

固体粒子群の落下挙動と誘起流動に関する研究

玉井昌宏¹・村岡浩爾²・室田明³

¹ 工博 大阪大学助手 工学部土木工学科 (〒565 吹田市山田丘2-1)

² 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科 (同 上)

³ 工博 大阪産業大学学長 (〒574 大東市中垣内3-1-1)

ポイントソースから瞬間的に投入された固体粒子群の落下挙動およびそれにより誘起される流動場について水理実験ならびに理論解析により検討した。粒子群の落下挙動特性が投下条件により個々の粒子の自由沈降挙動が支配的なものから、周囲水と密度差を有する流体を瞬間的に放出した場合に形成される、いわゆる乱流サーマルに類似したものまで様々に変化することを水理実験により明らかにした。乱流サーマル理論を拡張することにより、このような落下挙動特性の変遷と誘起流動場の様相を表示し得る解析モデルを提案した。

Key Words : particle, two-phase flow, turbulent thermal

1. 概説

人工島建設、防波堤築造や産業廃棄物の埋立処分など、土砂や碎石、廃棄物などの海域への投棄は様々な目的や方法で実施されている。従来より投棄物の拡散や堆積形状、海底地盤への影響などを精度高く予測するためには、固体粒子群が水中落下時に誘起する流動場を把握することが重要であることが指摘されてきた。こうした施工面での要請のみならず、誘起流動による大規模な底泥の巻き上げや濁りの拡散等の水質汚濁も懸念されることから、工事の周囲環境に対するインパクトを評価する上でもその流動特性の把握が重要であると考えられる^{1),2)}。

ところが、土砂や碎石の堆積予測手法に関する既往の研究成果を概観すると、拡散方程式を基礎としたもの³⁾や個々の固体粒子あるいは土塊に対して質点系の運動方程式を適用したもの^{4),5),6)}が大半であり、誘起流動場の特性を踏まえた解析手法の提案は少ない。堀江⁷⁾は、MAC (MArker in Cell) 法を用いた数値モデルにより底開バージから投下された土砂の落下運動により発生する流動場と土砂の拡散に関する計算を行っている。また、小田ら⁸⁾は流体運動に加えて粒子間応力を考慮するために、DEM (Discrete Element Method) とMAC法を併用した数値計算法により、類似の計算を行っている。しかしながら、粒子や運動量の乱流拡散などに対して適切な評価方法がなく、一般性の高い予測手法として利用することは難しいのが現状である。

さて、静水中においてポイントソースから瞬間的に投入した場合の固体粒子群の挙動はいかなるものであろうか。粒径が極めて大きく粒子個数が小さければ、個々

の自由沈降挙動が卓越するはずである。逆に粒子が微小であり粒子と流体の相対速度が無視できるような場合には、粒子混入による局所的な密度偏差が作用して密度流的な挙動になることは容易に想像される。前者の条件下では個々の粒子に作用する不規則力が、また後者の条件下では粒子群全体規模の流動がその粒子や運動量の乱流輸送を支配するであろうと考えられる。こうした両極端な条件を除外すれば、粒子挙動はこれら2つのメカニズムを持ち合わせた複雑なものとなる。つまり、流体運動の規模と粒子・流体の相対速度のそれとの大小関係によって粒子群の拡散挙動特性が変化すると予想される。かかる変化を表現するためには、相間相互作用の様相を明確にした上で、粒子と流体の運動を適切に定式化することが必須である。

本論では、ポイントソースから瞬間的に投入された粒子群の落下挙動特性、特に粒子個々の自由沈降の支配する挙動から粒子群としての挙動への変遷について明らかにする。さらに、こうした挙動特性を踏まえて、粒子群の落下運動により誘起される流体場ならびに粒子拡散を適切に予測しうる解析モデルを開発する。なお、本論の実験結果の一部と理論解析については参考文献9), 10)にて発表済みであり、本論はこれらを取りまとめたものである。

2. 実験の概要

実験は高さ130cm、幅90cm、奥行き90cmの前面ガラス張りの鋼鉄性水槽の前面部15cmを仕切って行った。水槽の上部に設置した高さ10cm、幅5cm、奥行き15cmの底開バージを模倣した箱の底部を瞬時に開口

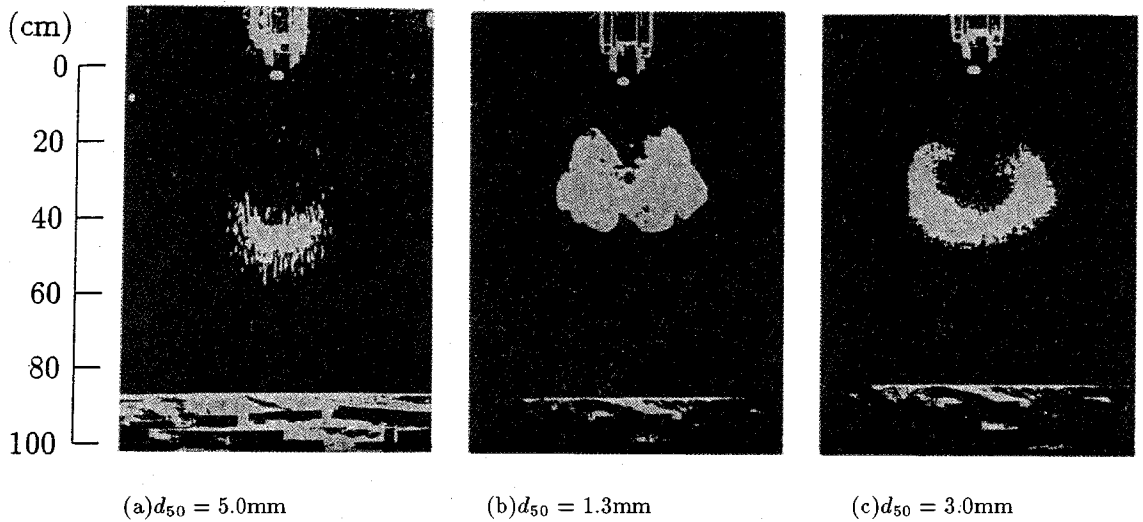


図-1 固体粒子群の落下挙動特性

表-1 ガラスビーズの諸元

$d_{50}(\text{mm})$	$\rho_d(\text{g/cm}^3)$	$U_d(\text{cm/sec})$	Re_d
0.8	2.42	11.1	89
1.3	2.42	17.9	233
3.0	2.42	34.7	1040
5.0	2.42	46.3	2320

することにより固体粒子群を二次元的に瞬間的に投下した。箱の底部には幅 2.5cm, 奥行き 15cm の 2 枚の亚克力板がそれぞれ箱の側壁に滑らかに回転可能なように蝶番によって取り付けられている。亚克力板の開放速度は固体粒子の投下量によって影響を受けるが、予備実験により開放に要する時間は高々 0.1s であることがわかった。投下時間について精度高く制御することが困難であることから、粒子群に対する投下時間の影響については本実験では無視する。箱の設置位置は水面下 30cm 程度の位置であり、固体粒子は完全に湿润状態にある。目視観測により、固体粒子投下の瞬間の水表面の変動は小さいことが明かとなった。従って、その固体粒子群の落下挙動に対する影響についても小さいとした。粒径のバラツキを極力抑えるために、投下粒子としてガラスビーズを用いた。その諸元を表-1 に示す。 d_{50} は中央粒径、 ρ_d は粒子密度、 U_d は自由沈降速度、 $Re_d (= U_d d_{50} / \nu)$ は粒子レイノルズ数である。但し、 $\nu (= 0.01 \text{cm}^2/\text{s})$ は流体の動粘性係数である。 Re_d の範囲から、 $d_{50} = 0.8 \sim 3.0 \text{mm}$ の粒子は概ねストーク

ス則からニュートン則への遷移領域に、 $d_{50} = 5 \text{mm}$ の粒子はニュートン則に属する粒子であることがわかる。粒径があまり小さくなると、粒子間の付着が問題となることから、完全にストークス則に従う細粒子は用いなかった。各々の粒径に対して単位奥行き当たりの投下量を、($q_0 = 5, 10, 20 \text{cm}^2$) の 3 段階に変化させて、合計 12 の投下条件を設定した。

固体粒子群の挙動は、35mm 1 眼レフカメラとビデオシステムを用いて解析した。

3. 実験結果

(1) 定性的観察

図-1(a)~(c) は投下から 1.2s 後の粒子群の落下挙動を示している。撮影の露出時間は 1/125s である。投下条件はそれぞれ $d_{50} = 5.0 \text{mm}, q_0 = 5 \text{cm}^2$, $d_{50} = 1.3 \text{mm}, q_0 = 20 \text{cm}^2$, $d_{50} = 3.0 \text{mm}, q_0 = 20 \text{cm}^2$ である。

(a) は粒径が大きく、且つ投下量の小さいケースに観察される落下挙動である。粒子運動は他の粒子の後流の影響も多少受けていると考えられるが、可視観測においては粒子間の相互作用は認められない。粒子群は水平方向に拡散しながら落下するが、それは粒子個々に作用する流体力に起因するものであると考えられる。つまり、粒子の散乱機構は単一粒子の自由沈降挙動と同様であると推測される。以下ではこうした挙動のことを「自由沈降的落下挙動」という。

(b) は粒径が小さく、且つ投下量が多い場合に共通して観察される落下挙動パターンである。粒子群は投

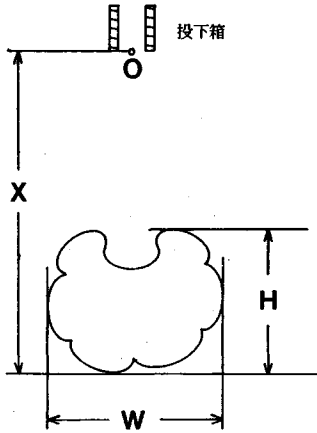


図-2 粒子群の形状に関する物理量

下直後に水平方向に急激に成長し、そのとき中心軸に関して左右対称で逆方向の回転を有する2つの循環が現れる。この循環によって周囲水を粒子群後端より連行し、凹型の形状を有する固液混相の流体塊を形成する。落下距離の増大に伴い、その輪郭には粒子群規模の凹凸が形成されるが、自由沈降の落下挙動に観察されたような粒径規模の凹凸はみられない。すなわち、粒子の挙動が混相流体塊のスケールの運動に支配されていると推察される。また、粒子群は概ね相似な形状を保って落下することがわかる。こうした挙動は周囲流体と密度差を有する流体を瞬間的に放出した時に形成される乱流サーマルの挙動に類似している。そこで、以下ではこのような落下挙動を「乱流サーマル的挙動」と呼ぶことにする。

(c)は乱流サーマル的挙動から自由沈降的挙動への遷移状態を示している。粒子群投下直後には乱流サーマル的挙動と同様に左右対称な循環が現れる。周囲水を連行しながら成長するが、それと同時に粒子の回転運動は緩やかになる。落下距離の増大に伴い、粒子個々の自由沈降が支配的になると推測される。

(2) 粒子群の形状特性

図-2において固体粒子群の形状に関する物理量について定義する。投下箱底部を原点として、粒子群先端までの距離を x 、粒子群の水平方向の最大拡がり幅を W 、鉛直方向最大拡がり高さを H とする。

図-3と図-4はそれぞれ落下距離の増大に伴う、粒子群の拡がり幅 W と高さ H の変化を示す。横軸は粒子群先端の落下距離である。縦軸と横軸は粒子群の単位奥行き当たりの投下体積の平方根 $\sqrt{q_0}$ により無次元化されている。図中の黒塗り記号は前述の考察により乱流

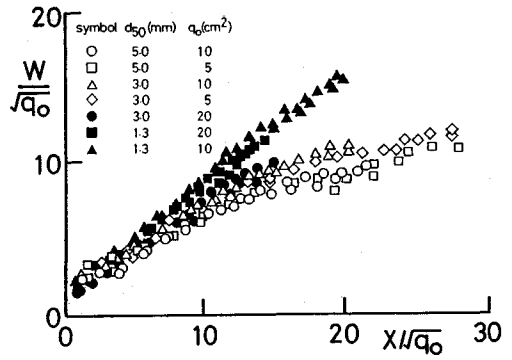


図-3 粒子群の拡がり幅 W の変化

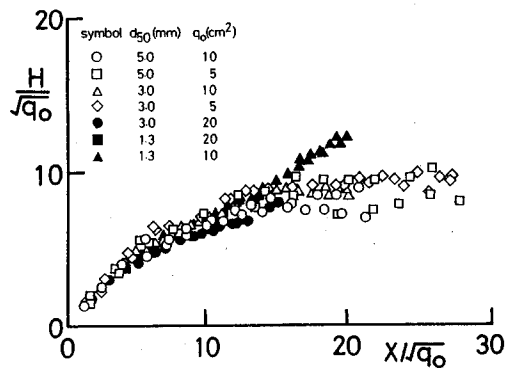
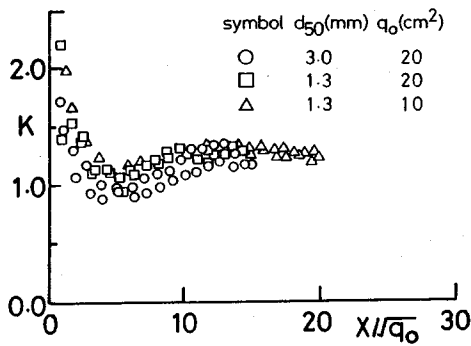


図-4 粒子群の高さ H の変化

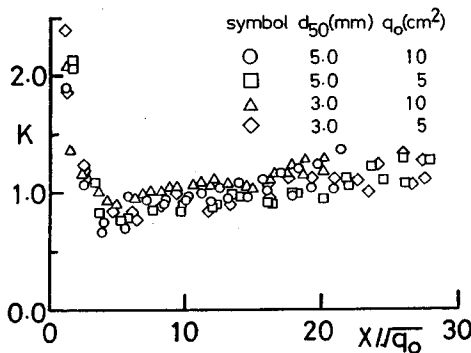
サーマル的落下挙動を示した実験ケースについて、また、白抜き記号は自由沈降的挙動を示したケースについて示している。

拡がり幅 W は乱流サーマル的挙動では概ね線形に増大する。これに対して、自由沈降的挙動では、その増加率 dW/dx は緩やかに減少する。一方、高さ H は $x/\sqrt{q_0} = 6$ 付近で不連続に変化している。これは、投下箱からの粒子流出が終了するまでは粒子群後端部が投下箱内にあり、その位置が明確に決定できないので、粒子群の高さを箱底部から粒子群先端までの距離として定義していることに原因している。 $x/\sqrt{q_0} > 6$ の領域では、乱流サーマル的落下挙動については拡がり幅 W と同様に線形に増大する傾向がある。こうした傾向は乱流サーマルに関する既往の実験結果^{11),12)}と一致している。これに対して、自由沈降的挙動では高さの増加率 dH/dx についても減少する傾向が観られる。

図-5は粒子群の高さと幅の比率 $K = W/H$ の落下にともなう変化を示している。(a)(b)はそれぞれ図-3、図-4に準じて分類したものである。粒子が投下箱から完全に流出した後の $x/\sqrt{q_0} > 6$ の領域について、乱流



(a) 乱流サーマル的落下挙動



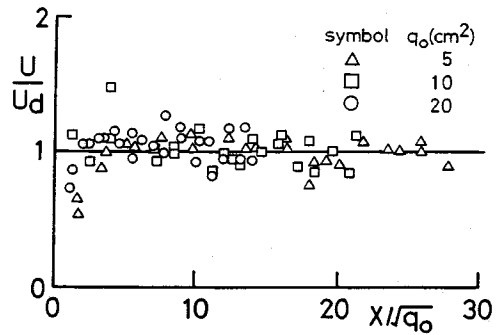
(b) 自由沈降的落下挙動

図-5 Kの変化

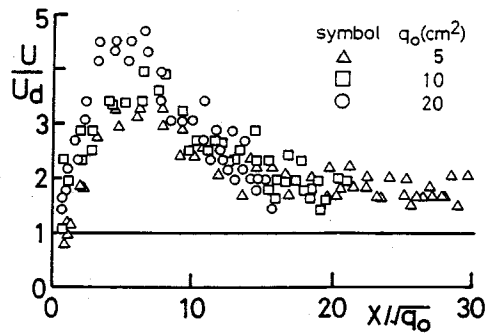
サーマル的挙動では $K = 1.2$ 付近で概ね一定値となっている。この値は単相の乱流サーマルにおける実験値 $K = 1.0$ より若干大きくなっている。自由沈降の挙動ではわずかに増大する傾向も認められるが、そのレベルは乱流サーマル的と概ね同じである。

(3) 粒子群の落下速度

粒子群の挙動は実験条件により変化する。粒子群規模の流動が支配的な場合や単一粒子の自由沈降が卓越する場合、これら両者の中間的な状況も存在する。群としての粒子運動を規定するパラメータは、単位奥行き当たりの投下体積 q_0 と負の総浮力 $\epsilon_0 g q_0$ である。但し、水の密度を ρ_a として、 $\epsilon_0 = (\rho_d - \rho_a) / \rho_a$ である。加えて、単一粒子としての運動を規定するパラメータは、粒子形状が完全球形で密度一定であるならば、粒径 d_{50} あるいは自由沈降速度 U_d である。原点から距離 x において粒子群の拡がり面積が A 、粒子群先端部の落下速度が



(a) $d_{50} = 5.0\text{mm}$



(b) $d_{50} = 0.8\text{mm}$

図-6 U/U_d の変化

U であるとする。但し、粒子群の形状は高さ H と幅 W とを長短軸とする楕円形であると仮定し、 $A = \pi WH/4$ によりその面積が計算できるとする。また、粒子群の形状比 K が実験条件や落下距離に関係なく一定であるとすれば、このとき落下速度は次式によって規定されることが予想される。

$$U = f(q_0, \epsilon_0, U_d, x, A) \quad (1)$$

次元解析により、次式のような関係を得る。

$$\frac{U}{U_d} \text{ or } \frac{U}{\sqrt{\epsilon_0 g \sqrt{q_0}}} = f\left(\frac{A}{q_0}, \frac{x}{\sqrt{q_0}}\right) \quad (2)$$

つまり、落下速度について 2 つの無次元パラメータが現れる。

自由沈降速度により無次元表示した流体塊の落下速度 U/U_d を図-6 (a)(b) に粒径別に示す。可視観測において自由沈降の挙動を示した $d_{50} = 5.0\text{mm}$ では若干のバラツキは認められるものの、全ての投下量に対して投下直後に概ね自由沈降速度に等しくなっている。しかしながら、乱流サーマル的挙動を示す $d_{50} = 0.8\text{mm}$ では投下直後から落下速度は急激に増大して、 $x/\sqrt{q_0} = 5$

付近で極大値を示した後に、緩やかに減少するという傾向がみられる。その極大値は U_d の 3~4.7 倍にも達している。また、投下量による分布のバラツキは極めて大きくなっており、投下量の増大により極大値が増加していることがわかる。

もう一つの無次元パラメーター $U/\sqrt{\epsilon_0 g \sqrt{q_0}}$ は粒子混入を密度で置換した場合の密度流体塊としての代表速度スケールであり、これについては 4. 乱流サーマル理論との比較の中で示す。

4. 乱流サーマル理論¹³⁾との比較

(1) 乱流サーマル理論の概要

固体粒子群の落下挙動はある範囲の投下条件においては、乱流サーマルに類似した挙動となる。本節では既往の乱流サーマル理論の解と実験結果との比較を行う。乱流サーマル理論は、Beghin ら¹⁴⁾、Escudier ら¹⁵⁾あるいは Baines ら¹³⁾の理論が提案されている。ブーシネ近似の採否や鉛直に自由落下するサーマルか傾斜面上でのサーマルかなど、詳細については異なっているものの、これらの理論は本質的には同じものであると考えてよい。ここでは、周囲流体との密度差が大きくブーシネ近似の適用できないような乱流サーマルに対して開発された Baines らの理論を用いる。

理論展開において用いられる過程は以下のとおりである。(a) サーマル形状は楕円形である。(b) サーマル内部の給浮力は一定である。つまり後流によって質量は損失しない。(c) 流速と密度の分布は相似形を保つ。(d) サーマル内部は一様密度であり、サーマル流体と周囲流体は容易に混合できる。(e) サーマルの質量変化はサーマル全体の特性量のみによって支配される。

仮定 (e) によって質量保存式は次式のように表示される。

$$\frac{dm_t}{dt} = f_1(M_t, M_{tv}, m_t, \rho_a) \quad (3)$$

ここに、 M_t 、 M_{tv} はそれぞれサーマル流体の運動量と付加質量分の運動量である。 m_t はサーマル質量、 ρ_a は周囲水密度である。サーマルの質量変化が付加質量分の運動量に依存しないと仮定すれば、次元解析に基づき次式を得る。

$$\frac{dm_t}{dt} = \alpha \sqrt{\pi} M_t \left(\frac{\rho_a}{m_t}\right)^{1/2} \quad (4)$$

ここに、 α は比例定数である。

以下では簡単のために、乱流サーマル理論中の拡がり幅、形状係数、落下速度等の物理量については 3. 実験結果の中で粒子群に対して定義したものと同一の記号を用いることにする。

サーマル密度を ρ 、楕円形の幅と高さをそれぞれ W と W/K とすると、質量 m_t と運動量 M_t は次式のよう

になる。

$$m_t = \rho \frac{\pi}{4K} W^2 \quad (5a)$$

$$M_t = \rho \frac{\pi}{4K} W^2 U \quad (5b)$$

上式を式 (4) に代入し、さらに微分変数を変換するために、 $U = dx/dt$ を考慮すると、次式を得る。

$$\frac{d(W^2)}{dx} = 2\alpha \sqrt{K} \sqrt{\frac{\rho_a}{\rho}} W \quad (6)$$

さらに、距離 x について積分すると次のようになる。

$$W = \alpha \sqrt{K} \sqrt{\frac{\rho_a}{\rho}} x + C \quad (7)$$

C は積分定数である。ここで、 $\rho/\rho_a = 1$ とおけば、ブーシネ近似した場合と同様になる。 $x = 0$ における初期条件、 $W = W_0$ 、 $\rho = \rho_0$ を考慮すると

$$W = \alpha \sqrt{K} \sqrt{\frac{\rho_a}{\rho}} \left\{ x + \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{1}{K} \frac{\rho}{\rho_a}} W_0 \right\} \quad (8)$$

さらに、サーマル内の給浮力が一定であるとすれば、

$$\Delta \rho_0 W_0^2 = \Delta \rho W^2 \quad (9)$$

より、

$$\rho = \rho_a + \Delta \rho_0 \left(\frac{W_0}{W}\right)^2 \quad (10)$$

となる。ここに、 $\Delta \rho_0$ は初期密度差である。式 (10) を式 (8) に代入すれば次式を得る。

$$W = \alpha \sqrt{K} \left(1 - \frac{\pi}{\alpha^2 K} \frac{\Delta \rho_0}{\rho_a} \frac{W_0^2}{\bar{x}^2}\right) \bar{x} \quad (11)$$

ここに、

$$\bar{x} = x + \frac{1}{2\alpha} \sqrt{\frac{1}{K} \frac{\rho_0}{\rho_a}} W_0 \quad (12)$$

である。

サーマル内部の浮力は圧力を介してサーマル周囲の流体の運動量にも影響することから、付加質量分も含めた形で運動量の保存を考えねばならない。そこで運動量保存式は次のようになる。

$$\frac{d}{dt}(M_t + M_{tv}) = \frac{\pi}{4K} \Delta \rho_0 g W_0^2 \quad (13)$$

式 (5) を代入するとともに質量保存式と同様に微分変数を距離に変換すると次式を得る。

$$U \frac{d}{dx} \left\{ \frac{\pi}{4} W^2 (\rho + \rho_a k_v) U \right\} = \frac{\pi}{4K} \Delta \rho_0 g W_0^2 \quad (14)$$

ここに、 k_v は付加質量係数である。式 (10)(11) を式 (14) に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \left\{ \bar{x}^2 - \frac{k_v \epsilon_0 q_0}{(1+k_v) \alpha^2 K} \right\} \frac{dU^2}{d\bar{x}} + 2\bar{x} U^2 \\ = \frac{\epsilon_0 q_0 g}{(1+k_v) \alpha^2 K} \end{aligned} \quad (15)$$

ここに、 $\epsilon_0 (= \Delta \rho_0 / \rho_a)$ はサーマルの初期相対密度差、 $q_0 (= \pi W_0^2 / 4K)$ は単位奥行き当たりの初期体積である。式 (15) は積分可能であり、 $\bar{x} = 0$ において $U = 0$

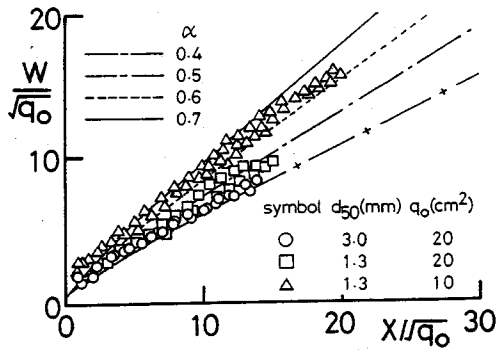


図-7 乱流サーマル理論との比較（粒子群の拡がり幅）

を仮定すると次式を得る。ここで、 \bar{x}_0 は $W = 0$ となる仮想原点の位置である。

$$U^2 = \frac{2B}{3} \left\{ \frac{\bar{x}^2 - 3A}{(\bar{x}^2 - A)^2} - \frac{\bar{x}_0^2 - 3A}{(\bar{x}_0^2 - A)^2} \right\} \quad (16)$$

ここに、

$$A = \frac{k_v \epsilon_0 q_0}{(1 + k_v) \alpha^2 K} ; B = \frac{\epsilon_0 q_0 g}{(1 + k_v) \alpha^2 K} \quad (17)$$

である。

(2) 実験結果との対応

式(8)においてブーシネ近似を適用すると次式のようになる。

$$W = \sqrt{K} \alpha \bar{x} \quad (18)$$

上式は楕円形サーマルの幅が拡がり率 $\sqrt{K} \alpha$ で増大することを示しており、この値は連行係数に等しいことになる。既往の研究成果を参照すると、鉛直落下するブーシネ近似でできるような希薄濃度の乱流サーマルでは $\alpha = 1.0$ が一般的である。しかしながら、周囲流体に比較して軽いサーマルと重いサーマルとでは連行係数が異なることが報告されている。本論の実験のように固体粒子を高濃度で含むサーマルの連行係数に関する実験データは皆無である。

ここでは、計測された全領域において乱流サーマル的な落下挙動を示した実験結果との比較により連行係数と理論解の関係について述べる。但し、既述の実験結果を参照して $K = 1.0$ としている。また、付加質量係数についてはポテンシャル流中の円形物体の値を用いて $k_v = 1.0$ とした。

図-7と図-8はそれぞれ粒子群の拡がり幅 W と粒子群先端の落下速度 U の落下距離に伴う変化を示す。計算結果から、連行係数の増大に伴い粒子群の幅の増加率は増大する。粒子群の拡散幅の増大とともに、抵抗が大きくなり、落下速度は全体的に小さくなるという傾向がある。同図中で最も乱流サーマル的であるケー

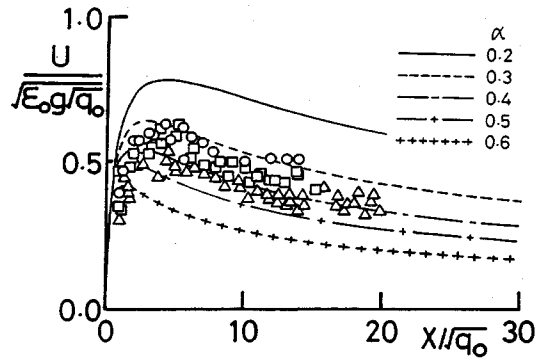


図-8 乱流サーマル理論との比較（粒子群の落下速度）

ス、つまり粒径が小さく、且つ投下量の大きなケースについて検討すれば、拡がり幅については $\alpha = 0.6$ 、落下速度については $\alpha = 0.4$ とした計算結果が最も実験結果と合致するようだ。

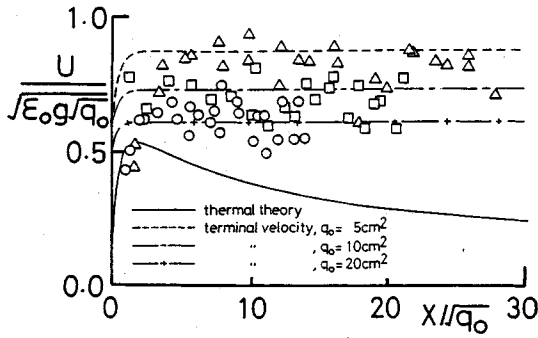
次に、 $\alpha = 0.5$ として落下速度について乱流サーマル理論との一致について検討する。比較のために単一粒子の自由沈降速度のレベルを併示する。

図-9は粒子群の落下速度の変化について理論解と実験結果を比較したものである。条件はそれぞれ $d_{50} = 5.0\text{mm}$ 、 $d_{50} = 3.0\text{mm}$ 、 $d_{50} = 1.3\text{mm}$ 、 $d_{50} = 0.8\text{mm}$ である。縦軸は粒子群中心の落下速度であり、速度スケール $\sqrt{\epsilon_0 g q_0}$ によって無次元表示されている。 $d_{50} = 5.0\text{mm}$ のケースでは、サーマルの理論曲線に比較して単一粒子の自由沈降速度の方が大きくなっていることがわかる。このケースでは粒子群の落下速度は概ね単一粒子の自由沈降速度に等しいレベルである。 $d_{50} = 3.0\text{mm}$ では投下量が最も大きい $q_0 = 20\text{cm}^2$ ではサーマル理論曲線に従うような変動傾向も観られる。しかし、全体的には単一粒子としての沈降速度に等しくなっている。 $d_{50} = 1.3\text{mm}$ においては放流口近傍ではサーマル速度は自由沈降速度を上回っている。このような領域では粒子群の沈降速度はサーマル速度に従って変化する。 $d_{50} = 0.8\text{mm}$ でも計測された全領域で粒子群の速度は乱流サーマル理論に類似した変動傾向となっている。これらの結果から、粒子群はその位置エネルギーをより速く解放するように、落下形態を選択するものと推察されるが、その明確な物理的意味については不明である。

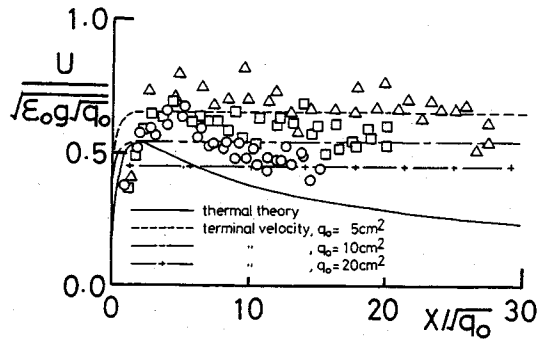
5. 理論的解析

(1) 基礎方程式

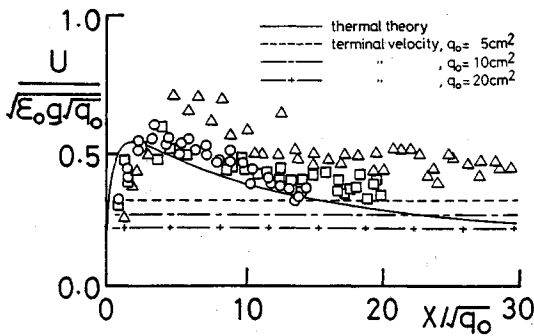
固体粒子群の落下挙動の解析手法は、個々の粒子に対する運動方程式を基礎としたものと連続体方程式を



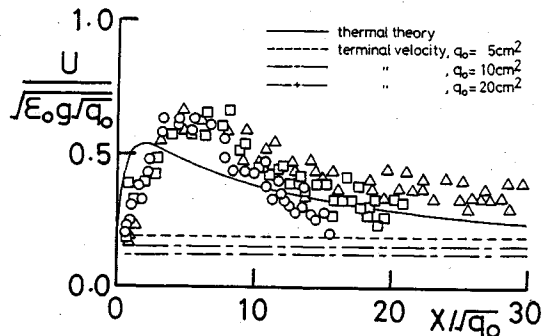
(a) $d_{50} = 5.0\text{mm}$



(b) $d_{50} = 3.0\text{mm}$



(c) $d_{50} = 1.3\text{mm}$



(d) $d_{50} = 0.8\text{mm}$

図-9 乱流サーマル理論との比較 (粒子群の落下速度)

基礎とするものに大別される。後者はさらに単純な拡散過程とした解析法や土砂混入の影響を密度の増大として扱った数値計算がある。前述のとおり、固体粒子群の落下挙動は限定された条件下では乱流サーマル理論によって表示される。しかしながら、自由沈降的挙動あるいはそれと乱流サーマル的落下挙動との遷移領域にまで同理論をそのまま適用することはできない。ここでは、乱流サーマル理論を混相流的に解釈し、種々の落下挙動特性に対応する解析モデルに拡張することを試みる。

理論展開において用いた仮定を列挙する。

- (a) 単一な粒径を有する粒子群の拡散形状 (以下ではこの拡散領域を混相流体塊と呼ぶ。) は粒子群の拡がり幅 W と高さ H を軸とする楕円形であり、相似な形状を保つ。
- (b) 混相流体塊内部の流体流速、固体粒子の個数密度、速度は一様である。
- (c) 混相流体塊内部の流体の質量の変化は混相流体塊の運動に関する全体的な特性量によって

のみ支配される。

- (d) 衝突など粒子間の直接的な相互作用は無視する。

仮定 (c) は、混相噴流など最近の実験データにより粒子の混入が流体の乱流構造や連行に影響を及ぼすことが明かとなってきているが、ここではそうした影響については考慮しないということである。実験結果との対応を検討するために、ここでは平面 2 次元的な粒子の落下挙動についてのモデル化を行うが、3 次元 (軸対称) の落下挙動に対しても容易に拡張できる。

乱流サーマル理論に倣い、仮定 (c) により混相流体塊内部の流体の質量保存式を次式のように表示する。

$$\frac{dm}{dt} = f_2(M, M_0, m, \rho) \quad (19)$$

ここに、 m は単位奥行き当りの混相流体塊内部の流体の質量、 M, M_0 はそれぞれ混相流体塊内の流体と粒子群の運動量の合計と混相流体塊の付加質量分の運動量、 ρ は混相流体塊の密度、 t は時間である。粒子と流体の密度はそれぞれ独立したパラメータであり、関数 f_2 に含まれるべきである。しかしながら、本論の実験にお

いては両者を一定としていること、また海域での土砂投下など実現象においてもこれらのパラメーターは一定としても差し支えないと考えられることから、ここでは省略した。

質量変化が付加質量分の運動量に依存しないと仮定すれば、次元解析により次式の関係を得る。

$$\frac{dm}{dt} = \bar{\alpha} \pi^{1/2} M \left(\frac{\rho}{m}\right)^{1/2} \quad (20)$$

ここに、 $\bar{\alpha}$ は拡がり係数である。同係数は乱流サーマル理論における連行係数に対応する。しかしながら、流体と粒子の運動が一致しないことから、連行係数と等価でないことを強調するために拡がり係数と呼ぶ。 m と M は流体塊の幅 W と形状係数 $K(=W/H)$ を用いると次式のように定義される。

$$m = \rho_F \left(\frac{\pi}{4K} W^2 - q_0\right) + \rho_P q_0 \quad (21)$$

$$M = \rho_F \left(\frac{\pi}{4K} W^2 - q_0\right) U_F + \rho_P q_0 (U_F + U_R) \quad (22)$$

ここで、 U_F は流体塊内部の流体流速、 ρ_F と ρ_P はそれぞれ流体と粒子の密度、 U_R は粒子と流体との相対速度差である。

式(21)(22)を式(20)に代入すると共に、乱流サーマル理論と同様に微分変数を時間から混相流体塊の落下距離 x に変換するために $dx/dt = U_F + U_R$ を導入すると、次式を得る。

$$\frac{dW}{dx} = 2\sqrt{K}\bar{\alpha} \frac{\rho_F(1-\epsilon)U_F + \rho_P\epsilon(U_F + U_R)}{\rho_F(U_F + U_R)} \quad (23)$$

ここに、 $\epsilon(=4Kq_0/(\pi W^2))$ は粒子群の混相流体塊内の面積率(=1-空隙率)である。

固体粒子群の拡散している領域内の流体の運動量の収支を次式のように定義する。

$$\frac{d(M_F + M_{Fv})}{dt} = nC_D \frac{\pi}{8} \rho_F U_R |U_R| d^2 - C_1 \rho_F U_F |U_R| W \quad (24)$$

ここに、 $n(=6q_0/(\pi d^3))$ は流体塊内の単位奥行き当りの固体粒子個数、 C_D は粒子抵抗係数、 d は粒子直径である。

上式は固体粒子群の拡散領域の流体の運動量とその付加質量分の運動量の合計は、粒子と流体の相対速度により生じる抗力により増大し(右辺第1項)、それと同時にこの相対速度により、粒子拡散領域内の運動量を有する流体が抜け落ちることにより運動量の損失が生じる(右辺第2項)ことを意味する。

流体と粒子間の相対速度が存在すると、粒子群の拡がり面積内に存在した流速 U_F を有する流体の一部が Δt 時間後には粒子群拡がり領域から逸脱する。その面積は粒子群の拡がり幅 W と相対速度により生じるずれの大きさ $|U_R| \Delta t$ の積として表示されると考えられる。そこで流体塊後端からの周囲水への運動量の損失を右

辺第2項のように定義した。 C_1 は比例定数であり、流体塊の形状が円形であり、相対速度によるずれが微小であれば、概ね0.5となる。

混相流体塊が相似形状を保つと仮定し、付加質量係数 k_v により、 $M_{Fv} = k_v M_F$ と仮定する。さらに M_F が式(22)の右辺第1項に等しいことから、これを代入し、さらに微分変数を変換すれば次式を得る。

$$(1+k_v)(U_F + U_R) \frac{d\left(\frac{\pi}{4K} W^2 - q_0\right) U_F}{dx} = \frac{3q_0}{4d} C_D U_R |U_R| - C_1 U_F |U_R| W \quad (25)$$

固体粒子に関する運動方程式は次式を用いる。

$$(1+k_{vp} \frac{\rho_F}{\rho_P}) \frac{dU_R}{dt} = \frac{\rho_P - \rho_F}{\rho_P} (g - \frac{dU_F}{dt}) - \frac{3\pi}{4d} C_D \rho_F |U_R| |U_R| + \text{Bassetの履歴項} \quad (26)$$

ここで、 $k_{vp}(=0.5)$ は球形の固体粒子に対する付加質量係数である。ここで取り扱う粒子は比較的大きく、従ってBassetの履歴項の影響は小さいものとして無視する。式(26)についても式(25)と同様に微分変数の変換を行った。

本研究で対象としている流動では粒子の個数密度が大きく、従って希薄粒子密度の仮定は適用できない。個数密度の増大により粒子間の相互作用が顕著になり、粒子抵抗係数が変化することが予想される。しかしながら、ここでは簡単のために抵抗係数については粒子間相互作用が影響しないものとして以下の関係を用いた。

$$C_D = \frac{24}{R_e} + \frac{3}{\sqrt{R_e}} + 0.34 \quad (R_e < 1000) \\ = 0.44 \quad (R_e > 1000) \quad (27)$$

ここに、 $R_e = |U_R| d/\nu$ である。

(2) 基礎方程式の基準化

前述の単相の乱流サーマルに関する理論に倣い、混相流体塊の長さスケールとして $\sqrt{q_0}$ を用いる。流体運動の速度スケールとしては、 q_0 と粒子混入により生じる負の浮力 $(\rho_* - 1)gq_0$ とを次元解析することにより得られる $\sqrt{(\rho_* - 1)g\sqrt{q_0}}$ を採用する。但し、 $\rho_* = \rho_P/\rho_F$ である。各物理量を以下のように無次元化する。

$$W_* = \frac{W}{\sqrt{q_0}} \quad (28a)$$

$$x_* = \frac{x}{\sqrt{q_0}} \quad (28b)$$

$$U_{F*} = \frac{U_F}{\sqrt{(\rho_* - 1)g\sqrt{q_0}}} \quad (28c)$$

$$U_{R*} = \frac{U_R}{\sqrt{(\rho_* - 1)g\sqrt{q_0}}} \quad (28d)$$

粒子と流体の相対速度 U_R は自由沈降速度 U_d による規格化が適当である。流体運動に関する物理量との規格

化の一致を考慮して、次式のような無次元パラメーターを導入する。

$$U_{R*'} = \frac{U_R}{U_d} = \frac{U_{R*}}{F_d} \quad (29)$$

ここで、 F_d は次のような関数である。

$$F_d = \frac{U_d}{\sqrt{(\rho_* - 1)g\sqrt{q_0}}} \quad (30)$$

このパラメーターは粒子の自由沈降速度と粒子群が密度近似された場合の流体運動の代表速度スケールの比率を示している。

上記の代表物理量を用いて基礎方程式を無次元化する。式(23)は次式のように変形できる。

$$\frac{dW_*}{dx_*} = \frac{2\sqrt{K}\tilde{\alpha}\left\{\left(1 - \frac{4K}{\pi W_*^2}\right) + \rho_* \frac{4K}{\pi W_*^2} \left(1 + \frac{U_{R*'}}{U_{F*}} F_d\right)\right\}}{\left(1 + \frac{U_{R*'}}{U_{F*}} F_d\right)} \quad (31)$$

単一粒子の自由沈降時の抵抗係数を C_{D0} として、

$$d = \frac{3C_{D0}U_d^2}{4(\rho_* - 1)g} \quad (32)$$

を考慮すると、式(25)(26)は次式のように変形される。

$$(1 + k_v)\{U_{F*} + U_{R*'}F_d\} \frac{d\left(\frac{\pi}{4K}W_*^2 - 1\right)U_{F*}}{dx_*} = \frac{C_D}{C_{D0}}U_{R*'}|U_{R*'}| - C_1U_{F*}|U_{R*'}|W_*F_d \quad (33)$$

$$(U_{F*} + U_{R*'}F_d)\{(\rho_* + k_m)F_d \frac{dU_{R*'}}{dx_*} + (\rho_* - 1)\frac{dU_{F*}}{dx_*}\} = 1 - \frac{C_D}{C_{D0}}U_{R*'}|U_{R*'}| \quad (34)$$

式(31)より $F_d \ll 1$ 、さらに $\rho_* = 1$ または $W_* \gg 1$ の場合には、ブーシネ近似された乱流サーマルの半径の増加率が $\tilde{\alpha}$ となる従来の連行係数の定義に一致する。この時、式(31)は簡単に積分されて次式ようになる。

$$W_* = 2\tilde{\alpha}\sqrt{K}(x_* + X_{0*}) \quad (35)$$

ここで、 X_{0*} は投下点から仮想原点までの距離であり、次式のように定義される。

$$X_{0*} = \frac{1}{\sqrt{\pi\tilde{\alpha}^2}} \quad (36)$$

同様に $F_d \ll 1$ の場合には式(33)より流体の運動量の欠損が省略できることがわかる。さらに同式において $U_{R*'} = 1$ (同時に $C_D = C_{D0}$ が満足される。)なる場合には、式(33)は乱流サーマル理論の運動量保存式に帰着する。つまり流体の速度の規模に比して粒子と流体の相対速度差が小さく、流体運動に十分追従する場合には幅 W_* は線形に増大することを示している。3. 実験結果において示した、粒径が比較的小さく投下量の大きい場合に生じる乱流サーマルの挙動に相当すると考えられる。

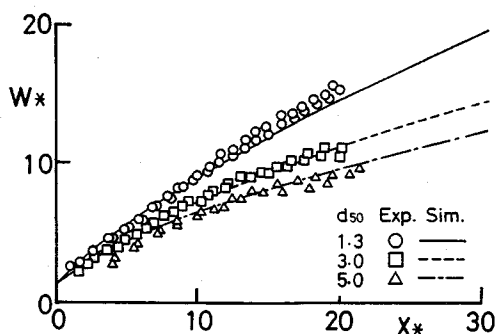


図-10 固体粒子群の拡がり幅の流下方向変化 ($q_0 = 10\text{cm}^2$)

一方、粒子の落下挙動が単一粒子の自由沈降に概ね等しい状態になると、流体塊内部の流動は各粒子の自由沈降にともない生じる後流の集合体として表示されるであろう。自由沈降状態で後流群が相互に干渉しないと仮定すると混相流体塊内部の流体の運動量は後流の運動量の単純合計として表示されることが予想される。この時、流体塊内部の運動量は概ね一定値となり、式(33)より次式が誘導される。

$$U_{F*} = \frac{1}{C_1W_*F_d} \quad (37)$$

式(37)を式(31)に代入し、さらに自由沈降状態は投下点から十分離れた遠方の領域で生じることを勘案して、 $W_* \gg 1$ の場合に限定すれば、次式を得る。

$$\frac{dW_*}{dx_*} = \frac{2\sqrt{K}\tilde{\alpha}}{1 + C_1W_*F_d^2} \quad (38)$$

上式を積分すると次式を得る。

$$C_1F_d^2W_*^2 + 2W_* - 4\sqrt{K}\tilde{\alpha}(x_* + C_2) = 0 \quad (39)$$

C_2 は積分定数である。 $W_* > 0$ を考慮して展開し、さらに $x_* \gg 1$ を仮定すれば、次式に帰着する。

$$W_* = 2\sqrt{\frac{\sqrt{K}\tilde{\alpha}}{C_1F_d^2}}\sqrt{x_*} \quad (40)$$

上式は単一粒子の間欠的な投入による粒子の散らばりを対象として、箭内⁴⁾や吉川ら¹⁶⁾が示した「粒子の拡散が落下距離の1/2乗に比例する」という研究成果とも一致する。

計算方法であるが、未知変数 W_* 、 U_{F*} 、 U_{R*} に対して、式(31)(33)(34)を差分化、これらを式(27)と連立することにより数値解を求めた。

(3) 計算結果

a) 実験結果との対応

本解析において唯一の未定変数は拡がり係数 $\tilde{\alpha}$ である。粒子群の拡がりには混相流体塊規模の流動と相対速度による不規則揚力の両者に影響される。4. で示し

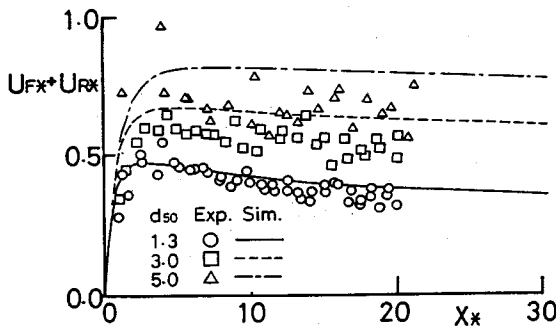


図-11 固体粒子群の落下速度の流下方向変化 ($q_0 = 10\text{cm}^2$)

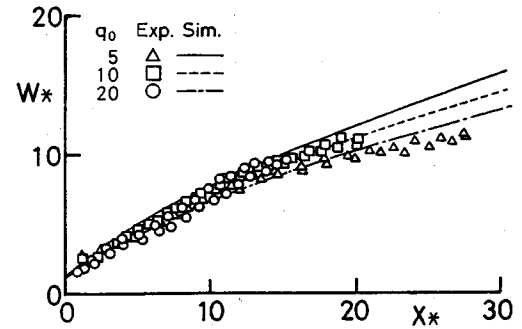


図-12 固体粒子群の拡がり幅の流下方向変化 ($d_{50} = 3.0\text{mm}$)

たとおり乱流サーマル理論において $\alpha = 0.5 \sim 0.7$ とすることにより理論値と乱流サーマル的落下挙動の実験値は比較的良好に一致した。また、Beghin ら¹⁵⁾の傾斜面上での半楕円形の乱流サーマルに関する実験では、傾斜角度が90度のケースつまり垂直面境界に沿って落下するケースでは、境界法線方向の拡がり率が0.39になることを示している。この値を2倍すれば全楕円形の連行係数に変換されることから、彼らの実験結果は $\alpha = 0.78$ であったことになる。但し、この値は流体塊先端の位置と拡がり幅の関係から求められるものであり、流体塊の中心位置と拡がり幅の関係を示す場合には、連行係数はこの値より大きくなることに注意しなければならない。ここでは実験データとの一致を検討することにより、 $\bar{\alpha} = 0.7$ に設定した。

図-10、図-11 は単位奥行き当りの投下量を $q_0 = 10\text{cm}^2$ で一定として、粒径を $d_{50} = 1.3, 3.0, 5.0\text{mm}$ の3段階に変化させた場合のそれぞれ粒子群の拡がり幅 W_x と群先端の落下速度 ($U_{F_x} + U_{R_x}$) の流下方向変化を示している。既述のとおり、同一の投下量であっても、粒径が小さいほど拡がり幅は大きくなっていることがわかる。また、粒径が大きいほど拡がり率 dW_x/dx_x は急激に減少する。落下速度については、粒径が大きい $d_{50} = 5.0\text{mm}$ の場合には、粒子と流体間の相互作用が弱く粒子の自由沈降が卓越するために、 $x_x > 5$ の領域では概ね一定速度となっている。粒径が小さい $d_{50} = 1.3\text{mm}$ の場合には、単相の乱流サーマルに類似した落下速度の低減傾向が現れている。

図-12、図-13 では拡がり幅と落下速度に対する投下量の変化の効果を示している。粒径は $d_{50} = 3.0\text{mm}$ として投下量を3段階に変化させた結果を示している。全てのケースについて粒子落下速度の計算値は実測値よりやや大きくなっている。しかしながら、定性的には混相流体塊の落下挙動の様相を良好に再現していると判断できる。

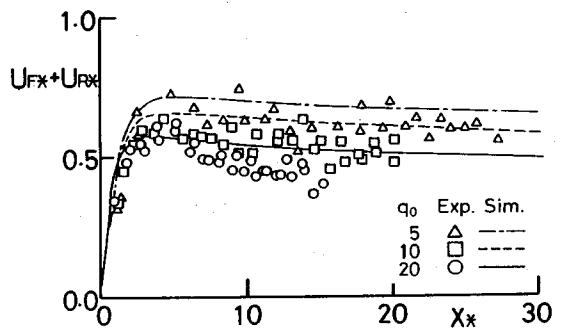


図-13 固体粒子群の落下速度の流下方向変化 ($d_{50} = 3.0\text{mm}$)

図-14に $d_{50} = 1.3\text{mm}$ における流体速度と粒子流体の相対速度、粒子の落下速度の変化を示す。単位奥行き当りの投下量を $q_0 = 5, 10, 20\text{cm}^2$ の3段階に変化させている。縦軸は各種の無次元速度である。誘起流動の変化特性は乱流サーマルのそれに概ね相似であると考えられる。しかしながら、その絶対値の規模は単相乱流サーマルの30%程度である。相対速度が自由沈降速度に達していない $x_x < 10$ の投下点近傍を除けば、誘起流動のレベルに大きな差異はない。落下速度のうちで誘起流動場の占める割合は高々50%程度であり、残りは粒子流体の相対速度分となっている。粒子群落下速度は見かけ上は乱流サーマル的な変化傾向を示していたが、その大半は粒子と流体の相対速度であったことがわかる。

b) 実現象スケールへの適用例

図-15 は粒径 $d = 1\text{mm}$ 、 $\rho_s = 1.42$ の球形粒子で $q_0 = 10^{-1} \sim 10^2\text{m}^2$ まで投下量を指数的に4段階に変化させた場合の粒子群の無次元拡がり幅 W_x の落下距離に伴う変化を示している。投下点近傍では投下量が高いほど W_x の拡がり率が小さくなる傾向が観られる。 x_x が大きくなると線形に増大するようになるが、投下量が

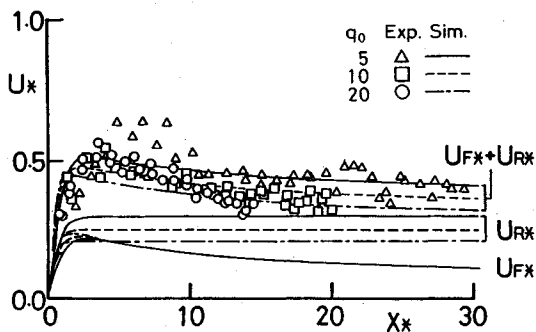


図-14 固体粒子群の各種速度の流下方向変化($d_{50} = 1.3\text{mm}$)

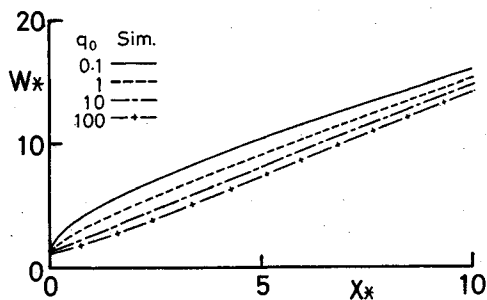


図-15 粒子群拡がり幅の流下方向変化

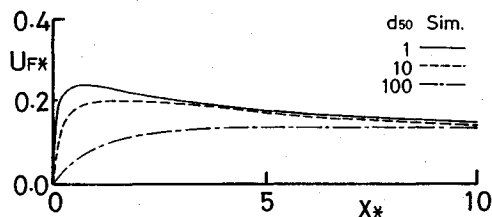


図-16 誘起流動速度の流下方向変化

きいほどその拡がり率は大きくなっている。また、図-16は投下量を $q_0 = 1\text{m}^2$ として、粒径を $d = 1 \sim 100\text{mm}$ の3段階に変化させた場合の誘起流動速度の流下方向変化を示している。粒径の増大に伴い無次元誘起流動の最大流速は減少する。実際の海域での土砂投下工事において用いられる山砂や海砂の平均的な粒径は 1mm である²⁾が、同図より粒径 $d = 1\text{mm}$ のケースでも実流速は高々 $U_F = 1\text{m/s}$ 程度である。また、同じ粒子を用いて、投下量を変化させて同様の計算を行った結果、最大誘起流速は $q_0 = 10\text{m}^2$ で 2m/s 、 $q_0 = 100\text{m}^2$ でも 6m/s 程度であった。

6. 結論

本論では静水中でポイントソースから瞬間的に投入された粒子群の落下挙動について、それが誘起する流動場との関連に注目して議論した。以下で得られた結果について要約する。

1) 固体粒子群の落下は、その投下条件により個々の粒子の自由沈降挙動の卓越する挙動特性から、大気圏において観察される乱流サーマルに類似した挙動特性へと変化することがわかった。

2) 乱流サーマル的な落下挙動を示すケースに対しては単相の乱流サーマル理論を用いて概ね表示できることがわかった。連行係数については $\alpha = 0.5 \sim 0.7$ 程度であり、粒径や投下量により変化する。

3) 乱流サーマル理論を拡張することにより、固体粒子群の落下挙動と誘起流動とを再現し得る解析モデルを提案した。実験結果との対比により、1) に示した落下挙動の変遷を適切に再現することがわかった。

4) 3) の解析モデルを用いて現地スケールの大規模な土砂投下において生じる流動場について試算を行った。

最後に、本研究の遂行にあたり、町田博紀氏(当時大阪大学大学院生、現在(株)奥村組勤務)には多大なる協力を頂いた。記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 地球環境工学ハンドブック編集委員会：地球環境工学ハンドブック、第17章海洋汚染問題、pp.795-839、1991。
- 2) 古土井光昭：港湾工事における濁りの挙動に関する研究、大阪大学学位論文、1989。
- 3) 小田一紀、角谷広樹：石運船から投入された捨石粒子群の堆積形状に関する基礎的研究、第31回海岸工学講演会論文集、pp.586-590、1984。
- 4) 箭内寛治：砂および礫の水中落下の散らばりに関する研究、土木学会論文報告集、第69号、pp.51-57、1960。
- 5) 小川元、竹内益雄：土捨船による投棄土砂の分散、土木学会論文報告集、第161号、pp.39-49、1963。
- 6) 矢内栄二、大槻忠：水中落下土砂の拡がり幅への水深の影響について、第30回海岸工学講演会論文集、pp.613-616、1983。
- 7) 堀江毅：MAC法による直投土砂の初期拡散に関する数値解析、運輸省港湾技術研究所報告、No.471、1983。
- 8) 小田一紀、重松孝昌、氏本浩介：DEM法とMAC法の併用による粒子群の沈降分散挙動のシミュレーション、海岸工学論文集第37巻、pp.759-763、1990。
- 9) 室田明、中辻啓二、玉井昌宏、町田博紀：海域での土砂投下における密度流現象、第35回海岸工学講演会論文集、pp.777-781、1988。
- 10) 玉井昌宏、村岡浩爾：固体粒子群の落下挙動と誘起流動に関する解析、海岸工学論文集、第39巻、pp.961-965、1993。
- 11) R.S.Scorer：Environmental Aerodynamics, Ellis Horwood, 1978。
- 12) J.S.Turner：The dynamic of spheroidal masses of buoyant fluid, J.Fluid Mech., Vol.19, pp.481-490, 1964。

- 13) W.D.Baines and E.J.Hopfinger : Thermal with large density difference, *Atmospheric Environment*, Vol.18, pp.1051-1057, 1984.
- 14) P.Beghin, E.J.Hopfinger and R.E.Britter : Gravitational convection from instantaneous sources on inclined boundaries, *J.Fluid Mech.*, Vol.107, pp.407-422, 1981.
- 15) M.D.Escudier and T.Maxworthy : On the motion of turbulent thermals, *J.Fluid Mech.*, Vol.61, pp.541-552, 1973.
- 16) 吉川秀夫, 福岡捷二, 吉川勝秀: 流体と固体粒子の相互作用に関する研究, 土木学会論文集, Vol.260, pp.89-100, 1977.

(1994. 5. 26 受付)

STUDY ON FALLING BEHAVIOUR OF A SWARM OF SOLID PARTICLES AND INDUCED FLOW FIELD

Masahiro TAMAI, Kohji MURAOKA and Akira MUROTA

When a swarm of solid particles is dumped instantaneously from a point source in stagnant water, its falling behaviour and induced flow field are investigated both through a hydraulic experiment and through a theoretical analysis. The experiment shows that characteristics of the falling behaviour of the swarm varies both with particle size and with dumped amount from turbulent thermal-like to free settling-like. The theoretical model on the basis of the turbulent thermal theory which can represent the variation of the falling behaviour and aspects of the induced flow field is developed.