

レール応力の光弾性学的研究

正員 小 西 一 郎*

正員 丹 羽 義 次**

准員 川 本 脩 万***

STUDY OF RAIL STRESS BY PHOTO-ELASTICITY

(Trans. JSCE, No. 51, Dec. 1957)

Dr. Eng. Ichiro Konishi, C.E. Member, Dr. Eng. Yoshiji Niwa,
C.E. Member and Toshikazu Kawamoto, C.E. Assoc. Member.

Synopsis : In order to secure the safety of rails in service track, it is necessary, first, to know accurately the rail stress caused by external load. For this purpose, an experimental observation was made by two and three dimensional photo-elasticity so as to make a fundamental study on the stress distribution of the rail section under various loads and boundary conditions such as the state of concentration or distribution of local stress.

要 旨 二次元光弾性実験により、断面形状に大いに影響されると思われる荷重点下のレール応力について考察した。すなわち列車荷重の位置、偏心量、傾斜度及び枕木の弾性等のレール断面応力に及ぼす影響と、それらの条件を考慮した場合のレール断面形状と応力との関係について実験的研究を行った。

つぎに三次元光弾性実験によりレール断面応力の軸方向分布状態を明らかにした。実験は 50 kg レールの 1/4 模型を用い、① 枕木上で載荷した場合、② 枕木上で固定支持し、スパン中央で載荷した場合、③ 単純支持とし、スパン中央で載荷した場合等について行い、おのおの場合のレール応力について検討した。

I. 概 説

外荷重によつて生ずるレール応力については多数の権威者によつて 実験及び実測¹⁾²⁾³⁾が行われてきた。レール応力について最初に問題になることは鉛直方向及び水平方向の曲げ剛性と、さらに捩れ剛性が実際の輪荷重に適応したものであるかどうかということであり、従来より Beam Theory で考えられているものである。つぎに問題になるのはその材料力学的な強度であるが、充分な剛性をもつレールにおいても 強度的にこれを検討する場合には荷重点近傍のレール応力も極めて重要であつて、この応力は断面形状のいかんによつて 著しい相違を生ずるものと思われる。

とくにレール横断面方向に起る応力、すなわち断面応力については米国では早くから問題とされ、わが国においても最近この断面応力がとくに 30 kg, 37 kg レールにおいて注目されねばならないことが明らかにされた。しかるにこの断面応力は首下応力、腹部応力と言う局部応力として多くの実験研究⁴⁾⁵⁾⁶⁾が行われているが、レール断面が力学的にきわめて複雑な性質をもっていることと、測定計器の精度に限度があるために、いまだ完全に解明されていないようである。この局部応力を究明し、さらに種々の環境及び境界条件がレール応力に及ぼす影響を明らかにするためには、三次元光弾性実験によるのが最も有力である。しかし断面形状によつてかなり異なると思われる荷重点下に生ずるレール応力については、二次元光弾性実験によつても十分考察されよう。従つてまず二次元実験により種々の条件のもとでのレール応力及び断面形状について考察を行った。

一方光弾性材料及び実験方法の発達に伴い、最近とみに進展してきた三次元光弾性実験を用いて三次元的な考察を行った。レールの三次元的な光弾性実験としては 1953 年に M.M. Frocht が「レール模型の頭部の主応力及びせん断応力」と題して発表⁷⁾しているが、これはレール頭部にのみ着目し、腹部より下部を修正断面でおき換えて枕木上で輪荷重による応力を求めているのであつて、shelling などの局部応力の問題には適当であるが、いわゆるレール応力の問題には適さないように思われる。従つてここにおいては 50 kg レールの三次元模型を用いて種々の条件のもとにおけるレール応力を検討した。

II. 二次元光弾性実験による考察

光弾性材料としてはフェノライト樹脂を用い、その板よりそれぞれ 30 kg, 37 kg, 50 kg レールの縮尺 1/2 の断面形を切りとつて二次元模型を作成した。これらの模型にたいして前述のような場合につきつぎのような結果を得た。

* 工学博士、京都大学教授、工学部土木工学教室 ** 工学博士、京都大学助教授、工学研究所
*** 熊本大学講師、工学部土木工学教室

1. 荷重の偏心と局部応力

レールにかかる荷重が対称軸から偏心して作用する場合の局部応力を明らかにするため、30 kg レールにつき荷重を鉛直 ($\theta=0^\circ$) に作用させて実験を行った。図-1 は縦軸に単位荷重 (kg/cm) が作用した場合の応力度 σ (kg/cm²)、(+ : 圧縮, - : 引張) を、横軸に偏心距離 (d mm) をとつて、この実験結果を表わしたものである。なお縦軸の右側はレールの載荷側、左側は無載荷側を表わしている。図より明らかなように荷重の偏心とともに局部応力はほとんど直線的に増大し、とくに上首部、腹部では偏心 20 mm のとき偏心 0 mm の応力の 5 ~ 6 倍もの応力が生じている。37 kg レールについてもほぼ同様の結果が得られた。

2. 荷重の傾斜と局部応力

敷設レールにかかる列車荷重は偏心していると同時に鉛直面から傾斜して作用しているようである。この荷重の傾斜が局部応力に及ぼす影響を明らかにするため、50 kg レールについて偏心距離 $d=0, 6.6, 13.3, 20.0$ mm の各場合に対して、傾斜角 θ を $0^\circ, 10^\circ,$

図-1 30 kg レール, 偏心と局部応力 ($\theta=0^\circ$)

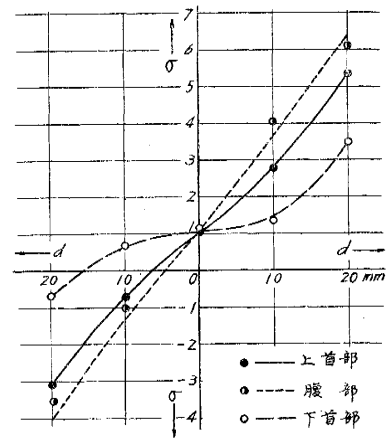


図-2 50 kg レール, 傾斜と局部応力 (上首部)

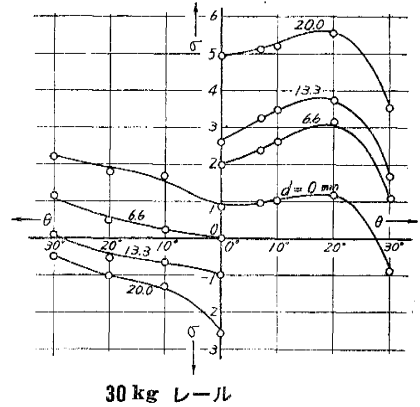
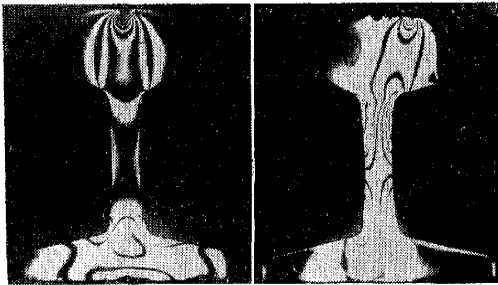


写真-1

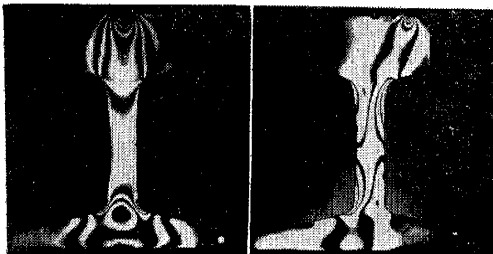
50 kg レール

$P=19.30$ kg $\theta=0^\circ, d=0$ mm $P=4.24$ kg $\theta=20^\circ, d=20$ mm



37 kg レール

$P=28.02$ kg $\theta=0^\circ, d=0$ mm $P=9.28$ kg $\theta=20^\circ, d=20$ mm



$P=26.41$ kg $\theta=0^\circ, d=0$ mm

$P=10.79$ kg $\theta=20^\circ, d=20$ mm



$20^\circ, 30^\circ$ に変化して実験を行った。図-2 はこの場合の上首部の応力度 σ を表わしたものである。図より明らかなように、いずれの場合においても載荷側の圧縮応力は傾斜角 20° 付近で最大値を示し、これより傾斜角が増すとかえつて減少している。これに反して無載荷側は $d=0, 6.6$ mm の場合は圧縮応力であり、偏心が 13.3 mm ともなれば引張応力となるが、いずれの場合も傾斜角の増大とともに圧縮力を増大している。

ここに参考のために本実験における 2, 3 の例についてレール断面の等色線縮写図、緑応力分布図及び主応力線図を示せば写真-1、図-3 及び 図-4 のようである。

3. 枕木の種類と局部応力

レールは木製またはコンクリート製枕木の上に敷設せられている。この枕木や道床の弾性性質が局部応力に及ぼす影響を明らかにするため、鋼 ($E=2100000$ kg/cm²)、石膏 (55000)、皮革 (30000) の 3 種類の枕木上に

図-3

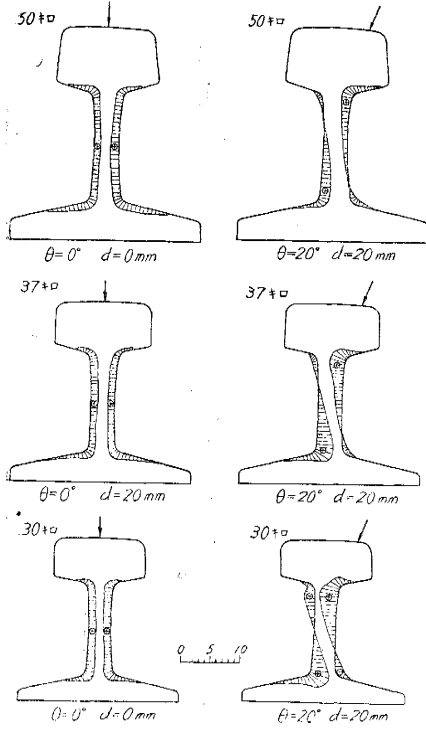
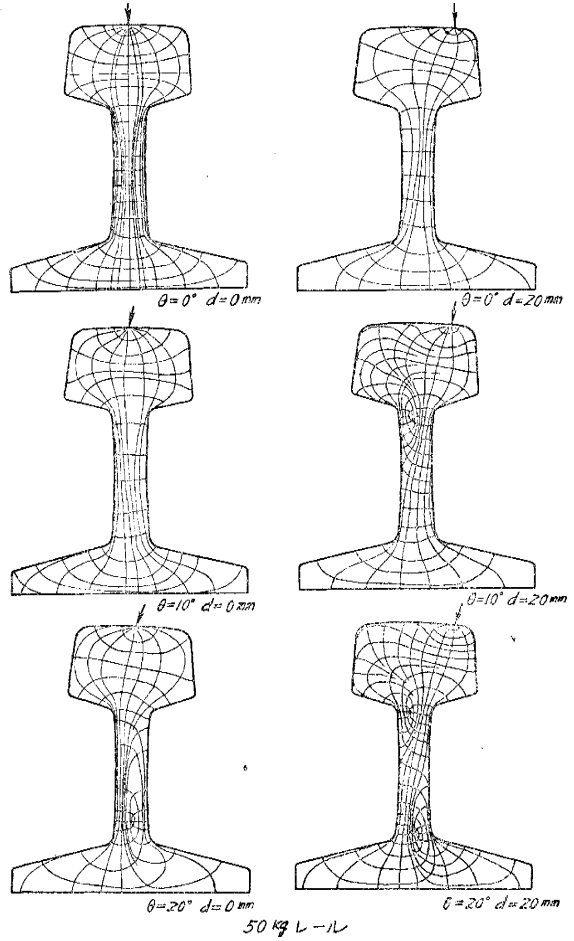


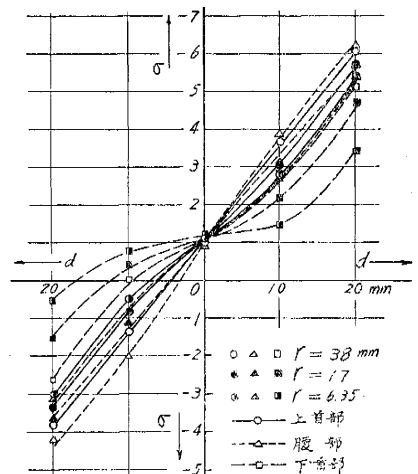
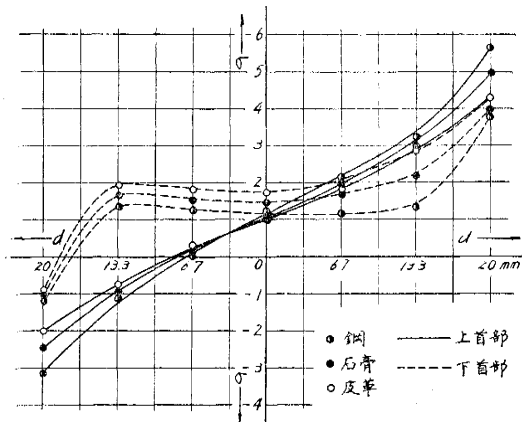
図-4



フェノライト (35 000) の 50 kg レールの 1/2 模型を置き、鉛直荷重をかけて偏心と局部応力との間の関係を調べた。図-5 はこの場合のそれぞれ上下首部の応力度 σ を表わしたものである。これよりレール支承部の弾性係数が大きいほど上首部応力は大きく、下首部応力は小さくなり、なおこの傾向は荷重の偏心が大きいほど顕著であることが判る。しかし载荷側下首部の応力を除いては、基礎の弾性性質によって局部応力は著しくは変化しないようである。

図-6 30 kg レール下首部曲率変化、偏心と局部応力 ($\theta=0^\circ$)

図-5 50 kg レール枕木変化、偏心と局部応力 ($\theta=0^\circ$)



4. 上下首部の曲率と局部応力

レール断面応力を実験的に求めるとともに断面改良の要点を知る資料として、上下首部の曲率に対する局部応力の変化につき考察した。まず 30 kg レールにつき下首部の曲率半径を $r=6.35, 17, 38 \text{ mm}$ の3種に変化させ、偏心量と局部応力についての関係を調べた。その結果の1例として $\theta=0^\circ$ の場合の関係を図示すれば図一6のようである。荷重が鉛直に作用したときは偏心量と上首部、腹部の応力度 σ とは直線的な関係を示し、下首部のみそれより緩やかな変化を示す。ここでは載荷側及び無載荷側いずれの側も下首部の曲率半径が大きいほど応力度 σ が大きくなるが、このことは注目に値することがある。荷重傾斜角 $\theta=20^\circ$ の場合は $\theta=0^\circ$ の場合の応力状態と著しくその趣きを異にする。すなわち偏心量が増大するにしたがって応力度 σ の増加率が減少し、下首部の曲率半径の大きいものほど一般に応力度 σ は低く、とくに腹部、下首部でその性状が顕著である。

つぎに上首部の曲率変化を 37 kg レールについて、 $r=6.35, 16, 32 \text{ mm}$ に対して上と同様な考察を行った。 $\theta=0^\circ$ の場合の関係は図一7に示されるとおりである。この場合にも下首部の曲率変化において見られたような傾向を示し、鉛直荷重が作用するときは上首部の曲率半径が大きいほど応力度 σ が大なることは上の場合と同様である。

以上のようにレール断面は力学的に非常に鋭敏であり、さらに列車荷重の載荷位置、方向等を確実に把握しなければならないが、一応この二次元光弾性実験からのみ結論すれば、まず下首部曲率半径は現在採用されている $r=6.35 \text{ mm}$ でよいものと考えられる。

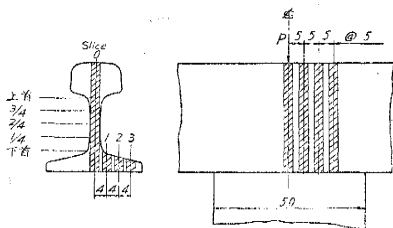
以上にレール応力の基礎的考察として二次元光弾性実験による結果及びその考察について述べたのであるが、敷設レールの実応力を推定するには、さらに今後の実測及び後述のごとく三次元光弾性実験にまたねばならない多くの問題がある。

III. 三次元光弾性実験による考察

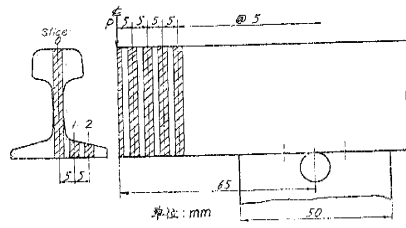
上の二次元実験により一応荷重点下の断面応力状態についての種々の考察がなされたわけであるが、前にも述べたように実際の状態におけるレール応力についての考察は三次元実験によるのが最も有利である。

三次元光弾性材料としてはエポキシ樹脂を用い、これを角柱にキャストし、それより 50 kg レールの 1/4 模型を作成した。模型はいずれもミーリングカッターで粗く型をとり、その後ゲージで断面を整えながらヤスリで仕上げられた。模型及び切取つたスライスの位置を図示すれば図一8 (a), (b) のようである。

図一8 (a)



図一8 (b)



実験法としては応力凍結法を用いた。それは主として実物の plastic 模型へのひずみの凍結、これらの模型から、適当な方向にスライスを切りとること、通常の光弾性装置によりこれらのスライスから等色線縮写像を得ること、及び得られた等色線図の処理等である。本実験においては3つの状態を考え、いずれの場合も枕木には石膏を用い、輪荷重はレール中心に鉛直に作用するものとし、車輪とレール面との接触面はつぎの実験式⁹⁾より算出した。

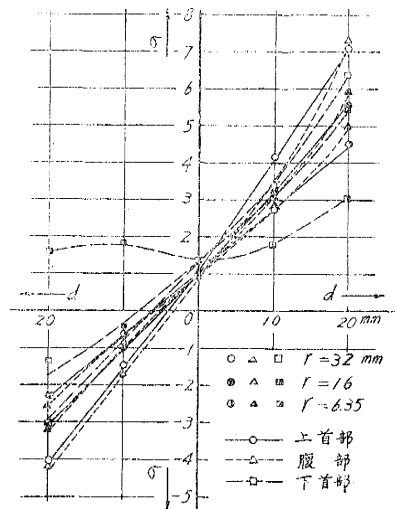
$$2a = 3.04 \sqrt{pr/E}$$

ここに、 $2a$: 接触長

r : 車輪半径

p : 車輪幅とレールとの接触幅 1 cm に対する重量 (kg)

図一7 37 kg レール上首部曲率変化、偏心と局部応力 ($\theta=0^\circ$)



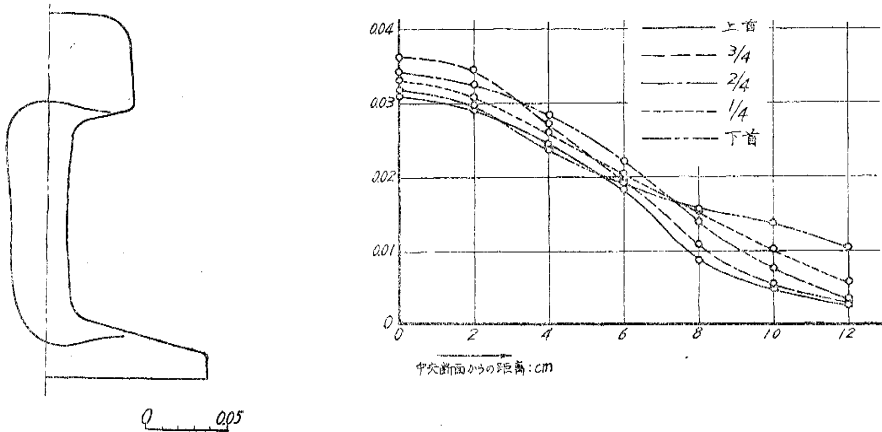
E : レールの弾性係数

この式より載荷面としては模型に対して長径 10.0 mm, 短径 3.0 mm の楕円形を用いた。

1. 枕木上で荷重を受ける場合

この場合の各断面スライスの等色線写真より得た応力分布の 1 例を示せば 図-9 のようである。図-9 は荷重点下の断面の応力分布である。この応力分布を二次元実験によるものと比較するとその分布の傾向は大体類似しているが、三次元実験の場合には腹部、下首部の応力が上首部より少しく小さいようである。二次元と三次元実験における断面応力分布の大きい相違は図から明らかなように、首部における最大集中応力の生ずる位置である。前者では曲線部の中央付近であるが、後者の方では腹部の方へ寄っている。この傾向は後述のスパン中央で載荷された場合にも見られる。また断面応力の変化する様子は 図-10 のようであり、各部とも同程度の大きい応力値を示している。図-10 において上首部の応力が荷重点付近で他の部分より低くなっているが、これは断面応力分布図を見ればわかるように最大応力を生ずる点が腹部に寄る傾向が大きいためである。

図-9 枕木直上の断面応力分布 図-10 レール断面応力の軸方向分布 (枕木直上載荷)



つぎにレール底面縁応力分布を图示すれば 図-11 のようである。ただしこの場合はいわゆる縁応力と言うよりも枕木反力を含んだ応力である。図より判るごとく中央断面下が大きく、底面フランジの両端にゆくほど応力を減少しているが、その分布は荷重点より一様に減少している。

図-11 レール底面の縁応力分布

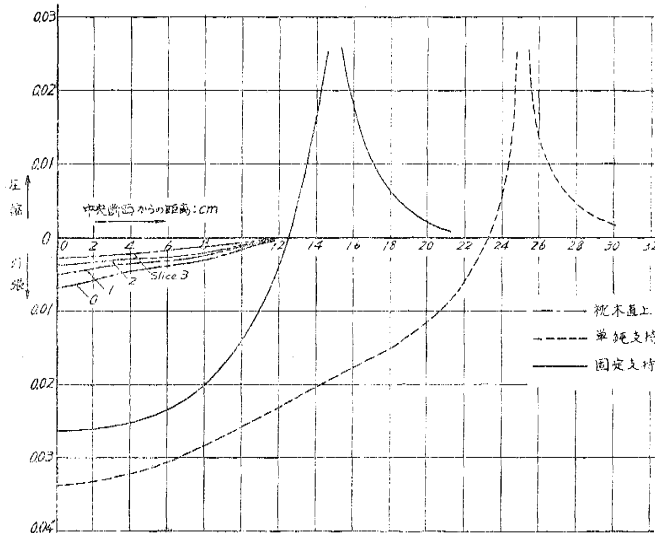
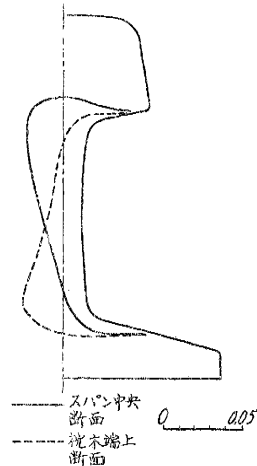


図-12 単純支持の場合の断面応力分布



2. スパン中央で荷重を受ける場合

本実験においてはレールを枕木上で固定支持した場合と単純支持とした場合について考察した。実際の場合にはこれら二者の中間の状態にあるものと思われる。模型及び荷重状態は 図-8 (b) に示されているようである。

図-13 固定支持の場合の
断面応力分布

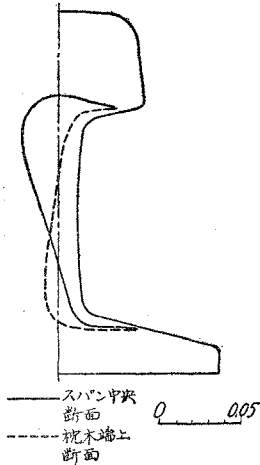


図-12 は固定支持の場合の、図-13 は単純支持の場合のそれぞれ荷重点下の断面及び枕木端上に断面の応力分布を示す。さらにこれらの断面応力の変化する様子はつぎに示す図-14、図-15 を見れば明らかである。またレール底面縁応力分布は図-10 に示すとおりである。いずれの場合も底部フランジの中央及び端の断面においてその応力分布に大差がない。単純支持の場合は荷重の分布した部分と支付近を除いて一様な応力変化を示しているが、固定支持の場合には枕木端における影響のためレール底面はその部分で急激な応力変化をうける。

図-14 レール断面応力の軸方向分布 (単純支持)

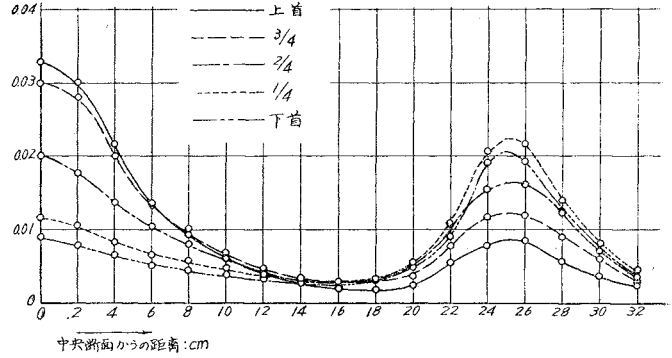
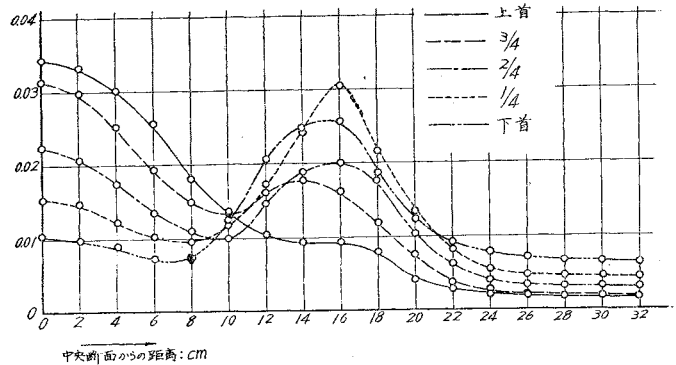


図-15 レール断面応力の軸方向分布 (固定支持)



以上においてレール断面について三つの状態に対して三次元光弾性実験を行い、その断面応力の分布状態を明らかにした。これらの実験結果を比較すればつぎのことが考察される。

- ① 枕木上載荷の場合の断面応力は荷重点付近でほかの二つの場合より大きい。断面応力の作用範囲は小さい。
- ② 荷重載荷点下の断面の断面応力は他の断面に比してかなり大きく集中し、従つてこの場合断面形状のいかんによつて断面応力分布、最大応力の大きさ及び位置等にかかりの相違を生ずるように思われる。なおこの傾向は枕木上に荷重が来た場合の方が大きい。この点に関しては二次元実験によつて明らかであり、詳細に考察されているとおりである。
- ③ 三つの場合とも断面応力の上首部及び下首部において最大応力を生ずる位置は曲線部の中央よりも腹部に寄つた所であり、とくに枕木直上載荷の場合にはこの傾向が大である。
- ④ スパン中央で載荷された場合、レールの支持条件によりレール応力はかなりの変化をうける。しかして断面応力は固定支持の場合よりも単純支持の場合の方が全体的にわづかに小さい。
- ⑤ 断面応力は二者いずれの場合も荷重点付近では上首部に大きく集中し、ある程度離れば減少して断面の各部とも同程度の値を示す。しかし支持点近傍では逆に下首部に応力集中を起し、とくに固定支持のときは枕木端上の断面で大きく集中する。

IV. 結 語

以上において二次元実験により種々の荷重状態に対するレール断面応力及び断面形状と応力との関係等を比較検討し、さらに三次元実験により3種の状態に対するレール応力の軸方向分布状態を明らかにした。これらの研究結果を総合すればつぎのようである。

- (1) レール応力は輪荷重の載荷状態すなわち偏心(d)と傾斜(θ)状態によつてきわめて複雑に変化する。本実験範囲では局部応力は $d=20\text{ mm}$, $\theta=20^\circ$ のとき最大となり、その値は $d=0\text{ mm}$, $\theta=0^\circ$ の場合の約7倍とな

る。

(2) レール支承部の弾性係数が大きいほど上首部応力は大きく、下首部応力は小さくなる。このことは荷重の偏心が大きいほど顕著にあらわれる。

(3) レールの上下首部の曲率の大きさは、腹部断面と力学的に均衡を保っている。

(4) レールの二次元及び三次元応力の大きさの比はおおよそ 25~30 : 1 である。枕木直上荷重の場合、9 ton 輪荷重 ($d=0$ mm, $\theta=0^\circ$) に対する 50 kg レールの腹部 (3/4 点) 最大応力は約 340 kg/cm² である。

(5) レールの支持状態を変えても最大局部応力の大きさはあまり変化しない。

以上は輪荷重が静的に作用した場合の結果であるが、動的な輪荷重に対しては、佐藤氏の研究⁹⁾によればレール応力の大きさそのものにはあまり変化が見られないようである。しかしこれらの荷重が繰返し作用する場合のレール材の疲労についても考察する必要がある。この点については本実験の結果より明らかなように、輪荷重が最も危険な状態に作用した場合にのみ尻所応力はレール材の疲労強度を超過することがあると思われる。

参 考 文 献

- 1) Talbot, A.N.: Report on Stresses in Railroad Track, A.R.E.A. Proc. Vol. 42, 1941
- 2) Magee, G.M. and Cress, E.E.: Stress Measurements in the Web of Rail on the Denver, & Rio Grande Western, A.R.E.A. Proc. Vol. 44, 1943
- 3) 小野一良: 軌道の動力学的強度について, 土木学会論文集, 第 5 号, 昭 25
- 4) 鉄道技術研究所: レールに生ずる応力の実験的研究 (軌道状態との関係), 昭 27
- 5) 京都大学工学研究所: 疲労レールに関する研究報告書 (レール断面応力の材長方向分布), 昭 28
- 6) 小林 勇: 軌道の力学的性質に関する二, 三の実験的研究, 土木学会論文集, 第 22 号, 1955
- 7) M.M. Frocht: Final Report on a Three-Dimensional Photoelastic Investigation of the Principal Stresses and Maximum Shears in the Head of a Model of Railroad Rail, A.R.E.A.-Bulletin, Vol. 55, No. 514, 1954
- 8) 小野諒兒: 鉄道線路の構造及び強度 (II), アルス工学全書
- 9) 佐藤 裕: 軌道幅さに及ぼす列車速度の影響, 鉄道業務研究資料, 9-13, 昭 27

(昭.32.5.6)