

# 継目衝撃に関する研究

正員 八十島 義之助\*

## STUDY ON THE JOINT IMPACT OF TRACK RAILS

Dr. Eng., Yoshinosuke Yasoshima, C.E. Member.

### Synopsis :

- a. The Author composed the equation of the joint impact of track rails. According to several results of his experiments, this equation have been available substantially.
- b. He obtained the relations between joint impact, sorts of vehicles and its velocities.
- c. He cleared the behaviour of joint impact.
- d. The pressure gage which he designed and used for this study, have been effective in spite of its simple mechanism.

### I 緒 言

#### 1. 本研究を行うに当つて

継目は軌道の弱点とされているが、その由来するところはそもそも構造的に強度不足であると同時に、通過する車輛が大きな衝撃をもたらすことである。それにもかかわらず衝撃の性質はつまびらかにされていない。筆者は、理論的並びに実験的な観点よりこれの解明を目標として本研究を行つた。その間 終始沼田先生に御指導を仰いだと同時に、日本国有鉄道、鉄道技術協会、小田急電鉄、東洋軌材株式会社の諸機関、諸氏に研究上の種々の援助をしていただいた。又実験を行うに当つて東京大学工学部の中島、横塚、榎本、金子、鶴沢、堀江、川瀬の諸君の協力を得た。ここに謹んで深謝の意を表するものである。

#### 2. 本研究の方針と内容

でき得る限り簡単な、しかも実情にそつような理論式を組立て、その当否を野外実験によつて確かめ、同時に各種の現象を実験結果より観察し、それらを総合、考察して継目衝撃の性質をきわめる。高周波の振動現象も無視できぬはずだが今回はそれには触れないことにする。従つて継目衝撃あるいはその振動という場合 200 cps 前後をこえぬもののみを表わすことにする。

### II 継目衝撃に関する理論

#### 1. 概 要

衝撃に関連のある構造部分については次のように仮定する。

軌道は、上下の方向に下より、固定部分（おもに路盤を代表する）、ばね部分及びレール部分（おもにレールを代表する）で構成される。車輛は上より、ばね上部分、ばね及びばね下部分より構成される(図-1)。そしてそれらは軌道方向への広がりを持たない。又車輛とレール上面は常に接触しているが、レール上面には時に凹凸があるから、両者の重心距離は時間と共に変化する場合がある<sup>1)2)3)4)</sup>。

なお本理論ではもつぱら上下方向の力、運動のみを考える。それに伴い特記しない限りは式その他は上下方向の力、運動に関するものである。

車輛ばねも軌道ばねも実際には非線型の特性を持つばかりでなく減衰性も持ち、更に質量も考慮しなくてはならぬが、本理論式では簡単にするためにそれらはいずれも省略する。

#### 2. 理論式の誘導

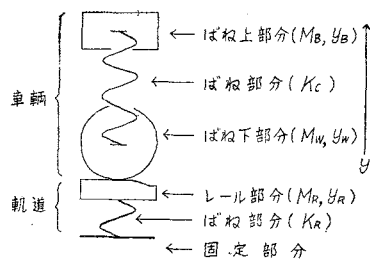
##### a. 運動の基本方程式

図-1 において、ばね上部分、ばね下部分及びレール部分の各部の加速度とそれに加わる外力より次の各式が成立つ。

$$M_B \ddot{y}_B = F_C \dots \dots \dots (1)$$

$$M_W \ddot{y}_W = F_W - F_C \dots \dots \dots (2)$$

図-1 車輛及び軌道のばね模型



\* 工学博士，東京大学教授，工学部土木工学科

$$M_R \ddot{y}_R = F_R - F_W \dots\dots\dots (3)$$

但し、 $M_B, M_W, M_R$  : ばね上, ばね下, レール部分のそれぞれの質量,  $F_C, F_W, F_R$  : ばね上とばね下間に働く力, 輪圧, レールと路盤間に働く力 (相当レール圧力),  $\ddot{y}_B, \ddot{y}_W, \ddot{y}_R$  : ばね上, ばね下, レール部分の加速度すなわち時間  $t$  に関する 2 次の微係数

ばねの変位とそれと連なる両質量間の力とは比例するとしたから,

$$F_C = K_C (y_W - y_B) \dots\dots\dots (4)$$

$$F_R = -K_R y_R \dots\dots\dots (5)$$

但し、 $y_B, y_W, y_R$  : ばね上, ばね下, レール部分の変位,  $K_C, K_R$  : 車輪ばね, 軌道ばねのばね常数  
ばね下部分とレール部分の上面には衝撃の原因となる凹凸があるから両者の重心間距離  $y_1$  は時間と共に変動する。それ故

$$y_1 = y_W - y_R \dots\dots\dots (6)$$

但し、 $y_1$  : ばね下部分とレール部分の重心間距離

以上の 6 式が基本の関係を示す式群であるが、これらより  $y_W, y_B$  とそれらの微係数,  $F_C, F_W, F_R$  を消去して整理し、レール部分の運動を表わす方程式を作ると次のようになる。

$$y_R^{IV} + A \ddot{y}_R + B y_R = C y_1^{IV} + D \ddot{y}_1 \dots\dots\dots (7)$$

但し

$$A = -\frac{K_C M + K_C M_R + K_R M_B}{(M_W + M_R) M_B} \dots\dots\dots (8)$$

$$B = -\frac{K_C K_R}{(M_W + M_R) M_B} \dots\dots\dots (9)$$

$$C = -\frac{M_W}{M_W + M_R} \dots\dots\dots (10)$$

$$D = -\frac{(M_W + M_B) K_C}{(M_W + M_R) M_B} = -\frac{M K_C}{(M_W + M_R) M_B} \dots\dots\dots (11)$$

又、 $y_R^{IV}, y_1^{IV} : y_R, y_1$  の 4 次の微係数,  $M$  : 車輪全質量

ばね上質量の運動方程式を (1)~(6) 式より求める。

$$y_B = \frac{(M_W + M_R)}{K_C} \ddot{y}_R + \left(1 + \frac{K_R}{K_C}\right) y_R + \frac{M_W}{K_C} \ddot{y}_1 + y_1 \dots\dots\dots (12)$$

この式は  $y_R$  とその微係数で構成されているから (7) 式の解を得ればそれによつて解ける。いずれにせよ (7) 式が基本の運動方程式となるからそれを解くことにする。

**b. 基本方程式の一般解**

(7) 式の齊次式は

$$y_R^{IV} + A \ddot{y}_R + B y_R = 0 \dots\dots\dots (13)$$

本式を先ず解く。特性方程式の根を  $\lambda$  とすると

$$\lambda = \pm \sqrt{\frac{-A \pm \sqrt{A^2 - 4B}}{2}} \dots\dots\dots (14)$$

本式根号内の符号によつて (7) 式の解の形が変化するから先ずそれを調べる。すなわち (14) 式根号内の ( $A^2 - 4B$ ) に (8) (9) 式を代入する。

$$A^2 - 4B = \frac{1}{(M_W + M_R)^2 M_B^2} [(K_R M_B - K_C M_R - K_C M_W)^2 + K_C^2 M_B^2 + 2 K_C^2 M_R M_W + 2 K_C^2 M_R M_B + 2 K_C K_R M_B^2] \dots\dots\dots (15)$$

本式各項に含まれる記号はばね常数又は各部分の質量であつて個々にはいずれも正の符号を有し、又右辺括弧内第 1 項括弧は 2 乗であるからこれも正である。それ故

$$A^2 \geq A^2 - 4B \geq 0 \dots\dots\dots (16)$$

これより (13) 式の一般解を求めれば

$$y_R = C_1 \cos G_1 t + C_2 \sin G_1 t + C_3 \cos G_2 t + C_4 \sin G_2 t \dots\dots\dots (17)$$

但し、 $G_{1,2} = \sqrt{\frac{A \pm F}{2}}$

$$F = \sqrt{A^2 - 4B} = G_1^2 - G_2^2$$

$C_{1,2,3,4}$  : 積分常数

(17) 式は齊次式の一般解に過ぎないが、レールとその上で同じ運動を行う車輪の自由振動の性質を示している。この式の右辺のはじめの2項とあとの2項がそれぞれ単弦振動を表わす。又それぞれの振動数を  $P_1, P_2$  とすれば、次のようになる。

$$P_1 = \frac{G_1}{2\pi} \dots\dots\dots (18)$$

$$P_2 = \frac{G_2}{2\pi} \dots\dots\dots (19)$$

この  $P_1, P_2$  が実際にはどのような数値をとるかを計算する。その為には各係数の値を定めなくてはならないが、普通の電動客車を持つ数値を考える意味で次のようにする。

a) 車輛ばねと軌道ばねのばね常数の比 :  $m = \frac{K_C}{K_R}$

ばね下質量に最も接近している車輛のばねは最近の電車構造では多くの場合軸ばね又はウイングばねであり、一方軌道ばねは機構の解釈の仕方によつては種々の部分となり、レールに接近しているものとしてはパッド又はマクラ木自体の弾性が考えられ、レールより離れているものとしては路盤を含むかなりの質量を持つ軌道全体が考えられる。それだけにばね常数のとり得る値の幅も広い。しかし無載荷時の遊ゲキを除けば概して車輛軸ばね又はウイングばねに比べれば剛性が大きく、軌道ばね常数  $K_R$  と車輛ばね常数  $K_C$  の比は  $\leq 2.0$  と考えられる。それ故

$$m = \frac{K_C}{K_R} = 0 \sim 2.0 \dots\dots\dots (20)$$

b) レール部分と車輛の質量の比 :  $p = \frac{M_R}{M_W + M_B} = \frac{M_R}{M}$

車輛の質量とはこの場合1車輪の受持つ分のそれでありはつきりした数字となつて表われるが、一方のレール部分の質量はその部分をどの範囲にとるかで大分変つて来る。路盤の一部も含むとすればかなり大きくなるが、純粋にレールのみを考えるときごく小さい。いずれにせよ車輛質量の0.2より大きくなることはないと考えられる。それ故

$$p = \frac{M_R}{M_W + M_B} = \frac{M_R}{M} = 0 \sim 0.2 \dots\dots\dots (21)$$

以上の (20) (21) 式で限定した数値内で  $P_1, P_2$  を計算する

と図-2 のようになる。本図において  $q = \frac{K_R}{M}$ , 又

$$n = \frac{M_W}{M_W + M_B} = \frac{M_W}{M} \text{ としてある。}$$

図-2 によればばね下の全体に対する質量比  $n$  によつて固有振動数  $P_{1,2}$  は変化し、実用上採用されている  $n=0.1 \sim 0.2$  近辺では  $n$  が小さくなるに従つて振動数  $P_1$  は大きくなり、一方  $P_2$  はほとんど変化しないことがわかる。すなわち振動は単にばね下質量  $M_W$  に支配されるのではなく、 $n$  にもまた軌道ばね常数  $K_R$  にも支配されていることを示しているが、これが上述の理論の1つの特徴である。他の性質は後述する。

III 継目衝撃に関する野外実験

1. 概要

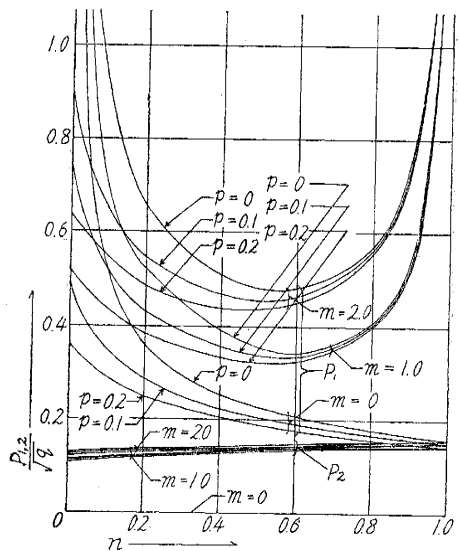
昭和 28 年より 30 年までに継目に関連ある野外実験を 8 箇所において行い、その半数には試験列車が各種速度段階で反覆走行通過する場合も含まれていた。各実験箇所の概要は表-1 のとおりである。比較的悪状態の継目を測定の対象とした。

2. 測定方法

測点上を列車が通過する最中測定、記録するのであるが、各測定項目及び記録方法は次のとおりである。

(a) レール頭、底部曲げ応力 (以下レール応力と略称) 測定 測点に抵抗線ヒズミ計をはりつける。ヒズミ計は一般には Bakelite base のものを、又特殊の場合は Paper base のものを用いる。標点距離は 9 mm 又は 18 mm である。はりつけに際して Bakelite base のものは予め測点近辺をトーチランプで 140°C ほどに熱し、熱可塑

図-2







ている外は軌道のその場処の特性を示していることになる。

(b) レール圧力波形の模型図

前項で触れたレール圧力波形の周期的変動を更に調べることにする。そこで継目より2本目すなわち第2マクラ木におけるレール圧力波形を模型化して図示すると図-11のようなになる。

図-11a は低速の場合であり、先ず測点を中心とするなだらかな山形、すなわち静的波形が認められるが、その性質上最大圧力値は測点上を車輪が通過する瞬間に生じる。この静的波形の外に継目の前後に別の波形が重なっている。すなわち継目にさしかかるや一瞬の圧力低下(前述の切れ込み)があり、受入れレールに衝突するや圧力急増を開始する。しばらくしてそれが頂点を形成するが、それから減衰振動のように周期的変動を繰返してから消滅し、静的波形のみが残る。静的波形が測点上近辺で最大値を生ずるが、この値を「測点通過に伴う」レール圧力とし(図中のb)、継目通過直後に生じる変動圧力の最初の頂点を「継目通過に伴う衝撃的「レール圧力(図中のa)と呼ぶことにする。もつとも頂点には第1の頂点の外に減衰消滅するまでに第2, 第3……の頂点も存在することがある。これらを第1, 第2……衝撃点と呼ぶことにする。(図中の $B_1, B_2, \dots$ )

図-11 レール圧力波形の模型図

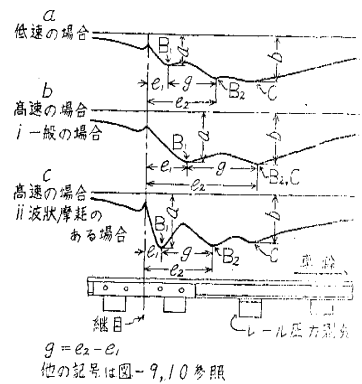


図-11-b は高速の場合であり、大略は a の低速の場合と相異がない、しかし第1衝撃点すなわち「継目通過に伴う衝撃的「レール圧力が「測点通過に伴う」レール圧力の値をこえることがあり、又第2衝撃点がある(図-9にもある)。

図-11-c は同じく高速の場合であるが、b と異なるのは第2衝撃点が発生しているが、測点通過以前に発生している。

b, c 図を第1, 2 衝撃点の経過  $g$  で比較するならば、前者はその時間的変化がないのに対し、後者は距離的变化がない。すなわち前者は一般の場合で、後者はレール面上に僅かに現われていた波状摩擦による周期的外力の影響と見る事ができる。(後述)

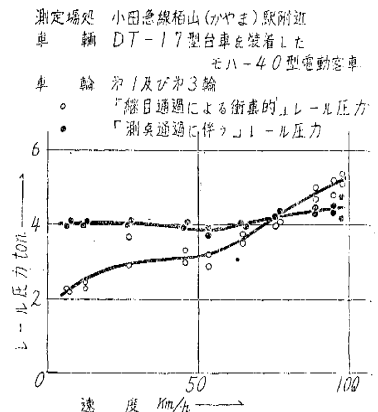
継目直後の、すなわち第1マクラ木では、「継目通過に伴う衝撃的」レール圧力と「測点通過に伴う」レール圧力の両者が同時に存在し、圧力値としては大きくなり得るのは当然であるが、発生の時刻と位置が近接しているので、上述第2マクラ木における場合のように波形上で分離する事は困難である。

いずれにしても継目通過後のレール圧力は減衰の大きな振動を伴うと見る事ができる<sup>9)</sup>。

(c) 各種測定値

レール圧力値の速度に応じる変化を例示したのが図-12である。この図では「測点通過に伴う」圧力値は速度によつてほとんど変化しないのに対して、「継目通過に伴う衝撃的」圧力値は速度と共に増加している。はじめはその絶対値において「測点通過に伴う」圧力値より小さかつたのが高速になるに及んでそれをこえることがわかる<sup>9)</sup>。

図-12 レール圧力測定値の速度による変化の例



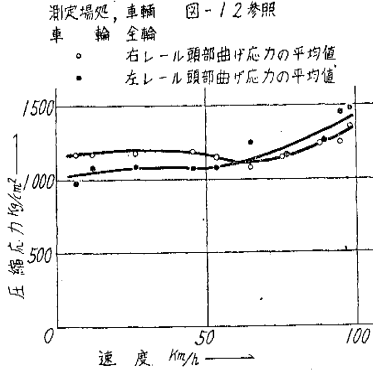
レール応力値の速度に応じる変化を示したのが図-13である。高速となるに及んで応力値が急増している。もつともこれはかなり明瞭に現われた一例であつて、一般にはこれ程明瞭ではなく、ほとんど速度による影響の現われない場合もある。

枕木振動加速度値はいずれの場合でもほぼ速度に比例して増加した。

「継目通過に伴う衝撃的」レール圧力の第1, 第2 衝撃点間の距離と時間をオシログラフ記録上より計測してプロットしたのが図-14, 15 である。両図を比較すると、前者においては衝撃点間の時間は速度の増加にかかわらずほぼ一定しているのに対し、後者では漸減の傾向を示し、衝撃点間の距離について見ると、前者では速度と共に漸増するのに対して後者ではほぼ一定していることがわかる。この相異は車輛によるものでなく、両測定場処による相異、すなわち後者のレール面上に存在した波状摩擦の影響である事が他の多数の記録より明瞭である(図-10 参照)。両者のおのおのは図-11 の b, c にそれぞれ対応する。

「継目通過に伴う衝撃的」レール圧力値は、単に衝撃により付加されたレール圧力のみならず、衝撃点の位置、

図-13 レール曲げ応力測定値の速度による変化の例



車輪が通過する時にもたらす静的なレール圧力, 更に隣接車輪によるレール圧力とにより構成される。低速走行の際のオツシログラムをもととしてまず単車輪でもたらしべき波形(筆者は Unit graph と通称している)を試的に作製する<sup>7)</sup>。それにもとづきこれらの圧力値の区別を行い, 隣接車輪などの影響を除去した上で, 純粹に衝撃による圧力値と, 静的レール圧力値の比を求めた。これは衝撃点における相当レール圧力の比ともなる訳であり, 図-14, 15に併示した。精度は余り高くないが, 速度と共にかなり増加する傾向が認められる。

4. 結果の観察及び検討

(a) 車種による衝撃性質の相異

車種の相異が明瞭に現われる測点とそうでない測点とがあつたが, 全然逆の傾向を示すような測点はなかつた。軌道の状態が測点ごとに異なるからこうなつたのであろう。車種の差異が明確に現われた事項について以下述べる。

イ. 「継目通過に伴う衝撃的」レール圧力値 三島の測

表-2 レール圧力の比較

車種	全輪重 t	ばね下輪重 t	レール圧力比
A モハ-80092 電動客車(積)	7.25	1.22	1.00
B モハ-80093 電動客車(空)	5.85	1.22	0.90
C クハ-86092 制御客車(積)	5.65	0.67	0.74

定において第1マクラ木に加えられたレール圧力値を3種の電車について比較すると表-2のようになる。この表においては, おおのこの圧力値は各10回走行して得られた値の平均値を, A車のレール圧力を1とした場合の比で表わしてある。比較のために全輪重, ばね下輪重も附記したが, 3者の圧力の比はばね下輪重全輪重の両者に互に関連しながら変化するように見られる。なお栢山での結果でもばね下輪重の大きい車輛はこの圧力値の増加傾向が他に比べて顕著であつた。

ロ. 「継目通過に伴う衝撃的」レール圧力の繰返し周期 栢山, 三島(曲), 函南及び磐田の場合を示したのが表-3である。参考の為に車輛重量を付記したが, この表で実験場処ごとに一般的にいえることは, ばね下輪重が大きいほど繰返し周期は長いということである。しかし例外もあるのであつて, 栢山の場合, KH台車が他に較べてはるかに周期が短い: 附随車はばね下輪重が小さくても周期が長い: 三島(曲)においてはばね下輪重の小さなEF-553の先輪の周期がそれほど短くないなどである。栢山が他に比べて周期が長い, 37キロレールを使用し軌道のばね定数が小さいためであろう。

(b) 速度による衝撃性質の相異

「継目通過に伴う衝撃的」レール圧力, 同応力共速度と共に増加する。場合によつてはある速度に達すると最大

図-14 レール圧力, 衝撃点等の速度による変化 その1 栢山(かやま)の場合

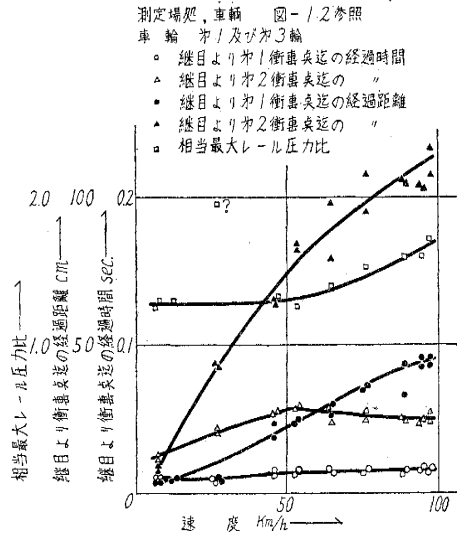
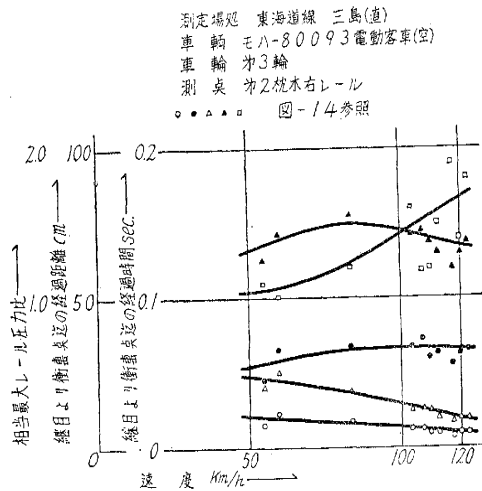


図-15 レール圧力, 衝撃点などの速度による変化 その2 三島(直)の場合



値を發揮し以後下降することもあるが、それにしても低速の場合よりかなり大きい。そして「測点通過に伴う」各値をこえる。マクラ木振動は常に速度と共に増加した<sup>10)</sup>。

(c) 衝撃の姿態

継目の状態は千差万別であり、衝撃的性質も単一ではなく多種に類別されるはずである。その内の特徴的と見られる継目について、車輪通過によつて発生する衝撃の姿態を上述の実験結果より推断すると次のようになる。

継目の近辺はレールの支持条件が悪く落ち込みなどがあるから、車輪がそこに近づくとき輪圧は若干低下する(図-6~8のA<sub>0</sub>がそれによりもたらされた)。継目遊間を欠線として飛びこす場合、段違いを飛び下りする場合などはその傾向が顕著である。次に生じるのは欠線、段違いによる受入れレールへの車輪の衝突である。この瞬間的な衝突によつて車輪もレールも新しい運動を開始し、先ずレール内には上からたたかれた事によつて生じる曲げが当然タワミを伴つて弾性波として伝達播する。

(A<sub>0</sub>がそれによりもたらされた) 非常に大きな下向き加速度を伴うので、レールをささえるマクラ木以下にもそれが加わり振動を開始する。その振動数は軌道材料と支持体の固有の振動数に、又最大振幅は衝突速度などに支配される。車輪とレールが一体となつた上下振動がその外に発生する。振動数はそれほどではないが質量が大きいため変位、圧力などに及ぼす影響は顕著で、前述のマクラ木振動よりは大分遅れて最大振幅に達し、なおレールと車輪の固有振動、外力の位相に応じて増減する。

継目衝撃はその継目の整備の状態によつても性質、大きさが変化する。段違い、遊間がなく、又ボルトは緊密に緊定され、軌道下部も弱体化していなければ原則的に小さくなる。それらの程度のまちまちな継目を対象として実験をする事になるので、その結果もまちまちとなり、整備状態の完全な継目で行つた実験結果と、不完全な場合とではかなりのへだたりが生じて来る。本研究に於ては、実際に存在し得る内の比較的不完全な状態の継目を主な対象としている。1対の輪軸によつてもたらされる継目衝撃性質でも、左、右レールの間で相異なる。

(d) 理論と実験の結果

レールは外力を受けると車輪と共に上下方向に振動を起し、その発端となる外力はこの場合は継目における遊間又は段違いである。(III-4-c) ばね下輪重の大きい車輪ほど概して振動周期が長く、一方ばね常数の大きな軌道での周期は短い、(III-4-a) などが実験の結果明らかとなつたが、これらは前述の理論の示すところと定性的に一致している。(II-2-b) それ故この理論は衝撃の性質を表わす為の最も簡略化されたものと考えられる。

IV 結 語

以上を要約すると次のようになる。

イ. 継目衝撃に関する比較的簡単な理論式を組立てたが、各種の実験結果に徴すると近似的にはそれが妥当である事がわかつた。

ロ. 実験結果により、車種、速度が継目衝撃のいかなる性質に影響を及ぼすかが判明した。

ハ. 実験結果より、継目衝撃の姿態を組立てた。

ニ. 種々の先例を参考にしてレール圧力計を考案し数回使用したが、比較的簡単な構造でありながらかなり効果的な実験結果が得られている。

もとより研究の量、質も未だ十分とは考えていない。引続きこの研究を進める事を企てている。

参 考 文 献

- 1) Timoshenko, S.: Vibration problem in engineering.
- 2) 國枝：鉄道車輛のばね下質量軽減の動力学的効果に関する理論的考察 鉄道業務研究資料 11-24 1954.12.25
- 3) 佐藤：軌道構造と振動との関係についての理論的考察 鉄道業務研究資料 13-8 1956.4.25
- 4) 八十島：敷設レールの継目衝撃 第6回応力学連合講演会論文抄録集 1956.10
- 5) AREA: Design of Tieplate Proc. A.R.E.A. 1949
- 6) 小林：軌道の力学的性質に関する二三の実験的研究 土木学会論文集 22 1955.3
- 7) 八十島：分岐器に加わる衝撃 保線ニュース IV-3 1956.3
- 8) 八十島：軌道の継目衝撃について 交通技術 1955.1
- 9) Rail Committee: Tests of Rail Joint Impact Effects on the Chicago & North Western Proc A.R.E.A.V. 57 1956
- 10) 佐藤：軌道の動力学的ゆさ 鉄道業務研究資料 12-10, 11 1955-6 (昭.32. 6. 4)

図-3 継目通過の際のレール圧力の繰返し周期

実験場	レール	車種及び車輪	全輪重 Mg kg	ばね下 輪重 Mg kg	繰返し周期 SEC	
栢	3	モハ	FS台車装置	6650	980	0.029
		40044	T	6730	790	0.028
			KH	6890	710	0.017
	7	電動客車	DT	6750	1160	0.031
			KS	6160	730	0.025
		小田急 特急電車	電動台車その1	5750	1170	0.036
山	5		電動台車その2	5750	1170	0.035
			附随台車	4300	630	0.030
			先輪	3230	550	0.021
	0	EF-553 電気機関車	1軸輪	6590	2070	0.021
			2軸輪	6570	2070	0.025
		モハ-80092 モハ-80093	電動客車	7250	1220	0.023
キ	0	モハ-80093 モハ-80092	電動客車	5850	1220	0.024
			電動客車	5650	670	0.017
函南	50	キ	鋼製2軸ボギー客車各種		3670	0.018
磐	0	キ	鋼製2軸ボギー客車各種		3670	0.019
			2軸貨車各種			0.017
氏	0	キ	2軸貨車各種			0.022
			2軸貨車各種			0.022

註※ EF-552型電気機関車の数値を流用