on the Behavior and Ultimate Strength of Rectangular Plates in Compression, *J. Construct. Steel Research*, Vol.5, pp.265-302, 1985.

(1994. 8. 2 受付)

## DUCTILITY AND STRENGTH DETERIORATION OF RECTANGULAR COMPRESSION PLATES DUE TO LOCALIZATION OF PLASTIC BUCKLING PATTERNS

Yoshiaki GOTO, Hironori MATSUOKA, Qingyun WANG and Yasuyuki TOBA

In case of plated structures under compressive loading, their final buckled pattern involves a localized deformation in contrast to the periodic deformation pattern associated with the critical buckling mode. The experiment under cyclic loading showed that the strength as well as the ductility of plated structures deteriorate considerably due to this localized deformations of structural components. This implies that the localization of buckling patterns has an unfavorable effect on the earthquake resistance. Herein, we investigate the localization behavior of rectangular plates under uniaxial in-plane load, including that under cyclic loading. In addition to the perfect plates without initial imperfections, plates with initial deflections and residual stresses are analyzed to examine their effect on the localization behavior.