

単調載荷曲線を基にした繰り返し塑性履歴を受ける鋼材の構成式

西村宣男¹・小野潔²・池内智行³

¹正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科 (〒565吹田市山田丘2-1)

²正会員 工修 建設省 道路局 (〒100千代田区霞ヶ関2-1-3)

³学生会員 大阪大学大学院博士前期課程

本研究では、鋼材の塑性ひずみ-真応力で表現した塑性履歴曲線を単調載荷曲線に相当する領域と、弾性域の大きさの減少や接線塑性係数の変化に着目して定式化した遷移領域に分けて表現する構成式を開発した。また材料定数の決定に必要な3種類の実験方法を示した。さらに、一軸で定式化を行った構成式を多軸応力状態へと拡張し実験結果および既往の研究とシミュレーション結果との比較により構成式の妥当性を確認した。

Key Words: constitutive equation, hysteretic behavior, structural steel, monotonic loading curve, multi-dimensional stress state

1. まえがき

鋼構造物が地震力などの繰り返し作用を受け大きな塑性変形を生じる場合の構造物の挙動を正確に把握するには、鋼材の繰り返し塑性履歴を精度良く表現できる構成式が必要となる。構成式は正確であると同時に、そこに含まれる定数が少なく、かつ定数の決定法が簡潔で明瞭であることも重要である。また、構造用鋼材でも普通鋼、高張力鋼、低降伏比高張力鋼などではそれぞれ応力-ひずみ関係の特徴が異なっており、これらのいずれの鋼材に対しても適用可能なことが望まれる。

これまで鋼材の繰り返し塑性履歴を表現するための構成式に関する研究が数多くなされてきた。代表的なものとしては、応力空間において相異なるひずみ硬化係数を有するいくつかの曲面を考え、これらの曲面によって鋼材の塑性履歴を表現する多曲面モデル¹⁾、降伏曲面と境界曲面の2個の曲面を設定し、これら2個の曲面の位置や大きさ等の関係を用いて接線塑性係数を決定する二曲面モデル^{2), 3)}、多曲面モデルや二曲面モデルを修正したモデル^{4) ~ 9)}等が提案されている。また、実験式として、Ramberg-Osgood式^{10) ~ 12)}で表現するモデル、塑性履歴曲線として単調載荷曲線をその主要なものとして表現するモデル^{13), 14)}等がある。これらのモデルにおいては、実験結果をかなり精度良く再現しているものもある一方で、定数の決定の過程

において、提案モデルによるシミュレーション結果が実験値とほぼ一致するまで多数の実験を行い、複雑な計算をしなければならないものがある。

そこで本研究においては、単調載荷曲線の塑性ひずみ-真応力関係を直接利用した構成式を考案し、そこに含まれる材料定数の決定に必要な3種類の実験法と定数の決定方法を確立した。応力-ひずみ関係の異なる鋼材や、構成式に含まれる定数の決定に用いた3種類の塑性履歴以外の一般的な塑性履歴に対してもこのモデルが適用できることを確認するため、普通鋼SS400、高張力鋼SM570、低降伏比高張力鋼LYR590について塑性履歴経路の異なる数種類の実験をおこなった。そして、このモデルによる数値シミュレーションと実験結果の比較を行い、モデルの妥当性を確認した。さらに、多軸応力状態に対して、構成式を拡張し、既往の研究で行われた実験結果とシミュレーションの比較を行い、妥当性を確認した。

2. 構成式の展開

(1) 構成式の概要

本研究では、単調載荷曲線を利用した構成式を考案したが、既往の研究において同様に単調載荷曲線を基にした構成式としては、加藤ら¹³⁾と修行ら¹⁴⁾のモデルが挙げられる。加藤らのモデル¹³⁾では、工学ひずみ-公称応力で表現した鋼材の塑性履歴曲線を構成式

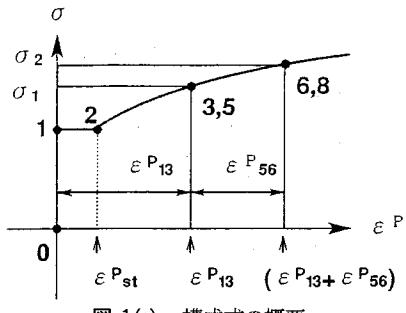


図-1(a) 構成式の概要

の骨格をなす単調載荷曲線の一部に相当する部分、バウシンガー効果による軟化部分、弾性的除荷部分の3領域に分けて表現している。塑性履歴曲線の主要な部分をなす単調載荷曲線については、圧縮側、引張側でそれぞれ1本ずつの基本となる単調圧縮曲線、単調引張曲線を定義している。バウシンガー効果による軟化部分の曲線は双曲線で表現され、軟化の程度は逆負荷方向、引張（圧縮）側なら圧縮（引張）側で累積された単調載荷曲線上の総ひずみ量の関数として表現されている。修行らのモデル¹⁴⁾では、「最初の除荷点と次の除荷点の真応力の絶対値が等しい」引張-圧縮-引張の塑性履歴曲線を基準ループとして設定し、基準サイクルやそれ以外の場合について多数実験を行い、基準サイクルとそれ以外の場合の相違を実験式により表現している。このモデルにおいても、真ひずみ-真応力で整理した鋼材の塑性履歴曲線を単調引張曲線に準ずる部分、ヤング率で直線的に変動する部分、逆負荷に対して過渡的な挙動を示す部分の3領域に分けて表現し、比較的精度良く実験結果を再現しているが、場合分けや繰り返し塑性履歴を表現するのに必要な式および定数が若干多いものとなっている。本研究においては、塑性ひずみ-真応力で整理した繰り返し塑性履歴曲線の引張側、圧縮側の単調載荷曲線の一部をなす領域を圧縮側と引張側とで区別せず1本の単調載荷曲線で表現した。さらに新しい概念として、単調載荷曲線の一部をなす領域以外の非線形的な挙動を示す遷移領域の塑性ひずみの幅を、単調載荷曲線上の塑性ひずみの関数で表すことを提案している。また、加藤ら¹³⁾のモデルにおいては記述されていなかった弾性域の減少、遷移領域でのループの曲率を変化させるパラメータを導入し、さらに定数を求めるための実験の種類を明確に定義した。今回考案した構成式は地震などの繰り返し外力を受ける構造物に適用することを目的とするため、ひずみ速度の影響はなく、低サイクル疲労の起きない範囲で繰り返し履歴をうけると仮定する。

単調載荷曲線を基にした構成式の概要を図-1(a), (b)に示す。図-1(a)は塑性ひずみ-真応力で整理した単

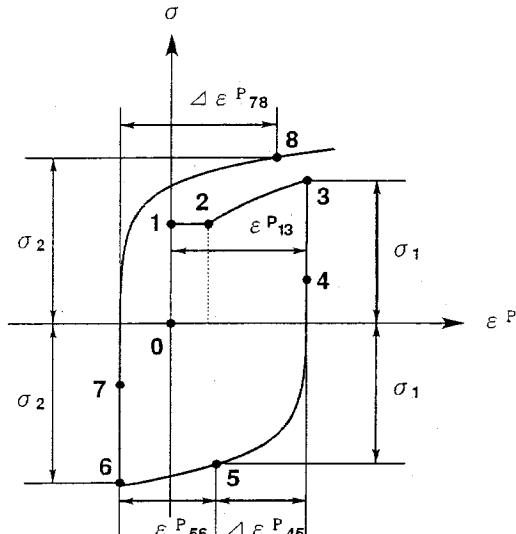


図-1(b) 構成式の概要

調載荷曲線、図-1(b)は繰り返し塑性履歴を受けた鋼材の塑性ひずみ-真応力関係を示しており、図-1(b)の点0~8は図-1(a)の点0~8（ただし点4, 7を除く）と応力レベルが等しくそれぞれ対応したものとなっている。図-1(b)において、一軸状態における塑性ひずみ-真応力の関係を0-1の初期弾性域、1-3と5-6, 8以降の単調載荷曲線の一部をなす領域、3-5と6-8の遷移領域に分ける。さらに単調載荷曲線の一部をなす領域を1-2の降伏棚、2-3と5-6, 8以降のひずみ硬化領域に、遷移領域を3-4と6-7の弾性遷移領域、4-5と7-8の非線形遷移領域の2つに分けることにする。図-1(b)の塑性履歴曲線を例にとって構成式の概要を以下に説明する。応力レベルが σ_1 である点3まで載荷した後、除荷したとする。除荷が進み点5において応力レベルが再び σ_1 に達したとすると、点5から後の塑性ひずみ-真応力の関係は図-1(a)の単調載荷曲線の点5以降の塑性ひずみ-真応力で表現され、再載荷が起こる点6までの点5～点6間の塑性履歴曲線は図-1(a)の単調載荷曲線の点5～点6の部分で表現される。このように単調載荷曲線を基にして、繰り返し塑性履歴を受ける鋼材の塑性ひずみ-真応力関係を単調載荷曲線の一部をなす領域とそれ以外の遷移領域に分けて表現する構成式では、これらの領域分けが重要となる。そのためには、単調載荷曲線上のある応力レベルまで達した後、荷重を反転させたときに再びその応力レベルに達するまでの塑性ひずみ変化量、つまり単調載荷曲線上のある応力レベルに対応する塑性ひずみ ϵ_{mon}^P と、そこで荷重を反転させた時に現れる遷移領域の塑性ひずみの大きさ $\Delta\epsilon^P$ の関係を定式化する必要がある。そこで、単調載荷曲線上の塑性ひずみ ϵ_{mon}^P と荷重を反転させた時に現れ

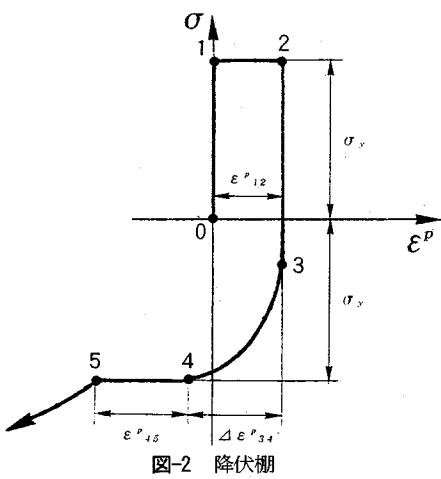


図-2 降伏棚

る遷移領域の塑性ひずみの大きさ $\Delta\epsilon^p$ 、例えば図-1(b)に示すひずみ硬化領域においては、 σ_1 なら $\epsilon^{p \text{ mon}} = \epsilon^{p_{13}}$ と $\Delta\epsilon^{p_{45}}$ 、 σ_2 なら $\epsilon^{p \text{ mon}} = \epsilon^{p_{13}} + \epsilon^{p_{56}}$ と $\Delta\epsilon^{p_{34}}$ との関係を、図-2に示す降伏棚においては、 $\epsilon^{p \text{ mon}} = \epsilon^{p_{12}}$ と $\Delta\epsilon^{p_{34}}$ との関係を以下の式によって表現することとした。

$$\Delta\epsilon^p = \frac{e}{d} \sqrt{(\epsilon^{p \text{ mon}})^2 + 2d\epsilon^{p \text{ mon}}} \quad (1)$$

ここに、
 $\Delta\epsilon^p$: 遷移領域の塑性ひずみ大きさ
 $\epsilon^{p \text{ mon}}$: 単調載荷曲線上の塑性ひずみ
 d, e : 鋼材によって決まる定数

(2) 構成式の数学的表現

単調載荷曲線、弾性遷移領域、非線形遷移領域それぞれの塑性ひずみ-真応力関係を数学的に表現するために以下に示すような定式化を行った。

a) 単調載荷曲線の一部をなす領域の表現

この構成式は単調載荷曲線を基にして鋼材の塑性履歴曲線を表現しているため、各種鋼材の機械的特性を考慮し、しかも実験結果を精度良く再現できるように単調載荷曲線の定式化を行う必要がある。そこでひずみ硬化領域の単調載荷曲線については、接線塑性係数の変化にも注意して以下の式によって表現することとした。

$$\sigma = a \ln\left(\frac{\epsilon^{p \text{ mon}}}{b} + 1\right) + \left(E^p_{st} - \frac{a}{b}\right) \epsilon^{p \text{ mon}} + \sigma_y \quad (2)$$

ここに、 $\epsilon^{p \text{ mon}}$: ひずみ硬化開始点を原点としたときの単調載荷曲線上の塑性ひずみ

E^p_{st} : ひずみ硬化勾配
 σ_y : 下降伏点応力度
 a, b : 鋼材によって決まる定数

式(2)はひずみ硬化開始点 ($\Delta\epsilon^{p \text{ mon}} = 0$)において、

$$\sigma = \sigma_y, d\sigma / d\epsilon^{p \text{ mon}} = E^p_{st} を満たしている。$$

また、図-2のように降伏棚上で荷重を反転させると反転させたループにおいても降伏棚が現れてくる。降伏棚はリュダース線が平行部を伝播していく現象であるため、平行部内の塑性変形は不均一なものとなっている¹⁵⁾。そのため、伸び計によりひずみを測定したとしても、その値は平行部の平均的な挙動を示しているものであり¹²⁾、本来のひずみとは少し違ったものであるように思われるが、あらゆるひずみの範囲で構成式を定義する場合、降伏棚の挙動を定式化することは工学的には意味があるようと思われる。図-2で示すような降伏棚上で荷重を反転させるような実験を行い、降伏棚上で荷重を反転させた時に現れる降伏棚の合計の長さ ($\epsilon^{p_{12}} + \epsilon^{p_{45}}$) と単調載荷時に現れるの降伏棚の長さ $\epsilon^{p \text{ st}}$ を比較したところ、既往の研究¹⁶⁾で指摘されているように両者はほぼ等しくなった。そこで、降伏棚上で荷重を反転させた場合、現れてくる降伏棚の長さの累計が単調載荷時の降伏棚の長さに達するまで降伏棚の挙動を示すこととした。

b) 弹性遷移領域の数学的表現

図-1(b)の点3～点4および点6～点7、図-2の点2～点3のような遷移領域における弾性域については、鋼材が繰り返し塑性履歴を受けるとバウシンガー効果により弾性域の大きさは初期弾性域の大きさより減少し、ある程度以上の繰り返し塑性履歴を受けると弾性域の大きさは一定値に収束することが明らかにされている^{9), 16)}。そこで、繰り返し塑性履歴にともなう弾性域の大きさの変化を以下の式によって表現することとした。

$$\frac{K}{K_0} = \frac{1-c}{(\Delta\epsilon^{p \text{ max}} + 1)^n} + c \quad (3)$$

ここに、
 K : 弹性域の大きさ
 K_0 : 初期の弾性域の大きさ ($2\sigma_y$)
 $\Delta\epsilon^{p \text{ max}}$: 最大塑性ひずみ振幅
 c, n : 鋼材によって決まる定数

式(3)は $\Delta\epsilon^{p \text{ max}}$ がある程度大きくなると弾性域の大きさ K は一定値 $K_0 \times c$ に漸近する。また、ここで最大塑性ひずみ振幅 $\Delta\epsilon^{p \text{ max}}$ とは圧縮側、引張側での履歴最大塑性ひずみを合計したものであり、皆川ら⁵⁾が定義しShenら⁹⁾が使用している累積相当塑性ひずみと同じものである。

c) 非線形遷移領域の数学的表現

図-1(b)の点4～点5および点7～点8、図-2の点3～点4のような非線形遷移領域においては接線塑性係数の値が、非線形塑性域の開始点（例えば点4）での無限大から、非線形遷移領域の終了点（例えば点5）での接線塑性係数 E^p_0 の値まで大きく変化する。非線形遷移領域での構成式の精度の向上を図るために、接線塑性

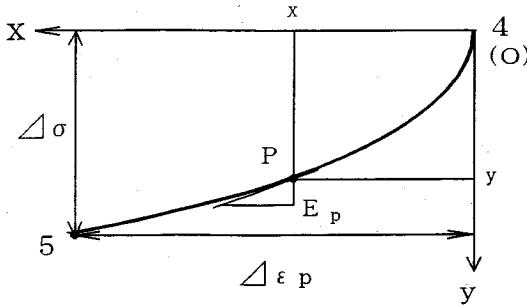


図-3 非線形遷移領域

係数を、このような特性を考慮できるような形で定式化することが重要となってくる。図-3に非線形塑性域である点4～点5を例に取り、接線塑性係数の定式化について説明する。図-3に示すように非線形遷移領域の開始点（点4）を原点とし、 x 軸に塑性ひずみ、 y 軸に真応力をとる。非線形遷移領域上の任意の点P(x, y)における接線塑性係数 E^p を原点から非線形遷移領域の終了点（点5）までの塑性ひずみ $\Delta\epsilon^p$ と真応力 $\Delta\sigma$ 、点5における接線塑性係数 E^{p*} を用いて以下のように表現することとした。

$$E^p = \frac{dy}{dx} = E^{p*} + (1+m)^2 (E^{p*} - \frac{\Delta\sigma}{\Delta\epsilon^p}) \times \left(\frac{x}{\Delta\epsilon^p}\right)^m \ln\left(\frac{x}{\Delta\epsilon^p}\right) \quad (4)$$

ここで m は非線形遷移領域の形状を表す定数であり、 $-1 < m < 0$ である。式(4)において、非線形遷移領域の開始点（ $x = 0$ ）では接線塑性係数 E^p は無限大であり、非線形塑性領域の終了点（ $x = \Delta\epsilon^p$ ）では接線塑性係数 E^p は E^{p*} となっている。さらに式(4)を x に関して積分することにより点Pの座標値について以下の関係式が得られる。

$$y = E^{p*} + (\Delta\epsilon^p - \Delta\sigma) \left(\frac{x}{\Delta\epsilon^p}\right)^{m+1} \times \{(1+m) \ln\left(\frac{x}{\Delta\epsilon^p}\right) - 1\} \quad (5)$$

式(5)において、非線形遷移領域の開始点（ $x = 0$ ）では $y = 0$ であり、非線形遷移領域の終了点（ $x = \Delta\epsilon^p$ ）では $y = \Delta\sigma$ となっている。既往の単調載荷曲線を基にした構成式^{13), 14)}においては、非線形遷移領域に相当する部分の定式化をその開始点と終了点の座標と接線勾配により行っていたが、式(5)では定数 m を導入することにより非線形遷移領域の曲率の変化の影響も考慮できるようになっている。

この非線形遷移領域の曲率に関する定数 m は境界条件を満たすため式(4)および(5)で定義されているように $-1 < m < 0$ を常に満たさなければならない。さら

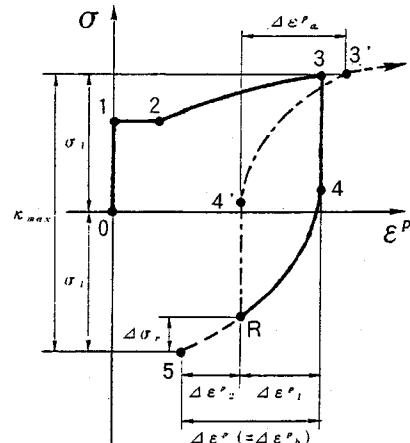


図-4(a) 非線形遷移領域での荷重の反転

に、降伏棚の領域では式(4), (5)の E^p は0であるが降伏棚が終わりひずみ硬化領域に入ると E^p が0から不連続的に E^{p*} に変化し单調載荷曲線上のひずみの増加とともに減少していくため、降伏棚の領域とひずみ硬化領域の非線形遷移領域とでは m の傾向は違つてくるようと思われる。そこで、降伏棚領域とひずみ硬化領域でそれぞれ別々に m を定義することとする。ひずみ硬化領域の非線形遷移領域の m は、ひずみ硬化開始点を原点としたときの单調載荷曲線上の塑性ひずみ ϵ^{p*}_{mon} の関数として以下の式で表現することとした。

$$m = \frac{f}{\epsilon^{p*}_{mon} + \{1 + \exp(g)\}f} - 1 \quad (6)$$

ここに、 f, g ：鋼材によって決まる定数

式(6)より、 $\epsilon^{p*}_{mon} \geq 0$ において常に $-1 < m < 0$ となることがわかる。

降伏棚で荷重を反転させたときのループの非線形遷移領域の m は降伏棚における塑性変形が不均一であり、関数にすることは困難である。また非線形遷移領域が非常に短いため m の値を変えてほとんどループの形状に変化がない。よって、单調載荷曲線上の塑性ひずみが降伏棚の範囲内であるときは一定値をとることとした。

また、非線形遷移領域上で荷重を反転させた場合を図-4(a), (b)を例に取って説明する。図-4(a)において応力レベルが σ_1 である点3まで載荷した後、応力レベルが σ_1 である点5に達する前の非線形遷移領域上の点Rで再載荷したとする。その際に得られる塑性履歴曲線は真応力で評価した平均応力の方向に進行性の塑性ひずみが生じる点3-点R-点3'のような曲線になるといわれている⁹⁾。そこで、非線形遷移領域上で荷重を反転させた時、再び单調載荷曲線の一部をなす領域に達するまでの塑性ひずみ（遷移領域の大きさ）を以下の式によって表現することとした。

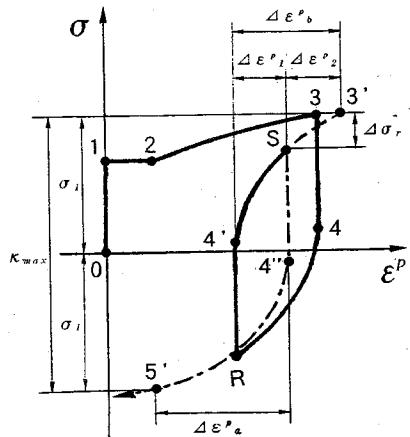


図-4(b) 非線形遷移領域での荷重の反転

$$\begin{aligned}\Delta \varepsilon^p_a &= \Delta \varepsilon^p - \Delta \varepsilon^p_2 + \Delta \varepsilon^p_1 \frac{\Delta \sigma_r}{\kappa_{\max}} \\ &= \Delta \varepsilon^p - \Delta \varepsilon^p_1 + \left(1 + \frac{\Delta \sigma_r}{\kappa_{\max}}\right)\end{aligned}\quad (7)$$

ここに、
 κ_{\max} : 遷移領域の応力の大きさ
 $\Delta \varepsilon^p$: 式(1)によって与えられる遷移領域の塑性ひずみの大きさ
 $\Delta \varepsilon^p_1$: 荷重を反転したループの塑性ひずみ振幅
 $\Delta \varepsilon^p_2$: 荷重の反転点から遷移領域終了点までの塑性ひずみ
 $\Delta \varepsilon^p_b$: 荷重を反転したループの遷移領域の塑性ひずみの大きさ
 $\Delta \sigma_r$: 荷重の反転点から遷移領域終了までの応力

図-2の点3~4間のような降伏棚の非線形遷移領域上で荷重を反転させた場合、非線形遷移領域が非常に短いため点3と3'がほとんど同一の点となる、したがって式(7)を簡略化した以下の式で $\Delta \varepsilon^p_a$ を表現することとした。

$$\Delta \varepsilon^p_a = \Delta \varepsilon^p - \Delta \varepsilon^p_2 \quad (7')$$

さらに、図-4(b)に示すように点Rで再載荷し非線形遷移領域の終了点である点3'に達する前の点Sで再除荷したとすると、再除荷したループの $\Delta \varepsilon^p_a$ は式(7')に $\Delta \varepsilon^p_b = \Delta \varepsilon^p_{RS}$, $\Delta \varepsilon^p_b = \Delta \varepsilon^p_{RS'}$, $\Delta \varepsilon^p_2 = \Delta \varepsilon^p_{RS'}$, $\Delta \sigma_r = \Delta \sigma_{RS}$ を代入して得られる。非線形遷移領域で荷重の反転が起こるときは、単調載荷曲線の一部をなす領域に達するまでこの操作を繰り返すことになる。

(3) 多軸応力状態への拡張

ここまで記述は、一軸応力状態で繰り返し塑性履歴を受けた場合であった。この構成式を多軸応力状態

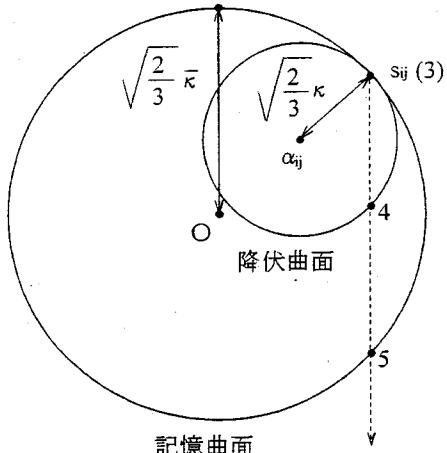


図-5 降伏曲面と記憶曲面

に拡張をする。一軸応力状態に対する構成式として、応力-ひずみ関係を、弾性域、非線形遷移領域、単調載荷曲線に準ずる領域に分けそれらの移行点を応力に対応して定義した。同様に多軸応力状態においてもπ-平面上に降伏曲面と記憶曲面の二つの曲面を定義し、図-5に示すように3-4-5のような応力経路を通るとき偏差応力が降伏曲面内であれば弾性域(点3-4)，降伏曲面と記憶曲面の間ならば非線形遷移領域(点4-5)，記憶曲面の外側なら単調載荷曲線に準ずる領域(点5以後)とする。さらに弾性域の大きさを決定するために必要となる最大塑性ひずみ振幅、降伏棚の出現や非線形遷移領域の挙動を決定する単調載荷曲線上の塑性ひずみを塑性ひずみ空間の中で定義する。

a) 降伏曲面と記憶曲面

降伏曲面はvon Misesの降伏条件に従うとすると次のように定義される。

$$f(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, \kappa) = \frac{3}{2}(S_{ij} - \alpha_{ij})(S_{ij} - \alpha_{ij}) - \kappa^2 = 0 \quad (8)$$

ここに、
 σ_{ij} : 応力
 S_{ij} : 偏差応力
 α_{ij} : 降伏曲面の中心
 κ : 弹性域の大きさ

$f(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}, \kappa) > 0$ のとき、つまり偏差応力が降伏曲面に達した後、降伏曲面上に偏差応力が接していないければならないので偏差応力の変化に伴い降伏曲面は移動していく。降伏曲面の中心を次のように定義する。

$$\alpha_{ij} = S_{ij} \left(1 - \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\kappa}{S_{ij}}\right) \quad (9)$$

塑性域を非線形遷移領域と単調載荷曲線に準ずる領域とに分けるため過去に受けた最大相当応力を示す曲面を記憶曲面として定義する。降伏曲面と同様にvon Mises型の曲面として定義すると次のようになる。

$$F(\sigma_{ij}, \bar{\kappa}) = \frac{3}{2} S_{ij} S_{ij} - \bar{\kappa}^2 = 0 \quad (10)$$

ここに、 $\bar{\kappa}$ ：過去に受けた最大相当応力

b) 最大塑性ひずみ振幅

一軸での最大塑性ひずみ振幅を多軸応力状態に拡張するため塑性ひずみ空間に次のような曲面を考える。

$$\phi(\epsilon^p_{ij}, \eta_{ij}, \rho) = \frac{2}{3} (\epsilon^p_{ij} - \eta_{ij})(\epsilon^p_{ij} - \eta_{ij}) - \rho^2 = 0 \quad (11)$$

ここに、 ϵ^p_{ij} ：塑性ひずみ

η_{ij} ：曲面の中心

ρ ：曲面の半径

この曲面の直径が最大塑性ひずみ振幅として定義される。

c) 単調載荷曲線上の塑性ひずみ

一軸では履歴を受けた単調載荷曲線上の塑性ひずみを ϵ^p_{mon} として定義した。これは、応力が過去に受けた最大応力を更新したときのみ塑性ひずみ増分を加算して求めた。多軸応力状態においても偏差応力が記憶曲面を越えた時のみ相当塑性ひずみ増分を加えることによって求めることとする。相当塑性ひずみ増分は次のように表される。

$$d\epsilon^p = \sqrt{\frac{2}{3}} d\epsilon^p_{ij} d\epsilon^p_{ij} \quad (12)$$

ここに、 $d\epsilon^p$ ：相当塑性ひずみ増分

$d\epsilon^p_{ij}$ ：塑性ひずみ増分

以上で、一軸状態で記述された構成式の基本である弹性域、非線形遷移領域、単調載荷曲線に準ずる領域、の区別および、最大塑性ひずみ振幅、単調載荷曲線上の塑性ひずみを多軸応力状態へと拡張した。

3. 構成式に含まれる材料定数の決定方法

構成式は正確であると同時に、含まれる材料定数の決定のための実験法や、その実験データからの定数の決定方法が明確であることが望まれる。以下に材料定数決定に必要な実験法と定数の算定方法を述べる。

(1) 構成式に含まれる定数

鋼材の繰り返し塑性履歴特性は単調載荷曲線で表される機械的特性と同様に鋼材によって違ってくる。本研究の構成式に含まれる鋼材の特性を表す定数は以下の通りである。

① 単調載荷曲線に関する定数として、ヤング係数 E 、

下降伏応力 σ_y 、降伏棚の長さ ϵ^p_{ss} 、ひずみ硬化勾配

E^p_{ss} 、ひずみ硬化開始後の曲線の形状を表現する a 、 b の6個がある。

② バウシング効果による弹性域の大きさの減少に関

する定数として c 、 n の2個がある。

③ 非線形遷移領域に関する定数として、曲線部の形状を表現する f と g 、単調載荷曲線上のある応力レベルに対応する塑性ひずみ ϵ^p_{mon} とそこで荷重を反転させたときに現れる遷移領域の塑性ひずみ大きさ $\Delta \epsilon^p$ との関係を表現する e 、 d の4個がある。

以上の定数を求めるために単調載荷実験（①に関する定数を求める）、小さいひずみのステップで除荷載荷を繰り返す弹性域の大きさの減少を調べる実験（②に関する定数を求める）、原点を中心に与える正負のひずみを漸増させていく両振り実験（③に関する定数を求める）の3種類の実験を行う。

(2) 定数を求めるための実験

構成式に含まれる定数を求めるため前節で述べた単調載荷実験、弹性域の大きさの減少を調べる実験、両振り実験の3種類の実験を行った。今回の実験で用いた鋼種は普通鋼SS400、高張力鋼SM570、低降伏比高張力鋼LYR590である。また、実験から得られるデータは工学ひずみ ϵ_N と荷重 P であるが、この構成式では塑性ひずみ ϵ_N 、荷重 P を塑性ひずみ ϵ^p 、真応力 σ に変換する必要がある。そこで、以下の式によって変換を行った。

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{P(1 + \epsilon_N)}{A} \\ \epsilon &= \ln(1 + \epsilon_N) \\ \epsilon^p &= \epsilon - \epsilon^e = \epsilon - \frac{\sigma}{E} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

ここに、 ϵ ：真ひずみ（対数ひずみ）

ϵ^e ：弾性ひずみ

A ：実験供試体の断面積

E ：ヤング率

a) 実験供試体

繰り返し圧縮引張実験においては実験供試体の平行部の長さが直径に比べて長すぎると圧縮時に座屈する可能性があり、逆に短すぎると端部の拘束効果により一軸状態が乱され、ひずみの分布が一様でなくなる可能性がある¹⁷⁾、など圧縮時が問題となることが多い。そのため、通常圧縮実験においては実験供試体の長さと直径の比を普通1.5～2.0、WE S²⁰⁾における低サイクル疲労試験片は2.0としているので、実験供試体の形状として図-6に示すような中実で丸棒のものとした。また、SS400、SM570については図-6に示した繰り返し圧縮引張実験供試体を切りだした同じ板を使い、JIS 4号試験片も製作した。

b) 実験装置

実験装置として島津サーボバルサー（容量10tf）を

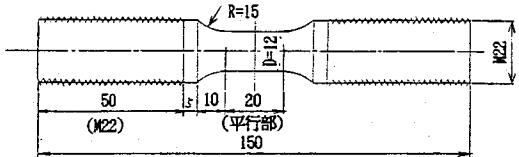


図-6 実験供試体

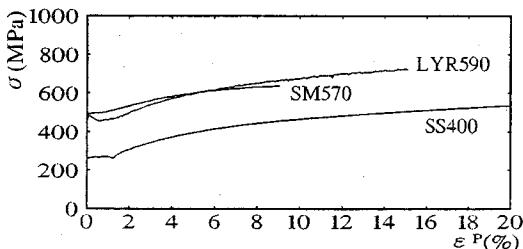


図-7 各種鋼材の単調載荷曲線

表-1 単調載荷曲線に関する材料定数

	SS400	SM570	LYR590
E (kgf/cm ²) (MPa)	2.11×10^6 2.07×10^5	2.07×10^6 2.03×10^5	2.10×10^6 2.06×10^5
σ_y (kgf/cm ²) (MPa)	2.75×10^3 2.70×10^2	4.99×10^3 4.89×10^2	4.69×10^3 4.60×10^2
E^p_{st} (kgf/cm ²) (MPa)	5.30×10^4 5.19×10^3	2.90×10^4 2.84×10^3	4.70×10^4 4.60×10^3
ϵ^p_{st}	1.25×10^{-2}	0.57×10^{-2}	0.94×10^{-2}
a (kgf/cm ²) (MPa)	2.73×10^3 2.68×10^2	5.61×10^5 5.50×10^4	3.84×10^4 3.76×10^3
b	4.26×10^{-2}	1.39	2.52×10^{-1}

用い、実験供試体を治具にねじ込み固定して実験を行った。荷重は試験機に内蔵されたロードセルによって測定し、ひずみは平行部に取り付けた伸び計（標点距離15mm）によって測定したが、単調載荷実験などの10%以上の大ひずみを測定しなければならない場合、伸び計の測定範囲を越えるため大ひずみゲージも併用することとした。また、実験は変位制御によりひずみ速度を約 $5.0 \times 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$ に保って行った。

c) 単調載荷実験

単調載荷曲線に関する定数（前節の①）を求めるため3種類の鋼材について単調載荷実験を行った。図-7に各種鋼材の単調載荷曲線の塑性ひずみ-真応力関係を示す。定数の求め方であるが、塑性ひずみ-真応力に変換した実験結果から、まず下降伏応力 σ_y 、降伏棚の長さ ϵ^p_{st} 、ひずみ硬化勾配 E^p_{st} を決定する。 $\epsilon^{p*}_{mon} = \epsilon^p_{mon} - \epsilon^p_{st}$ により求めたひずみ硬化開始点を原点とした塑性ひずみ ϵ^p_{mon} と真応力 σ で表現した実験データを、 E^p_{st} 、 σ_y を代入した式(1)で回帰計算を行い定数 a 、 b を決定した。表-1に各種鋼材の単調載荷曲線に関する構成式に含まれる定数の値を示す。

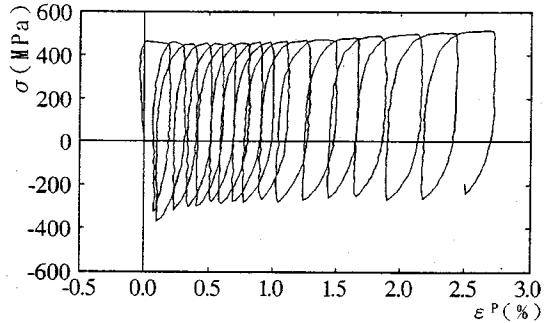


図-8 弾性域の減少を調べる実験

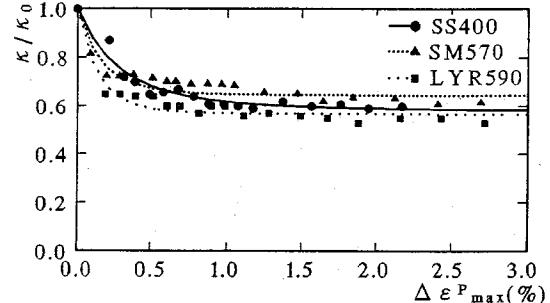


表-2 弹性域の大きさの減少に関する材料定数

	SS400	SM570	LYR590
c	0.581	0.646	0.567
n	3.52	6.33	7.38

d) 弹性域の大きさの減少を調べる実験

繰り返し塑性履歴に伴う弾性域の大きさの減少に関する定数（前節の②）を求めるため、図-8に示すような小さいひずみのステップで除荷と載荷を繰り返す実験を行った。弾性域の大きさの決定するにあたり、除荷開始点からの0.03%オフセット法によって各除荷ループの弾性域の大きさ κ を求めた。こうして求まった弾性域の大きさ κ を初期の弾性域の大きさ κ_0 ($2\sigma_y$)で割って無次元化したとそれぞれの κ に対応する最大塑性ひずみ振幅 $\Delta \epsilon^p_{max}$ との関係を調べ、式(3)によって回帰計算し、 c 、 n を求めた。図-9に実験で得られた各種鋼材の $\Delta \epsilon^p_{max}$ と κ / κ_0 との関係を点で、表-2に回帰計算によって得られた c 、 n の値を示す。図-9の実線は式(3)に表-2の定数を代入して求めたものである。図-9に示すように、いずれの鋼材においても弾性域の大きさ κ は $\Delta \epsilon^p_{max}$ が1%程度以内で大きく減少し、その後一定値($\kappa_0 \times c$)に収束していることがわかる。

e) 両振り実験

非線形遷移領域に関する定数（前節の③）を求めるため、図-10に示すような原点を中心に与える正負のひずみを漸増する両振り実験を行った。この際、単調載荷実験より降伏棚の長さを把握し、その結果を基に、

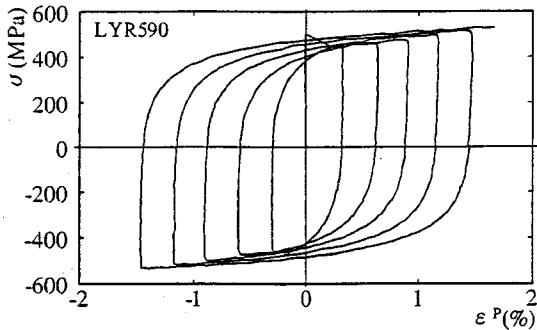


図-10 両振り実験

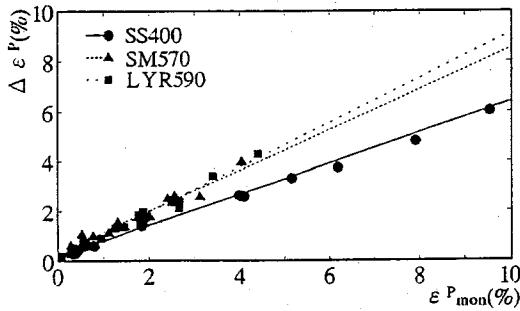


図-11 ϵ_p^{mon} と $\Delta \epsilon_p$ の関係

降伏棚での繰り返しを含んだ両振り実験を行うことが望ましい。両振り実験によって得られたデータを塑性ひずみ-真応力に変換し、変換したデータから2章の(1)、図-1(a)、(b)に示した要領で、各種鋼材の単調載荷曲線上の塑性ひずみ ϵ_p^{mon} と遷移領域の塑性ひずみの大きさ $\Delta \epsilon_p$ の関係を調べたものを図-11に各種点で、式(1)によって回帰計算して求めた d, e の値を表-3に示す。図中の各線は式(1)に表-3の定数を代入して求めたものである。ここで、式(1)は原点を通る双曲線を表しており、図-11からもわかるように ϵ_p^{mon} がある程度大きくなると式(1)は傾きが e/d の直線で近似的に表現できる。一般的に e/d の値が小さくなれば、ある応力まで達して荷重を反転させた時、より少ない塑性ひずみの変化量で再びその応力に達するので、塑性履歴に伴い応力が上昇しやすくなる。

また、非線形遷移領域の曲率に関する定数 m を表現する材料定数 f, g については、まずそれぞれの除荷、載荷のループについて単調載荷曲線上の塑性ひずみ ϵ_p^{mon} 、遷移領域の大きさ $\Delta \epsilon_p$ 、最大塑性ひずみ振幅 $\Delta \epsilon_{\text{max}}^p$ を求める。これらの値を基に式(2)を微分した式により E^p_0 を、式(3)により弾性域の大きさ K を計算し、非線形遷移領域の応力の幅 $\Delta \sigma$ を求める。こうして求めた $\Delta \epsilon_p, E^p_0, \Delta \sigma$ を式(5)に代入し実験結果と回帰計算することによって m の値を決定した。さらに、ひずみ硬化領域の非線形遷移領域については、ひずみ硬化開始点を原点とした塑性ひずみ ϵ_p^{mon} と m を

	SS400	SM570	LYR590
d	0.317	0.510	0.216
e	0.197	0.413	0.193

表-3 ϵ_p^{mon} と $\Delta \epsilon_p$ に関する材料定数

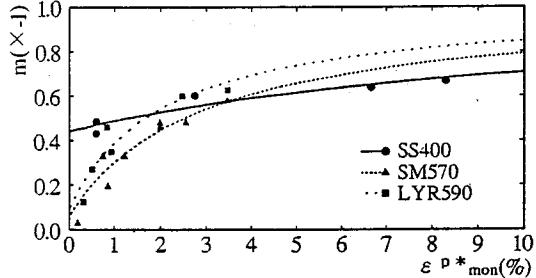


図-12 ϵ_p^{mon} と m の関係

表-4 m に関する定数

	SS400	SM570	LYR590
f	6.09	2.67	1.83
g	-0.236	-2.72	-2.29

式(6)に代入して回帰計算することにより材料定数 f, g を決定した。図-12に各種鋼材のひずみ硬化開始後の各ループの ϵ_p^{mon} と m の関係を、表-4に回帰計算によって求められた f, g の値を示す。図中の実線は式(6)に表-4の値を代入して求めたものである。また、降伏棚の非線形遷移領域での m については、回帰計算によって得られた m の値が0付近の小さい値でばらついていたので鋼材によらず一定値 $m=-0.01$ であるとした。

4. 各種鋼材の一般的な繰り返し塑性履歴実験

普通鋼SS400、高張力鋼SM570、低降伏比高張力鋼LYR590の繰り返し塑性履歴特性を調べその違いを把握するとともに、単調載荷実験、弾性域の大きさの減少を調べる実験、両振り実験の3種類の実験結果だけから得られた定数を用いて鋼材の他の一般的な塑性履歴特性を精度よく再現できること、すなわち構成式の妥当性を確認するため載荷パターンを変えて数種類の繰り返し塑性履歴実験を行った。

(1) 数値シミュレーションと実験結果との比較

図-13から図-18に実験データと本研究で提案した構成式による数値シミュレーションと比較したものを見ます。実験データは点で数値シミュレーションは実線で表している。図-14より、SS400がSM570、LYR590より繰り返し硬化が顕著であるといった鋼材の繰り返し塑性履歴特性の違いを、数値シミュレーションがうまく表現している。これは、SS400の e/d の値がSM570、LYR590の e/d の値より小さいため応力が上昇しやすい

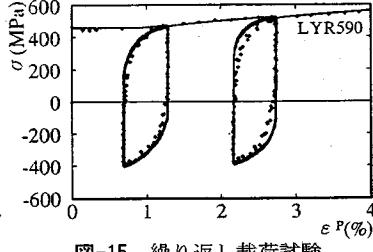
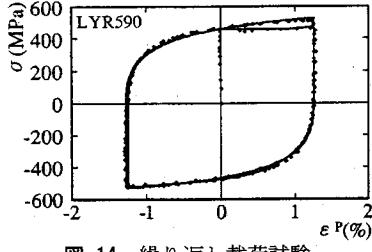
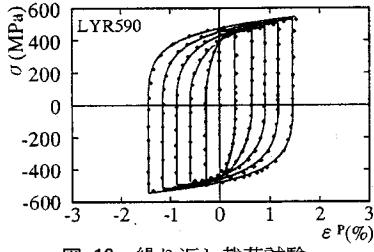
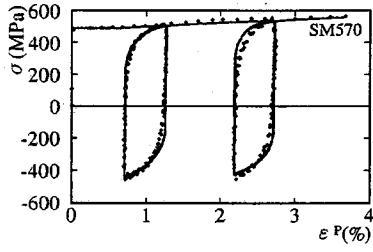
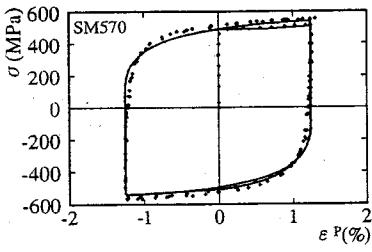
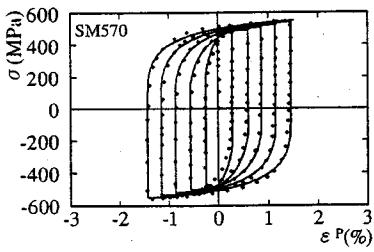
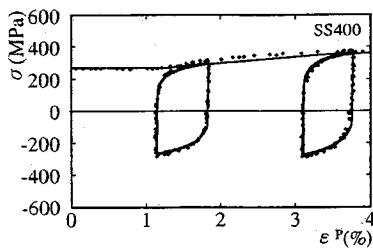
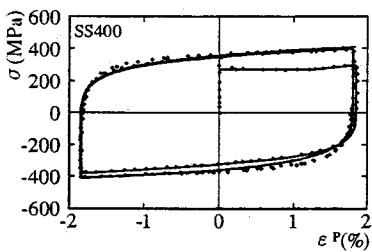
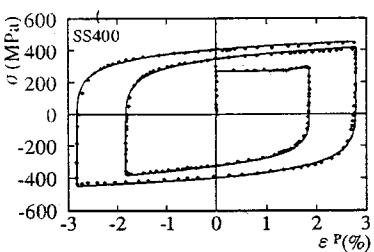


図-13 繰り返し載荷試験

図-14 繰り返し載荷試験

図-15 繰り返し載荷試験

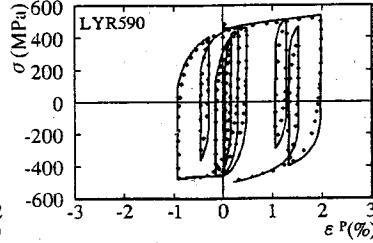
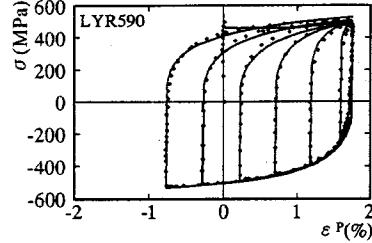
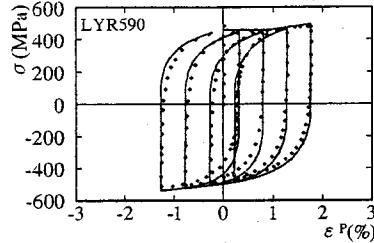
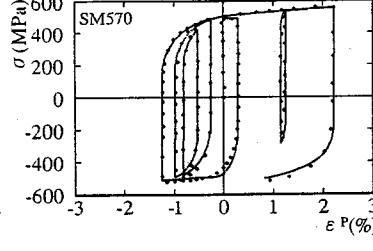
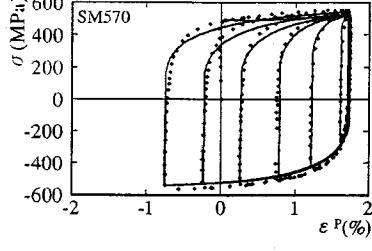
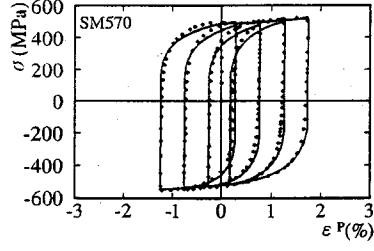
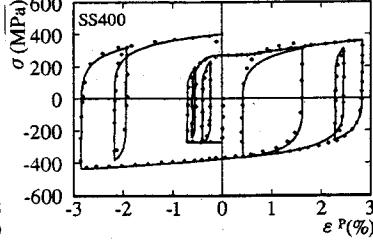
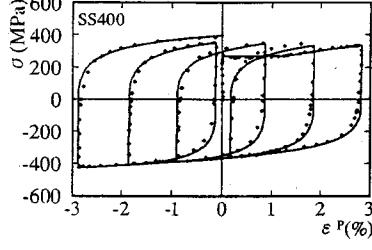
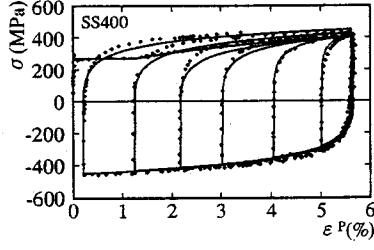


図-16 繰り返し載荷試験

図-17 繰り返し載荷試験

図-18 繰り返し載荷試験

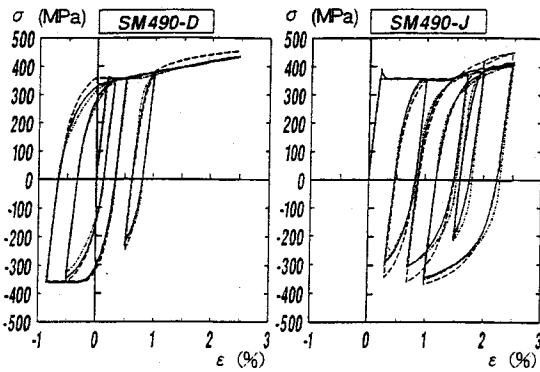


図-19 既往の構成式との比較 図-20 既往の構成式との比較

表-5 文献9) より求めた材料定数

	σ_y	E^p_{st}	a	E
(kgf/cm ²)	3.72×10^3	7.0×10^4	2.85×10^6	2.10×10^6
(MPa)	3.65×10^2	6.9×10^3	2.79×10^5	2.06×10^5
	ϵ^p_{st}	b	c	n
	1.24×10^{-2}	1.89	0.53	6.0
		d	e	f
		0.299	0.249	6.09
		g		
		-0.236		

といった材料定数 d, e の違いによるものである。図-13においても同様の理由でSS400がSM570, LYR590に比べて応力が上昇しやすい傾向をシミュレーション結果が再現しており実験データと高い適合性を示している。よって、繰り返し塑性履歴とともに応力の大きさが減少するという繰り返し軟化現象も d, e の値が変わることによって十分に表現できるため、そのような特性を示す材料にもこの構成式は適用できるものと考えられる。図-15はある値の平均ひずみを中心とした一定ひずみ実験である。この場合非線形遷移領域で荷重の反転が連続して生ずることになるが、繰り返し塑性履歴に伴う平均応力の減少という“Cyclic relaxation”を式(7)によるシミュレーションがうまく再現していることがわかる。さらに、圧縮側、引張側のそれぞれ設定した応力で繰り返し載荷したときに現れる“Cyclic creep”現象も式(7)で表現できる。および図-13～図-18のいずれの塑性履歴に対してもこの構成式によるシミュレーション結果が実験データを精度良く再現できていることがわかる。そこで、単調載荷実験、弾性域の大きさの減少を調べる実験、両振り実験の3種類から求められた材料定数で各種鋼材の任意の塑性履歴曲線を精度良く再現できることになり、この構成式および材料定数を求めるための実験法の妥当性が確認できた。

(2) 既往の研究による構成式との比較

本研究での提案した構成式のより一般的な妥当性を検証するため既往の構成式との比較を行った。既往の構成式としてShen・水野らの修正二曲面モデルを取り

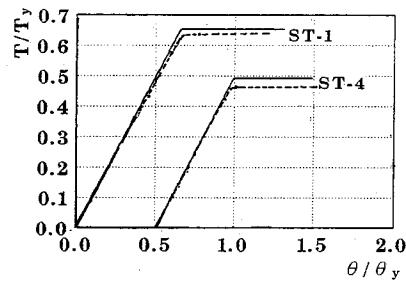


図-21 単調載荷試験

上げる。この修正二曲面モデルはDafalias・Popovの二曲面モデルに仮想境界面、記憶曲面等の補助的曲面を導入して改良を行うとともに、それまであまり研究されていなかった降伏棚上での繰り返しを含む比較的小さいひずみ領域について数多く実験を行い、その実験結果を基に降伏棚での精度を高めたものとなっている。

今回、比較のため用いた実験データおよび修正二曲面モデルによる数値シミュレーションは文献9)より引用したものである。表-5に文献9)から求めた材料定数を示す。実験データを実線、修正二曲面モデルによるシミュレーションを破線、本研究の構成式によるシミュレーションを一点鎖線で表現し比較したものを図-19、図-20に示す。図-19において、中程度のひずみの領域で境界線に達する前に荷重の反転が起こった場合応力を過大に評価してしまうといった二曲面モデルの問題点を今回のモデルでは繰り返し硬化による応力の上昇を単調載荷曲線で表現することにより解決し、実験データを数値シミュレーションが精度良く再現していることがわかる。図-20において、降伏棚上の比較的小さいひずみの領域でも実験データを数値シミュレーションが精度良く再現していることがわかる。従って、ひずみ硬化領域、降伏棚上、いずれの領域の繰り返し塑性履歴をも本研究の構成式で精度良く再現できていることが確認された。

(3) 多軸応力下での数値シミュレーションと実験結果の比較

一般に部材断面に一様な多軸応力状態を発生させる実験には、中空断面部材の長軸方向に軸力を与えて直応力を生じさせ、円周方向にねじりを与えてせん断応力を生じさせる手法が使われる。

a) 単調載荷実験

崎元ら²⁰⁾は円形鋼管の単調載荷試験を行っている。図-21にシミュレーション結果と実験結果との比較を示す。ST-1は直応力をせん断力の二倍に保ちながら比例載荷したもので、ST-4は直応力を $0.87\sigma_y$ に保ちながらせん断力を単調載荷したものである。シミュレーションは実験結果と良好に一致し、構成式を拡張する

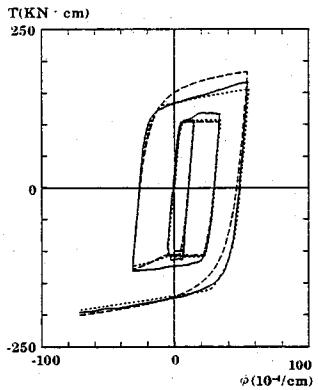


図-22 繰り返し載荷試験

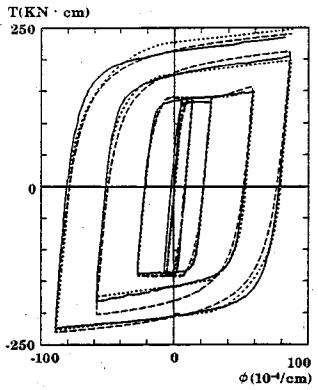


図-23 繰り返し載荷試験

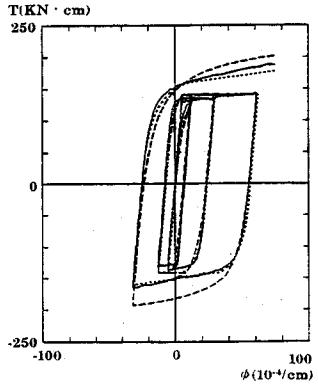


図-24 繰り返し載荷試験

ときに仮定したvon Misesの降伏条件式の妥当性をよく示している。

b) 繰り返し載荷実験

Shenら⁹⁾は角形鋼管を使い多軸応力下で繰り返し塑性履歴を受ける鋼材の実験を行っている。この実験では軸力を一定に保ちながらせん断力を変化させ繰り返し履歴を与えており、本研究で拡張した構成式とShenらの実験結果との比較を縦軸にねじりモーメント T 、横軸には単位長さあたりのねじれ角 ϕ をとった図-22～24に示す。図中の実線は実験結果、破線(--)はShenらのシミュレーション、点線(---)は本研究で提

案した構成式によるシミュレーションを示す。また図-22、図-23は軸圧を降伏応力の0.6倍、図-24は0.8倍に保ちながら繰り返し塑性履歴を与えたものである。シミュレーションは実験結果を良好に追跡できておりこの構成式の妥当性が確認できた。

5. 結論

本研究では、各種鋼材の繰り返し塑性履歴を精度良く表現できる構成式を考案しその適用性を示したが、その内容を示すと以下のようなになる。

- (1) 単調載荷曲線を直接利用し、鋼材の塑性履歴曲線を初期弾性域、単調載荷曲線の一部をなす領域、弾性遷移領域と非線形遷移領域からなる遷移領域によって表現する構成式を考案した。その中で遷移領域の弾性域については繰り返し塑性履歴に伴う弾性域の大きさの減少を考慮し、非線形遷移領域においては接線塑性係数の変化に着目し曲線部の曲率変化を考慮できるような形で定式化した。
- (2) 構成式に含まれる材料定数を決定するために必要な実験の形式は、単調載荷実験、弾性域の大きさの減少を調べる実験、両振実験の3種類である。
- (3) SS400, SM570, LYR590について数種類の塑性履歴を変えた繰り返し圧縮引張実験を行い、その実験結果と本研究によって提案した構成式によるシミュレーション結果と比較を行い、構成式の妥当性を検証した。また、既往の研究による実験データや数値シミュレーション結果とも比較することにより構成式の一般性も確認した。
- (4) 一軸での構成式を多軸応力状態へ拡張した。
- (5) 多軸応力状態に拡張した構成式を用いて既往の研究で行われた実験に対してシミュレーションを行い、構成式の妥当性を確認した。

参考文献

- 1) Mroz,Z.:On the description of anisotropic work-hardening,*J.Mech.Phys.Solids*, Vol.15,pp.163-175,1967.
- 2) Dafalias,Y.F. and Popov,E.P.:A model of non-linearly hardening materials for complex loading,*Acta Mechanica*, Vol.21,pp.173-192,1975.
- 3) Dafalias,Y.F. and popov,E.P.:Plastic internal variables formalism of cyclic plasticity, *Trans.ASME, Jour. Appl.Mech.*,pp.645-651,1975.
- 4) Petersson,H. and Popov,E.P.:Constitutive relations for generalized loadings,*Proc. of ASCE*, Vol.103, No.EM4, pp.611-627,1977.
- 5) 皆川勝, 西脇威夫, 増田陳紀:多曲面塑性モデルによる鋼引張圧縮部材の履歴応力-ひずみ関係の推定, 構造工学論文集, Vol. 32A, pp. 193-206, 1986.
- 6) 皆川勝, 西脇威夫, 増田陳紀:塑性流れ域における構造用鋼の単軸繰り返し塑性挙動の推定, 構造工学論文集, Vol. 35A, pp. 53-65, 1989.

- 7) 藤本盛久, 橋本篤秀, 中込忠男, 山田丈富:構造用鋼材の多軸応力状態における繰り返し応力-ひずみ関係, 日本建築学会構造系論文報告集, 第356号, pp. 93-101, 1985.
- 8) Shen,C., Mizuno,E. and Usami,T.: A generalized two-surface model for structural steels under cyclic loading, *Proc.of JSCE,Strutral Eng./Earthquake Eng.*, Vol.10,No.2,pp.23-33,1993.
- 9) Shen,C., Mizuno,E. and Usami,T.: Development of Cyclic Two-surface Model for Strutural Steels with Yield Plateau, *NUCE Reserch Report*, No.9302,March,1993.
- 10) Yokoo,Y., Nakamura,T. and Komiyama,T. : Nonstationary histeretic uniaxial stress-strain rela-tions of a wide-flange steel(Part I),*Trans. of AJJ*,No.259,pp.53-63,1977.
- 11) Yokoo,Y. and Nakamura,T.: Nonstationary histeretic uniaxal stress-strain relations of a wide-flange steel (Part II), *Trans. of AJJ*, No.260, pp.71-80,1977.
- 12) 中村恒善, 鎌形修一:非定常履歴単軸構成法則とその部材解析への適用, 日本建築学会論文報告集, 第300号, pp. 11-17, 1981.
- 13) 加藤勉, 秋山宏, 山内泰之:鋼材の応力-ひずみ履歴曲線に関する実験則, 日本建築学会大会学術講演梗概集(東北), pp. 937-938, 1973.
- 14) 修行稔:定軸力と繰り返し曲げ荷重を受ける鋼構造部材断面の塑性挙動について (その 1) , 日本建築学会論文報告集, 第323号, pp. 1-11, 1983.
- 15) 益田森治, 室田忠雄:工業塑性力学, 養賢堂, pp13-14, 1989.
- 16) Lee,C.G., Chang,K. and Sugiura,K. :The experimental basis of material constitutive laws of structural steel under cyclic and nonpropor-tional, 平成3年度科学硏究費補助金研究成果報告書, pp. 3-14, 1991.
- 17) 日本機械学会:金属材料疲労強度の資料IV, 低サイクル疲労強度
- 18) WE S 1101-1979:溶接構造用金属材料及び溶接金属のひずみ制御方式による低サイクル疲労試験方法
- 19) 西村宣男, 小野潔, 池内智行, 新家徹:各種鋼材の繰り返し塑性履歴特性に関する実験的研究, 鋼構造論文集, No. 1, 1994.
- 20) Komatsu.S. and Sakimoto.T.: Elasto-plastic behavior of thin-walled steel tubes under-combined forces, *Proc.of JSCE*,No.235,1975.

(1994. 5. 26受付)

A CONSTITUTIVE EQUATION FOR STRUCTURAL STEELS BASED ON A MONOTONIC LOADING CURVE UNDER CYCLIC LOADING

Nobuo NISHIMURA, Kiyoshi ONO and Tomoyuki IKEUCHI

It is important to grasp plastic behavior of steel structures and a constitutive equation which can represent stress-strain relationship for structural steels under cyclic loading is required. In this paper, a constitutive equation based on a monotonic loading curve is developed. The feature of this model is that plastic strain-true stress relationship of a structural steel consists of two domains which are a part of a monotonic loading curve and a transition domain. And three types of experiments for resolving the material properties were shown. The proposed uniaxial constitutive equation is extended to the mutlidimensional stress state. It is confirmed that this proposed constitutive equation can represent experimental data adequately.