

二相混合体モデルの積雪内不飽和鉛直浸透への適用に関する研究

矢富盟祥¹・畑 時男²・石田 啓³

¹正会員 Ph. D. 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科 (〒920 金沢市小立野二丁目 40-20)

²正会員 石川工業高等専門学校教授 環境都市工学科 (〒929-03 石川県河北郡津幡町字北中条)

³正会員 工博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科 (〒920 金沢市小立野二丁目 40-20)

積雪内における融雪水の不飽和鉛直浸透に対し、間隙における融雪水の trapping 現象に着目した二相混合体モデルを提案し、その線形近似モデルについて解析解を求めた。次いで、その解を積雪試料を対象とした不飽和鉛直浸透の実験結果に適用した。その結果は、実験より得られた積雪試料からの浸透流出の過程を良好に再現することができた。また、計算結果をもとにモデルパラメータの特性について検討した。

Key Words : two-phase mixture model, meltwater, unsaturated vertical flow, trapping

1. はじめに

土壌内における不飽和浸透流の解析法としては、古典的な浸透方程式としての Green-Ampt 式¹⁾を用いる方法のほか、ポテンシャル理論に基づいた拡張されたダルシー則および質量保存則に基づく連続条件をもとに得られた Richards の不飽和浸透方程式 (ポテンシャル方程式)²⁾ないしこれを水分量のみで表した Klute の水分拡散方程式³⁾を、与えられた初期条件・境界条件のもとで解くというのが一般的である⁴⁾。しかしこれらの解析解を求めることは、基本式が2階の非線形偏微分方程式であるため、比較的簡単な初期条件および境界条件の場合以外は困難である。このため、解法は差分法および有限要素法などの数値解法によらざるを得ない⁵⁾。

また、積雪内における不飽和浸透流に対しては、Colbeck⁶⁾が融雪水の不飽和浸透流においては重力の効果が卓越することに着目し、ダルシー則および連続式をもとに構成される基本式を特性曲線法によって解く方法を提案している。しかしこの方法では、浸透流先端部においては wave front が形成されることもあり、特性曲線法では浸潤前線の移動に関する解 (弱解) を求めることはできず、浸潤前線近傍における別個の連続条件で誘導された式により浸潤前線の伝播速度を与えるという二元性を持っている。

ところで、畑ら⁷⁾は積雪内における融雪水の不飽和鉛直浸透流の特性を明らかにするため、積雪試料を対象とした次元浸透実験を実施した。そしてこれより得られた積雪試料からの浸透流出を Colbeck のモデルを用い

ての再現計算の結果と比較したところ、ほぼ良好な対応が得られた。しかしこのモデルによる計算結果は浸透流出のハイドログラフの立ち上がり部については満足のいく形で再現できたとはいえない結果であった。

一方、Gurtin and Yatomi⁸⁾は繊維で補強された複合材料への浸透した水分の拡散問題に対して、浸透した水分が2つの相すなわちマトリックス中を自由に移動し得る相 (free phase) およびマトリックス周りに阻止・捕捉される相 (trapping phase) に存在するとした二相混合体モデルを提案している。そして線形構成関係を仮定し、拡散型の連立線形偏微分方程式を誘導し、この解析解を求め、複合材料中の浸透水分量の二重飽和現象の出現を解明している。

さて、本論文は、著者らのこれまでの積雪内における不飽和鉛直浸透に関する研究結果をふまえ、これまでの浸透流出のモデルでは積雪試料からの浸透流出のうち特に十分に説明することができなかった浸潤前線の進行に関して、新たな観点から、これをより合理的に表現し得る新しいモデルを展開し、このモデルの特性について検討したものである。本モデルは、Gurtin and Yatomi のモデルを参考に混合体中の空隙に存在する水分が二つの領域、すなわち free phase および trapping phase から構成されることを想定している^(注)。そして混合体中の水の挙動を2つの相における水分の保存則および free

(注) 土質力学などで言われる通常の混合体モデル (mixture model) は固相、液体相、気体相の混合体としてモデル化されたものを示すが、ここでは1つの流体の流れを2相に分けて考えたという意味での二相混合体モデルである。

phaseにおける水の移動を表現する拡張されたダルシー則で仮定する。これらの関係を表現する基本式は一般には非線形であるが、線形近似を行うと、双曲型の連立線形偏微分方程式が得られるので、その解析解を求め、その解を変態のかなり進行したざらめ雪の積雪試料を対象とした実験結果に適用した。その結果、実験より得られている積雪試料からの浸透流出の過程を良好に再現することができた。次いで、計算結果をもとにモデルパラメータの特性について若干の考察を加えた。

2. 二相混合体モデル

積雪表面から浸透した融雪水は積雪内部の水分量に応じて、その一部は積雪粒子の表面もしくは粒子の集合によって形成される空隙の隅角部に捕捉・保持される。一方、空隙に保持されなかった融雪水はさらに積雪内部に浸透していくと考え、このような過程は積雪内部各部において発生しているとする。この現象を本モデルでは次のように考える。すなわち積雪などの混合体の空隙中に存在する水分は毛管力によって空隙中の移動を阻止され、保持される部分（以下 trapping phase という）とマトリックス間を自由に流下しうる部分（以下 free phase という）で構成されるとする。そして free phase の水分移動は鉛直一次元の不飽和浸透流とし、その運動則としては拡張されたダルシー則に従うものとする。このような仮定は積雪内における融雪水の保持機構および移動機構を考慮すると、妥当なものとする。

さて今、積雪表面を原点とし、鉛直下向きを x 軸の正方向とする。さらに、free phase の水分量を θ_f 、trapping phase における水分量を θ_t 、空隙中の水分が阻止され、trapping phase に単位時間、単位体積当り捕捉される水分量（以下単に速度という）を σ とし、この時の混合体内における流下フラックスを u とし、2つの相における質量保存則を以下のように考える。

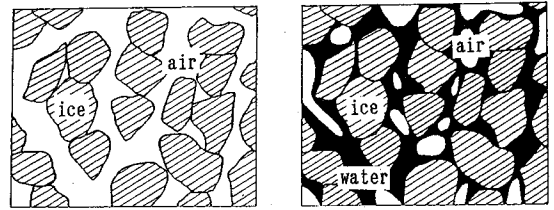
$$\frac{\partial \theta_f}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial x} - \sigma \quad (\text{free phase}) \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta_t}{\partial t} = \sigma \quad (\text{trapping phase}) \quad (2)$$

また、free phase における運動則は、浸透過程において重力の効果が卓越し、かつ圧力の効果を見捨てると仮定し、ダルシー則を拡張すると次式を得る。

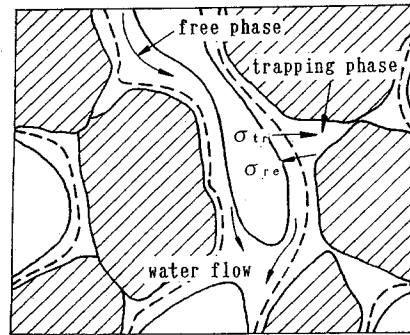
$$u = K\theta_f^n \quad (3)$$

ここで、 θ_f は free phase における水分量であり、 K は free phase における浸透水の移動速度に関する比例係数（速度次元を持つ）、また n は混合体に特有な定数である。なお、式 (3) において、重力の効果より、拡散効果が大きい場合を想定し、 u を θ_f の勾配の関数としたものが、Gurtin and Yatomi のモデルである。その場合、



$$\theta_r = \theta_t = 0$$

$$\theta_r \neq 0, \theta_t \neq 0$$



図—1 二相混合体モデルの概念図

拡散型の連立偏微分方程式になるのに対し、本モデルでは後述するように、双曲型の連立偏微分方程式になる。

また、trapping 速度 σ については以下のように仮定する。 σ には free phase および trapping phase の水分量に依存して free phase の水分が捕捉（もしくは放出）され、trapping phase に加わる（もしくは引き出される）部分の σ_{tr} と、逆に浸透水の持つ熱などによる積雪マトリックスからの融解によって生じた水分や、間隙内部の水分移動に伴って水分保持の平衡が崩れることなどによって trapping phase に保持されていた水分が trapping phase から放出される部分の σ_{re} で構成されるものとする。結局、 σ の構成則として次式が成立する。

$$\sigma = \sigma_{tr} - \sigma_{re} \quad (4)$$

この σ_{tr} および σ_{re} は前述したような関係を想定し、次式で表現されると仮定する。

$$\sigma_{tr} = \beta\theta_f - \alpha\theta_t \quad (5)$$

$$\sigma_{re} = \gamma(\theta_t)u^m + \sigma_{me} \quad (6)$$

ここで、 β 、 α および m は trapping に関する定数であり、 $\gamma(\theta_t)$ は水分移動に伴う trapping phase からの水分放出に関する係数である。また σ_{me} は積雪マトリックスの融解速度である。この積雪内部における融雪水の保持・移動機構を想定した本モデルの概念図を図—1 に示す。

ところで、式 (5)、(6) をもとに trapping の機構を若干検討してみたい。例えば、積雪内部の水分量が少なく θ_t も少ない浸透初期においては、(一般には σ_{re} に相当する間隙内部の水分移動や融解による水分量の trapping phase からの放出がある一方)、trapping が盛

んに行われ、free phase の水分が trapping phase へ移行する (この時、 $\sigma_{rr} > 0$)。しかし時間が経過し、 θ_i が次第に増大してくると、trap される水分量は次第に低下する。そして $\beta\theta_i = \alpha\theta_i$ ($\sigma_{rr} = 0$) となった段階で trapping phase は飽和に達し、もはや trap されなくなる。また、積雪へ融雪水が供給されなくなり、free phase の水分量が小さくなると、逆に trapping phase から free phase への水分の放出が行われる (この時、 $\sigma_{rr} < 0$)。そしてこの水分量に相当するものが、浸透流出の減衰部を構成することになる。

なお、式 (1), (2) より

$$\frac{\partial(\theta_i + \theta_t)}{\partial t} = -\frac{\partial u}{\partial x} \quad (7)$$

となるから、 θ_i が一定であれば、Colbeck のモデルと同等になる。

さて式 (3), (5), (6) を式 (1), (2) に代入し、整理すると次の式を得る。

$$\frac{1}{n} K^{-\frac{1}{n}} u^{n-1} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \beta K^{-\frac{1}{n}} u^{\frac{1}{n}} - \gamma(\theta_i) u^m - \alpha\theta_i - \sigma_{me} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} - \beta K^{-\frac{1}{n}} u^{\frac{1}{n}} + \gamma(\theta_i) u^n + \alpha\theta_i + \sigma_{me} = 0 \quad (9)$$

上式がフラックス u および trapping phase における水分量 θ_i に関する支配方程式となる。

3. 二相混合体モデルの線形モデル

本章では、前章で得られた式 (8), (9) の線形近似モデルを考える。

(1) $u(x, t)$ の誘導について

式 (8), (9) を線形化するため $n=1$, $m=1$, $\gamma(\theta_i) = \gamma = \text{一定}$, および本論文では変態のかなり進行したざらめ化した積雪内の鉛直浸透を考えており、また実験条件も考慮し、 $\sigma_{me} = 0$ を仮定した。その時、

$$\bar{\beta} = \beta K^{-1} - \gamma \quad (10)$$

とおくと、次式を得る。

$$K^{-1} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \bar{\beta} u - \alpha\theta_i = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \theta_i}{\partial t} - \bar{\beta} u + \alpha\theta_i = 0 \quad (12)$$

式 (11), (12) は u , θ_i に関する双曲型の線形連立偏微分方程式である。

一方、境界条件は計算結果の検討に用いるための実験条件に合わせるため、次のようなステップ関数とする。

$$u(0, t) = [H(t) - H(t-a)] u_0 \quad (13)$$

ここで、 $H(t)$ はステップ関数、 u_0 は積雪試料への流入フラックスであり、 a はその継続時間である。また、本

論文では、初期条件は積雪深を h として以下のように仮定する。

$$u(x, 0) = 0 \quad 0 \leq x \leq h \quad (14)$$

$$\theta_i(x, 0) = 0 \quad 0 \leq x \leq h \quad (15)$$

この線形モデルに対しては以下に述べるようにして解析が得られる。

まず、式 (11) および (12) を式 (14), (15) の初期条件のもとで、ラプラス変換すると、

$$K^{-1} s \bar{u}(x, s) + \frac{\partial \bar{u}(x, s)}{\partial x} + \bar{\beta} \bar{u}(x, s) - \alpha \bar{\theta}_i(x, s) = 0 \quad (16)$$

$$s \bar{\theta}_i(x, s) - \bar{\beta} \bar{u}(x, s) + \alpha \bar{\theta}_i(x, s) = 0 \quad (17)$$

なお、ここで～は各関数のラプラス変換を示す。さて、式 (17) を式 (16) に代入すると次式が得られる。

$$\frac{\partial \bar{u}(x, s)}{\partial x} + \left(K^{-1} s + \bar{\beta} - \frac{\alpha \bar{\beta}}{s + \alpha} \right) \bar{u}(x, s) = 0 \quad (18)$$

また式 (13) の境界条件をラプラス変換した

$$\bar{u}(x, s) = \frac{u_0}{s} (1 - e^{-as}) \quad (19)$$

の条件のもとで式 (18) を解くと、 $\bar{u}(x, s)$ として次式が得られる。

$$\bar{u}(x, s) = \frac{u_0}{s} (1 - e^{-as}) \times e^{-k^{-1}xs} e^{-\bar{\beta}x} e^{\frac{\alpha \bar{\beta} x}{s + \alpha}} \quad (20)$$

結局、上式の逆変換は合成定理により次式となる。

$$u(x, t) = \int_0^t f(x, t-\tau) \left[e^{-a\tau} \sqrt{\frac{\alpha \bar{\beta} x}{\tau}} \times I_1 \left(2\sqrt{\alpha \bar{\beta} x \tau} \right) + e^{-a\tau} \delta(\tau) \right] d\tau \quad (21)$$

ここで、

$$f(x, t) = u_0 e^{-\bar{\beta}x} [H(t - K^{-1}x) - H(t - K^{-1}x - a)] \quad (22)$$

であり、 $\delta(t)$ はデルタ関数である。また $I_1(t)$ は修正第 1 ベッセル関数である。

今、

$$g(x, t) = e^{-a\tau} \sqrt{\frac{\alpha \bar{\beta} x}{t}} I_1 \left(2\sqrt{\alpha \bar{\beta} x t} \right) \quad (23)$$

とおくと、結局 $u(x, t)$ として次式が得られる。

$$u(x, t) = \begin{cases} 0 & (t < K^{-1}x) \\ f(x, t) + \int_{K^{-1}x}^t u_0 e^{-\bar{\beta}x} \times g(x, t-\tau) d\tau & (K^{-1}x \leq t < K^{-1}x + a) \\ f(x, t) + \int_{K^{-1}x}^{K^{-1}x+a} u_0 e^{-\bar{\beta}x} \times g(x, t-\tau) d\tau & (K^{-1}x + a \leq t) \end{cases} \quad (24)$$

ここで、 $g(x, t)$ の原始関数を $G(x, t)$ とおくと、式 (24) は次式のように表すことができる。

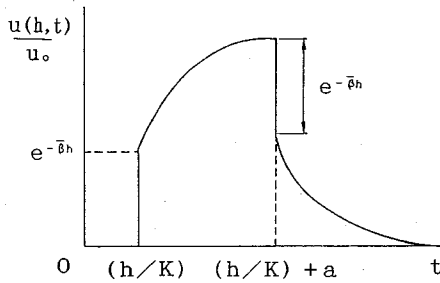


図-2 積雪底部でのフラックスの時間変化

$$u(x, t) = \begin{cases} 0 & (t < K^{-1}x) \\ f(x, t) + [G(x, t - K^{-1}x) - G(x, 0)]u_0e^{-\bar{\beta}x} & (K^{-1}x \leq t < K^{-1}x + a) \\ f(x, t) + [G(x, t - K^{-1}x) - G(x, t - K^{-1}x - a)]u_0e^{-\bar{\beta}x} & (K^{-1}x + a \leq t) \end{cases} \quad (25)$$

上式が積雪内部の任意点 x , 任意時刻 t のフラックス u の解析解である。また $x=h$ すなわち積雪底部での浸透流出量は $u(h, t)$ である。なお本論文では、一般には式 (24) の積分は求まらないので、次のような近似関数を作ることににより積分を行った。すなわち修正第1ベッセル関数 $I_1(x)$ を次式のように選点法で近似し、 $g(x, t)$ の積分をもとめた。

$$I_1(x) = \frac{x}{2} \left(1 + \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{12 \times 16}x^4 + \dots \right) = C_1x + C_2x^3 \quad (26)$$

ここで、 $C_1 = 52/105$, $C_2 = 8/105$ とした。これから、 $G(x, t)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} G(x, t) - G(x, 0) &= \int_0^t g(x, \tau) d\tau \\ &= \int_0^t e^{-\alpha\tau} \sqrt{\frac{\alpha\bar{\beta}x}{\tau}} \left[2C_1\sqrt{\alpha\bar{\beta}x\tau} + 8(\alpha\bar{\beta}x)^{\frac{3}{2}}\tau^{\frac{3}{2}}C_2 \right] d\tau \\ &= 2\bar{\beta}x[(C_1 + 4\bar{\beta}xC_2) \times (1 - e^{-\alpha t}) - 4\alpha\bar{\beta}xC_2te^{-\alpha t}] \end{aligned} \quad (27)$$

式 (27) を式 (25) に代入することにより、 $u(h, t)$ すなわち積雪底部からのフラックスを求めることができる。

(2) パラメータの決定について

式 (27) を式 (25) に代入すると一般的には図-2 のような $u(h, t)$ が得られる。この曲線は実験結果と非常によく適合しているため、このことより K , α , $\bar{\beta}$ のパラメータを実測データとの対比により以下の手順で推定

する。

まず浸透に関する比例係数 K は浸透流出の速度に関係するパラメータと考えられ、積雪内の水分の移動を規定すると同時に、浸潤前線の移動など水分波の進行に関係するパラメータである。すなわち、図-2 に示すように積雪底部での浸透流出の開始時刻が $K^{-1}h$ に等しいことから開始時刻と積雪深から推定される。また $\bar{\beta}$ については、後述するように、浸透流出の大きさに関係する性質があるので、計算で求められる $u(h, t)$ のピークが実測値とほぼ等しくなるように推定する。また、 α については前述したように trapping phase からの水分の放出を制御することから、浸透流出の減衰部の主要部を表す減衰係数的なパラメータであり、実際浸透流出のフラックスの理論および実測値も同様な正の曲率で減少しているため両者の曲線形が適合するように推定する。

4. 線形近似モデルによる計算結果

(1) モデルによる実測結果の再現性について

3. で述べた二相混合体モデルの線形近似モデルを前述の積雪試料を対象とした浸透実験に適用してみた。すなわち、実験で得られた積雪試料からの浸透流出のフラックスのヒドログラフに対して、このモデルがどの程度再現可能か計算してみた。

実験の概要については既報⁷⁾を参照されたい。また、実験に用いた積雪試料は自然積雪および屋根雪の落下堆積したもののざらめ雪層から直径 108 mm, 長さ 500 mm の円筒サンプラーを用いて水平に採取したものである。なお、表-1 は本論文の計算に用いた浸透実験の実験条件である。

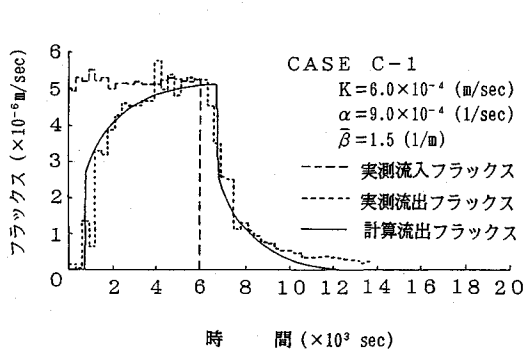
さて、図-3~5 は本モデルによる積雪試料からの浸透流出のフラックスの計算値と実験結果を比較したものである。計算結果は著者らが実施した積雪試料を対象とした浸透実験における試料からの流出を良好に再現していることがわかる。特に、既報で用いた Colbeck のモデルでは満足のいく形で再現できなかった流出の立ち上がりから減衰開始の過程をかなり忠実に再現している。また減衰部についても 1×10^{-6} m/sec 以上の浸透流出のフラックスに対しては本モデルによる計算値は実測値を良好に再現している。なお、流出立ち上がり以前およびフラックスの小さい部分で実験値と本モデルによる計算値に違いが生じているが、本モデルと実験における積雪試料両端部の流入・流出フラックスの評価法の違い、あるいは本モデルにおいて、今回、簡単のため free phase における水分の移動を線形近似したこと、また初期値を 0 と仮定したことなどが考えられる。

しかし、これらのことを考慮しても、本モデルは変態が進み、ざらめ化した積雪内における融雪水の不飽和鉛

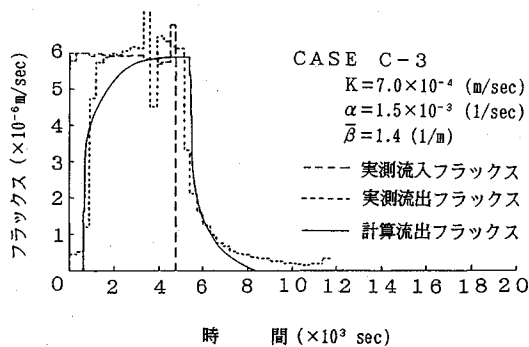
表—1 実験条件

| 実験番号 | C-1 | C-2 | C-3 | C-4 | C-5 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|
| 雪質 | ざらめ雪 | ざらめ雪 | ざらめ雪 | ざらめ雪 | ざらめ雪 |
| 流入強度 ($\times 10^{-6} \text{m/sec}$) | 5.206 | 3.771 | 5.963 | 3.989 | 6.007 |
| 流入継続時間 (sec) | 6000 | 4800 | 4800 | 4800 | 4800 |
| 試料の高さ (m) | 0.45 | 0.45 | 0.45 | 0.45 | 0.45 |
| ぬれ密度 ($\times t/\text{m}^3$) | 実験前 上 | 0.45 | 0.47 | 0.53 | 0.40 |
| | 実験前 下 | 0.47 | 0.47 | 0.56 | 0.47 |
| | 実験後 上 | 0.47 | 0.47 | 0.50 | 0.46 |
| | 実験後 下 | 0.44 | 0.48 | 0.53 | 0.56 |
| 空隙率 | 実験前 上 | | 0.52 | 0.44 | 0.67 |
| | 実験前 下 | 0.54 | 0.53 | 0.40 | 0.64 |
| | 実験後 上 | 0.55 | 0.51 | 0.50 | 0.59 |
| | 実験後 下 | 0.57 | 0.51 | 0.48 | 0.49 |
| 重量含水率 (%) | 実験前 上 | | 5.9 | 2.5 | 25.0 |
| | 実験前 下 | 9.4 | 8.1 | 1.5 | 29.5 |
| | 実験後 上 | 12.2 | 5.6 | 7.6 | 18.0 |
| | 実験後 下 | 9.7 | 5.7 | 10.5 | 16.3 |
| 粒径 ($\times 10^{-3} \text{m}$) | 2.0 | 2.0 | 2.0 | 2.0 | 1.5 |

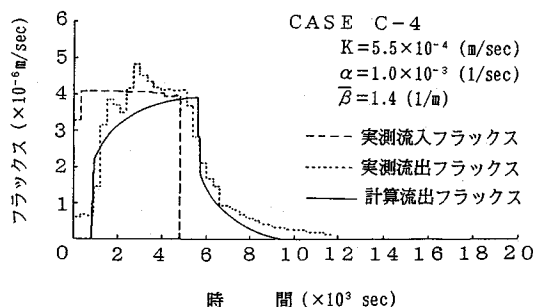
(表中の上は試料上部, 下は試料下部を示す)



図—3 計算値と実験値の比較 (その1)



図—4 計算値と実験値の比較 (その2)



図—5 計算値と実験値の比較 (その3)

直移動現象を定量的に表現し得るものと思われる。特に簡単な線形近似モデルで積雪からの浸透流出の過程を表現することが可能であり、かつ解析解が得られることから、積雪からの浸透流出に関する時間変化特性を容易に把握できるということがこのモデルの利点である。

(2) モデルパラメータの特性について

ここでは(1)で得られた結果およびモデルの持つ数学的な意味から本モデルを構成するパラメータについて若干の考察を加える。

表—2は表—1に示す実験例に対する計算結果から得られた K , α , β を示す。

まず K は前述したように、free phase における水分の移動を規定するものであると同時に、浸潤前線など水

分波の移動速度にも関連するパラメータである。当然積雪の物性・構造に依存するものと考え。著者らが行った5つの実験例に対して K の値は $4.5 \times 10^{-4} \sim 7.0 \times$

表-2 K, α, β の値

| | C-1 | C-2 | C-3 | C-4 | C-5 |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| K (m/sec) | 0.00060 | 0.00045 | 0.00070 | 0.00055 | 0.00070 |
| α (1/sec) | 0.0009 | 0.0010 | 0.0015 | 0.0010 | 0.0010 |
| β (1/m) | 1.5 | 1.5 | 1.4 | 1.4 | 1.4 |

10^{-4} m/secの範囲にあった。一方、パラメータ α, β のうち、 α は前述したように $u(h, t)$ の特に減衰部においてその通減状況を制御する因子であり、一方では、式(5)で示されるように、流出増加期において流出の増加傾向に影響する因子である。また、計算結果にもとづいて求められたその大きさは積雪試料による違いがみられ、trappingの機構あるいは積雪試料の組織・構造に大きく影響を受けるパラメータであった。一方、 β は式(10)の関係より、trappingの機構や浸透特性を表すものである。また、図-2に示されるように浸潤前線が積雪底部に到達することによって浸透流出が始まり、その時ハイドログラフの立ち上がりの高さに相当する初期流出量が出現することになるが、試料長さが一定の時、 β が大きいほど、流入フラックスの立ち上がりは小さくなる。表-2に示すように、著者らの行った実験例に対しては、 β は1.4ないし1.5のオーダーの値が妥当であった。

5. おわりに

畑ら⁷⁾は、以前に積雪内における不飽和鉛直浸透のモデルとしてのColbeckのモデルの再現性を検討するため、このモデルを積雪試料を対象にした浸透実験の結果に適用してみた。その結果はほぼ妥当なものであったものの、若干の問題点も存在した。特に浸透流出のハイドログラフの検討の結果、融雪水が積雪内を浸透する過程においては、明らかに積雪の間隙部に融雪水が保持され、融雪水は下方に浸透していくにつれ次第に減衰していくと考えられる。そして浸潤前線が積雪底部に到達した時には積雪上端部から供給される融雪水量より少ない融雪水が流出すると思われるのに対し、これまでのモデルではこの関係を十分に表現することはできなかった。それゆえ本論文においては、以上の研究結果を考慮し、これまでとは異なる観点から、特に浸透過程中的融雪水のtrapping現象に着目した新しいモデルの展開を試み、さらにそのモデルの特性について考察を加えてみた。その結果をまとめると以下のようである。

(1) 積雪内の水分がtrapping phaseとfree phaseの2つの領域に存在し得るとして新しく展開された二相混合体モデルを想定した時、第1近似としての線形近似したモデルに対しては解析解が得られた。この解によれば

積雪試料からの浸透流出の過程を一元的に表現することができる。

(2) この線形モデルを変態がかなり進行したざらめ雪の積雪試料を対象とした不飽和鉛直浸透の実験における試料からの浸透流出のデータに適用した結果、モデルによる計算結果は流出立ち上がり以前および浸透流出が小さい時を除いて浸透流出の過程を良好に再現することができた。

(3) モデルを構成するパラメータのうち、 $u(h, t)$ に対しては、 K は流出の開始時刻に関係し、 α は流出の減衰部を支配し、さらには式(5)の関係により浸透流出のハイドログラフの増加部にも影響を与える。一方、 β はハイドログラフの立ち上がり時の大きさを決定する。

本研究において展開された二相混合体モデルの線形モデルは、その形が簡単でありながら、積雪内の融雪水の移動過程を良好に表現することができた。特に、解析解が得られたということは、積雪底部からの流出のみでなく、積雪内部の水分の移動過程をもより詳細に検討し得る可能性を持ち、また今後の実験によって積雪内部の機構の解明が進むことにより、その有用性が期待できる。

謝辞：最後に、本論文を作成するに当たって貴重な助言を賜りました金沢大学工学部高瀬信忠教授ならびに福井工業大学助教授宇治橋康行講師に深甚の謝意を表します。

参考文献

- 1) Green, W.H. and Ampt, G.A. : Studies on soil physics, 1, The flow of air and water through soils, *J. Agr. Sci.*, 4, pp.1-24, 1911.
- 2) Richards, L.A. : Capillary conduction of liquids through porous media, *Physics*, 1, pp.318-333, 1931.
- 3) Klute, A. : A numerical method for solving the flow equation for water in unsaturated materials, *Soil Sci.*, 73, pp.105-116, 1951.
- 4) 日野幹雄：不飽和帯の水文学的評価、流出現象の物理機構に関する研究, pp.87-119, 1987.
- 5) 大西有三, 西垣 誠：土中水の不飽和流動(3. 不飽和流の解析), 土と基礎, 29-7, pp.65-72, 1981.
- 6) Colbeck, S.C. : A theory of water percolation in snow, *Journal of Glaciology*, 11, pp.369-385, 1972.
- 7) 畑 時男, 高瀬信忠：積雪内における融雪水の鉛直浸透に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第423号/II-14, pp.101-109, 1990.
- 8) Gurtin, M.E. and Yatomi, C. : On a model for two phase diffusion in composite material, *Journal of COMPOSITE MATERIALS*, Vol.13, pp.126-130, 1979.

(1994.3.7受付)

AN APPLICATION OF TWO-PHASE MIXTURE MODEL TO THE UNSATURATED VERTICAL FLOW THROUGH SNOW

Chikayoshi YATOMI, Tokio HATA and Hajime ISHIDA

In this paper, we propose a two-phase mixture model which represents the moisture movement through porous media, in which moisture is assumed to exist in two phases, namely trapping and free phase. We obtain an analytical solution of a linearly approximated model derived from the two-phase mixture model. We then apply the solution to the experimental results of unsaturated vertical flow for snow samples.

As a result, we find that the solution agree very well with a process of run-off from snow samples in experiments. Moreover, we examine the characteristic of model parameters based on the computational results.