

# 自動周波数制御用水力発電所におけるサージングの研究

鶴巻有一郎<sup>1</sup>・板倉 正和<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 (株)ニュージェック 東京本社 技術第一部長 (〒113 東京都文京区西片1丁目15-15)

<sup>2</sup>正会員 関西電力株式会社北陸支社 土木建築課長

水力発電所の出力を大振幅に周期変動させる運転において、単動サージタンクの水位変動特性を線形化によって無次元解として求めた。この理論解は運転中の状態と、全負荷遮断時に対するものであり、これを一般的な無次元図表として作成している。また、自由サージ量の算出のための4つの基本値を整理統合し、2つの基本値に変換した。この基本値は損失水頭と有効落差の比值、サージタンクの水面積とThomaによる安定条件の必要最小限水面積との比值である。

**Key Words** : surge tank, oscillation in tank, automatic frequency control, free surge

## 1. 序 論

需要電力量と有効供給電力量のアンバランスは周波数・電圧へ影響を与え変動することとなる。この周波数偏差変動を発電所の制御装置が捕え、制御方向へと供給量を変化させる。このような制御用の発電所として水力発電所は原子力発電所、石油・石炭火力発電所に比べ即座に制御応答を可能とするための、流量の増減による出力変動(発電量変動)の機能を備えている。

周波数・電圧を常に規定値に維持することが良質の電力の判定になっており、水力発電所の役割は重い。

制御方法は周波数偏差の周囲の範囲によって別れている。周期が1~2分程度以下の場合には、ガバナフリー運転によって対応するが、1~2分程度から十数分程度までの周期に対しては自動周波数制御(AFC: automatic frequency control, or LFC: load-frequency control)運転が行われる。ガバナフリー運転の出力変動は数パーセント以下の出力変動を個々の水力発電所毎に検知し、自動的に制御可能であるが、AFC運転は、数パーセントから数十パーセントの出力変動を中央制御所の指令により行う。このため、ガバナフリー運転装置は全ての水力発電所が備える装置であるのに反し、AFC運転は、使用水量が数パーセントから数十パーセントと大きく変化するため貯水池を備えた水力発電所が選ばれる。貯水池から圧力導水路トンネルで導水する水路式発電所の場合、サージタンクを備えるものが多い。このサージタンクの設計に当たっては、AFC運転時の大きな流量変動とその周期性に応じサージタンクの水位変動が大きくなるため、これを特別に配慮した設計になっている。

我が国にAFC装置が備えられたのは1954年(四国

電力:松尾川発電所)以後<sup>1)</sup>であり、その数は少ない。

しかしながら、近年の年々の電力需要量の伸に及び、AFC運転の地点数を増す必要があることから既設水力発電所のAFC運転化の検討が進められている。

先にも述べたように、水路式発電所をAFC運転化するためには周期的流量変動量が大きいため、そのサージングの振幅も大となる。これに加え長大水路系の固有周期と送電系統周波数偏差変動の卓越周期が接近している場合が多く、サージングを増大させる。このため、これまでの検討に当たっては、入力周波数変動に応じた流量変動条件を個々に設定し、サージングの数値シミュレーションによって、水路系の安全性を検討する手法が一般的であった。

周波数変動に 대응する変動問題の研究は佐野(1961)<sup>2)</sup>による特定地点の解析例;村瀬ら(1965)<sup>3)</sup>によるAFC発電所サージタンクの水位変動に対する系統学的研究;是枝(1967)<sup>4)</sup>による水力機器およびAFC付属装置の動作を含むサージタンクの水位変動の解析に、アナログコンピュータを使用した例;鶴巻(1990)<sup>5)</sup>による送電系統周波数が周期的に変動する場合の応答の理論解に鉄管路を含む水路系の諸元と调速機構を取り入れ、调速機構の常数の選択と、サージタンクの断面積の大きさによる出力変動、サージングの応答量等の入力周期全般に亘る研究がある。

しかしながら、これまでの研究・検討方法にあっては、個々の水力発電所毎に種々の条件と諸元から相当の検討時間と労力が必要であり、容易に無次元図表から周期全般に亘ってサージング量を求め得るものではなかった。

なお、従来からの一般的な運転方式におけるサージタンクの設計に当たって、サージング量を求め得る無次元図

表としては Calame・Gaden (1926)<sup>6)</sup> によるものがある。Calame・Gaden はサージング量を自由サージ量との比值として表している。

本研究は AFC 運転のように大きな流量変化を周期変動させる水力発電所の運用中のサージング量、及び、この変動運転中に落雷によって急遮断が生じる場合のサージタンクの最大サージング量、等を容易に見出し得る無次元表示の理論解析を行い、かつ、一般的な無次元値の読み取り図表を作成しようとするものである。さらに、この理論解析値の妥当性を現地実測値との比較から検討する。また、自由サージ量を算出する場合に必要な“サージタンクの断面積、水路長、水路断面積、使用水量”等の基本量を整理統合することで、この水路系の諸元が不確定の段階の設計においても自由サージ量を容易に把握できる式への変換を試みる。

なお、ここで得られるサージング量は、大きな流量変動に対する最大サージングであることから、あらゆる運転方式に対応するサージタンク容量の最大包絡規模に当るものである。このような状態を得るために水圧鉄管端部の放出口弁の開度を sin 状に変動するものとした扱いである。また、式の展開において変位量を定常値との比值とし、この比値の 2 乗以上の項を微小量として無視する線形化を行っている。このため定常値に比べ大きな変動を有し、かつ、圧力導水路内の流量変動に伴う損失水頭の変動幅が非常に大きな場合には、誤差を含む場合もある。また、簡単化のためにサージタンクには単動サージタンクを扱う。

## 2. 自由サージ量の比値による変換

自由サージ量とは、損失水頭を有さない圧力導水路系の単動サージタンクを備え、一定流量を定常的に運転中の状態において全負荷遮断が瞬間的に発生する場合のサージタンク水位変動量であって

$$Z_* = \frac{Q}{f} \left[ \frac{\ell f}{gF} \right]^{1/2} \quad (1)$$

と表わされている<sup>9)</sup>。ここに

$Z_*$ : 自由サージ量(貯水池水位からの最上昇高さ)

$Q$ : 遮断前の定常使用水量

$\ell$ : 圧力導水路トンネル長

$f$ : 圧力導水路トンネルの断面積

$F$ : サージタンクの断面積

である。式(1)に各諸元を代入した場合に、その自由サージ量の値を求め得ることは当然のことながら、このように簡便な式であっても上式を計算しなければ、その規模を概念的に把握することは困難である。しかし、ここでは、式(1)に比値を用い実際の設計の面から見直すと、規模を概念的に把握することが可能となるパラ

メータの少ない式へと変換されるので以下に示す。

定常運転中の安定条件である Thoma による安定必要最小断面積 ( $F_{Th}$ ) は、

$$F_{Th} = \frac{\ell f}{2\alpha g H_0} \quad (2)$$

である。ここに  $H_0$  は放水水位からサージタンク水面間の落差 ( $H$ ) の定常値を表し添え字 0 を付す。ここで式(2)に水路の損失水頭 ( $h_f$ )

$$h_f = \alpha(Q/f)^2 \quad (3)$$

を代入すると、

$$F_{Th} = \frac{\ell f}{2h_f g H_0} \left[ \frac{Q}{f} \right]^2 \quad (2a)$$

となる。従って式(1)に式(2a)を代入して、 $\ell$ ,  $f$ ,  $Q$ ,  $g$  を消去すると、

$$\frac{Z_*}{H_0} = \left[ \frac{2h_f}{(F/F_{Th})H_0} \right]^{1/2} \quad (1a)$$

である。よって設計上必要な基本値としての  $\ell$ ,  $f$ ,  $Q$ ,  $F$  を  $F/F_{Th}$ ,  $h_f/H_0$  の値に譲ものとなる訳である。つまり設計上の基本値としては  $\ell$ ,  $f$ ,  $Q$ ,  $F$  の組とするよりも  $F/F_{Th}$ ,  $h_f/H_0$  の組をとる方が便利となると言うことである。ここで、

$$\left. \begin{aligned} \frac{F}{F_{Th}} &= N \\ \frac{h_f}{H_0} &= C \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

と置くことで式(1a)は、

$$\frac{Z_*}{H_0} = \left[ \frac{2C}{N} \right]^{1/2} \quad (1b)$$

に書き換えられる。

新設水力発電所のサージタンクを設計する際に、サージング上昇高さを概算する面から式(1b)を解釈するならば次のことが言える。

$C$  値に含む損失水頭は発生電力量の算定のために初めに求められるものであり、次に  $N$  値は水槽の規模の設定のために考えられる基本的な値である。この  $N$  値は Thoma の安定条件から 1.0 以上の値であることは周知の通りであるが、鶴巻による水圧鉄管路と调速機構を考慮した安定性の研究<sup>5)</sup>によれば、我が国のこれまでの水力発電所の規模内のサージタンクを設計する場合、 $N$  を 1.44 程度に設定することで十分であると論じている。このことから式(1b)の目安は  $2C$  値の平方根を 1.2 程度で割った値であると理解することが出来る。よって式(1b)は式(1)に比べサージタンクの高さ規模の概念を容易に我々に与えるものであると考える。以後の理論式の展開においても  $N$ ,  $C$  値を用いることで、多数の変数を整理した簡素な式に展開する。

### 3. 放出口弁の開度を sin 状に変動する場合の解

#### (1) 運転中の水位上昇

弁の開度が周期的に変動する負荷変動運転におけるサージタンクの水位変動を求める基本式は次の通りである。圧力導水路トンネル内の流体の運動方程式は、

$$\frac{\ell}{gf} \frac{dQ_1}{dt} = H_G - H - \alpha \left[ \frac{Q_1}{f} \right]^2 \quad (5)$$

である。また、サージタンク基部における流量の連続式は、

$$F \frac{dH}{dt} = Q_1 - Q \quad (6)$$

である。また、サージタンクから放出口間の水圧鉄管内の流体慣性力、損失水頭等を式の簡単化のために無視し、かつ、放出口弁の開閉運動に伴う水撃圧変動を緩慢な弁の運動とすることで無視すると、大気中に放出される放出口弁における流量 ( $Q$ ) は、

$$Q = GA_0 (2gH)^{1/2} \quad (7)$$

である。ここで弁の開度変動比 ( $G$ ) を変動量 ( $\Delta G$ ) と中間値 ( $G_0$ ) の関係から

$$G = G_0 + \Delta G$$

とし、 $\Delta G/G_0$  の比値に次の周期変動を与える。なお、式の線形化を行った後に虚数部についてまとめることとし

$$\frac{\Delta G}{G_0} = \xi \text{Im}[\exp(i\omega t)] \quad (8)$$

とする。ここに、

$Q_1$ : 圧力導水路トンネル内の流量

$Q$ : 放出口からの流量

$H_G$ : 総落差 (放水位から貯水池水位間の高さ)

$H$ : 放水位からサージタンク水面間の高さ

$\xi$ : 弁の開度変動比の半振幅

$\omega$ : 弁の開度変動の角速度  $= 2\pi/T$

$T$ : 弁の開度変動の周期

$t$ : 時間項

$A_0$ : 放出口断面積

次に基本式 (5)~(8) の変動項を定常値との比値に変換する。即ち、

$$\begin{aligned} Q_1 &= Q_{10} + \Delta Q_1 \\ &= Q_{10} \left[ 1 + \frac{\Delta Q_1}{Q_{10}} \right] \end{aligned}$$

$$H = H_0 \left[ 1 + \frac{\Delta H}{H_0} \right]$$

$$Q = Q_0 \left[ 1 + \frac{\Delta Q}{Q_0} \right], \quad Q_0 = Q_{10}$$

$$G = G_0 \left[ 1 + \frac{\Delta G}{G_0} \right]$$

$$t = T_0 \tau$$

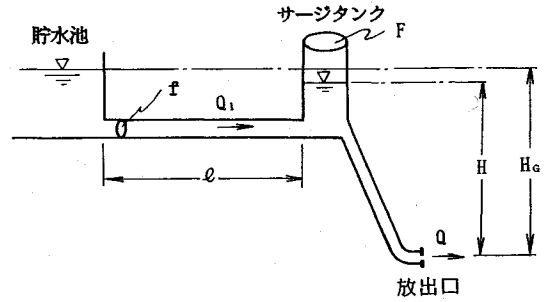


図-1 水路系の概念図

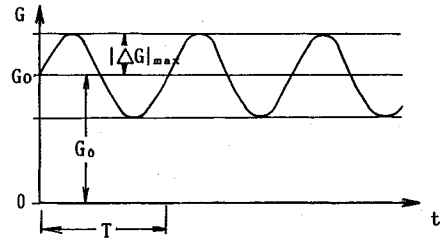


図-2 放出口の sin 状開度変動

ここに  $T_0$ : 水路系の損失水頭を無視した場合のサージタンクの固有周期  $= 2\pi(\ell F/gf)^{1/2}$  であり、 $\tau$ : 無次元時間である。ここで、

$$\frac{\Delta Q_1}{Q_{10}} = q_1, \quad \frac{\Delta H}{H_0} = h, \quad \frac{\Delta Q}{Q_0} = q, \quad \frac{\Delta G}{G_0} = \mu, \quad \tau$$

の無次元値を用い、かつ、微小量の 2 乗以上の項を無視し、式 (5) を線形化すると、

$$\frac{1}{2\pi} \left[ \frac{2C}{N} \right]^{1/2} \frac{dq_1}{d\tau} = -h - 2Cq_1 \quad (5a)$$

となる。式 (6) は、

$$\frac{1}{2\pi} \left[ \frac{N}{2C} \right]^{1/2} \frac{dh}{d\tau} = q_1 - q \quad (6a)$$

となる。式 (7) は、

$$q = \mu + \frac{1}{2}h \quad (7a)$$

であり、式 (8) は、

$$\mu = \xi \text{Im}[\exp(i\omega T_0 \tau)]$$

である。ここで

$$\omega T_0 = \theta \quad (9)$$

と置くことで

$$\mu = \xi \text{Im}[\exp(i\theta \tau)] \quad (8a)$$

である。式 (5a) と (6a) から  $q_1$  を消去すると

$$\begin{aligned} \frac{d^2 h}{d\tau^2} + 2\pi(2NC)^{1/2} \frac{dh}{d\tau} + 4\pi^2 h \\ + 2\pi \left[ \frac{2C}{N} \right]^{1/2} \frac{dq}{d\tau} + 8\pi^2 Cq = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

となる。以上より式 (10)、(7a)、(8a) の三式と  $h$ 、 $q$ 、

$\mu$  の三変数であることから、これら未知関数を求めることが可能となる。なお、 $C, N, \xi, \theta$  は既知量である。ここで  $h, q$  の特解を、

$$h = A \exp(i\theta\tau) \quad (11)$$

$$q = B \exp(i\theta\tau) \quad (12)$$

として式 (10), (7a), (8a) を満足する  $A, B$  を求める。式 (10) から

$$A(-\theta^2 + i\theta a_1 + a_0) + B(i\theta b_1 + b_0) = 0 \quad (13)$$

を得る。式 (7a) に式 (8a), (11), (12) を代入することで

$$-\frac{1}{2}A + B = \xi \quad (14)$$

を得る。ここで式 (13), (14) から  $A, B$  を求めると

$$A = -\phi_0(\phi_{1A} + i\phi_{2A})$$

$$B = \phi_0(\phi_{1B} + i\phi_{2B})$$

である。ここに、

$$a_1 = 2\pi(2NC)^{1/2}, a_0 = 4\pi^2, b_1 = 2\pi(2C/N)^{1/2},$$

$$b_0 = 8\pi^2 C, \phi_0 = 1/(X_1^2 + X_2^2),$$

$$\phi_{1A} = X_2 Y_2 + X_1 Y_1, \phi_{2A} = X_1 Y_2 - X_2 Y_1,$$

$$X_1 = -\theta^2 + a_0 + b_0/2, X_2 = \theta a_1 + \theta b_1/2,$$

$$Y_1 = -b_0 \xi, Y_2 = -\theta b_1 \xi,$$

$$\phi_{1B} = X_2 Y_{2B} + X_1 Y_{1B}, \phi_{2B} = X_1 Y_{2B} - X_2 Y_{1B},$$

$$Y_{1B} = (-\theta^2 + a_0) \xi, Y_{2B} = \theta a_1 \xi$$

である。このため式 (11), (12) を実数部と虚数部に整理すると式 (11), 式 (12) は、

$$h = -\phi_0(\phi_{1A} + i\phi_{2A})(\cos \theta\tau + i \sin \theta\tau)$$

$$q = \phi_0(\phi_{1B} + i\phi_{2B})(\cos \theta\tau + i \sin \theta\tau)$$

となる。ここで虚部を採用すると、

$$h = -\phi_0(\phi_{2A}^2 + \phi_{1A}^2)^{1/2} \sin(\theta\tau + \Psi_A) \quad (15)$$

$$q = \phi_0(\phi_{2B}^2 + \phi_{1B}^2)^{1/2} \sin(\theta\tau + \Psi_B) \quad (16)$$

ここに、

$$\tan \Psi_A = \phi_{2A}/\phi_{1A}, \tan \Psi_B = \phi_{2B}/\phi_{1B}$$

を得る。式 (15) の片振幅値 ( $h_{\max}$ ) は、

$$\begin{aligned} h_{\max} &= \phi_0(\phi_{2A}^2 + \phi_{1A}^2)^{1/2} \\ &= \gamma \Omega^{1/2} \end{aligned} \quad (17)$$

ここに  $\gamma = a_1 \xi / N, a_1 = 2\pi(2NC)^{1/2}$ ,

$$\Omega = \frac{a_1^2 + \theta^2}{\theta^4 + \theta^2 a_1^2 \left[ 1 + \frac{1}{4N^2} - \frac{1}{NC} \right] + \frac{a_1^4}{4N^2} \left[ \frac{1}{C} + 1 \right]^2}$$

と得られる。即ち、放出口弁の開度が  $\sin$  状に変動する場合のサージタンクの最上昇水位変動の片振幅値の無次元値は式 (17) のようになる。

## (2) 運転中の最大水位変動を引き起す入力周期

放出口の弁開度変動の入力周期 ( $T$ ) が、水路系の損

失水頭を無視した場合の固有周期 ( $T_0$ ) 近傍に近づくこととサージタンクの水位変動が増大することは周知の通りである。そこで、式 (17) を極大ならしめる  $T/T_0$  を求めることとする。周知のごとく

$$\frac{dh_{\max}}{d(T/T_0)} = 0 \quad (18)$$

を満足する  $T/T_0$  を求めればよい。

角速度 ( $\omega$ ) と  $\theta, T_0, T$  の関係を再記すると

$$\omega T_0 = \theta, \omega = 2\pi/T$$

であるから、

$$T/T_0 = 2\pi/\theta \quad (19)$$

となる。式 (18) は、

$$\begin{aligned} \frac{dh_{\max}}{d(T/T_0)} &= -\frac{\theta^2}{2\pi} \frac{dh_{\max}}{d\theta} \\ &= -\frac{\theta^2}{2\pi} \frac{d(\Omega^{1/2})}{d\Omega} \frac{d\Omega}{d\theta} \\ &= -\frac{\theta^2}{2\pi} \frac{1}{2} \Omega^{-1/2} \frac{d\Omega}{d\theta} \end{aligned}$$

であるから、

$$\frac{d\Omega}{d\theta} = 0 \quad (20)$$

を求めると、

$$\theta^4 + 2a_1^2 \theta^2 + \zeta a_1^4 = 0$$

を満足する必要がある。ここに、

$$\zeta = 1 + \frac{1}{4N^2} - \frac{1}{NC} - \frac{1}{4N^2} \left[ \frac{1}{C} + 1 \right]^2 \quad (21)$$

である。ここで運動中の極大最上昇水位を起す  $T/T_0$  を  $T_1/T_0$  と書き改め、かつ、工学的条件を考えると上記の 4 次方程式から次の一根が得られる。

$$T_1/T_0 = [2NC\{-1 + (1 - \zeta)^{1/2}\}]^{-1/2} \quad (22)$$

この  $T_1/T_0$  における  $h_{\max}$  を  $\bar{h}_{\max}$  と書き改め式 (17) から求めると、

$$\bar{h}_{\max} = \frac{\xi}{N} \left\{ 2(1 - \zeta)^{1/2} - 1 + \frac{1}{4N^2} - \frac{1}{NC} \right\}^{-1/2} \quad (23)$$

が得られる。

## (3) 瞬間遮断時の最上昇水位

送電系統に落雷があると放出口弁の開度が急遮断する。実際の急遮断には、閉鎖機能上、所要時間がある。しかしながら、ここでは、サージ計算の一般的例にならって瞬間的に放出流量  $Q$  が零になるものと扱う。また、周期変動に式 (22) を与えた運転中に遮断前の圧力導水路トンネル内の流量 ( $Q_1$ ) が最大に達している時点、即ち、導水路トンネル内の流体の運動量が最大に達している時点に、この遮断が生じるものとする。

放出口部の流量変化比 ( $q$ ) は式 (7a) を用い、式 (8a), (15) の虚部を採用すると、

$$\begin{aligned}
q &= \mu + \frac{1}{2}h \\
&= \xi \sin \theta \tau - \frac{1}{2}h_{\max} \sin(\theta \tau + \Psi_A) \\
&= \left\{ \xi^2 + \frac{1}{4}h_{\max}^2 - \xi h_{\max} \cos \Psi_A \right\}^{1/2} \sin(\theta \tau + \Psi_C) \quad (24)
\end{aligned}$$

$$\tan \Psi_C = \frac{-\frac{1}{2}h_{\max} \sin \Psi_A}{\xi - \frac{1}{2}h_{\max} \cos \Psi_A}$$

である。トンネル内の流量変化比 ( $q_1$ ) は式 (6a), (24) から

$$\begin{aligned}
q_1 &= q + \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{N}{2C} \right]^{1/2} \frac{dh}{d\tau} \\
&= \left\{ \xi^2 + \frac{1}{4}h_{\max}^2 + \frac{\theta^2}{8\pi^2} \frac{N}{C} h_{\max}^2 \right. \\
&\quad \left. - \xi h_{\max} \cos \Psi_A + \xi \frac{\theta}{\pi} \left[ \frac{N}{2C} \right]^{1/2} \right. \\
&\quad \left. h_{\max} \sin \Psi_A \right\}^{1/2} \sin(\theta \tau + \Psi_D) \quad (25)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tan \Psi_D &= \left\{ -\frac{1}{2}h_{\max} \sin \Psi_A - \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{N}{2C} \right]^{1/2} \right. \\
&\quad \left. \theta h_{\max} \cos \Psi_A \right\} / \left\{ \xi - \frac{1}{2}h_{\max} \cos \Psi_A + \frac{1}{2\pi} \left[ \frac{N}{2C} \right]^{1/2} \theta h_{\max} \sin \Psi_A \right\}
\end{aligned}$$

を得る。 $q_1$ の最大値 ( $q_{1\max}$ ) は式 (25) から

$$\begin{aligned}
q_{1\max} &= \left\{ \xi^2 + \frac{1}{4}h_{\max}^2 + \frac{\theta^2}{8\pi^2} \frac{N}{C} h_{\max}^2 \right. \\
&\quad \left. - \xi h_{\max} \cos \Psi_A + \xi \frac{\theta}{\pi} \left[ \frac{N}{2C} \right]^{1/2} \right. \\
&\quad \left. h_{\max} \sin \Psi_A \right\}^{1/2} \quad (26)
\end{aligned}$$

である。式 (22) の周期運転中の  $q_{1\max}$  を  $\bar{q}_{1\max}$  と書き改めると式 (26) から

$$\begin{aligned}
\bar{q}_{1\max} &= \left[ \xi^2 + \frac{1}{4}\bar{h}_{\max}^2 + N^2 \{-1 + (1 - \zeta)^{1/2}\} \right. \\
&\quad \left. \bar{h}_{\max}^2 - \xi \bar{h}_{\max} \cos \Psi_{A1} \right. \\
&\quad \left. + 2N\xi \{-1 + (1 - \zeta)^{1/2}\}^{1/2} \bar{h}_{\max} \sin \Psi_{A1} \right]^{1/2} \quad (27)
\end{aligned}$$

$$\tan \Psi_{A1} = \frac{(1 - 2NC(1 - \zeta)^{1/2})}{\{-1 + (1 - \zeta)^{1/2}\}^{1/2} / (1 + C(1 - \zeta)^{1/2})}$$

である。

ここで、 $q_1$ の極大値を示す入力周期 ( $T_1/T_0 = 2\pi/\theta_1$ ) に対する  $q_1$ を  $\bar{q}_1$ に書き改めると、式 (25) から

$$\bar{q}_1 = \bar{q}_{1\max} \sin(\theta_1 \tau + \Psi_{D1}) \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
\tan \Psi_{D1} &= \left[ -\frac{1}{2}\bar{h}_{\max} \sin \Psi_{A1} - N \{-1 + \right. \\
&\quad \left. (1 - \zeta)^{1/2}\}^{1/2} \bar{h}_{\max} \cos \Psi_{A1} \right] / \left[ \xi - \frac{1}{2}\bar{h}_{\max} \right.
\end{aligned}$$

$$\left. \cos \Psi_{A1} + N \{-1 + (1 - \zeta)^{1/2}\}^{1/2} \bar{h}_{\max} \sin \Psi_{A1} \right]$$

となる。 $\bar{q}_1$ が最大を示す無次元時間  $\tau$  は、

$$\theta_1 \tau + \Psi_{D1} = \pi/2 \Rightarrow \tau = (\pi/2 - \Psi_{D1})/\theta_1$$

であるから“ $\tau$ ”における  $\bar{h}$  は式 (15) から

$$\bar{h} = -\bar{h}_{\max} \cos(\Psi_{D1} - \Psi_{A1}) \quad (29)$$

と得られる。よって放出口弁の遮断直前の  $q$ ,  $h$  の値は式 (28), (29) となる。

遮断直前の  $q$ ,  $h$  が判れば Vogt (1923)<sup>7)</sup> が示した厳密解によって瞬間遮断後の最上昇水位を求めることが出来る。Vogt は遮断後の関係を

$$\begin{aligned}
y^2 &= \frac{x}{1+\eta} + \frac{\varepsilon}{2(1+\eta)^2} + \left\{ y_1^2 - \frac{x_1}{1+\eta} - \frac{\varepsilon}{2(1+\eta)^2} \right\} \\
&\quad \cdot \exp \frac{2(1+\eta)}{\varepsilon} (x - x_1) \quad (30)
\end{aligned}$$

と導いている。ここに

$y = Q_1/Q_{10}$ : 遮断後のトンネル内流速を遮断前の定常流速で割った比値

$x = \Delta Z/h_f$ : 遮断後の貯水池水位 (下向高さを正) からのサージタンクにおける変動高 ( $\Delta Z$ ) を定常時のトンネル内の全損失水頭で割った比値

$y_1$ : 遮断直前のトンネル内流速を定常流速で割った比値

$x_1$ : 遮断直前のサージタンクの変動高に対する定常の損失水頭との比値 (貯水池水位から下向を正)

$$\varepsilon = \frac{gF}{gF} \left[ \frac{Q_{10}}{f} \right]^2 \left[ \frac{1}{h_f} \right]^2$$

$\eta$ : サージタンクに制水口を設ける場合の定常流量が全て制水口を通過する時の制水口損失水頭を  $h_f$  で割った比値

である。このため  $x$  が最大上昇値 ( $x_m$ ) を示す時は  $y = 0$  であること、さらに、ここでは単動サージタンクを扱っていることから  $\eta = 0$  の条件を考えると式 (30) は

$$x_m + \frac{\varepsilon}{2} + \left\{ y_1^2 - x_1 - \frac{\varepsilon}{2} \right\} \exp \left\{ \frac{2}{\varepsilon} (x_m - x_1) \right\} = 0 \quad (31)$$

と変換される。ここで、放水位からサージタンクの水面間の高さ ( $H = H_0 + \Delta H$ ) と Vogt による記号の関係は

$$H_0 + \Delta H = H_0 + h_f - \Delta Z$$

であることから、

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= 2/NC \\ x_1 &= 1 - \bar{h}/C \\ y_1 &= \bar{q}_{1\max} + 1 \\ x_m &= 1 - \bar{h}_m/C \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

が得られる。ここに、 $h_m$  は最大上昇高比値 ( $(\Delta H)_m/H_0$ ) である。式 (31) を式 (32) の定数に置き換えると

$$-\bar{h}_m + C + \frac{1}{N} + \left\{ C(\bar{q}_{1\max} + 1)^2 - C + \bar{h} - \frac{1}{N} \right\}$$

$$\exp\{N(-h_m + \bar{h})\} = 0 \quad (33)$$

となる。よって式 (33) を満足する  $h_m$  を求めることで最大包絡上昇水位比が得られる。なお、式 (33) を求めるに当たって入力する既知量は  $\xi$ ,  $N$ ,  $C$  である。

#### (4) 放出口弁の sin 状変動における出力変動

実際の発電所の運用にあつては、出力変動を周期的に行うのが一般的である。しかしながら、これまでの記述は放出口弁の sin 状変動についてであつた。そこで、この弁開度の sin 状変動にあつての出力変動の周期特性を把握すれば、本論文の適用性がさらに高められることとなる。

出力変動は、

$$L = gH_1 Q \eta' \quad (34)$$

である。ここに  $L$ : 発生電力,  $\eta'$ : 水車・発電機効率 (ここでは簡単化のために一定値であると仮定する) である。 $L$  を定常出力 ( $L_0$ ) と変動出力 ( $\Delta L$ ) で表すと

$$L = L_0(1 + \Delta L/L_0)$$

である。ここで  $P = \Delta L/L_0$  と置き、式 (34) に代入すると

$$P = h + q \quad (35)$$

に変換される。式 (15), (24) を式 (35) に代入すると

$$\begin{aligned} P &= -h_{\max} \sin(\theta\tau + \Psi_A) \\ &+ \left\{ \xi^2 + \frac{1}{4} h_{\max}^2 - \xi h_{\max} \cos \Psi_A \right\}^{1/2} \sin(\theta\tau + \Psi_C) \\ &= K_1 \sin(\theta\tau + \Psi) \end{aligned} \quad (36)$$

を得る。ここに

$$K_1 = \{h_{\max}^2 + K_2^2 - 2K_2 h_{\max} \cos(\Psi_C - \Psi_A)\}^{1/2}$$

$$K_2 = \left\{ \xi^2 + \frac{1}{4} h_{\max}^2 - \xi h_{\max} \cos \Psi_A \right\}^{1/2}$$

$$\tan \Psi = \frac{-h_{\max} \sin \Psi_A + K_2 \sin \Psi_C}{-h_{\max} \cos \Psi_A + K_2 \cos \Psi_C}$$

である。よって弁の周期変動 ( $\mu = \xi \sin \theta\tau$ ) に伴う出力変動もまた式 (36) に示す周期変動になっている。

#### 4. 運転中の実測値との比較

弁の開度変動を時間経過に伴い図-3の如く、三角波形または台形波形に変動させている間のサージングを関西電力(株)北陸支社管内の5地点の水力発電所で計測した。その実測値と理論値の比較は図-4、表-1の通りである。

図-4の縦軸は  $h_{\max}/\xi$  であるが、これは式(17)の運転中の片振幅比 ( $h_{\max} = |\Delta H|_{\max}/H_0$ ) の解が弁の開度比 ( $\xi = |\Delta G|_{\max}/G_0$ ) に比例することから  $h_{\max}/\xi = (|\Delta H|_{\max}/H_0)/(|\Delta G|_{\max}/G_0)$  とし、パラメーター  $\xi$  を減らす形

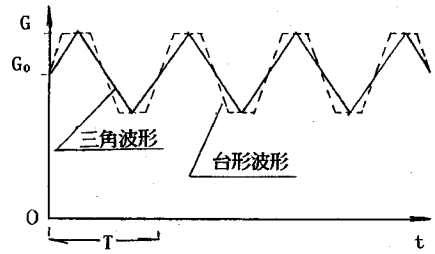


図-3 実測時の放出口開度変動

としている。横軸  $T/T_0$  は入力周期 ( $T$ ) と水路系の損失水頭を無視した場合の固有周期 ( $T_0$ ) との比である。パラメーターは、 $N = F/F_{Th}$ ,  $C = h_f/H_0$  である。図-4 (a) の理論値は sin 状の開度変動であるが実測値と良好な一致である。なお、実測データは周期変動運転に入ってから数波から十数波後の安定した振幅を取っている。また、図中の A5 の実測片振幅は 12.5 m の大振動のデータである。図 (b) は図 (a) の実測  $C$  値の範囲が特定の範囲であることから、日本の大容量水力発電所の存在範囲の調査値<sup>3)</sup> から  $C = 0.0001 \sim 0.12$  の広範囲を選び、 $C$  値の変化による  $h_{\max}/\xi$  と  $T/T_0$  の関係を  $N = 1.44$  の場合について理論値を示している。

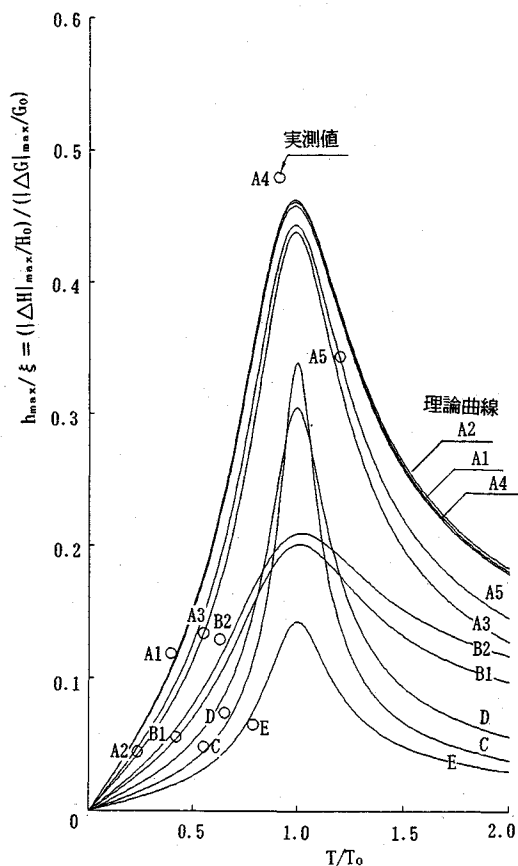
また、 $h_{\max}/\xi$  の極大値は  $T/T_0 = 1.0$  近傍で現れるが、この極大値  $\bar{h}_{\max}/\xi$  を  $N = 1.0 \sim 4.0$ ,  $C = 0.0001 \sim 0.12$  の範囲について式 (23) から求め、示したのが図-5 である。

#### 5. 瞬間遮断時の最上昇水位図

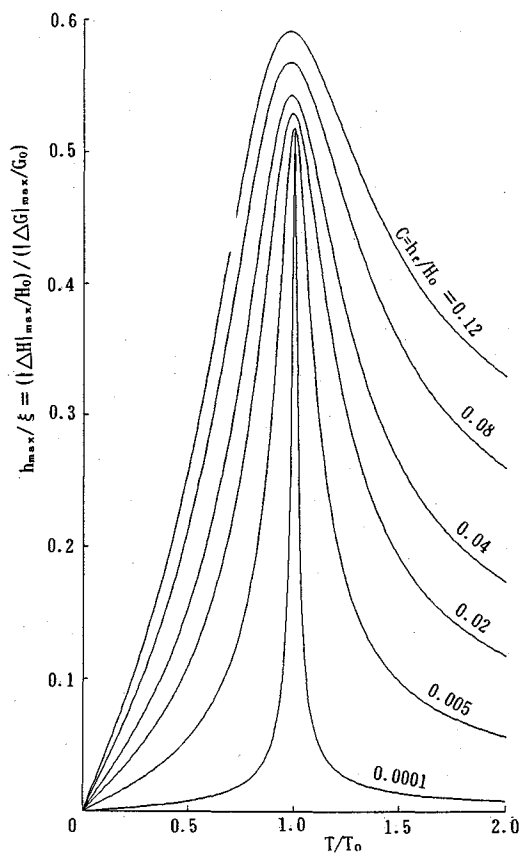
運転中のサージタンクのサージングが極大値 ( $\bar{h}_{\max}$ ) となる周期変動運転中に圧力導水路トンネル内流速が最大値となる時点で瞬間遮断による発電停止を行う場合の最上昇水位比 ( $h_m$ ) の解は式 (33) であり、これを  $N = 1.0 \sim 4.0$ ,  $C = 0.0001 \sim 0.12$  の範囲の関係で図示したのが図-6 である。図 (a), (b), (c) は遮断前の弁開度を片振幅 ( $\xi = |\Delta G|_{\max}/G_0$ ) 0.3333, 0.25, 0.1111 の周期運転とした場合の相違である。なお、 $\xi = 0.3333$  の変動幅は 50~100% 開度に当たるものであり、 $\xi = 0.25$  は 60~100%,  $\xi = 0.1111$  は 70~100% の開度変動幅に当たるものである。

図-6 の使用例を示すと次の様である。

- 式 (2) から  $F_{Th}$  を計算する。
- 式 (4) から  $N$  を計算する。
- 式 (4) から  $C$  を計算する。なお、 $h_f$  の算出に当たつての  $Q$  は  $\xi = 0.3333$  の変動幅の場合、変動幅の中間値に当たる 75% 開度の流量である。
- 図-6 の横軸  $N$  とパラメーター  $C$  から縦軸の  $h_m$



(a) 周期変動運転中のサージング実測値と理論値の比較

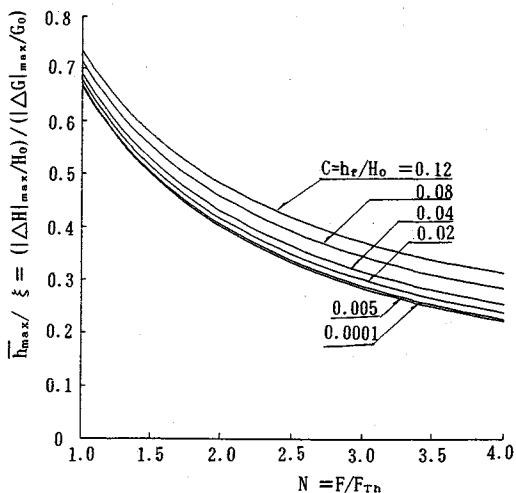


(b)  $N=F/F_{Tb}=1.44$  における周期変動運転中の理論サージングと入力周期の関係

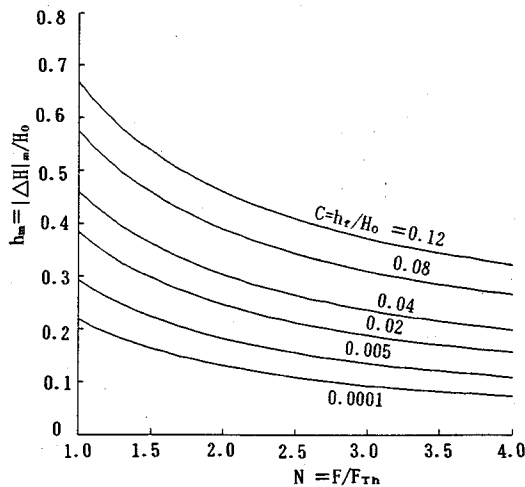
図—4 周期変動運転中のサージング実測値と理論値の比較

表—1 周期変動運転中のサージング実測値と理論解の比較

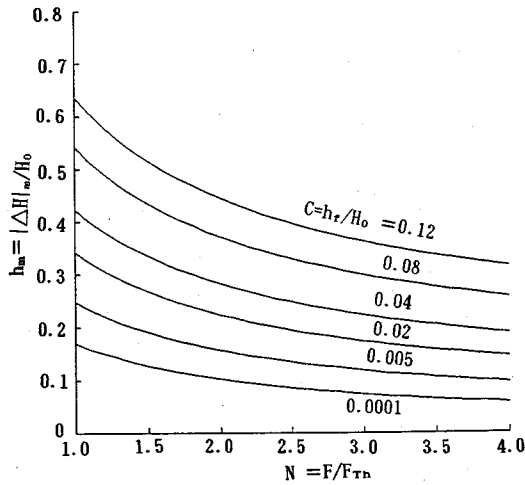
発電所名	実測時の運転状態					$h_{max}/\xi = ( \Delta H _{max}/H_0) / ( \Delta G _{max}/G_0)$	
	運転波形	$N = F/F_{Tb}$	$C = h_e/H_0$	$T/T_0$	$\xi$	実測値	理論解
A 1	三角波形	1.851	0.0997	0.3920	0.139	0.1188	0.1066
A 2	"	1.847	0.1020	0.2340	0.147	0.0446	0.0581
A 3	"	1.896	0.0566	0.5520	0.463	0.1339	0.1339
A 4	台形波形	1.867	0.0987	0.9121	0.131	0.4800	0.4395
A 5	"	1.893	0.0707	1.2001	0.309	0.3443	0.3418
B 1	三角波形	5.184	0.0614	0.4194	0.374	0.0559	0.0546
B 2	"	5.155	0.0803	0.6307	0.451	0.1293	0.1154
C	三角波形	2.470	0.0079	0.5527	0.469	0.0487	0.0447
D	三角波形	2.855	0.0179	0.6544	0.277	0.0743	0.0883
E	三角波形	6.742	0.0111	0.7911	0.200	0.0654	0.0751



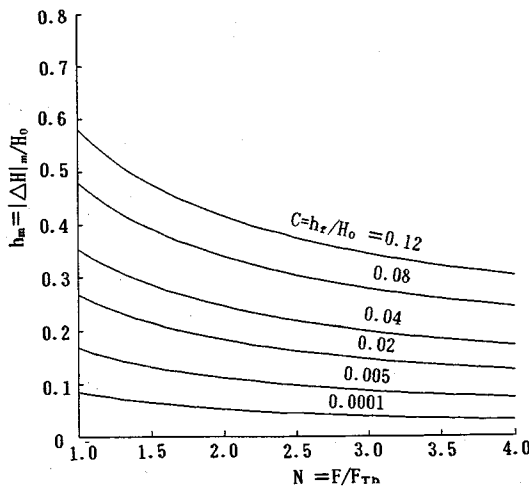
図—5 水路系の固有周期に一致した周期変動運転中の極大サージング値と  $F/F_{Tb}$ ,  $h_e/H_0$  の関係



(a) 開度変動比  $\xi=0.3333$  の場合



(b) 開度変動比  $\xi=0.25$  の場合



(c) 開度変動比  $\xi=0.1111$  の場合

図一六 負荷遮断時の最上昇水位と  $F/F_{Th}$ ,  $h_f/H_0$  の関係

を求めた後,  $h_m$  に  $H_0$  を掛け, 変動の片振幅を求める.

## 6. 結 論

水力発電所の発生電力を周期変動とする運用におけるサージタンクの水位変動特性を得るためには, これまで相当の時間と労力を必要とするものであった. ここでは一般的な形で理論解を導き, かつ, その妥当性を5地点の水力発電所の実測値との比較から調べた. この理論解と, この解による無次元図表を使用する事で今後の検討業務は容易なものになると確信する.

理論解を導くに当たって, 水路系の設計の際の基本量である損失水頭を有効落差との比值 ( $C=h_f/H_0$ ) に置き, さらに, サージタンクの水面積を定常運転中の安定条件を満たすための Thoma によるサージタンクの必要最小限水面積に対する倍数 ( $N=F/F_{Th}$ ) として基本方程式に導入し, 簡略化した式に変換している. これによって, 一般的な無次元解を導いている. このため実測値との比較においても, 無次元値に変換して比較し, その良好な一致性を示した.

理論解は弁開度の入力周期変動におけるサージング, 流量変動, 発生電力変動について導くと同時に, 極大振幅を引き起こす入力周期と, これに対応する各種大値の解を示している. さらに, 運転中のサージタンクのサージングが極大値となる周期変動運転中の圧力導水路トンネル内流速が最大値となる時点で, 瞬間遮断による発電停止が生じる場合の最上昇水位解についても示した.

一方, 自由サージ量 (圧力導水路トンネル内の損失水頭を無視し, かつ, 従来一般的な運用, すなわち, ほぼ定常的な運転中に瞬間遮断が生じる場合の上昇水位) の規模を水路の基本量 “サージタンクの水面積, 水路長, 水路断面積, 使用水量” から求めるのではなく, 自由サージ量と有効落差の比值 ( $Z_*/H_0$ ) を  $N=F/F_{Th}$  と  $C=h_f/H_0$  の関係に変換して, その規模を容易に論じ易いものにした.

これまでに, 以上のような解と無次元図表が示された例はないように思われるが, これによって, 多数の既設水力発電所の中から AFC 化に適する水力発電所を選択・検討する場合に役立つと共にサージタンクの設計に与える影響には, 大きなものと確信する.

本論文に対する有益なご助言を賜った中央大学名誉教授林泰造博士に深甚なる感謝の意を表します. また, 貴重なデータを提供くださった関西電力 (株) の関係各位に深甚なる感謝の意を表します.

## 参考文献

- 1) 植野一郎: 電力技術デスクブック, 電気書院, 1970年.
- 2) 佐野恵保: 周波数調整用発電所のサージタンクの研究,



- 電気公論, pp.1562-1568, 1961年12月.
- 3) 村瀬次男, 中村英雄, 村上誠一: AFC 発電所サージタンクの水位変動に対する統計学的研究(1), 発電水力, No. 76, pp. 63-81, 1965年5月.
  - 4) 是枝 忍: 水力機器及び AFC 付属装置の動作を考慮したサージタンクの水位変動, 発電水力, No. 89, pp. 8-32, 1967年7月.
  - 5) 鶴巻有一郎: 水力発電所圧力水路系圧力変動の安定性と応答性に関する研究, 土木学会論文集, 第 423 号/II-14, pp. 43-52, 1990年11月.
  - 6) 例えば 林泰造: 水撃作用とサージタンク, 石原藤次郎・本間仁編 “応用水理学中 I”, 丸善(株), 1958年1月.
  - 7) Vogt, F.: *Berechnug und Konstruktion des Wasserchlosses Ferdinand, Enke, Stuttgart, 1923.*
  - 8) 鶴巻有一郎: 密閉型エアクッションサージチャンパーの安定性, 土木学会論文集, 第 456 号/II-21, pp. 29-36, 1992年11月.
- (1994. 4. 6 受付)

## STUDY ON MASS OSCILLATIONS IN SURGE TANK OF HYDRAULIC POWER STATION WITH AUTOMATIC FREQUENCY CONTROL

Yuichiro TURUMAKI and Masakazu ITAKURA

The characteristics of water-level fluctuations in simple surge tank are determined as dimensionless solution by means of linearization on the operation causing periodical fluctuation, with large amplitude, of the power output generated at hydraulic power stations. The theoretical solution corresponds to situations under normal operation and full-load rejection operation, and, based on this, a general chart by dimensionless form is made. Concerning to the computation of magnitude of free surge, the four fundamental values (surge-tank area, tunnel length, tunnel area, and discharge) are reduced to two fundamental values through arithmetic procedure. These two values are the relative value of head loss and effective head, and the relative value of surge-tank area and Thoma's minimum-area required for stability criteria.