

# 限界掃流力付近の流砂に関する研究

正員 松 梨 順 三 郎\*

## RESEARCHES ON BED-LOAD TRANSPORTATION UNDER THE TRACTIVE FORCE NEAR THE CRITICAL LIMIT

*Junzaburō Matsunashi, C.E. Member*

### Synopsis :

As an essential subject for the sake of treating theoretically the problem of sediment transport under the tractive force on the bed of river, it is very important to clarify the mechanism of the formation of sand ripples on the bed in the case of bed-load transportation. In other words, it is necessary to know how sand ripples occur and develop according as the condition of flow and the properties of bed sediment. As a fundamental research for this purpose, the writer experimentally made clear the flow phenomena of bed load movement by using the sand bed without ripples, at the states such as the sand ripples were not yet occurred on the bed or the ripples were hardly generated in the case of using some kind of sands, and theoretically analysed the results obtained. Finally he obtained the following conclusions.

(1) Near the critical tractive force, the bed load movement is able to be treated as a kind of fluid motion, and under such way of thinking the writer introduced the formulas concerning the sediment transport in the case where the ripples were not generated. From the results obtained by using the formulas it can be said that the rate of sediment transport under the tractive force near the critical limit show some widely apart tendency. According to the grain size of sand composing the channel bed.

(2) The effect of ripple on the rate of sediment transport is quite different whether the grain size of the sand constituting the channel bed is larger or smaller as compared with the critical size of 0.075 cm in diameter. And, furthermore, the sand the size of which is near this critical diameter is easily to be moved owing to the characteristics belonging to the sand itself.

**要 旨** 河床において、掃流の形式で輸送される流砂の問題を解析的に取り扱うには、一つの重要な課題として、砂の流動にともなつて河床に形成される砂漣の発生機構を明らかにすることが大切である。すなわち流水の条件や河床の砂の性質がどのようなときに、砂漣がいかに発生したか発達するかなどを知る必要がある。そのための基礎的研究として、一様粒径の各種の砂を使用し、砂漣がまだ発生していない時の砂の運動状態、および砂の性質によつては砂漣が発生しないといわれているが<sup>1)</sup>、このような状態の河床の砂の流動現象を実験的に理解するとともに、若干の理論的な考察を行つて次のような結果を得た。

(1) 限界掃流力附近では、流砂を一つの流体運動とみなして取り扱うことも可能である。そしてこの考えのもとに、砂漣が発生していない場合の流砂量式を導いた。それによると、限界掃流力附近の流砂量は、粒径によつてかなり異なつた傾向が認められる。

(2) 粒径 0.075 cm を限界として、それより大きい粒径と小さい粒径では、砂漣の流砂量におよぼす効果を異にするようである。またこの限界附近の砂は、砂それ自身としても流動しやすい特性をもっている。

### 1. 緒 言

最近河川構造物の合理的設計とともに、流砂の機構を解析することが非常に重要となつてきた。河川において土砂が輸送される場合、その運動機構として浮流によるものと掃流によるものがある。掃流形式による土砂輸送については、その機構がまだ十分に明らかにされていないので、各種の理論が発表されている。河床における砂の運動は、その輸送の強度によつて、また砂の性質によつて、滑動、転動、跳躍などの掃流形式をある割合で、

\* 神戸大学助手，工学部上木工学科

しかも同時にとるのであるが、いずれの形式を支配的とみるかによりその取扱いを異にし、滑動を支配的とするものに P. DuBoys, M.P. O'Brien などの理論がある。彼等は流水によつて流水方向に、ある大きさの力が河床の面に作用すると考えた。一方転動、跳躍などを支配的とするものに A. Shields, A.A. Kalinske<sup>2)</sup>, 岩垣氏<sup>3)</sup>らの理論がある。これらの人達は、河床で運動している一つ一つの砂に着目し、砂のまわりの圧力差による流水抵抗を砂が受けもつとして解析している。また H.A. Einstein は、跳躍を支配的掃流形式として確率論的にこの問題を取り扱つている<sup>4)</sup>。以上のように掃流による砂の輸送は、異なつた形式を同時にとるとともに更に砂澱または砂堆を発生することによつて、河床は非定常的に変動する。これがこの問題を困難にしている重要な原因である。以上従來の理論は、模型水路による観測、実験によつて得られたものが多く、H.A. Einstein を除いて他の研究者は、砂澱または砂堆の発生による流砂機構の影響を省略しているが、実際の河川では模型水路におけるよりも砂澱や砂堆の規模は大きいので<sup>5)</sup>、これらの掃流砂におよぼす効果もまた顕著であると考えられる。H.A. Einstein は、河床の砂の受けもつ抵抗と砂澱によるそれを分離することによつて、砂澱による効果を彼の理論に取り入れているのであるが、砂澱そのものの発生、発達などの機構についてはふれていないので、この問題はまだ十分に明らかでない。それ故に掃流形式の砂の輸送を根本的に解明するためには、砂澱または砂堆の発生の機構について研究することが非常に重要になつてきた。

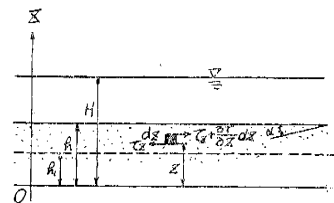
従來この方面の研究では、河床高の変動割合が、その河床附近の流水の、流れ方向の速度の変動割合に比例するとする F.M. Exner の理論<sup>7)</sup>、更にこの流速の変動が、流水の表面波に起因するとする A.G. Anderson による研究等がある<sup>8)</sup>。しかし、カリフォニヤの大学における実験から Ning Chin が指摘しているように、実験水路において、大きい砂澱が発生して平衡状態にあると思われるときの状態を注意深く観察すると、砂澱の大きさに比較して表面波は非常に小さいことが知られている<sup>9)</sup>。次に砂澱の発生限界については H.K. Liu の研究があり、砂澱は河床の砂が始動してまもなく発生することが示された<sup>10)</sup>。また A. Shields は、摩擦速度  $U_{R*} = \sqrt{\tau/\rho}$ 、ここに  $\tau$  は、掃流力、 $\rho$  は水の密度とする、粒径  $d$ 、水の動粘性係数  $\nu$  として、無次元量  $U_{R*}d/\nu$  によつて河床の上に形成される砂澱の形状を特性づけている<sup>11)</sup>。しかし砂澱が形成されている場合の流砂量と形成前のそれとの関係については、体系的な研究はまだなされていない。著者は次節にのべるような考察のもとに、まず砂澱がまだ発生していない状態における流砂の速度、流動層の厚さ、流砂量などの関係を理論的に誘導し、実験結果と比較検討して、限界掃流力付近の流砂の運動について二三の特性を明らかにすることを得た。

2. 理論的考察

F.M. Exner, A.G. Anderson は河床附近の流速変動によつて、河床変動の機構を説明しているのであるが、前章で指摘したように十分でない点があるので、著者は流速の変動よりはむしろ砂の運動機構そのもののうちに、より重要な河床変動の必然性があると考えた。開水路水流において、フルード数がある限界に達すると、水流の自由表面にいわゆる転波列が発生するのであるが<sup>12)</sup>、著者は砂の流動においても流砂の運動をひとつひとつの砂の運動と考えないで、全体を一種の流体運動と仮定し、この流体がその表面を流動する水流によつてその表面にせん断抵抗力を受け、ある深さの層をもつて流動しているものとする。その流動の速度がある限界以上に達すると、この流体の表面に転波列に類似した波動を発生すると考える。著者のこのような考察はかの古典的な P. DuBoys の考え方に端を発するのであるが、A.A. Kalinske, H.A. Einstein などの諸權威の提案された流砂量式を一般化して提出された流砂量式は、この P. DuBoys の考えによつて提案された流砂量式を補正して得られる<sup>9)</sup>ことを考えると、以上のような思考も可能であるように思われる。そこで砂は粒状体であるが一種の流体と考えてその運動を論ずる。

図一1

水の一部は砂層中を伏流の形式で流れていると考えられるが、この伏流水と砂との相対速度によつて砂が受ける力を無視する。従つて水は水、砂は砂として運動しているものとする。現象を模型化して二次元的に取り扱つてみよう。図一1 において基準面を  $z=0$  とし、これより  $z$  の距離にある微小六面体を考え、その上下の面の間の単位時間のせん断ヒズミ量  $du/dz$  がその点に作用するせん断強さ  $\tau_z$  と、限界のせん断強さ  $\tau_{cz}$  との差に比例すると仮定すると次式が得られる<sup>13)</sup>。



$$\tau_z - \tau_{cz} = \mu_s \cdot \frac{du}{dz} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $u$  は砂を流動体と考えた場合の速度、 $\mu_s$  は砂の粘性に因する係数でここでは一応定数と考える<sup>14)</sup>。また間隙水を飽和した砂について、その限界せん断力は次式で表わしうる<sup>15)</sup>。

$$\tau_{cz} = \bar{\sigma} \tan \theta + C \dots\dots\dots(2)$$

ここに  $\bar{\sigma}$  は粒子間応力で、垂直応力から間隙水圧を減じたものである。 $\theta$  は砂の内部摩擦角、 $c$  は粘着力を表わす常数とする。一方、 $\bar{\sigma}$  は、 $\bar{\sigma} = (h-z)(1-\lambda)\rho'g \cos \alpha$  と表わされるから、これを(2)式に代入すると、次式が得られる。

$$\tau_{cz} = (h-z)(1-\lambda)\rho'g \tan \theta \cos \alpha + C \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 $h$  は基準面から砂の表面までの距離、 $\rho'$  は砂の水中での密度、 $\lambda$  は砂の空隙率、 $g$  は重力の加速度、 $\alpha$  は河床面の基準面となす角である。さて、水深  $H_0$  において砂の表面が流動をはじめたとし、表面の砂の粒径に等しい厚さの層だけが一律な速度で流動すると仮定すれば、

$$[\tau_{cz}]_{z=h-d} = \rho g(H_0-h) \sin \alpha \dots\dots\dots(4)$$

となる。これを(3)式に代入すると、

$$\tau_{cz} = (h-d-z)(1-\lambda)\rho'g \tan \theta \cos \alpha + \rho g(H_0-h) \sin \alpha \dots\dots\dots(5)$$

となる。

次に、砂はあたかも等流のような流れ方をするものとし、微小六面体の平衡を考えて、その運動方程式をたてると

$$(1-\lambda)\rho'g \sin \alpha + \frac{d\tau_z}{dz} = 0 \dots\dots\dots(6)$$

をうる。(6)式を積分して、 $[\tau_z]_{z=h-d} = \rho g(H-h) \sin \alpha$ 、の境界条件によつて(6)式を解くと次の式をうる。

$$\tau_z = (h-d-z)(1-\lambda)\rho'g \sin \alpha + \rho g(H-h) \sin \alpha \dots\dots\dots(7)$$

(7)式、(6)式を(1)式に代入し整理すると、

$$\frac{du}{dz} = mz + n \dots\dots\dots(8)$$

ただし、

$$m = \frac{1}{\mu_s} (1-\lambda)\rho'g(\tan \theta \cos \alpha - \sin \alpha)$$

$$n = \frac{1}{\mu_s} \{ (d-h)(1-\lambda)\rho'g(\tan \theta \cos \alpha - \sin \alpha) + \rho g(H-H_0) \sin \alpha \}$$

$[u]_{z=h_1} = 0$ 、 $[du/dz]_{z=h_1} = 0$ 、の境界条件で(8)式を解くと次のおのおのの式を得る。

$$u = \frac{m}{2} (z-h_1)^2 \dots\dots\dots(9)$$

$$[u]_{z=h-d} = \frac{m}{2} (h-d-h_1)^2 \dots\dots\dots(10)$$

$$u_m = \frac{1}{h-h_1} \left\{ \frac{md}{2} (h-d-h_1)^2 + \frac{m}{6} (h-d-h_1)^3 \right\} \dots\dots\dots(11)$$

$$h-h_1 = d + \frac{\rho(H-H_0) \sin \alpha}{(1-\lambda)\rho'(\tan \theta \cos \alpha - \sin \alpha)} \dots\dots\dots(12)$$

$$q_B = (1-\lambda) \int_{h_1}^h u dz = (1-\lambda) \left\{ \frac{md}{2} (h-d-h_1)^2 + \frac{m}{6} (h-d-h_1)^3 \right\} \dots\dots\dots(13)$$

ただし、 $q_B$  は単位幅、単位時間の流砂量を体積で表わし、 $u_m$  は平均流速、 $h-h_1$  は流動層の厚さを表わす。

3. 実験設備及び実験の範囲

神戸大学の水理実験室において、図-2に示すような長さ7.5m、幅23cm、高さ25cmの両面ガラス張り水路で、厚さ3cmに砂を敷きならした。流量検定用として、水路の上下流端に三角堰を設置した。採砂位置は予備実験によつて等流範囲を検定し、その結果に基づいて下流端より2.2mとし、図-3に示すような採砂装置を設置した。この採砂器はブリキ製長方形ますで、砂の粗度に応じて上面に金網を張り、円錐形またわ円柱形のメスシリンダーを下部に連結して目盛を施し、各時刻の流砂量を測定できるようにした。水深

図-2 実験水路

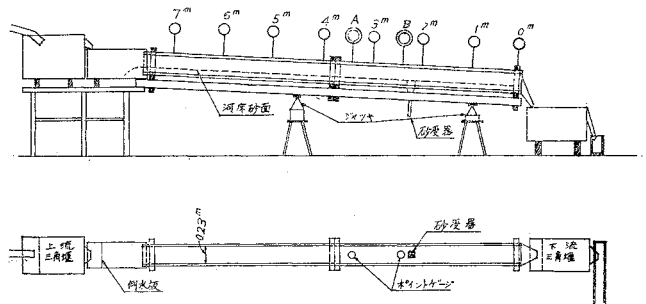


図-3 採砂器

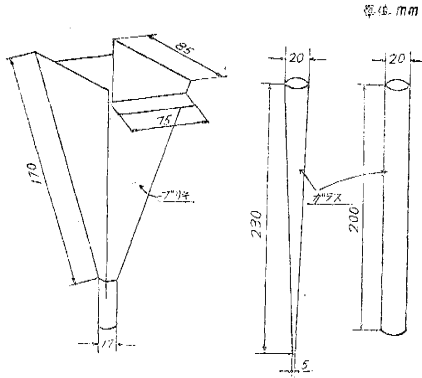


表-1

	豊浦砂	流砂砂	粗砂	六甲Ⅰ	六甲Ⅱ	六甲Ⅲ	六甲Ⅳ
$d_{50}$ mm	0.15	0.33	0.72	0.75	0.92	2.10	2.90
$S_{25}$	2.62	2.35	2.64	2.36	2.51	2.52	2.54
$\lambda$	0.41	0.44	0.43	0.48	0.53	0.55	0.58
流量 cc/s	300 2000	300 2600	600 3000	300 4500	1000 6000	1400 7000	2600 6000
勾配	1.20 1.60 2.00 2.50 3.30 5.00	1.20 1.60 2.00 2.50 3.30 5.00	1.20 1.60 2.00 2.50 3.30 5.00	1.50 2.50 500	2.50 500	3.30 100	2.50 100

図-4 粒径加積曲線

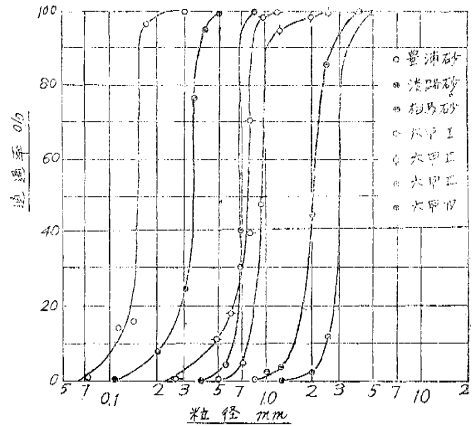
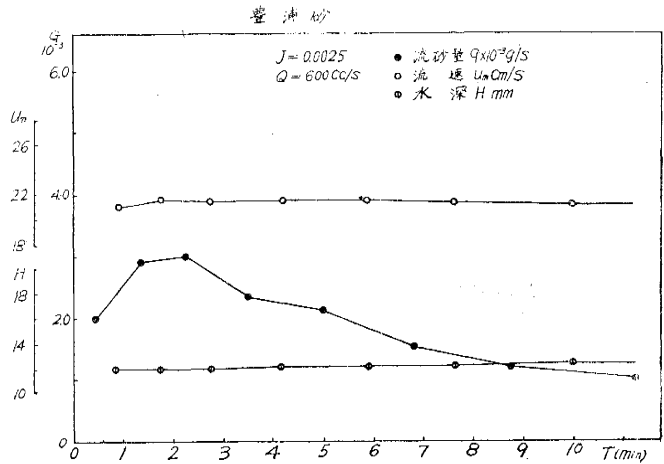


図-5(a)



はA、B二点でポイントゲージによつて測定した。使用砂の種類および実験の範囲は表-1 のようである。また使用砂の粒径加積曲線は図-4 に示すように、ほぼ一様粒径と考えられる7種類の砂について実験を行つた。

4. 実験結果とその考察

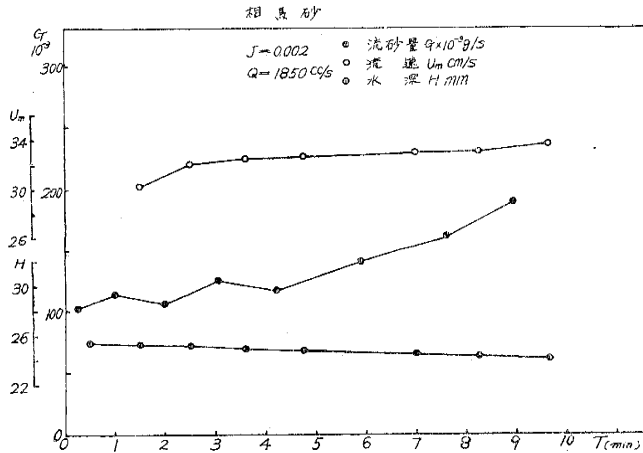
(1) 実験値について

測定結果の代表的なものを図示すると、図-5 a, 5 b のようである。これらの図からわかるように、流砂量、水深、流速は時間の経過とともに変化する。豊浦砂についてみると、流速または水深が一定になつた点かその前後において流砂量は極大を示し、以後時間の経過とともに減少している。これは  $d_{50}=0.015$  cm の砂に於いては非常に砂溜が発生しやすいために、平滑な状態で砂が流動する時間は短く、ただちに砂溜が発生し、流水の抵抗を増加していく。さらに採砂器によつて砂の流れが中断されるために、その下流に規模の大きい砂溜が発達し、これの影響が上流におよぶものと考えられる。次に  $d_{50}=0.072$  cm の砂では、前の場合と反対に、はじめしばらく一定であるが、時間の経過とともに増大していく。これはこの粒径の砂が非常に砂溜を発生させがたい性質をもつているため、砂の面は常に平滑で、採砂器の下流は砂の補給を受けることなくどんどん洗刷され、水位が低下し、低下背水の現象を生ずるからだと考えられる<sup>3)</sup>。本実験の目的は、一定流量、一定勾配に対して、砂溜がまだ発生していない場合の流砂量と、砂溜が十分に発達して平衡状態に達した時のそれを測定するにあるが、上述のように流砂量その他の量がかなり変化していくので、後者の方は現在の実験装置では不可能である。そこで各実験とも、一定流量、一定勾配に対して、流砂量、水深、流速の時間的変化を図示して、水深、流速の変化が僅かであると考えられる状態の流砂量を一個ないし三個抽出し、これ等を平均して、その条件における測定値とした。

(2) 抵抗法測について

砂をともしつた流れては、砂の摩擦抵抗のほかに砂溜あるいは砂堆による抵抗がこれに関係する。著者はこれら二つの性質の異なつた抵抗の全効果を、相当粗度  $k_s$  によつて表示することにする。

図-5(b)



椿氏と古屋氏は、次元解析によつて  $k_s$  と粒径  $d$  との比  $k_s/d$  が  $RJ/(S_s-1)d$  と  $u_{*c}^2/\nu$  との函数であるとし、前者の方がより重要な無次元量であるとして、永井博士、安芸博士、および荒木氏による諸河川の実測結果を用いて、次の公式を提案した<sup>1)</sup>。

$$\log k_s/d = 3.48 \left[ 1 - 0.225 \left\{ \frac{u_{*c}^2}{(S_s-1)gd} \right\}^{-1/2} \right] \dots \dots \dots (14)$$

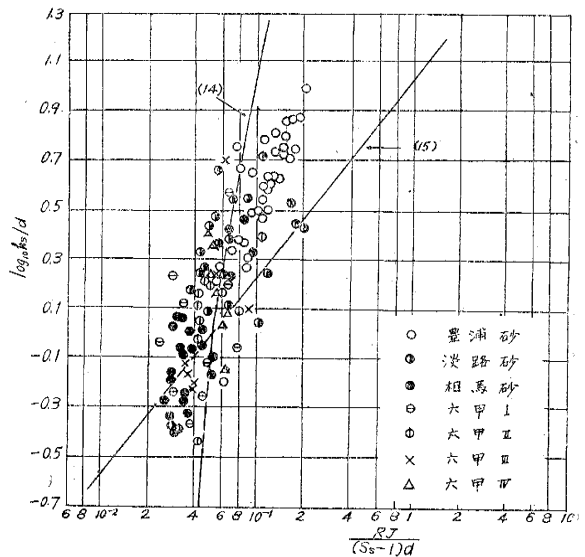
ただし、 $S_s$  は砂の比重、 $R$  は径深、 $J$  は河床勾配とする。岩垣博士は、滑面固定床水路で砂漣が発生していない状態と類似の現象を得て、その測定値より砂漣が発生していない状態の抵抗法測としてつぎの式を提案した<sup>2)</sup>。

$$\log k_s/d = 1 + 0.769 \log \left\{ \frac{u_{*c}^2}{(S_s-1)gd} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

岩垣博士は、(14) 式は砂漣が発生しているときの実験値によく一致し、砂漣が不規則ないし発生していない場合は(15) 式が適當であるとのべている。著者の実験値を(14)、(15) 式によつて検討してみる。

図-6 に示すように全体的にみて、 $RJ/(S_s-1)d$  の等しい値に対して  $\log_{10} k_s/d$  の値は(15) 式と(14) 式の中間の値をとるようである。(14) 式は砂漣の発生する条件のもとでは、これが十分に発達して平衡状態のもとに得られたものであるから、砂漣のない状態を得られた著者の実験値はこれより小さな値をとることが予想される。また(15) 式は滑面固定床水路の実測をもとにしているから、実際の移動床ではこれより大なる値をとると思われる。次に、 $RJ/(S_s-1)d$  が大きくなるほど、測定点は(15) 式からはずれる傾向が強くなる。この理由として、 $RJ/(S_s-1)d$  が大なる値の測定点は、図-6 のように砂の粒径が小さい場合にえられる。そして、このような細砂では、測定誤差の範囲内で砂漣が発生していたのではないかと思われる。事実  $d=0.015 \text{ cm}$ 、 $d=0.033 \text{ cm}$  の砂については、流量または勾配が大きくなると急激に砂漣が発達してくるのが観察された。これに対して  $d=0.072 \text{ cm}$  の砂は、ほとんどその発生がみられなかつた。これは図-6 に示すように  $\log_{10} k_s/d$  の値が(15) 式にほぼ一致した値をとることからも推定される。またその値は負の値をとるものもあるが、それは後述するように、この砂は粒径の大きさに比較して非常に流動しやすく、粗面の抵抗をあらわさず滑面の抵抗を示すためと考えられる。次に  $d=0.290 \text{ cm}$  の砂については  $\log_{10} k_s/d \neq 0$  が表わすようにほとんど砂漣の発生はみられなかつた。 $d=0.072 \text{ cm}$  と  $d=0.29 \text{ cm}$  の中間の砂については流量または勾配が大きくなると砂堆のような低い砂漣が発生するのが観察された。

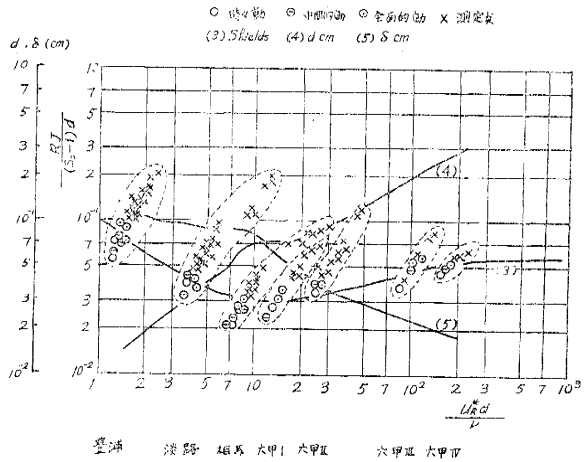
図-6  $k_s/d$  と  $RJ/(S_s-1)d$  との関係



(3) 限界掃流力

河床の砂が移動を始めるときの掃流力の研究は古くから行われ、主として実験的に見出した限界掃流力と砂の粒径などの関係に基づいて実験式を提案する方法がとられてきたが、理論的に取り扱つたものは非常に少ない。近年では C.M. White, 栗原博士, 岩垣博士などの優れた研究がある。それ以前 1936 年に A. Shields は、無次元表示した限界掃流力  $R_c J / (S_s - 1) d$  が平均粒径と層流底層の厚さ  $\delta$  との比  $d/\delta$ , またはそれと比例関係にある  $u_{*c} d / \nu$  の函数であることを見出した。著者はこれらの研究にもとづいて、限界掃流力を無次元量  $R_c J / (S_s - 1) d$ ,  $u_{*c} d / \nu$  によつて図-7 のように示した。曲線 (3) は A. Shields の表示を示している。 $R_c J / (S_s - 1) d$  は  $u_{*c} d / \nu = 14$  付近で極小を示し、250 以上では一定の値をとることがわかる。粒径と層流底層との関係を  $u_{*c} d / \nu = 11.6 d / \delta$  なる関係<sup>10)</sup>によつて求めると曲線 (4), (5) が得られる。粒径 0.72 mm の砂は  $R_c J / (S_s - 1) d$  の極小値に相当し、しかも砂粒がまさに層流底層の上に露出せんとするときの砂であることがわかる。またこの粒径以下の砂は完全に層流底層内で運動し、 $d = 2.90$  mm 以上の砂は完全に乱流領域内で運動していることが理解できる。

図-7  $R_c J / (S_s - 1) d$  と  $u_{*c} d / \nu$  との関係



次に砂の始動としていかなる状態を限界として採用するかの問題がある。岩垣博士は砂の始動を三段階とし、それぞれ間歇的始動、中間的始動、全面的始動としているが<sup>3)</sup>、著者はこの定義によつて中間的始動の状態を採用した。測定点は図に示すように A. Shields の表示とほぼ一致する。

A. Shields, 岩垣博士, 栗原博士らの研究によつて限界掃流力  $\tau_c$  は砂の粒径について一本の直線で表わし得ないことが示されたが、もつぱら流水が砂におよぼす効果のみに着目してこの特性を説明している。著者は後述

図-8(a)  $\phi$  と  $1/\psi$  との関係

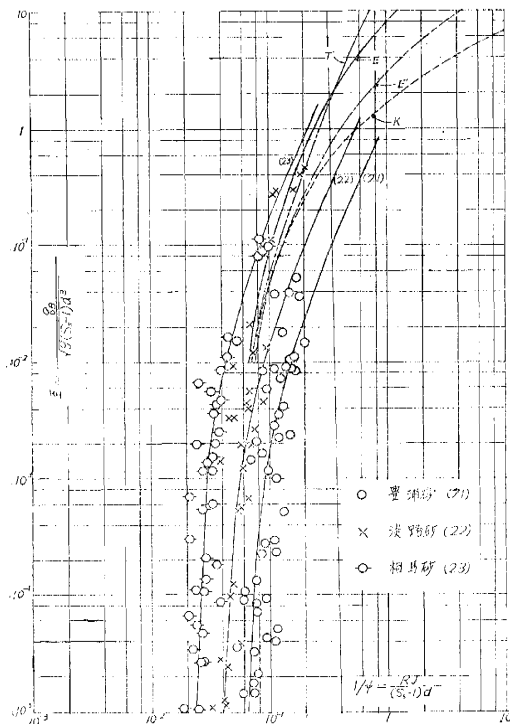
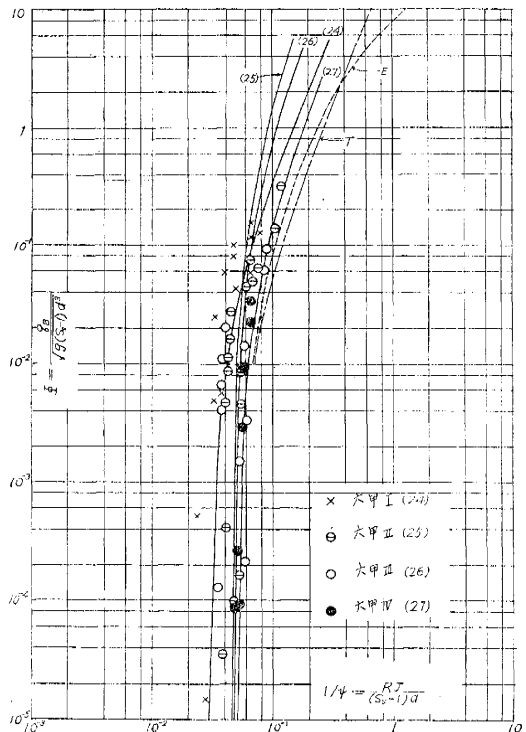


図-8(b)



するように、砂自身のもつている性質についても以上の事実が証明されることを見出した。

(4) 掃流砂量について

流砂量を表わす無次元量  $q_B/\sqrt{g(S_s-1)d^3}$  と、掃流力を表わす無次元量  $RJ/(S_s-1)d$  との関係を示すと図-8a, 8b のようになる。図の曲線  $T$  は橋氏のもの、 $E$  は H.A. Einstein のもので、いずれも砂漣が発生していないと考えられるときの流砂量式を表わす。 $E', K$  はそれぞれ H.A. Einstein, A.A. Kalinske の流砂量式で、 $E'$  は特に砂漣の影響を考慮して提案された公式である。これらの研究は流砂量がかなり大きい場合についてのものであるが、本実験では、砂の始動附近すなわち限界掃流力附近について測定したのである。このことは、砂漣を発生することによって流動するという特性の砂は、砂漣を発生しないで流れる領域が限界掃流力附近に限られていることを示している。図中の曲線 (21)~(27) は、後述するように各粒径別の流砂量曲線である。

(5) 理論値の検討

(12) 式の  $\mu_s$  は流体における粘性係数に相当する量であり、常数と考えられるべきものである。オストワルドの粘度計によつて、各砂の  $\mu_s$  に相当する量  $\mu_s'$  を測定した結果を表-2 に表わす。これを粒径についてプロットしたのが図-9 である。粒径 0.72 mm 附近で極少の値をとる。次に (12) 式の妥当性をみるために、各砂について測定値  $q_B$  と (12) 式から計算される  $q_B \cdot \mu_s$  とを図示すると図-10 となる。 $\mu_s$  を常数とみなして、各砂について図面より  $\mu_s$  を読みとり一括表示すると表-2 のようになる。これを図-9 に示した。これによると先の測定値  $\mu_s'$  と同じ傾向を示し、 $d=0.9$  mm 附近で極小値をとる。第3節でのべたように、以上の

図-9  $\mu_s, \mu_s'$  と  $d$  との関係

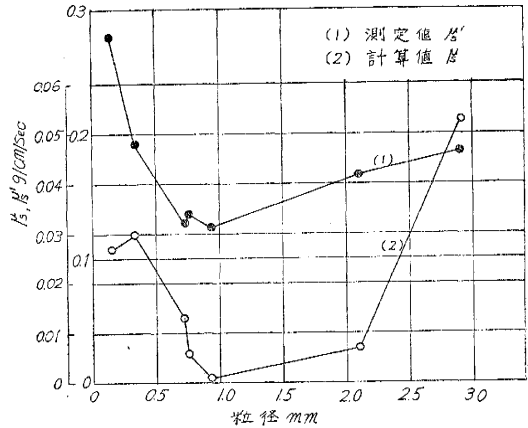
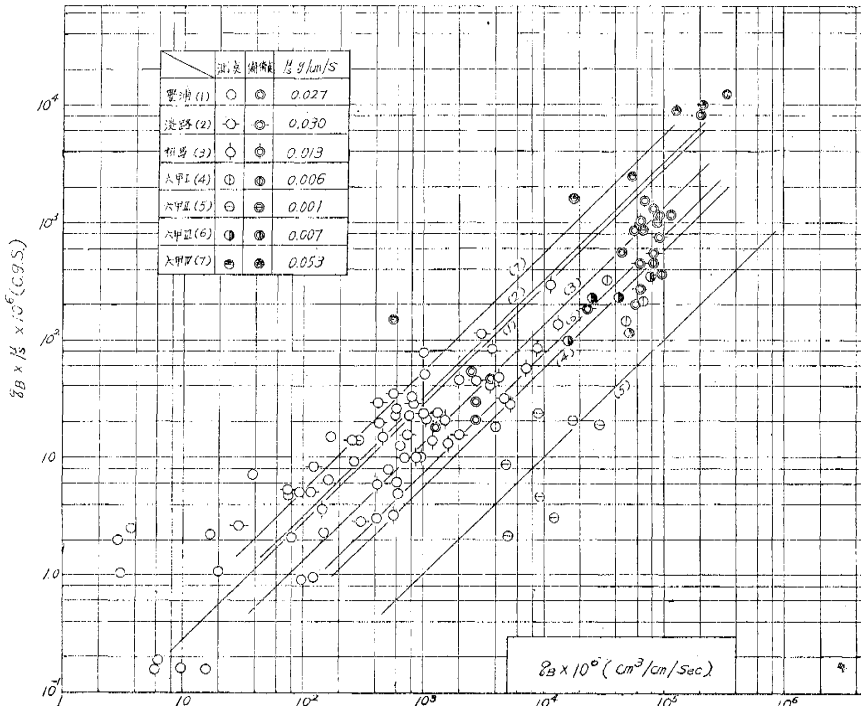


表-2

	豊浦砂	洗路砂	相馬砂	大甲工	大甲Ⅱ	大甲Ⅲ	大甲Ⅳ
$\mu_s$ (C.G.S.)	0.027	0.030	0.013	0.006	0.001	0.007	0.053
$\mu_s'$ (C.G.S.)	0.278	0.192	0.128	0.137	0.126	0.167	0.185
$\mu_s'/\mu_s$	10.2	6.2	9.8	22.8	126.0	23.8	3.5
$K$	135	3.84	277	70.5	4810	2770	57.6
$1/\mu_s$	0.064	0.039	0.023	0.029	0.046	0.046	0.049

図-10 測定値  $q_B$  と計算値  $q_B \cdot \mu_s$  との関係



事実は、砂自身の特性として、限界掃流力  $\tau_c$  は、砂の粒径  $d$  に比例せず、 $d=0.9\text{ mm}$  付近で極小値をとることを示し、非常に興味深い。次に計算値  $\mu_s$  を採用して流砂量式を求めると、後に示すように測定値とかなりよく一致した傾向を示す。しかし計算値  $\mu_s$  の代りに測定値  $\mu_s'$  を採用した場合の流砂量式とは、量的に非常に違っている。この理由として、 $\mu_s$  としての  $\mu_s'$  の測定方法にも問題があるが、粒状体である砂を、流体として取り扱いうる可能な限界を暗示しているように思われる。 $\mu_s'/\mu_s$  は各砂について表 2 に示した。

(12) 式の右辺の第 2 項は第 1 項に比して小さいので省略し、無次元表示してこれを示すと、

$$\phi = K \left( \frac{1}{\psi} - \frac{1}{\psi_0} \right)^2 \dots\dots\dots (16)$$

ここに、

$$\phi = \frac{q_B}{\sqrt{g(S_s-1)d^3}}, \quad \frac{1}{\psi} = \frac{R_J}{(S_s-1)d} \dots\dots\dots (17)(18)$$

$$\frac{1}{\psi_0} = \frac{R_c J}{(S_s-1)d}, \quad K = \frac{\rho \sqrt{d^3 g (S_s-1)}}{2\mu_s \tan \theta} \dots\dots\dots (19)(20)$$

となる。流砂量  $\phi$  は無次元量  $1/\psi$ ,  $1/\psi_0$ ,  $K$ , の函数となり、 $1/\psi_0$ ,  $K$  の大きさは主として、砂の粒径によつて変化するので、 $\phi$  は  $1/\psi$  および粒径  $d$  の函数となる。 $\mu_s$  として計算値  $\mu_s$  をとり、各砂について  $1/\psi_0$ ,  $K$  を計算して表 2 に示した。そこでこれらの値を (16) 式に代入し、 $d=0.015\text{ cm}^3$  (21),  $d=0.033\text{ cm}$  (22),  $d=0.072\text{ cm}$  (23),  $d=0.075\text{ cm}$  (24),  $d=0.092\text{ cm}$  (25),  $d=0.21\text{ cm}$  (26),  $d=0.290\text{ cm}$  (27), の各流砂量式を得た。これを図がすると 図-8a, 8b の (21)~(27) となる。この図から限界掃流力付近の流砂量は粒径によつてかなり異なつた傾向をもち、 $d=0.72\text{ mm}$  付近の砂を限界として、より小さな砂に対しては、等しい掃流力に対して粒径が大きくなるほど流砂量が多い。すなわち流動しやすい傾向を示す。これに対し、この限界粒径より大なる砂に対しては、粒径が大きくなるほど流動されにくくなり、さらに粒径が大きくなつて  $u_{Rc}/v > 250$  の領域では粒径に無関係に一定の傾向を示すようになる。そして従来の流砂量式と一致するような傾向にあるようである。たとえば、 $2.9\text{ mm}$  付近の流砂量の測点は H.A. Einstein の式  $E$  とかなり接近している。各砂の測定点は限界掃流力付近の流砂量に対してかなりよく一致しているが、しかし掃流力が大きくなると、測点は曲線とはずれる傾向をもつている。この傾向をしきりに検討すると、 $0.072\text{ cm}$  付近の粒径のものは、大なる掃流力の範囲までかなりよく一致している。またそれより小なる粒径のものについては測定値の方が大となり、それより大なる粒径のものは測定値の方が小となつている。このことは第 2 節にのべたように、流量または勾配が大になると、使用砂の種類によつては、測定誤差の範囲内で砂澱がある程度発生していたが、その影響のように考えられる。そして前者は表 1 に示すように砂の間隙率は小さく、しかも  $\mu_s'$  の値が 図-9 に示すように比較的大きくて、砂自身の性質として滑動しがたいために、小流量でも砂澱が発生しやすく、砂澱の発生によつて流砂量が増大するものと考えられる。これに対して後者は砂澱の発生によつて流砂量を減ずるようである。次に限界掃流力が  $u_{Rc}/v$  に無関係になるような粒径、すなわち  $d=0.30\text{ cm}$  以上では砂澱は発生しがたく、再び全域にわたつてかなりよく一致している。上述の測定値の各曲線よりの偏倚の状態は、図-10 に一層明確に示されている。以上のことから限界掃流力付近では、従来いわれてきた砂澱が発生すれば流砂量を減少するといふのは、 $d=0.072\text{ cm} \sim 0.30\text{ cm}$  の領域の砂についてのみ真実であるように思われる。砂澱の形についての A. Shields の研究<sup>1)</sup>を参照すると、いわゆる Ripple は流砂量を増大し、Bar はこれを減少さすようである。

5. 結 論

限界掃流力付近の流砂に関して次の結論を得た。

- (1) 砂澱の発生していない領域、またはそのような特性の砂に対しては、(16) 式はかなりよく著者の実測値と一致する。
- (2) 図-8b に示すように、 $d=0.29\text{ cm}$  以上の砂の流砂量式に対しては、限界掃流力  $R_c J / (S_s - 1)d$  は、 $u_{Rc}/v$  の増大に対して一定であり、流砂量曲線の形状を支配する他の一つの係数  $K$  の値は、図-9 の  $\mu_s$  の変化の傾向、従つて (20) 式から、次第に減少して一定値に接近することが予想される。従つて (16) 式は、H.A. Einstein の砂澱の発生していない場合の公式  $E$  に接近することがわかる。
- (3)  $d=0.072\text{ cm}$  付近の粒径を限界として、それより大きい粒径の砂と小さいものとは、砂澱の発生による流砂量えの効果を異にし、前者は流砂量を減少させるが後者はそれを増大させるようである。
- (4)  $d=0.072\text{ cm}$  付近の砂は、流水から受ける力の力学的機構の点で流動されやすいのみならず、砂自身のもつている特性の点でも流動されやすい。



最後に本研究ならびに実験については、神戸大学の田中教授、石原助教授の御指導を受け、京都大学の石原教授、岩垣助教授にいろいろ有益な御教示をたまわつた。又実験については本大学の卒業生実井 巧氏の御援助を受けた。ここに深謝する次第である。

#### 参 考 文 献

- 1) 安芸紋一著, 河相論, p.28, 1944
- 2) A.A. Kalinske, Movement of Sediment as Bed-Load in River. Transaction, A.G.U. Vol.28, No.4, 1947.
- 3) 岩垣雄一, 雨水流による地面浸食機構に関する基礎的研究。1955
- 4) 梶東一郎, 古屋朝治, 流砂ある河川に於ける流速法則に就いて。九大流体力学研究所報告, 第7巻4号。
- 5) H.A. Einstein, The Bed-Load Function for Sediment Transportation. Technical Bulletin. No. 1026. U.S. Dept. of Agriculture. 1950.
- 6) T. Tsubaki, on the Influences of Sand Ripples upon The Sediment Transport in Open Channels. Rep. of Res. Inst. for Applied Mechanics, Univ. of Kyushū, Vol.II, No.8, 1953.
- 7) F.M. Exner, Über die Wechselwirkung Zwischen Wasser und Geschiebe in Flüssen. Sitzberichte der Academie der Wissenschaften, Wien, Heft 3-4, 1925.
- 8) A.G. Anderson, The Characteristics of Sediment Waves formed by the Flow in Open Channels. Proceedings, Third Midwestern Conference on Fluid Mechanics, 1952.
- 9) Ning Chien, The Present Status of Research on Sediment Transport. Proceedings, A.S.C.E. Vol.80, Sep. No.565, 1954.
- 10) H.K. Liu, Ripple Formation and Its Relation to Bed-Load Movement. Ph. D. Thesis, University of Minnesota, 1953.
- 11) A. Shields, Anwendung der Ähnlichkeits mechanik und der Turbulenzforschung auf die Geschiebebewegung, Mitteilungen der Preuss. Versuchsant. f. Wasserbau. u. Schiffbau. Berlin, Heft 26, 1936.
- 12) 岩佐義郎, 開水路水流の不安定性について。土木学会誌 40 巻 6 号。
- 13) 最上武雄著, 土質力学。 p.135, 1951
- 14), 15) 同上, p.111, p.100
- 16) Hunter Rouse, Engineering Hydraulics p.791, 1949.

(昭.32.1.28)